Aula 07

Unioeste (Superior) Raciocínio Lógico e Matemática - 2023 (Pós-Edital)

Autor:

Equipe Exatas Estratégia Concursos

08 de Junho de 2023

Índice

CAPITALIZAÇÃO COMPOSTA - ASPECTOS MATEMÁTICOS

Na parte conceitual (aula 00) vimos que no cálculo dos **Juros Compostos**, os **rendimentos em cada período são incorporados ao Capital**, de forma que os Juros, ao final do período seguinte, **incidem NÃO SÓ sobre o Capital Inicial, MAS TAMBÉM sobre os Juros anteriores** que foram incorporados ao Capital (e assim Capitalizados).

Em Juros Compostos, a sequência formada pelos valores dos Montantes em cada período é caracterizada por uma **PROGRESSÃO GEOMÉTRICA CRESCENTE** onde a **razão é sempre igual a**:

$$q = 1 + i$$

Cálculo do Montante Composto

Em **Regime de Juros Compostos**, o Montante é calculado pela seguinte equação:

$$\boldsymbol{M = C \times (1 + i)^t}$$

Onde,

$M = Montante$

$C = Capital$

$i = Taxa\ de\ Juros$

$t = tempo$

Duas observações importantes são necessárias na hora de aplicar essa fórmula:

1. Atente-se para as unidades do Tempo e da Taxa de Juros. **OBRIGATORIAMENTE** elas devem estar na mesma unidade de grandeza.

Então, se a Taxa, por exemplo, estiver em "por cento ao mês", a unidade de tempo **NECESSARIAMENTE** deve estar em "meses".

2. A Taxa de Juros deve ser inserida na equação na **forma unitária**, ou seja, em números decimais.

Cálculo dos Juros Compostos

Estudamos que, em termos matemáticos, **Juro** é definido pela **diferença do Montante da operação menos o Capital inicial**.

$$\boldsymbol{J = M - C}$$

Então, se uma questão pedir para você calcular os Juros Compostos de uma operação, **primeiro** você calcula o Montante desta operação e, **posteriormente**, subtrai o Capital deste Montante, pois, como vimos, o Montante menos o Capital será igual ao Juros.

ESCLARECENDO!

<u>Cálculos dos Juros Compostos:</u>

1º - Calcula-se o **Montante** da operação pela seguinte fórmula:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

2º - Em seguida, calculam-se os **Juros** pela equação:

$$J = M - C$$

"Professor, existe alguma fórmula que eu possa calcular diretamente os Juros (igual no Regime Simples)?"

Existe sim. Vamos substituir a fórmula do Montante na fórmula dos Juros e proceder com as operações matemáticas.

$$J = M - C$$

$$J = C \times (1 + i)^t - C$$

Iremos colocar o Capital C em evidência e, assim, encontramos a **fórmula dos Juros em Regime Composto**.

$$J = C \times (1 + i)^t - C \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{J = C \times [(1 + i)^t - 1]}}$$

Observe que fizemos os mesmos dois passos que foram apresentados na esquematização acima. Porém, nesse caso, **trabalhamos com incógnitas** em vez de um resultado numérico.

Então, na hora da prova, você calcula os Juros, **ou** achando o Montante e depois diminuindo do Capital, **ou** aplicando diretamente a fórmula acima.

Particularmente, prefiro fazer passo a passo, isto é, calcular primeiro o Montante e, posteriormente, subtrair o Capital e encontrar os Juros.

Juros Compostos

$$M = C \times (1+i)^t$$

$$J = M - C \quad ou \quad J = C \times [(1+i)^t - 1]$$

- "i" e "t" ***obrigatoriamente*** na **mesma unidade** de grandeza

Antes de passar para alguns exercícios sobre esse tópico, vamos a uma **dica** que pode **facilitar suas contas** e poupar preciosos minutos na sua prova.

Esta dica é sempre passada pelo professor Brunno Lima em suas vídeo aulas e irei transcrevê-las aqui para você.

Iremos trabalhar constantemente com a potência $(\mathbf{1}+\boldsymbol{i})^{\mathbf{2}}$ e a Taxa i variando de 1 até 9%. Nesse caso, vamos usar um macete para acelerar o resultado e não precisar fazer a conta.

- A dica serve para potências da forma "um vírgula zero alguma coisa ao quadrado".

$$\boxed{(1{,}0\_)^2}$$

O macete consiste em "**PRIMEIRO DOBRA, DEPOIS ELEVA AO QUADRADO**".

Observe e verá que é mais fácil do que imagina. Fique comigo que esse macete poupará preciosos minutos na sua prova.

- $1{,}05^2 \rightarrow$ Pegamos o que está depois da vírgula (05). Primeiro dobra $05 \times 2 = \mathbf{10}$. Depois eleva ao quadrado $05^2 = \mathbf{25}$.

Logo, $1{,}05^2 = 1{,}1025$

Perceba que você conseguirá fazer essas contas em segundos na hora da prova (de forma automática até). Diferente de multiplicar $1{,}05 \times 1{,}05$.

Vamos testar mais um.

- $1{,}04^2 \rightarrow$ Primeiro dobra $04 \times 2 =$ **08**. Eleva ao quadrado $04^2 =$ **16**.

$1{,}04^2 = 1{,}0816$

"Verdade professor. Estou entendendo. Parece ser bem rápido. Deixa eu testar mais uma para ver se funciona mesmo".

- $1{,}07^2 \rightarrow$ Dobra $=$ **14**. Eleva ao quadrado $=$ **49**.

$1{,}07^2 = 1{,}1449$

"Não pode ser. Vou fazer na calculadora para ver se é verdade mesmo."

Vamos testar mais uma potência.

- $1{,}08^2 \rightarrow$ Dobra $=$ **16**. Quadrado $=$ **64**.

$1{,}08^2 = 1{,}1664$

Percebeu como essa última já foi feita de cabeça e no modo automático?!. Agora tente fazer 1,08 × 1,08 no papel e constate quantos segundos preciosos você ganhará na resolução dos exercícios.

Lembrando que essa dica serve para potências da forma "<u>um vírgula zero alguma coisa ao quadrado</u>".

$$\boxed{(1{,}0\_)^2}$$

$$1{,}01^2 = 1{,}0201$$

$$1{,}02^2 = 1{,}0404$$

$$\vdots$$

$$1{,}06^2 = 1{,}1236$$

$$\vdots$$

$$1{,}09^2 = 1{,}1881$$

(FGV / EPE - 2022) Um cliente de um banco fez um investimento inicial de R$ 5.000. Ao final de 3 anos tinha um montante de R$ 8.640.

Sabendo que $\sqrt[3]{1,728} = 1,2$ e supondo que a taxa de juros utilizada pelo banco é composta e que não se alterou ao longo do tempo, a taxa de juros anual aplicada ao investimento foi de

a) 0,2%.
b) 2%.
c) 10%.
d) 20%.
e) 50%.

Comentários:

Vamos aplicar diretamente a fórmula do Montante em regime de Juros Compostos e calcular o valor da taxa de juros anual.

$$M = C \times (1+i)^t$$

Em que:

$M = Montante = 8.640$

$C = Capital = 5.000$

$i = taxa\ de\ juros = ?$

$t = tempo = 3\ anos$

Substituindo na equação teremos:

$$M = C \times (1+i)^t$$

$$8.640 = 5.000 \times (1+i)^3$$

$$(1+i)^3 = \frac{8.640}{5.000}$$

$$(1+i)^3 = 1{,}728$$

$$1 + i = \sqrt[3]{1{,}728}$$

O enunciado nos fornece $\sqrt[3]{1{,}728} = 1{,}2$. Substituindo:

$$1 + i = 1{,}2$$

$$i = 1{,}2 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i = 0{,}2\ ou\ 20\%\ ao\ ano}$$

Gabarito: Alternativa **D**

(Inédita - 2022) Após passar para Auditor, um ex-concurseiro contraiu um consignado de R$ 100.000,00 a uma taxa de juros compostos de 3% ao mês sobre o saldo devedor. O pagamento será feito em duas parcelas. A primeira, no valor de R$ 46.000,00, será paga ao final do segundo mês e a segunda, ao final do quinto mês.

Sendo assim, o valor da segunda parcela será igual a:

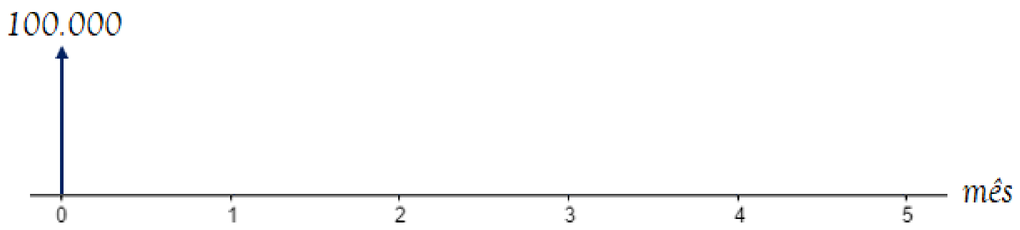
a) R$ 71.661,96.
b) R$ 69. 661,96.

c) R$ 67. 661,96.
d) R$ 65. 661,96.
e) R$ 64. 661,96.

Comentários:

Resolvemos esta mesma questão na aula anterior. Agora, iremos resolvê-la com a taxa de juros em regime de **Juros Compostos**.

Um ex-concurseiro contraiu um consignado de R$ 100.000,00.



Vamos calcular o Saldo Devedor deste empréstimo ao final do segundo mês, já que haverá o pagamento de uma parcela.

