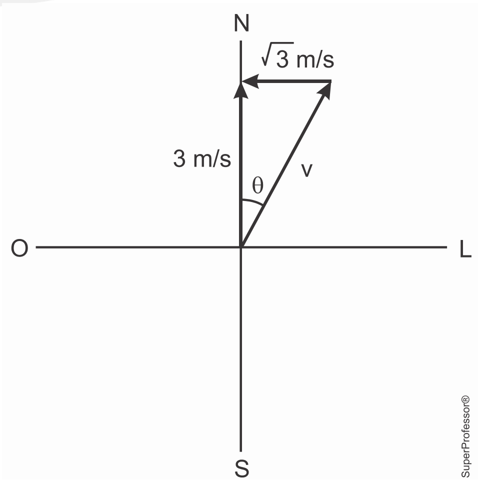
GABARITO COMENTADO – AULA 1 (MATEMÁTICA DO ZERO)

Resposta da questão 1:
[C]

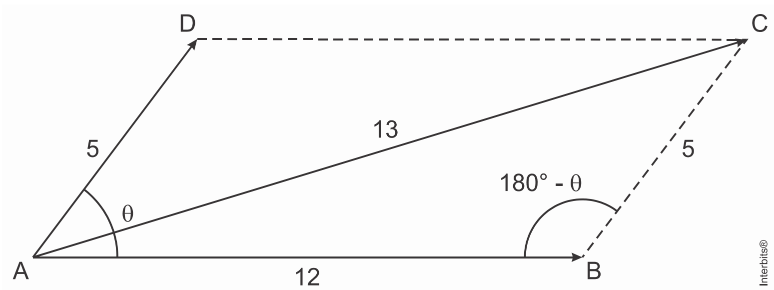
Para que o avião continue na direção inicial, ele deve seguir como na figura abaixo:



Onde:

$$tg\theta = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \theta = 30°$$

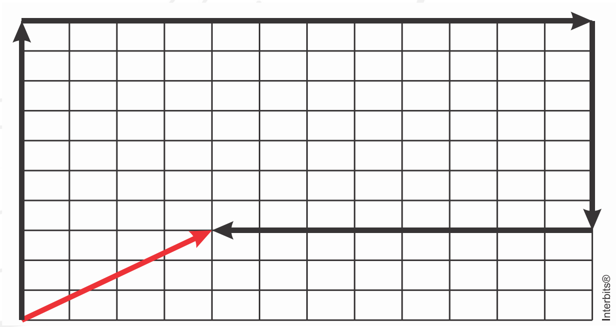
Resposta da questão 2:
[C]



Aplicando a lei dos cossenos no ΔABC e sabendo que $\cos(180° - \theta) = -\cos\theta$, temos:

$$13^2 = 5^2 + 12^2 - 2 \cdot 5 \cdot 12 \cdot \cos(180° - \theta)$$
$$169 = 25 + 144 + 120\cos\theta$$
$$\cos\theta = 0$$
$$\therefore \theta = 90°$$

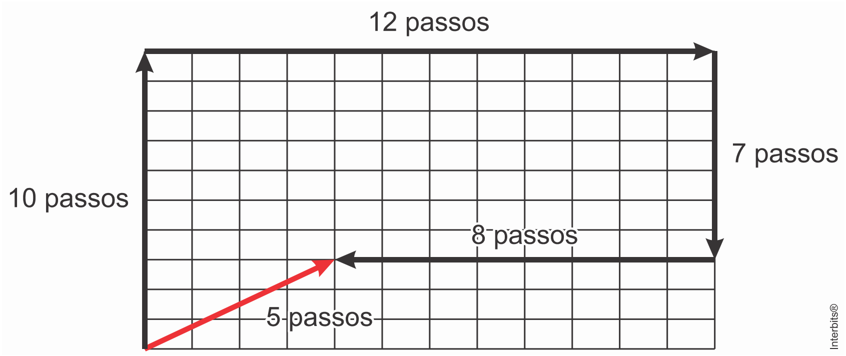
Resposta da questão 3:
Trajetória descrita em quadrículas, cada uma contendo um passo de distância:



a) Os vetores pretos representam os passos dados nas direções sugeridas, sendo o ponto de partida à esquerda do diagrama, sendo 10 passos no sentido norte, doze no sentido leste, sete para o sul e oito para oeste.

b) Em linha reta do ponto de partida até o ponto de chegada está representado no diagrama com a cor vermelha e representa a soma vetorial de todos os passos dados e representados em preto, ou seja, o vetor resultante. O seu cálculo é realizado usando o teorema de Pitágoras entre o início e o final do trajeto:

$R = \sqrt{4^2 + 3^2} \therefore R = 5$ passos.



