

CONCEITO

- Sequência de termos

→ Cada termo (a_n) é a soma do anterior (a_{n-1}) com uma constante (r)
(Chamada de razão)

→ A partir do segundo termo!

CLASSIFICAÇÃO

1. Crescente: $a_n > a_{n-1}$
 $r > 0$
2. Decrescente: $a_n < a_{n-1}$
 $r < 0$
3. Constante: $a_n = a_{n-1}$
 $r = 0$

CÁLCULO DA RAZÃO

$$r = a_n - a_{n-1}$$

→ É a diferença entre dois termos consecutivos

e $r = a_{n+1} - a_n$

$$\therefore a_{n+1} - a_n = a_n - a_{n-1}$$

$$2a_n = a_{n+1} + a_{n-1}$$

$$\therefore a_n = \frac{a_{n+1} + a_{n-1}}{2}$$

→ O termo do meio é a média aritmética dos outros dois

PROGRESSÃO ARITMÉTICA

TERMO GERAL

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$$



- Ex.: qual o milésimo termo da sequência (2, 5, 8, 11 ...)?
($n = 1000$) (a1)

$$a_{1000} = 2 + (999) \cdot 3$$

$$\therefore a_{1000} = 2.999$$

$$\begin{array}{l} + 3 \\ r = 3 \end{array}$$

- Termo geral sem conhecer a_1

$$a_n = a_k + (n - k) \cdot r$$

→ Termo conhecido

PROPRIEDADES

$$a_n + a_m = a_p + a_q$$

- Se e somente se $n + m = p + q$

(Em uma P.A.)
(não constante)

A soma de termos equidistantes dos extremos de uma P.A. é constante ($S_1 = S_2 = S_3$).

$$\begin{array}{cccccc} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 & a_6 \\ \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{S_1} & \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{S_2} & \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{S_3} & & & \\ & & + & & & \end{array}$$

MÉDIA DE TERMOS DE UMA P.A.

$$\bar{x} = \frac{S_n}{n} \rightarrow \bar{x} = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2n}$$

= A média entre os termos

$$\therefore \bar{x} = \frac{(a_1 + a_n)}{2}$$

e $\bar{x} = x_c$

Termo central (Quando o número de termos é ímpar)

SOMA DOS TERMOS



1. Calcular os n primeiros termos da P.A.

$$S = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + \dots + a_n$$

+S

n termos

$$2S = (a_1 + a_n) + (a_2 + a_{n-1}) + \dots + (a_n + a_1)$$

S1

S2

Sn

n parcelas

- Como $S_1 = S_2 = S_3 \dots$,

$$2S = S_n \cdot n$$

$$\therefore S = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$$

ou $\frac{S}{n} = x_c$

$$\therefore S = x_c \cdot n$$

PROGRESSÃO ARITMÉTICA

CONCEITO

- Sequência de termos

Cada termo (a_n) é igual ao anterior (a_{n-1}) multiplicado por uma constante real (q) chamada de razão

a partir do segundo termo

- **Obs.:** se for não-estacionária ($q \neq 0$)

- **Ex.:** (3, 6, 12, 24, 48 ...)

x 2

CLASSIFICAÇÃO

1. **Crescente:** $a_n > a_{n-1}$

- P.G com termos $\left\{ \begin{array}{l} \text{Positivos} \rightarrow q > 1 \\ \text{Negativos} \rightarrow 0 < q < 1 \end{array} \right.$

2. **Decrescente:** $a_n < a_{n-1}$

- P.G com termos $\left\{ \begin{array}{l} \text{Positivos} \rightarrow 0 < q < 1 \\ \text{Negativos} \rightarrow q > 1 \end{array} \right.$

3. **Constante:** $a_n = a_{n-1}$

$$q = 1$$

- **Obs.:** Se $a_1 = 0$, q pode ser qualquer valor real

4. **Oscilante (ou alternante/pendular):**

- = Termos consecutivos têm sinais contrários

$$q < 0$$

- **Ex.:** (3, -6, 12, -24 ...) $\rightarrow q < -2$

5. **Estacionária (ou singular):**

- = $a_1 \neq 0$, mas $q = 0$

- **Ex.:** (3, 0, 0, 0, 0, ...)

PROGRESSÃO GEOMÉTRICA

CÁLCULO DA RAZÃO



$$q = \frac{a_n}{a_{n-1}}$$

$$q = \frac{a_n}{a_{n-1}} = \frac{a_{n+1}}{a_n}$$

$$a_n^2 = a_{n+1} \cdot a_{n-1}$$

é a média geométrica de a_{n+1} e a_{n-1}

TERMO GERAL

$$a_1 \xrightarrow{\times q} a_2 \xrightarrow{\times q} a_3 \xrightarrow{\times q} \dots a_n$$

$$\therefore a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

- Termo geral sem conhecer a_1

$$a_n = a_k \cdot q^{n-k}$$

Termo conhecido

SOMA DOS TERMOS

- De uma P.G. **finita**

$$S = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + \dots + a_n$$

n termos

$$S = \frac{a_1 (q^n - 1)}{q - 1}$$

SOMA DOS TERMOS

- De uma P.G. **infinita**
(n = infinito!)

- se $|q| \geq 1$, $\lim_{n \rightarrow \infty} S = \infty$

= Sequência
divergente

- se $|q| < 1$, $\lim_{n \rightarrow \infty} S = \frac{-a_1}{q - 1}$

$$S = \frac{a_1}{1 - q}$$

PROGRESSÃO GEOMÉTRICA