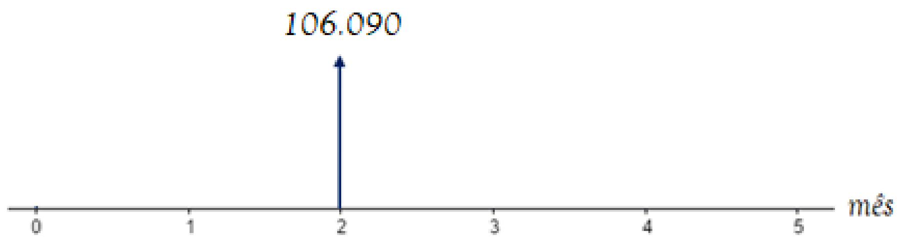
Iremos aplicar diretamente a **fórmula do Montante em regime de Juros Compostos** e calcular o Saldo Devedor ao final do segundo mês.

$$M = C \times (1 + i)^t$$

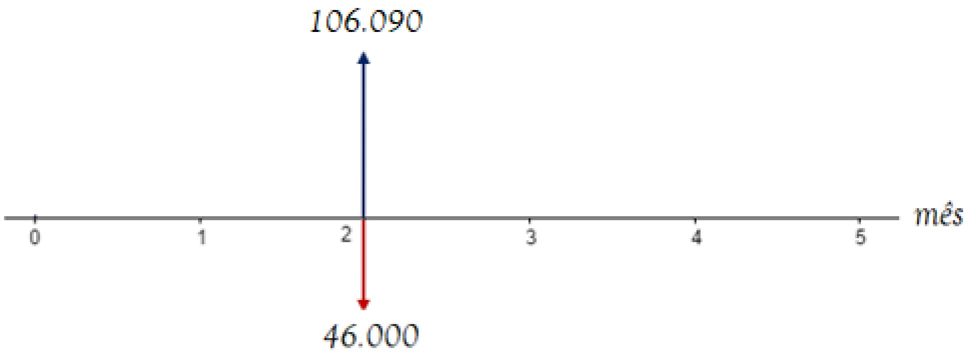
$$M = 100.000 \times (1 + 0{,}03)^2$$

$$M = 100.000 \times 1{,}03^2$$

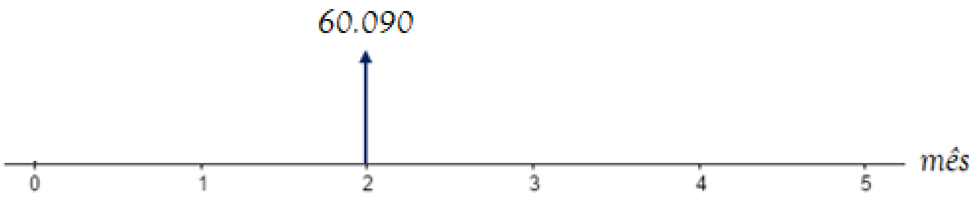
$$M = 100.000 \times 1{,}0609 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{M = 106.090}}$$



Ao final do segundo mês, há um pagamento de R$ 46.000,00.



Sendo assim, o Saldo Devedor ao final do segundo mês será de 60.090 (106.090 – 46.000).



Os juros **continuarão incidindo sobre este Saldo Devedor** por mais três meses, uma vez que o pagamento da segundo parcela acontece ao final do quinto mês.

Vamos então aplicar novamente a fórmula do Montante em regime de Juros Compostos e calcular o Saldo Devedor ao final do quinto mês.

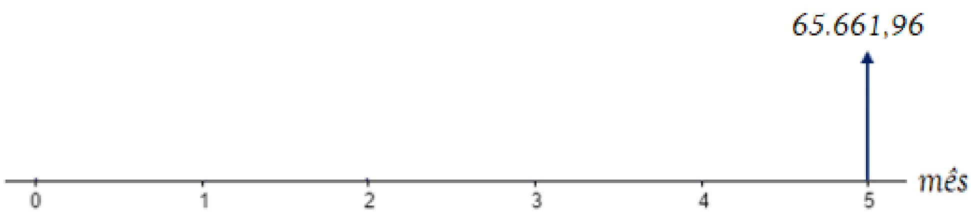
$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 60.090 \times (1 + 0{,}03)^3$$

Observe que o Capital desta fórmula é o valor de R$ 60.090,00, afinal é em cima desse valor que os Juros incidirão. E o tempo é igual a 3 meses, pois já estamos no mês 2 e queremoso valor do Saldo Devedor no mês 5. Continuando:

$$M = 60.090 \times (1{,}03)^3$$

$$M = 60.090 \times 1{,}0927 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{M = 65.661,96}$$



Logo, para quitar este financiamento, **o pagamento da segunda parcela**, ao final do quinto mês, deverá ser de R$ 65.661,96.

Gabarito: Alternativa **D**

(CRMV – 2020) Para formar sua empresa, Josué tomou R$ 50.000,00 emprestados a juros simples de 3% ao mês.

Com base nesse caso hipotético, julgue o item.

Josué alugou uma máquina digital por R$ 1.000,00, por 2 meses, a juros compostos de 5% ao mês. Assim, ao final do período, Josué pagou R$ 1.102,50.

Comentários:

O aluguel da máquina é realizado em **regime de Juros Compostos**. Nesse regime, o Montante é calculado pela seguinte equação:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

Onde,

$M = Montante = ?$

$C = Capital = 1.000$

$i = Taxa\ de\ Juros = 5\%\ ao\ mês = 0{,}05$

$t = tempo = 2\ meses$

Vamos substituir os valores na equação e calcular o valor pago por José ao final do período de 2 meses.

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 1.000 \times (1 + 0{,}05)^2$$

$$M = 1.000 \times 1{,}05^2$$

$$M = 1.000 \times 1{,}1025 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{M = 1.102{,}50}$$

Gabarito: **CERTO**

(CRO AC- 2019) Quanto a noções básicas de matemática financeira, finanças, orçamento e tributos, julgue o item.

Se determinado investidor tem R$ 25.000,00 de capital e quer comprar uma televisão que custa R$ 3.000,00, colocando seu capital a juros compostos de 6% ao mês por 2 meses, ao final do período, ele poderá comprar a televisão usando apenas os juros recebidos na aplicação

Comentários:

Vamos calcular o Montante resultante da aplicação de um Capital de R$ 25.000,00 submetido a uma Taxa de Juros compostos de 6% ao mês por 2 meses. Em **regime de Juros Compostos**, o Montante é calculado pela seguinte equação:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

Onde,

$M = Montante = ?$

$C = Capital = 25.000$

$i = Taxa\ de\ Juros = 6\%\ ao\ mês = 0{,}06$

$t = tempo = 2\ meses$

Iremos substituir os valores e calcular o Montante.

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 25.000 \times (1 + 0{,}06)^2$$

$$M = 25.000 \times 1{,}06^2$$

$$M = 25.000 \times 1{,}1236 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{M = 28.090}}$$

De posse do Montante e do Capital, calculamos os **Juros**.

Sabemos que os Juros são calculados pela diferença do Montante resultante menos o Capital aplicado.

$$J = M - C$$

$$J = 28.090 - 25.000 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{J = 3.090}$$

Ou seja, como a televisão custa R$ 3.000,00 e os Juros da aplicação são iguais a R$ 3.090,00, ele **poderá (sim) comprar a televisão** usando apenas os juros recebidos na aplicação.

Gabarito: **CERTO**

(Pref. Três Palmares RS - 2018) O juro composto obtido na aplicação de um capital de R$ 2.000,00 durante um bimestre, com uma taxa de 10% ao mês, é:

a) R$ 420,00
b) R$ 600,00
c) R$ 1.600,00

d) R$ 2.400,00
e) R$ 2.420,00

Comentários:

Em **regime de Juros Compostos**, o Montante é calculado pela seguinte equação:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

Onde,

$M = Montante = ?$

$C = Capital = 2.000$

$i = Taxa\ de\ Juros = 10\%\ ao\ mês = 0{,}1$

$t = tempo = 1\ bimestre = 2\ meses$

Atente-se para a **conversão** da unidade do tempo de aplicação (bimestre) para a unidade da taxa de juros (mês) pois **necessariamente** devem coincidir. Em 1 bimestre há 2 meses.

Vamos substituir os valores e calcular o Montante.

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 2.000 \times (1 + 0{,}1)^2$$

$$M = 2.000 \times (1{,}1)^2$$

$$M = 2.000 \times 1{,}21 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{M = 2.420}}$$

De posse do Montante e do Capital, calcularemos os Juros relativos à aplicação em regime de juros compostos, uma vez que **os Juros são calculados pela diferença do Montante recebido menos o Capital Aplicado**.

$$J = M - C$$

$$J = 2.420 - 2.000 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{J = 420}$$

Gabarito: Alternativa **A**

(Pref. Pinhais - 2017 - Adaptada) Uma pessoa contratou um empréstimo de R$ 6.000,00 em uma agência bancária, a juros compostos de 10% ao mês. Exatamente dois meses após contratar esse empréstimo, essa

pessoa foi ao banco e pagou R$ 4.000,00 e dois meses, após esse pagamento, essa pessoa quitou o seu empréstimo. Dessa forma, o valor do último pagamento foi de

a) R$ 1.244,60
b) R$ 2.346,00
c) R$ 2.586,00
d) R$ 3.944,60
e) R$ 7.260,00

Comentários:

Vamos transcrever os trechos do enunciado e resolver passo a passo.