Resposta da questão 4:
[D]

Sendo v e w os módulos dos vetores, temos:

$$\begin{cases} v + w = 8 \\ \sqrt{v^2 + w^2} = 4\sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v = 8 - w \\ v^2 = 32 - w^2 \end{cases}$$

$$(8 - w)^2 = 32 - w^2 \Rightarrow 64 - 16w + w^2 = 32 - w^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2w^2 - 16w + 32 = 0 \Rightarrow w^2 - 8w + 16 = 0$$

$$\therefore w = 4$$

$$v = 8 - 4$$

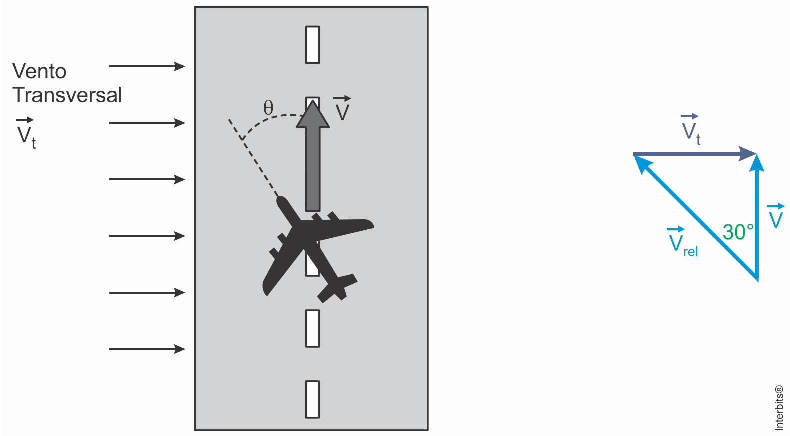
$$\therefore v = 4$$

Resposta da questão 5:
[B]

Utilizando a lei dos cossenos, temos:

$$F_r^2 = F_1^2 + F_2^2 + 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos\theta$$
$$F_r^2 = 9^2 + 15^2 + 2 \cdot 9 \cdot 15 \cdot \cos 120$$
$$F_r^2 = 81 + 225 + 270 \cdot \cos 120$$
$$F_r^2 = 81 + 225 + 270 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)$$
$$F_r = \sqrt{171} \Rightarrow F_r = \sqrt{9 \cdot 19} \Rightarrow F_r = 3\sqrt{19}\ \text{N}$$

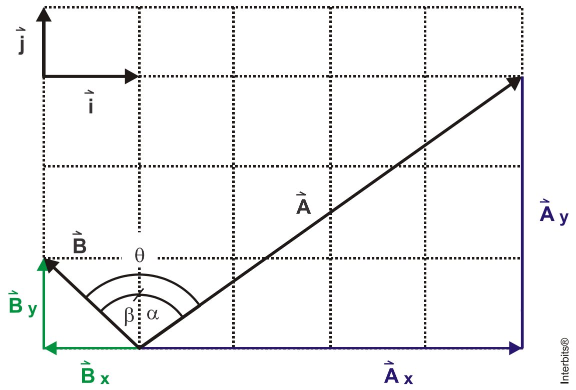
Resposta da questão 6:
[C]



$$\text{tg}30° = \frac{V_t}{V} \Rightarrow V_t = V\,\text{tg}30° = 80 \times 0{,}58 \Rightarrow V_t \cong 46\ \text{km/h}$$

Resposta da questão 7:
[A]

1ª Solução:



Na figura acima:

→ $A_x = 4$; $A_y = 3$; $B_x = -1$; $B_y = 1$.

$$\rightarrow \begin{cases} A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} = \sqrt{(-1)^2 + 1^2} \quad \Rightarrow \quad A = \sqrt{2}. \\ B = \sqrt{B_x^2 + B_y^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} \quad \Rightarrow \quad B = \sqrt{25} \quad \Rightarrow \quad B = 5. \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} \text{sen}\alpha = \cos\alpha = \dfrac{A_y}{A} = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \quad \Rightarrow \quad \text{sen}\alpha = \cos\alpha = \dfrac{\sqrt{2}}{2}. \\ \text{sen}\beta = \dfrac{B_x}{B} = \dfrac{4}{5}; \quad \cos\beta = \dfrac{B_y}{B} = \dfrac{3}{5}. \end{cases}$$