Uma pessoa contratou um empréstimo de R$ 6.000,00 em uma agência bancária, a juros compostos i de 10% ao mês por um tempo t de 2 meses. Logo, o Montante após 2 meses será igual a:

$$M = C \times (1+i)^t$$

$$M = 6.000 \times (1+0{,}1)^2$$

$$M = 6.000 \times 1{,}21 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{M = 7.260}}$$

Exatamente dois meses após contratar esse empréstimo, essa pessoa foi ao banco e pagou R$ 4.000,00. Logo, o **valor que resta a pagar** é igual a:

$$resta\ pagar = 7.260 - 4.000 \quad \rightarrow \quad resta\ pagar = 3.260$$

e dois meses após esse pagamento, a pessoa quitou o seu empréstimo. Vamos calcular o Montante final em 2 meses deste valor que resta a pagar.

Iremos utilizar novamente a fórmula do Montante em regime de Juros Compostos, pois em cima deste valor que resta a pagar irão incidir juros por mais 2 meses. Dessa forma, o valor do último pagamento foi de:

$$M = C \times (1+i)^t$$

$$M = 3.260 \times (1+0{,}1)^2$$

$$M = 3.260 \times (1{,}1)^2$$

$$M = 3.260 \times 1{,}21 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{M = 3.944{,}60}$$

Gabarito: Alternativa **D**

TAXA NOMINAL E TAXA EFETIVA

Algumas questões irão trabalhar com essas duas taxas. **Não podemos confundi-las** na hora da prova. Iremos entender o que cada uma significa e como fazer a conversão entre elas.

Taxa Efetiva

É a Taxa de Juros em que a unidade de tempo da Taxa **é coincidente** com a unidade de tempo do período de capitalização.

Exemplos:

- $\boldsymbol{i_1} = 5\%\ ao\ mês\ capitalizados\ mensalmente$

Perceba que a unidade de tempo da Taxa (ao mês) é coincidente com a unidade de tempo do período de capitalização (mensal).

- $\boldsymbol{i_2} = 8\%\ ao\ trimestre\ capitalizados\ trimestralmente$

- $\boldsymbol{i_3} = 15\%\ ao\ ano\ capitalizados\ anualmente$

Quando a **Taxa for efetiva**, isto é, quando as unidades de tempo da taxa e da capitalização forem iguais, a taxa pode ser escrita somente em termos da sua unidade de tempo. Então, nos casos acima, as taxas poderiam ser escritas da seguinte forma:

- $\boldsymbol{i_1} = 5\%\ ao\ mês$

- $\boldsymbol{i_2} = 8\%\ ao\ trimestre$

- $\boldsymbol{i_3} = 15\%\ ao\ ano$

Até agora, em todos os exercícios, trabalhamos com a Taxa Efetiva.

Então, tenha em mente que se a taxa for escrita da forma acima (apenas com a unidade de tempo) é porque se trata de uma Taxa Efetiva e está **implícito que a unidade de capitalização é a mesma da unidade de tempo**.

Taxa Nominal

É a Taxa de Juros em que a unidade de tempo da Taxa **NÃO É coincidente** com a unidade de tempo do período de capitalização.

Exemplos:

- $\boldsymbol{i_1} = 10\%\ ao\ bimestre\ capitalizados\ mensalmente$

Perceba que a unidade de tempo da Taxa (ao bimestre) não é coincidente com a unidade de tempo do período de capitalização (mensal).

- $\boldsymbol{i_2} = 12\%\ ao\ semestre\ capitalizados\ bimestralmente$

- $\boldsymbol{i_3} = 15\%\ ao\ semestre\ capitalizados\ anualmente$

Conversão entre Taxa Nominal ↔ Taxa Efetiva

Nas fórmulas matemáticas de Juros Compostos **NÃO podemos utilizar a Taxa Nominal**.

Antes de proceder com os cálculos, **certifique-se que a Taxa a ser utilizada é a Taxa Efetiva**, ou seja, aquela em que a unidade de tempo da Taxa é coincidente com a unidade de tempo do período de capitalização.

Então, **nunca resolva um exercício de Juros Compostos usando a Taxa Nominal**.

"E, professor, se a questão der a Taxa Nominal, como eu transformo para a Taxa Efetiva?"

Primeiro, tenha em mente que "**QUEM MANDA É O PERÍODO DE CAPITALIZAÇÃO**". Sendo assim, devemos passar para a unidade de tempo do período de capitalização

"E como passamos da unidade de tempo do período da taxa para a unidade de tempo do período de capitalização?"

Basta fazermos uma **simples divisão/multiplicação**.

Vejamos com os mesmos exemplos da teoria acima de Taxa Nominal.

EXEMPLIFICANDO

- $\boldsymbol{i_1} = 10\%\ ao\ bimestre\ capitalizados\ mensalmente$

Como vimos, a Taxa está com a unidade de tempo em bimestre e a capitalização é mensal.

Devemos passar para a unidade da capitalização, isto é, para a unidade "mês".

Em 1 bimestre há 2 meses. Logo, a Taxa Efetiva será igual a:

$$i_{1\ Efetiva} = \frac{10\%}{2} \rightarrow i_{1\ Efetiva} = 5\%\ ao\ mês\ capitalizados\ mensalmente$$

Ou, simplesmente,

$$\boldsymbol{i_{1\ Efetiva}} = 5\%\ ao\ mês$$

- $\boldsymbol{i_2} = 12\%\ ao\ semestre\ capitalizados\ bimestralmente$

Em 1 semestre há 3 bimestres. Logo, a Taxa Efetiva será igual a:

$$i_{2\ Efetiva} = \frac{12\%}{3} \rightarrow i_{2\ Efetiva} = 4\%\ ao\ bimestre\ capitalizados\ bimestralmente$$

Ou, simplesmente,

$$\boldsymbol{i_{2\ Efetiva}} = 4\%\ ao\ bimestre$$

- $\boldsymbol{i_3} = 15\%\ ao\ semestre\ capitalizados\ anualmente$

Em 1 ano há 2 semestres. Logo, a Taxa Efetiva será:

$$i_{3\ Efetiva} = 15\% \times 2 \rightarrow i_{Efetiva} = 30\%\ ao\ ano\ capitalizados\ anualmente$$

Ou, simplesmente,

$$\boldsymbol{i_{3\ Efetiva}} = 30\%\ ao\ ano$$

ESQUEMATIZANDO

Divisão/Multiplicação → "Quem manda é o período de capitalização"

Taxa Efetiva

Unidade de tempo da taxa **é coincidente** com a unidade de tempo do período de capitalização

Taxa Nominal

Unidade de tempo da taxa **NÃO É coincidente** com a unidade de tempo do período de capitalização

HORA DE PRATICAR!

(Inédita - 2022) João faz um investimento de R$ 10.000,00 a uma taxa de juros compostos de 12% a.a. com capitalizações bimestrais.

Após 4 meses, por estar passando por dificuldades financeiras, João resolve sacar R$ 1.904,00 e deixar o restante aplicado.

10 meses após o início do investimento, qual o valor aproximadamente que João terá na sua conta investimento?

a) R$ 8.500,27
b) R$ 9.020,27
c) R$ 9.220,27
d) R$ 9.420,27
e) R$ 9.620,27

Comentários:

Primeiro passo é converter a Taxa Nominal para a Taxa Efetiva.

Taxa Nominal é a taxa de juros cuja unidade de tempo não coincide com a unidade de tempo do período de capitalização. Observe que a taxa fornecida no enunciado é uma taxa nominal.

$$i_{Nominal} = 12\% \ ao \ ano \ capitalizada \ bimestralmente$$

Nunca resolva um exercício usando a taxa nominal. Sempre devemos passar para a unidade de tempo do período de capitalização. Então tenha em mente: "**quem manda é o período de capitalização**".

E como passamos da unidade de tempo do período da taxa nominal (ano) para a unidade de tempo do período de capitalização (bimestre)?

Basta fazermos uma simples divisão/multiplicação.

Em 1 ano há 6 bimestres. Então, a Taxa Efetiva bimestral será um sexto da taxa anual.

$$i_{Efetiva \ Bimestral} = \frac{12\%}{6} \rightarrow \boxed{\boldsymbol{i_{Efetiva \ Bimestral} = 2\% \ a.b.}}$$

- ✓ Essa será a taxa que devemos utilizar no exercício.

Depois desse primeiro passo (perceba que a explicação é extensa para que você possa entender o passo a passo. Mas, na hora da prova, você consegue fazer essa passagem em apenas uma linha ou até mesmo fazer a divisão "de cabeça"), iremos calcular o Montante após 4 meses de aplicação.

"Após 4 meses, por estar passando por dificuldades financeiras, ..."

Em regime de Juros Compostos, o Montante é calculado pela seguinte equação:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

Onde,

$M = Montante = ?$

$C = Capital = 10.000$

$i = Taxa \ de \ Juros = 2\% \ ao \ bimestre = 0{,}02$

$t = tempo = 4 \ meses = 2 \ bimestres$

Atente-se para a conversão da unidade do tempo de aplicação (meses) para a unidade da taxa de juros (bimestre) pois **necessariamente** devem coincidir. Em 4 meses há 2 bimestres.

Vamos substituir os valores e calcular o Montante.

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 10.000 \times (1 + 0{,}02)^2$$

$$M = 10.000 \times (1{,}02)^2$$

$$M = 10.000 \times 1{,}0404 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{M = 10.404}}$$

"João resolve sacar *R$ 1.904,00...*"

Logo, ainda restará na conta investimento o valor de:

$$valor = 10.404 - 1.904 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{valor = 8.500}}$$

"João resolve sacar R$ 1.904,00 e deixar o restante aplicado."

Ou seja, esse valor de R$ 8.500 continuará aplicado por mais (6 meses=3bimestre) a uma taxa de juros de 2% ao bimestre.

Observe que a aplicação total ocorre em 10 meses. Porém, como já se passaram 4 meses, ainda **restam 6 meses (3 bimestres) de aplicação**.