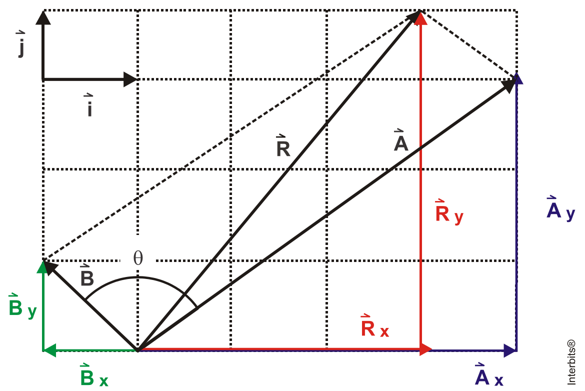
O ângulo entre os vetores $\vec{A}$ e $\vec{B}$ é θ. Mas:

$$\theta = \alpha + \beta \Rightarrow$$

$$\cos\theta = \cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta - \text{sen}\alpha \cdot \text{sen}\beta = \left(\frac{3}{5}\right)\cdot\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) - \left(\frac{4}{5}\right)\cdot\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) == \frac{3\sqrt{2}}{10} - \frac{4\sqrt{2}}{10} \Rightarrow$$

$$\cos\theta = \frac{-\sqrt{2}}{10}.$$

2ª Solução:
Aplicando a regra do Paralelogramo:



Na figura acima:

$\rightarrow$ $A_x = 4$; $A_y = 3$; $B_x = -1$; $B_y = 1$; $R_x = 3$; $R_y = 4$.

$$\rightarrow \begin{cases} A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} = \sqrt{(-1)^2 + 1^2} \quad \Rightarrow \quad A = \sqrt{2}. \\ B = \sqrt{B_x^2 + B_y^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} \quad \Rightarrow \quad B = \sqrt{25} \quad \Rightarrow \quad B = 5. \\ R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} \quad \Rightarrow \quad B = \sqrt{25} \quad \Rightarrow \quad R = 5. \end{cases}$$

Da lei dos cossenos:

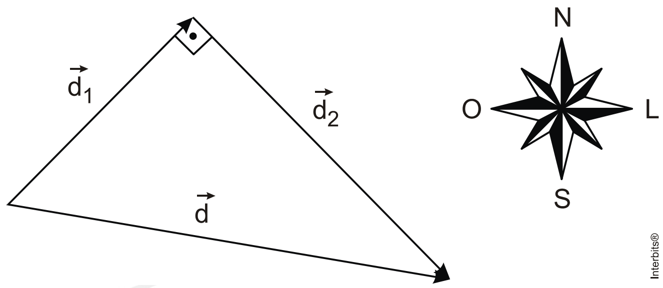
$$R^2 = A^2 + B^2 + 2\ A\ B\cos\theta \quad \Rightarrow \quad \cancel{5}^2 = \sqrt{2}^2 + \cancel{5}^2 + 2\left(\sqrt{2}\right)(5)\cos\theta \quad \Rightarrow$$

$$0 = 2 + 10\sqrt{2}\cos\theta \quad \Rightarrow \quad \cos\theta = -\frac{2}{10\sqrt{2}} \quad = \quad -\frac{2\sqrt{2}}{10(2)} \quad \Rightarrow$$

$$\cos\theta = \frac{-\sqrt{2}}{10}.$$

Resposta da questão 8:
[E]

Dados: $\mathbf{d_1}$ = 120 km; $\mathbf{d_2}$ = 160 km; $\mathbf{\Delta t}$ =1/4 h.
A figura ilustra os dois deslocamentos e o deslocamento resultante.



Aplicando Pitágoras:

$$d^2 = d_1^2 + d_2^2 \Rightarrow d^2 = 120^2 + 160^2 = 14.400 + 25.600 = 40.000 \Rightarrow d = \sqrt{40.000} \Rightarrow$$
$$d = 200 \text{ km}.$$

O módulo da velocidade vetorial média é:

$$|\vec{v}_m| = \frac{|d|}{\Delta t} = \frac{200}{1/4} \Rightarrow 200(4) \Rightarrow$$
$$|\vec{v}_m| = 800 \text{ km/h}.$$

Resposta da questão 9:
[B]

Tem-se, pelo Teorema de Pitágoras, que

$$\overline{AO}^2 = \overline{AH}^2 + \overline{OH}^2 \Rightarrow \overline{AO}^2 = 2^2 + 6^2 \Rightarrow \overline{AO} = 2\sqrt{10}\,\text{cm}$$

e

$$\overline{CO}^2 = \overline{CH}^2 + \overline{OH}^2 \Rightarrow \overline{CO}^2 = 3^2 + 6^2 \Rightarrow \overline{CO} = 3\sqrt{5}\,\text{cm}.$$