Iremos aplicar novamente a fórmula do Montante em regime de Juros Compostos e calcular o Montante final desta aplicação.

$$M = C \times (1 + i)^t$$

Onde,

$M = Montante = ?$

$C = Capital = 8.500$

$i = Taxa\ de\ Juros = 2\%\ ao\ bimestre = 0{,}02$

$t = tempo = 6\ meses = 3\ bimestre$

Vamos substituir os valores e calcular o Montante.

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 8.500 \times (1 + 0{,}02)^3$$

$$M = 8.500 \times 1{,}0612 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{M = 9.020,27}$$

Gabarito: Alternativa **C**

(Pref. São Cristóvão - 2019) Um indivíduo aplicou R$ 10.000 em um investimento que paga taxa de juros compostos de 12% ao ano com capitalização bimestral.

Considerando 1,27 como valor aproximado para $1{,}02^{12}$, julgue o item que se segue.

O montante 2 anos após o início da aplicação terá sido superior a R$ 12.000.

Comentários:

Primeiro passo é converter a Taxa Nominal para a Taxa Efetiva.

Taxa Nominal é a taxa de juros cuja unidade de tempo **não coincide** com a unidade de tempo do período de capitalização. Observe que a taxa fornecida no enunciado é uma taxa nominal.

$$i_{Nominal} = 12\%\ ao\ ano\ capitalizados\ bimestralmente$$

Nunca resolva um exercício usando a taxa nominal. Sempre devemos passar para a unidade de tempo do período de capitalização. Então, tenha em mente: "**quem manda é o período de capitalização**".

E como passamos da unidade de tempo do período da taxa nominal para a unidade de tempo do período de capitalização?

Basta fazermos uma simples divisão/multiplicação. Em 1 ano há 6 bimestres. Então, a Taxa Efetiva bimestral será um sexto da taxa anual.

$$i_{Efetiva} = \frac{12\%}{6} \ \rightarrow \ i_{Efetiva} = 2\%\ ao\ bimestre\ capitalizados\ bimestralmente$$

Ou simplesmente,

$$\boxed{\boldsymbol{i_{Efetiva} = 2\%\ ao\ bimestre}}$$

- ✓ Essa será a taxa que devemos utilizar no exercício.

Depois desse primeiro passo (perceba que a explicação é extensa para que você possa entender o passo a passo. Mas, na hora da prova, você consegue fazer essa passagem em apenas uma linha ou até mesmo fazer a divisão "de cabeça"), iremos calcular o Montante após 2 anos de aplicação.

Em **regime de Juros Compostos**, o Montante é calculado pela seguinte equação:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

Onde,

$M = Montante = ?$

$C = Capital = 10.000$

$i = Taxa\ de\ Juros = 2\%\ ao\ bimestre = 0{,}02$

$$t = tempo = 2\ anos = 12\ bimestres$$

Atente-se para a **conversão** da unidade do tempo de aplicação (ano) para a unidade da taxa de juros (bimestre) pois **necessariamente** devem coincidir. Em 1 ano há 6 bimestres. Logo, em 2 anos haverá 12 bimestres.

Vamos substituir os valores e calcular o Montante.

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 10.000 \times (1 + 0{,}02)^{12}$$

$$M = 10.000 \times 1{,}02^{12}$$

$$M = 10.000 \times 1{,}27 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{M = 12.700}$$

Ou seja, o montante 2 anos após o início da aplicação terá sido **SUPERIOR** a R$ 12.000.

Gabarito: **CERTO**

(CAGE RS – 2018) Um indivíduo investiu a quantia de R$ 1.000 em determinada aplicação, com taxa nominal anual de juros de 40%, pelo período de 6 meses, com capitalização trimestral. Nesse caso, ao final do período de capitalização, o montante será de

a) R$ 1.200
b) R$ 1.210
c) R$ 1.331
d) R$ 1.400
e) R$ 1.100

Comentários:

Primeiro passo é converter a Taxa Nominal para a Taxa Efetiva.

Taxa Nominal é a taxa de juros cuja unidade de tempo **não coincide** com a unidade de tempo do período de capitalização.

Observe que a taxa fornecida no enunciado é uma taxa nominal.

$$i_{Nominal} = 40\%\ ao\ ano\ capitalizados\ trimestralmente$$

Nunca resolva um exercício usando a taxa nominal. Sempre devemos passar para a unidade de tempo do período de capitalização. Então tenha em mente: "**quem manda é o período de capitalização**".

E como passamos da unidade de tempo do período da taxa nominal para a unidade de tempo do período de capitalização?

Basta fazermos uma simples divisão/multiplicação. Em 1 ano há 4 trimestres. Então, a Taxa Efetiva trimestral será um quarto da taxa anual.

$$i_{Efetiva} = \frac{40\%}{4} \quad \rightarrow \quad i_{Efetiva} = 10\% \ ao \ trimestre \ capitalizados \ trimestralmente$$

Ou, simplesmente,

$$\boxed{\boldsymbol{i_{Efetiva} = 10\% \ ao \ trimestre}}$$

Essa será a taxa que devemos utilizar no exercício.

Depois desse primeiro passo (perceba que a explicação é extensa para que você possa entender o passo a passo. Mas, na hora da prova, você consegue fazer essa passagem em apenas uma linha ou até mesmo fazer a divisão "de cabeça"), iremos calcular o Montante após 6 meses de aplicação.

Em **regime de Juros Compostos**, o Montante é calculado pela seguinte equação:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

Onde,

$M = Montante = ?$

$C = Capital = 1.000$

$i = Taxa \ de \ Juros = 10\% \ ao \ trimestre = 0{,}1$

$t = tempo = 6 \ meses = 2 \ trimestres$

Atente-se para a **conversão** da unidade do tempo de aplicação (meses) para a unidade da taxa de juros (trimestre) pois **necessariamente** devem coincidir. Em 6 meses há 2 trimestres.

Sendo assim, o Montante será igual a:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 1.000 \times (1 + 0{,}1)^2$$

$$M = 1.000 \times 1{,}21 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{M = 1.210}$$

Gabarito: Alternativa **B**

TAXAS EQUIVALENTES

Taxas Equivalentes são as taxas de juros com **unidades de tempo diferentes** que **aplicadas a um mesmo Capital,** por um mesmo período, sob o regime de juros compostos, produziriam **o mesmo Montante** (e, por consequência, mesmo Juro).

Diferentemente do que ocorre no Regime de Capitalização Simples, em Juros Compostos, **as Taxas Equivalentes NÃO SÃO proporcionais**.

Para calcular a Taxa Equivalente, iremos tomar como base a **potenciação**.

Iremos resolver alguns exemplos para você **entender a sistemática** da mecânica de capitalização e, posteriormente, apresentarei a fórmula para cálculo.

Perceba que a fórmula será apresentada depois dos exemplos porque eu quero que você entenda o que está sendo feito. Decorar fórmula é simples. Saber o que fazer com ela é mais complicado.

Eu, particularmente, nunca utilizei a fórmula de Taxa Equivalente, pois, **uma vez entendido o sistema de capitalização entre datas**, você **não precisará decorar nada**. Tudo estará entendido.

- **Exemplo 1:** Qual a Taxa composta bimestral Equivalente a 5% ao mês?

Observe que para calcular a Taxa bimestral temos de capitalizar a Taxa mensal por 2 meses (1 bimestre). Ou seja, a Taxa mensal de 5% capitalizada por 2 meses (1 bimestre) será igual a que Taxa Equivalente bimestral?

$$(1 + i_{mensal})^2 = (1 + i_{bimestral})$$

$$(1+0{,}05)^2 = (1+i_{bimestral})$$

$$1{,}05^2 = 1 + i_{bimestral}$$

Lembra-se do macete "primeiro dobra e depois eleva ao quadrado"? $1{,}05^2 = 1{,}1025$

$$1{,}1025 = 1 + i_{bimestral}$$

$$i_{bimestral} = 1{,}1025 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_{bimestral} = 0{,}1025 \;\; ou \;\; 10{,}25\%}$$

Então, **5% ao mês é equivalente a 10,25% ao bimestre**.

Isso quer dizer que, se aplicarmos essa Taxa em um mesmo Capital, por um mesmo período de tempo, em regime de Juros Compostos, produziria o mesmo Montante.

Vamos testar. Imagine um Capital de R$ 100 aplicado por 4 meses. A <u>primeira</u> operação ocorreu a Juros Compostos de 5% ao mês e a <u>segunda</u> a 10,25% ao bimestre. Iremos calcular o Montante ao final de 4 meses para as 2 operações.

$$M_1 = C \times (1+i)^t$$

$$M_1 = 100 \times (1+0{,}05)^4$$

$$M_1 = 100 \times 1{,}05^4$$

$$M_1 = 100 \times 1{,}2155 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{M_1 = 121{,}55}}$$

Agora vamos calcular o Montante da segunda operação.

$$M_2 = C \times (1+i)^t$$

$$M_2 = 100 \times (1+0{,}1025)^2$$

Atente-se para a **conversão** da unidade do tempo de aplicação (mês) para a unidade da taxa de juros (bimestre) pois **necessariamente** devem coincidir. Em 4 meses há 2 bimestres.

$$M_2 = 100 \times 1{,}1025^2$$

$$M_2 = 100 \times 1{,}2155 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{M_2 = 121{,}55}}$$

Perceba que os <u>Montantes foram iguais</u> como queríamos demonstrar.

Exemplo 2: Qual a Taxa composta anual Equivalente a 16% ao semestre?

Ou seja, a Taxa semestral capitalizada por 2 semestres (1 ano) será igual a que Taxa Equivalente anual?

$$(1+i_{semestral})^2 = (1+i_{anual})$$

$$(1+0{,}16)^2 = (1+i_{anual})$$

$$1{,}16^2 = 1+i_{anual}$$

$$1{,}3456 = 1+i_{anual}$$

$$i_{anual} = 1{,}3456-1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_{anual} = 0,3456 \ \ ou \ \ 34,56\%}$$

Logo, **34,56% ao ano é equivalente a 16% ao semestre**.

Exemplo 3: Qual a Taxa composta mensal Equivalente a 33,10% ao trimestre?

Nesse caso, estamos procurando a Taxa mensal que, capitalizada por 3 meses (1 trimestre), será equivalente a 33,10% ao trimestre.

$$(1+i_{mensal})^3 = (1+i_{trimestral})$$

$$(1+i_{mensal})^3 = (1+0{,}331)$$

$$(1+i_{mensal})^3 = 1{,}331$$

$$1+i_{mensal} = \sqrt[3]{1{,}331}$$

$$1+i_{mensal} = 1{,}1$$

$$i_{mensal} = 1{,}1-1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_{mensal} = 0,1 \ \ ou \ \ 10\%}$$

Logo, **10% ao mês é equivalente a 33,10% ao trimestre**.

Exemplo 4: Qual a Taxa composta bimestral Equivalente a 14,49% ao quadrimestre?

Nesse exemplo, iremos calcular a Taxa bimestral que, capitalizada por 2 bimestres (1 quadrimestre), será equivalente a 14,49% ao quadrimestre.

$$(1 + i_{bimestral})^2 = (1 + i_{quadrimestral})$$

$$(1 + i_{bimestral})^2 = (1 + 0{,}1449)$$

$$(1 + i_{bimestral})^2 = 1{,}1449$$

$$1 + i_{bimestral} = \sqrt{1{,}1449}$$

$$1 + i_{bimestral} = 1{,}07$$

$$i_{bimestral} = 1{,}07 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_{bimestral} = 0{,}07 \;\; ou \;\; 7\%}$$

Sendo assim, **7% ao bimestre é equivalente a 14,49% ao quadrimestre**.

Vamos começar a complicar um pouco? Iremos misturar alguns conceitos de Taxas estudados nessa aula. As bancas amam esse tipo de mescla de assuntos.

- **Exemplo 5:** Qual a Taxa composta trimestral Equivalente a 6% ao semestre capitalizados mensalmente?

Observe que a banca nos fornece uma Taxa Nominal.

Taxa Nominal é a taxa de juros cuja unidade de tempo **não coincide** com a unidade de tempo do período de capitalização. Observe que a taxa fornecida no enunciado é uma taxa nominal.

$$i_{Nominal} = 6\% \; ao \; semestre \; capitalizados \; mensalmente$$

Então, **antes de calcular a Taxa Equivalente**, devemos converter a Taxa Nominal em Taxa Efetiva. Lembra como se faz a conversão?

Devemos passar para a unidade de tempo do período de capitalização. Então, tenha em mente: "**quem manda é o período de capitalização**".

E como passamos da unidade de tempo do período da taxa nominal para a unidade de tempo do período de capitalização?

Basta fazermos uma simples divisão/multiplicação. Em 1 semestre há 6 meses. Logo, a Taxa Efetiva será igual a:

$$i_{efetiva} = \frac{6\%}{6} \quad \rightarrow \quad i_{efetiva} = 1\% \text{ ao mês capitalizados mensalmente}$$

Ou, simplesmente,

$$\boxed{\boldsymbol{i_{efetiva} = 1\% \text{ ao mês}}}$$

Vamos, agora, calcular a Taxa trimestral equivalente à Taxa mensal de 1%. Ou seja, a Taxa mensal capitalizada por 3 meses (1 trimestre) será igual a que Taxa Equivalente trimestral?

$$(1 + i_{mensal})^3 = (1 + i_{trimestral})$$

$$(1 + 0{,}01)^3 = (1 + i_{trimestral})$$

$$1{,}01^3 = 1 + i_{trimestral}$$

$$1{,}030301 = 1 + i_{trimestral}$$

$$i_{trimestral} = 1{,}030301 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_{trimestral} \cong 0{,}0303 \ \ ou \ \ 3{,}03\%}$$

Exemplo 6: Qual a Taxa composta bimestral Equivalente a 10% ao ano capitalizados semestralmente?

Dados: $\sqrt[3]{1{,}05} = 1{,}0164$

Observe que a banca nos fornece uma Taxa Nominal.

Taxa Nominal é a taxa de juros cuja unidade de tempo **não coincide** com a unidade de tempo do período de capitalização. Observe que a taxa fornecida no enunciado é uma taxa nominal.

$$i_{Nominal} = 10\% \text{ ao ano capitalizados semestralmente}$$

Então, **antes de calcular a Taxa Equivalente**, devemos converter a Taxa Nominal em Taxa Efetiva. Lembra como se faz a conversão?

Devemos passar para a unidade de tempo do período de capitalização. Então, tenha em mente: "**quem manda é o período de capitalização**".

E como passamos da unidade de tempo do período da taxa nominal para a unidade de tempo do período de capitalização?

Basta fazermos uma simples divisão/multiplicação. Em 1 ano há 2 semestres. Logo, a Taxa Efetiva será igual a:

$$i_{efetiva} = \frac{10\%}{2} \quad \rightarrow \quad i_{efetiva} = 5\% \ ao\ semestre\ capitalizados\ semestralmente$$

Ou, simplesmente,

$$\boxed{\boldsymbol{i_{efetiva} = 5\%\ ao\ semestre}}$$

Vamos, agora, calcular a Taxa bimestral equivalente à Taxa semestral de 5%. Ou seja, qual Taxa bimestral que capitalizada por 3 bimestres (1 semestre) será equivalente a 5% ao semestre?

$$(1 + i_{bimestral})^3 = (1 + i_{semestral})$$

$$(1 + i_{bimestral})^3 = (1 + 0{,}05)$$

$$(1 + i_{bimestral})^3 = 1{,}05$$

$$1 + i_{bimestral} = \sqrt[3]{1{,}05}$$

$$1 + i_{bimestral} = 1{,}0164$$

$$i_{bimestral} = 1{,}0164 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_{bimestral} = 0,0164\ \ ou\ \ 1,64\%}$$

Conforme comentei, irei apresentar a **fórmula para o cálculo da Taxa Equivalente** ao final dos exemplos. Porém, não apenas a decore. Tente entender o uso da fórmula de acordo com os exemplos acima e com as questões de concursos que faremos em seguida.

$$\boxed{\boldsymbol{i_{quero} = (1 + i_{enunciado})^{(n_{quero}/n_{enunciado})} - 1}}$$

Atente-se para o fato que **a Taxa do enunciado DEVE ser a Taxa Efetiva**. Então, se a banca fornecer a Taxa Nominal, antes de aplicar a fórmula, certifique-se de fazer a conversão da Taxa Nominal para a Taxa Efetiva.

Vejamos o segundo Exemplo resolvido com essa equação:

- **Exemplo 2:** Qual a Taxa composta anual Equivalente a 16% ao semestre?

$$i_{quero} = (1 + i_{enunciado})^{(n_{quero}/n_{enunciado})} - 1$$

$$i_{quero} = (1 + 0{,}16)^{(2/1)} - 1$$

$$i_{quero} = 1{,}16^2 - 1$$

$$i_{quero} = 1{,}3456 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_{quero} = 0{,}3456 \ \ ou \ \ 34{,}56\%}$$

Observe que n_{quero} é igual a 2, uma vez que, em 1 ano há 2 semestres.

Vamos às questões de concursos sobre esse tópico.

(Inédita - 2022) Um financiamento, sob regime de juros compostos, é firmado com taxa semestral de juros de 12% capitalizados bimestralmente.

A taxa semestral efetiva nessa contratação é de aproximadamente:

a) 12,00%
b) 12,25%
c) 12,36%
d) 12,49%
e) 12,56%

Comentários:

Primeiro passo é converter a Taxa Nominal para a Taxa Efetiva.

Taxa Nominal é a taxa de juros cuja unidade de tempo **não coincide** com a unidade de tempo do período de capitalização. Observe que a taxa fornecida no enunciado é uma taxa nominal.

$$i_{Nominal} = 12\% \ ao \ ano \ capitalizada \ bimestralmente$$

Em 1 semestre há 3 bimestres. Então, a Taxa Efetiva bimestral será igual a:

$$i_{Efetiva \ Bimestral} = \frac{12\%}{3} \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{i_{Efetiva \ Bimestral} = 4\% \ a.b.}}$$

Segundo passo é calcular a Taxa Efetiva semestral equivalente à Taxa Efetiva trimestral de 4%.

Ou seja, uma taxa efetiva bimestral capitalizada por 3 bimestres (1 semestre) resultará em que taxa efetiva semestral?