Desse modo, pela Lei dos Cossenos, vem

$$\overline{AC}^2 = \overline{AO}^2 + \overline{CO}^2 - 2 \cdot \overline{AO} \cdot \overline{CO} \cdot \cos A\hat{O}C \Leftrightarrow$$
$$5^2 = 40 + 45 - 2 \cdot 2\sqrt{10} \cdot 3\sqrt{5} \cdot \cos A\hat{O}C \Leftrightarrow$$
$$\cos A\hat{O}C = \frac{60}{60\sqrt{2}} \Leftrightarrow$$
$$\cos A\hat{O}C = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow$$
$$A\hat{O}C = 45^\circ.$$

Resposta da questão 10:
[B]

Pela Lei dos Cossenos, temos

$$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 - 2 \cdot \overline{AB} \cdot \overline{BC} \cdot \cos A\hat{B}C \Rightarrow$$
$$\overline{AC}^2 = 4^2 + 6^2 - 2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \cos 60° \Rightarrow$$
$$\overline{AC} = 2\sqrt{7} \Rightarrow$$
$$\overline{AC} \cong 5{,}3\,\text{cm}.$$

Resposta da questão 11:
[C]

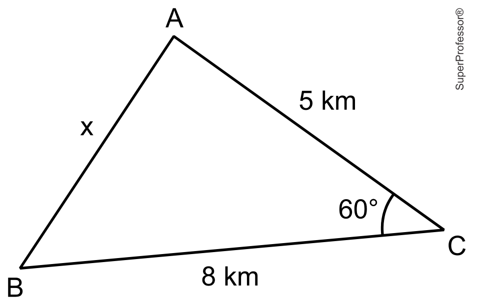
Se x é a distância entre Porto Alegre e Santa Cruz do Sul, então, pela Lei dos Cossenos, temos

$$x^2 = 200^2 + 250^2 - 2 \cdot 200 \cdot 250 \cdot \cos\beta \Leftrightarrow$$
$$x^2 = 40000 + 62500 - 2 \cdot 200 \cdot 250 \cdot 0{,}8 \Leftrightarrow$$
$$x^2 = 22500 \Rightarrow$$
$$x = 150\,\text{km}.$$

Portanto, como $30\,\text{min} = \frac{1}{2}\,\text{h}$, segue que a resposta é

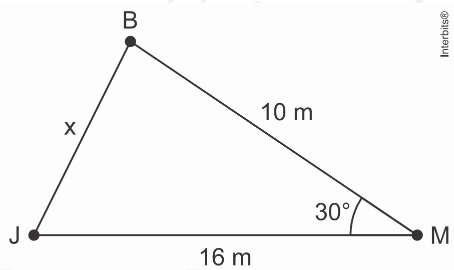
$$\frac{150}{\frac{1}{2}} = 300\,\text{km/h}.$$

Resposta da questão 12:
Aplicando a lei dos cossenos no triângulo abaixo, obtemos a distância x entre o navio A e o navio B:



$$x^2 = 5^2 + 8^2 - 2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \cos 60°$$
$$x^2 = 25 + 64 - \cancel{2} \cdot 40 \cdot \frac{1}{\cancel{2}}$$
$$x^2 = 49$$
$$\therefore x = 7\text{ km}$$

Resposta da questão 13:
Sendo x a distância procurada, pela lei dos cossenos, obtemos:



$x^2 = 16^2 + 10^2 - 2 \cdot 16 \cdot 10 \cdot \cos 30°$

$x^2 = 256 + 100 - 320 \cdot \frac{1{,}7}{2}$

$x = \sqrt{84}$

$\therefore x = 2\sqrt{21}$ cm

Resposta da questão 14:
[C]

Seja x a medida do terceiro lado. Logo, pela Lei dos Cossenos, encontramos

$x^2 = 7^2 + (5\sqrt{2})^2 - 2 \cdot 7 \cdot 5\sqrt{2} \cdot \cos 135° \Rightarrow$

$x^2 = 49 + 50 - 2 \cdot 35\sqrt{2} \cdot \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \Rightarrow$

$x^2 = 169 \Rightarrow$

$x = 13.$

Resposta da questão 15:
[C]

Calculando:

$\overline{AC}^2 = 2^2 + 1^2 \rightarrow \overline{AC} = \sqrt{5}$

$\overline{AD}^2 = 2^2 + 6^2 \rightarrow \overline{AD} = \sqrt{40}$

$5^2 = \left(\sqrt{5}\right)^2 + \left(\sqrt{40}\right)^2 - 2 \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{40} \cdot \cos\theta \rightarrow 2\sqrt{200} \cdot \cos\theta = 20$

$\cos\theta = \frac{10}{10\sqrt{2}} \rightarrow \cos\theta = \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow \theta = 45°$