Para acharmos a taxa equivalente tomamos como base a **potenciação**.

$$(1 + i_{bimestral})^3 = (1 + i_{semestral})$$

$$(1 + 0{,}04)^3 = (1 + i_{semestral})$$

$$1{,}04^3 = 1 + i_{semestral}$$

$$1{,}1249 = 1 + i_{semestral}$$

$$i_{semestral} = 1{,}1249 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_{semestral} = 0,1249 \ \ ou \ \ 12,49\%}$$

Gabarito: Alternativa **C**

(Pref. Porto Alegre – 2019 - Adaptada) Em um sistema composto de capitalização, a taxa de 5% ao mês é equivalente a uma taxa anual de:

Dado: $\boldsymbol{1,05^6 = 1,3401}$

a) 60%
b) 65%
c) 70,29%
d) 75,49%
e) 79,59%

Comentários:

O enunciado nos questiona a Taxa Equivalente anual. Ou seja, a Taxa mensal capitalizada por 12 meses (1 ano) será igual a que Taxa Equivalente anual?

$$(1 + i_{mensal})^{12} = (1 + i_{anual})$$

$$(1 + 0{,}05)^{12} = (1 + i_{anual})$$

$$1{,}05^{12} = 1 + i_{anual}$$

Observe que a banca não fornece a potência de 1,05 elevado a 12 e sim elevado a 6. Neste ponto, iremos <u>manipular algebricamente</u> a potência e continuar com os cálculos.

$$1{,}05^{12} = 1 + i_{anual}$$

$$1{,}05^6 \times 1{,}05^6 = 1 + i_{anual}$$

$$1{,}3401 \times 1{,}3401 = 1 + i_{anual}$$

$$1{,}7959 = 1 + i_{anual}$$

$$i_{anual} = 1{,}7959 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_{anual} = 0{,}7959 \ \ ou \ \ 79{,}59\%}$$

Gabarito: Alternativa **E**

(CGE RN - 2019) Uma financeira deseja aplicar uma taxa mensal, no regime de capitalização composta, que é equivalente a taxa bimestral de 5,0625%. Desse modo a taxa aplicada pela financeira deve ser de:

Considere $\left(\boldsymbol{1{,}050625^{0{,}5} = 1{,}025}\right)$; $\left(\boldsymbol{0{,}050625^{0{,}5} = 0{,}225}\right)$ $\boldsymbol{e}$ $\left(\boldsymbol{1{,}50625^{0{,}5} = 1{,}2273}\right)$

a) 2,5%
b) 2,53125%
c) 2,25%
d) 2,27%

Comentários:

O enunciado nos questiona a Taxa mensal equivalente à Taxa bimestral de 5,0625%. Ou seja, qual Taxa mensal que capitalizada por 2 meses (1 bimestre) será igual a 5,0625%?

$$(1 + i_{mensal})^2 = (1 + i_{bimestral})$$

$$(1 + i_{mensal})^2 = (1 + 0{,}050625)$$

$$(1 + i_{mensal})^2 = 1{,}050625$$

$$1 + i_{mensal} = \sqrt{1{,}050625}$$

Lembrando que calcular a raiz quadrada de um número é a mesma operação que elevar este número a 1/2.

$$\sqrt[n]{x} = x^{1/n}$$

$$para\ n = 2 \ \rightarrow \ \sqrt[2]{x} = x^{1/2}$$

Continuando com os cálculos.

$$1 + i_{mensal} = (1{,}050625)^{1/2}$$

$$1 + i_{mensal} = (1{,}050625)^{0{,}5}$$

$$1 + i_{mensal} = 1{,}025$$

$$i_{mensal} = 1{,}025 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_{mensal} = 0{,}025 \ \ ou \ \ 2{,}5\%}$$

Gabarito: Alternativa **A**

(CGE RN - 2019) A taxa efetiva bimestral que é equivalente a uma taxa nominal anual de 36% capitalizados mensalmente é:

Considere $(\mathbf{1,03^2 = 1,0609})$; $\left(\mathbf{1,36^{1/6} = 1,0526}\right)$ $\boldsymbol{e}$ $(\mathbf{0,3^2 = 0,09})$

a) 6%
b) 6,09%
c) 9%
d) 5,26%

Comentários:

Observe que a banca nos fornece uma Taxa Nominal.

Taxa Nominal é a taxa de juros cuja unidade de tempo **não coincide** com a unidade de tempo do período de capitalização. Observe que a taxa fornecida no enunciado é uma taxa nominal.

$$i_{Nominal} = 36\%\ ao\ ano\ capitalizados\ mensalmente$$

Então, antes de calcular a Taxa Equivalente, devemos converter a Taxa Nominal em Taxa Efetiva. Em 1 ano há 12 meses. Logo, a Taxa Efetiva será igual a:

$$i_{efetiva} = \frac{36\%}{12} \quad \rightarrow \quad i_{efetiva} = 3\%\ ao\ mês\ capitalizados\ mensalmente$$

Ou, simplesmente,

$$\boxed{\boldsymbol{i_{efetiva} = 3\%\ ao\ mês}}$$

Vamos, agora, calcular a Taxa bimestral equivalente à Taxa mensal de 3%. Ou seja, a Taxa mensal capitalizada por 2 meses (1 bimestre) será igual a que Taxa Equivalente bimestral?

$$(1 + i_{mensal})^2 = (1 + i_{bimestral})$$

$$(1 + 0{,}03)^2 = (1 + i_{bimestral})$$

$$1{,}03^2 = 1 + i_{bimestral}$$

$$1{,}0609 = 1 + i_{bimestral}$$

$$i_{bimestral} = 1{,}0609 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_{bimestral} = 0,0609\ \ ou\ \ 6,09\%}$$

Gabarito: Alternativa **B**

(Pref. Porto Alegre - 2019) A taxa de 15% ao ano, capitalizada ao quadrimestre, tem como taxa efetiva anual:

a) 60%
b) 45%
c) 25,24%
d) 15,76%
e) 12,68%

Comentários:

Perceba que a banca nos fornece uma Taxa Nominal, isto é, uma taxa cuja unidade de tempo **não coincide** com a unidade de tempo do período de capitalização.

$$i_{Nominal} = 15\% \; ao \; ano \; capitalizados \; quadrimestralmente$$

Então, antes de calcular a Taxa Equivalente questionada pela banca, vamos converter a Taxa Nominal em Taxa Efetiva. Em 1 ano há 3 quadrimestres.

$$i_{efetiva} = \frac{15\%}{3} \quad \rightarrow \quad i_{efetiva} = 5\% \; ao \; quadrimestre \; capitalizados \; quadrimestralmente$$

Ou, simplesmente,

$$\boxed{\boldsymbol{i_{efetiva} = 5\% \; ao \; quadrimestre}}$$

Vamos, agora, calcular a Taxa anual equivalente a Taxa quadrimestral de 5%. Ou seja, a Taxa Quadrimestral de 5% capitalizada por 3 quadrimestres (1 ano), será equivalente a qual Taxa anual?

$$\left(1 + i_{quadrimestral}\right)^3 = (1 + i_{anual})$$

$$(1 + 0{,}05)^3 = (1 + i_{anual})$$

$$1{,}05^3 = 1 + i_{anual}$$

$$1{,}1576 = 1 + i_{anual}$$

$$i_{anual} = 1{,}1576 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_{anual} = 0{,}1576 \; ou \; 15{,}76\%}$$

Gabarito: Alternativa **D**

Convenção Exponencial x Convenção Linear

Até então, nos exercícios, estávamos calculando o Montante e os Juros para períodos inteiros de tempo. Por exemplo, a Taxa era mensal e o período (também) era em meses.

Mas se, nesse mesmo exemplo, a Taxa fosse igual a 10% ao mês e o tempo de aplicação fosse igual a, digamos, quatro meses e quinze dias. Como proceder?

Perceba que o período é composto por **uma parte inteira** (quatro meses) **e outra fracionária** (15 dias). Nesse caso, para calcular o Montante, 2 convenções são utilizadas: a Convenção Exponencial e a Convenção Linear.

Convenção Exponencial

Nessa convenção, é utilizado o **regime de Capitalização Composta para TODO o período**, isto é, tanto para a parte inteira quanto para a parte fracionária.

A fórmula a ser utilizada é a mesma que aprendemos no início da aula.

$$\boxed{\boldsymbol{M = C \times (1 + i)^t}}$$

Em nosso exemplo acima, que a Taxa i é de 10% ao mês e o tempo de aplicação t é de 4 meses e 15 dias, o Montante de uma aplicação de Capital C igual a R$ 100,00 seria igual a:

Dados: $1{,}1^{4{,}5} = 1{,}5356$

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 100 \times (1 + 0{,}1)^{4{,}5}$$

$$M = 100 \times 1{,}1^{4{,}5}$$

$$M = 100 \times 1{,}5356 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{M = 153{,}56}$$

Atente-se para a **conversão** da unidade do tempo de aplicação (mês e dia) para a unidade da taxa de juros (mensal) pois **necessariamente** devem coincidir. 4 meses e 15 dias é igual a 4 meses e meio, isto é, 4,5 meses.

Fique tranquilo que, em questões que exigem convenção exponencial, a banca fornece os dados que serão necessários para o cálculo da potência.

Convenção Linear

Já na Convenção Linear, iremos utilizar o **regime de Capitalização Composta para a parte inteira** do tempo de aplicação e o **regime de Capitalização Simples para a parte fracionária**.

Então, no mesmo exemplo anterior, calcularíamos o Montante para um período de 4 meses (parte inteira) utilizando a fórmula de Juros Compostos e, posteriormente, com o resultado calculado, aplicaríamos a fórmula dos Juros Simples para a parte fracionária (meio mês).

Vejamos como resolver.

Dados: $1{,}1^4 = 1{,}4641$

1. Calcular o Montante em **regime de Juros Compostos para a parte inteira** do período de aplicação (4 meses):

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 100 \times (1 + 0{,}1)^4$$

$$M = 100 \times 1{,}1^4$$

$$M = 100 \times 1{,}4641 \quad \rightarrow \quad M = 146{,}41$$

2. De posse do Montante calculado acima, utilizar a **fórmula dos Juros Simples para a parte fracionária** (15 dias):

$$M = C \times (1 + i \times t)$$

$$M = 146{,}41 \times (1 + 0{,}1 \times 0{,}5)$$

Observe que convertemos a unidade do tempo de aplicação (15 dias) para a unidade da taxa de juros (mensal) pois **necessariamente** devem coincidir. 15 dias é igual a meio (0,5) mês.

$$M = 146{,}41 \times (1 + 0{,}05)$$

$$M = 146{,}41 \times 1{,}05 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{M = 157{,}73}$$

Existe uma fórmula para o cálculo direto do Montante pela Convenção Linear. Mas, como expliquei na parte de Taxas Equivalentes, **uma vez entendido o que fazer**, **não precisa decorar a fórmula**.

Fórmula do Montante pela **Convenção Linear:**

$$\boldsymbol{M = C \times (1+i)^{t_1} \times (1 + i \times t_2)}$$

Onde,

$t_1 = parte\ inteira\ do\ período\ de\ aplicação$

$t_2 = parte\ fracionária\ do\ período\ de\ aplicação$

Perceba que essa fórmula, nada mais é que a aglutinação dos dois passos que fizemos acima.

Primeiro, aplicamos **Juros Compostos para a parte inteira** do período de aplicação e, posteriormente, **Juros Simples para a parte fracionária**.

$$M = C \times \underbrace{(1+i)^{t_1}}_{\substack{parte \\ inteira}} \times \underbrace{(1 + i \times t_2)}_{\substack{parte \\ fracionária}}$$

Vamos esquematizar essa distinção entre as convenções:

ESQUEMATIZANDO

Convenção Exponencial x Convenção Linear

Convenção Exponencial:

↓

Juros Compostos para TODO o período (tanto parte inteira quanto parte fracionária)

↓

$$M = C \times (1+i)^t$$

Convenção Linear:

↓

Juros Compostos → Parte inteira

Juros Simples → Parte fracionária

↓

$$M = C \times \underbrace{(1+i)^{t_1}}_{\substack{parte \\ inteira}} \times \underbrace{(1 + i \times t_2)}_{\substack{parte \\ fracionária}}$$

Vejamos como esse tópico é cobrado em concursos.

HORA DE PRATICAR!

(SMF Campinas - 2019) A empresa A contrata a empresa B para prestação de um serviço cujo valor à vista é V. Pelo contrato, A vai pagar B no prazo de 2 anos e meio, em uma única parcela que incluirá o valor à vista mais juros contratuais de 10% ao ano. Se o contrato firmado entre as partes para a quitação da dívida prevê taxa de juros compostos com convenção linear, então o valor mais próximo do total de juros que B deve pagar a A ao quitar a dívida no prazo é de, aproximadamente:

a) 0,25V
b) 0,20V
c) 0,27V
d) 0,30V
e) 2,50V

Comentários:

Observe que a Taxa é anual e o prazo de pagamento é composto por uma parte inteira (2 anos) e outra fracionária (meio ano). O enunciado nos informa que é adotada a Convenção Linear.

Iremos calcular, então, o Montante para a parte inteira do período (2 anos) utilizando a fórmula dos Juros Compostos.

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = V \times (1 + 0{,}1)^2$$

$$M = V \times 1{,}1^2 \quad \rightarrow \quad M = 1{,}21V$$

E, em seguida, calcular o Montante final utilizando a fórmula dos Juros Simples para a parte fracionária (meio ano).

$$M = C \times (1 + i \times t)$$

$$M = 1{,}21V \times (1 + 0{,}1 \times 0{,}5)$$

$$M = 1{,}21V \times (1 + 0{,}05)$$

$$M = 1{,}21V \times 1{,}05 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{M \cong 1{,}27V}}$$

Então o valor mais próximo do total de juros que B deve pagar a A ao quitar a dívida no prazo é de, aproximadamente:

$$J = M - C$$

$$J = 1{,}27V - V \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{J = 0{,}27V}$$

Gabarito: Alternativa **C**

(SEFAZ RJ – 2014) Sabe-se que um capital é aplicado, durante 2 meses e 12 dias, à taxa de juros compostos de 2% ao mês. Utilizando a convenção linear, obteve-se que, no final do prazo de aplicação, o valor dos juros simples correspondente ao período de 12 dias foi igual a R$ 104,04. Este mesmo capital, aplicado durante 2 bimestres, a uma taxa de juros compostos de 4% ao bimestre, apresentará no final do período um total de juros igual a

a) R$ 1.020,00
b) R$ 959,60
c) R$ 938,40
d) R$ 897,60
e) R$ 877,20

Comentários:

Questão bastante interessante que caiu na prova de Auditor Fiscal da Secretaria da Fazenda do Estado do Rio de Janeiro.

Um capital é aplicado, durante 2 meses e 12 dias, à taxa de juros compostos de 2% ao mês pela convenção linear. O valor dos juros simples correspondente ao período de 12 dias foi igual a R$ 104,04.

Estudamos que, pela convenção linear, a parte fracionária é calculada pelas fórmulas do Regime de Juros Simples. Então, o valor do Capital para o cálculo da parte fracionária será:

$$J = C \times i \times t$$

$$104{,}04 = C \times 0{,}02 \times \frac{12}{30}$$

Atente-se para a conversão da unidade do tempo fracionário de aplicação (dia) para a unidade da taxa de juros (mensal) pois **necessariamente** devem coincidir. 12 dias é igual a 12/30 do mês.

$$104{,}04 = C \times 0{,}02 \times \frac{12}{30}$$

$$C = \frac{104{,}04 \times 30}{12 \times 0{,}02} \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{C = 13.005}}$$

Perceba que esse Capital que calculamos equivale ao Montante final da aplicação da parte inteira.

Vamos esmiuçar essa parte para você entender.

Na convenção linear, aplicamos um Capital Inicial e achamos o Montante para o período inteiro do tempo de aplicação. Depois, de posse desse Montante (que agora é o Capital da fórmula dos Juros Simples) calculamos a parte final relativa à parte fracionária.

Observe que este exercício é o **"caminho inverso"** do que estamos acostumados a fazer. O Capital calculado de R$ 13.005 é o Montante resultante da parte inteira que foi capitalizado em Juros Simples na parte fracionária e rende R$ 104,04 de Juros.

Iremos agora calcular o Capital Inicial da operação e vamos utilizar a fórmula dos Juros Compostos para a parte inteira do tempo de aplicação.

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$13.005 = C \times (1 + 0{,}02)^2$$

$$13.005 = C \times 1{,}02^2$$

$$13.005 = C \times 1{,}0404$$

$$C = \frac{13.005}{1{,}0404} \rightarrow \boxed{\boldsymbol{C = 12.500}}$$

Este mesmo capital, aplicado durante 2 bimestres, a uma taxa de juros compostos de 4% ao bimestre, apresentará ao final do período um Montante de:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 12.500 \times (1 + 0{,}04)^2$$

$$M = 12.500 \times 1{,}04^2$$

$$M = 12.500 \times 1{,}0816 \rightarrow \boxed{\boldsymbol{M = 13.520}}$$

De posse do Montante e do Capital, calculamos os Juros questionados pela banca.

$$J = M - C$$

$$J = 13.520 - 12.500 \rightarrow \boldsymbol{J = 1.020}$$

Gabarito: Alternativa **A**

(SEFAZ PB – 2006) Um capital no valor de R$ 20.000,00 foi investido a uma taxa de juros compostos de 10% ao ano, durante 2 anos e 3 meses. O montante no final do período, adotando a convenção linear, foi igual a

a) R$ 22.755,00
b) R$ 23.780,00
c) R$ 24.805,00
d) R$ 24.932,05
e) R$ 25.500,00

Comentários:

Vamos utilizar diretamente a fórmula do Montante na Convenção Linear.

$$M = C \times (1+i)^{t_1} \times (1 + i \times t_2)$$

Onde,

$t_1 = parte\ inteira\ do\ período\ de\ aplicação = 2\ anos$

$t_2 = parte\ fracionária\ do\ período\ de\ aplicação = 3\ meses = 0{,}25\ ano$

Atente-se para a **conversão** da unidade do tempo fracionário de aplicação (mês) para a unidade da taxa de juros (anual) pois **necessariamente** devem coincidir.

$$t_2 = 3\ meses \quad \rightarrow \quad t_2 = \frac{3}{12}\ ano \quad \rightarrow \quad t_2 = 0{,}25\ ano$$

Logo, o Montante será igual a:

$$M = C \times (1+i)^{t_1} \times (1 + i \times t_2)$$

$$M = 20.000 \times (1+0{,}1)^2 \times (1 + 0{,}1 \times 0{,}25)$$

$$M = 20.000 \times 1{,}1^2 \times (1 + 0{,}025)$$

$$M = 20.000 \times 1{,}21 \times 1{,}025 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{M = 24.805}$$

Gabarito: Alternativa **C**

TABELA FINANCEIRA - FATOR DE ACUMULAÇÃO DE CAPITAIS

Em Juros Compostos, utilizaremos constantemente a potência relacionada ao **Fator de Acumulação de Capitais** $(1+i)^t$, que é a série que nos informa a acumulação de capitais tomando como base uma taxa em determinado período de tempo.

$$\boldsymbol{(1+i)^t} \quad \rightarrow \quad \textit{fator de acumulação de capitais}$$

Pense como seria trabalhoso em uma prova, no meio de uma questão de Juros Compostos, resolver a seguinte passagem:

$$(1+0{,}07)^9$$

Seria bastante complicado, certo? Algumas bancas fornecem esse valor nos dados do enunciado. Já outras, fornecem uma tabela financeira para que o candidato busque o valor.

Vamos aprender agora como usar esta tabela em Juros Compostos.

Uma **tabela financeira de fator de acumulação de capitais** tem o seguinte aspecto:

Fator de Acumulação de Capitais $(1+i)^t$

	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%
1	1,0100	1,0200	1,0300	1,0400	1,0500	1,0600	1,0700	1,0800	1,0900	1,1000
2	1,0201	1,0404	1,0609	1,0816	1,1025	1,1236	1,1449	1,1664	1,1881	1,2100
3	1,0303	1,0612	1,0927	1,1249	1,1576	1,1910	1,2250	1,2597	1,2950	1,3310
4	1,0406	1,0824	1,1255	1,1699	1,2155	1,2625	1,3108	1,3605	1,4116	1,4641
5	1,0510	1,1041	1,1593	1,2167	1,2763	1,3382	1,4026	1,4693	1,5386	1,6105
6	1,0615	1,1262	1,1941	1,2653	1,3401	1,4185	1,5007	1,5869	1,6771	1,7716
7	1,0721	1,1487	1,2299	1,3159	1,4071	1,5036	1,6058	1,7138	1,8280	1,9487
8	1,0829	1,1717	1,2668	1,3686	1,4775	1,5938	1,7182	1,8509	1,9926	2,1436
9	1,0937	1,1951	1,3048	1,4233	1,5513	1,6895	1,8385	1,9990	2,1719	2,3579
10	1,1046	1,2190	1,3439	1,4802	1,6289	1,7908	1,9672	2,1589	2,3674	2,5937
11	1,1157	1,2434	1,3842	1,5395	1,7103	1,8983	2,1049	2,3316	2,5804	2,8531
12	1,1268	1,2682	1,4258	1,6010	1,7959	2,0122	2,2522	2,5182	2,8127	3,1384
13	1,1381	1,2936	1,4685	1,6651	1,8856	2,1329	2,4098	2,7196	3,0658	3,4523
14	1,1495	1,3195	1,5126	1,7317	1,9799	2,2609	2,5785	2,9372	3,3417	3,7975
15	1,1610	1,3459	1,5580	1,8009	2,0789	2,3966	2,7590	3,1722	3,6425	4,1772

- Essa é uma tabela para o fator $(1+\mathrm{i})^{\mathrm{t}}$ na qual "i" está na coluna e "t" está na linha.

Perceba que precisamos entrar com a Taxa na coluna e com o tempo de aplicação na linha e, assim, a tabela nos retornará o valor da potência.

Então, vamos voltar ao nosso exemplo e calcular a potência $(1+0{,}07)^9$.

Neste exemplo, $i = 0{,}07 \rightarrow 7\%$ e $t = 9$.

Buscaremos, então, o valor de 7% na coluna e de 9 unidades de tempo na linha.

$i = 7\%$

$t = 9$

	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%
1	1,0100	1,0200	1,0300	1,0400	1,0500	1,0600	1,0700	1,0800	1,0900	1,1000
2	1,0201	1,0404	1,0609	1,0816	1,1025	1,1236	1,1449	1,1664	1,1881	1,2100
3	1,0303	1,0612	1,0927	1,1249	1,1576	1,1910	1,2250	1,2597	1,2950	1,3310
4	1,0406	1,0824	1,1255	1,1699	1,2155	1,2625	1,3108	1,3605	1,4116	1,4641
5	1,0510	1,1041	1,1593	1,2167	1,2763	1,3382	1,4026	1,4693	1,5386	1,6105
6	1,0615	1,1262	1,1941	1,2653	1,3401	1,4185	1,5007	1,5869	1,6771	1,7716
7	1,0721	1,1487	1,2299	1,3159	1,4071	1,5036	1,6058	1,7138	1,8280	1,9487
8	1,0829	1,1717	1,2668	1,3686	1,4775	1,5938	1,7182	1,8509	1,9926	2,1436
9	1,0937	1,1951	1,3048	1,4233	1,5513	1,6895	$\boxed{1{,}8385}$	1,9990	2,1719	2,3579
10	1,1046	1,2190	1,3439	1,4802	1,6289	1,7908	1,9672	2,1589	2,3674	2,5937
11	1,1157	1,2434	1,3842	1,5395	1,7103	1,8983	2,1049	2,3316	2,5804	2,8531
12	1,1268	1,2682	1,4258	1,6010	1,7959	2,0122	2,2522	2,5182	2,8127	3,1384
13	1,1381	1,2936	1,4685	1,6651	1,8856	2,1329	2,4098	2,7196	3,0658	3,4523
14	1,1495	1,3195	1,5126	1,7317	1,9799	2,2609	2,5785	2,9372	3,3417	3,7975
15	1,1610	1,3459	1,5580	1,8009	2,0789	2,3966	2,7590	3,1722	3,6425	4,1772

Ou seja,

$$(1+0{,}07)^9 = 1{,}8385$$

Vejamos algumas questões de concursos em que a banca fornece a <u>tabela financeira</u> para o candidato encontrar o resultado da potência.

(Pref. Porto Alegre RS – 2019) Qual o valor do montante composto recebido na aplicação de R$ 50.000,00, durante oito meses, o qual rende com uma taxa de 6% ao trimestre, capitalizada mensalmente?

Tabela para o fator $(1+i)^n$ na qual "i" está na coluna e "n" está na linha.

	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%
1	1,0100	1,0200	1,0300	1,0400	1,0500	1,0600	1,0700	1,0800	1,0900	1,1000
2	1,0201	1,0404	1,0609	1,0816	1,1025	1,1236	1,1449	1,1664	1,1881	1,2100
3	1,0303	1,0612	1,0927	1,1249	1,1576	1,1910	1,2250	1,2597	1,2950	1,3310
4	1,0406	1,0824	1,1255	1,1699	1,2155	1,2625	1,3108	1,3605	1,4116	1,4641
5	1,0510	1,1041	1,1593	1,2167	1,2763	1,3382	1,4026	1,4693	1,5386	1,6105
6	1,0615	1,1262	1,1941	1,2653	1,3401	1,4185	1,5007	1,5869	1,6771	1,7716
7	1,0721	1,1487	1,2299	1,3159	1,4071	1,5036	1,6058	1,7138	1,8280	1,9487
8	1,0829	1,1717	1,2668	1,3686	1,4775	1,5938	1,7182	1,8509	1,9926	2,1436
9	1,0937	1,1951	1,3048	1,4233	1,5513	1,6895	1,8385	1,9990	2,1719	2,3579
10	1,1046	1,2190	1,3439	1,4802	1,6289	1,7908	1,9672	2,1589	2,3674	2,5937
11	1,1157	1,2434	1,3842	1,5395	1,7103	1,8983	2,1049	2,3316	2,5804	2,8531
12	1,1268	1,2682	1,4258	1,6010	1,7959	2,0122	2,2522	2,5182	2,8127	3,1384
13	1,1381	1,2936	1,4685	1,6651	1,8856	2,1329	2,4098	2,7196	3,0658	3,4523
14	1,1495	1,3195	1,5126	1,7317	1,9799	2,2609	2,5785	2,9372	3,3417	3,7975
15	1,1610	1,3459	1,5580	1,8009	2,0789	2,3966	2,7590	3,1722	3,6425	4,1772

a) R$ 56.585,00
b) R$ 57.585,00
c) R$ 58.585,00
d) R$ 59.585,00
e) R$ 60.585,00

Comentários:

Primeiro passo é converter a Taxa Nominal para a Taxa Efetiva.

Taxa Nominal, como vimos, é a taxa de juros cuja unidade de tempo **não coincide** com a unidade de tempo do período de capitalização. Observe que a taxa fornecida no enunciado é uma taxa nominal.

$$i_{Nominal} = 6\%\ ao\ trimestre\ capitalizada\ mensalmente$$

Nunca resolva um exercício usando a taxa nominal. Sempre devemos passar para a unidade de tempo do período de capitalização. Então tenha em mente: "**quem manda é o período de capitalização**".

E como passamos da unidade de tempo do período da taxa nominal para a unidade de tempo do período de capitalização?

Basta fazermos uma simples divisão/multiplicação. Em 1 trimestre há 3 meses. Então, a Taxa Efetiva mensal será igual a:

$$i_{Efetiva\ mensal} = \frac{6\%}{3} \quad \rightarrow \quad i_{Efetiva\ mensal} = 2\%\ ao\ mês\ capitalizados\ mensalmente$$

Ou, simplesmente,

$$i_{Efetiva} = 2\% \ ao \ mês$$

- ✓ Essa será a taxa que iremos usar no problema.

Em regime de Juros Compostos, o Montante é calculado pela seguinte equação:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

Onde,

$M = Montante = ?$

$C = Capital = 50.000$

$i = Taxa \ de \ Juros = 2\% \ ao \ mês = 0{,}02$

$t = tempo = 8 \ meses$

Vamos substituir os valores e calcular o Montante.

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 50.000 \times (1 + 0{,}02)^8$$

Para calcular o valor da potência usaremos a Tabela Financeira com fator $(1 + i)^n$ pra $i = 2\%$ e $n = 8$.

Observe o valor na tabela abaixo.

$i = 2\%$ ↓

$t = 8$ →

	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%
1	1,0100	[illegible]	1,0300	1,0400	1,0500	1,0600	1,0700	1,0800	1,0900	1,1000
2	1,0201	[illegible]	1,0609	1,0816	1,1025	1,1236	1,1449	1,1664	1,1881	1,2100
3	1,0303	[illegible]	1,0927	1,1249	1,1576	1,1910	1,2250	1,2597	1,2950	1,3310
4	1,0406	[illegible]	1,1255	1,1699	1,2155	1,2625	1,3108	1,3605	1,4116	1,4641
5	1,0510	[illegible]	1,1593	1,2167	1,2763	1,3382	1,4026	1,4693	1,5386	1,6105
6	1,0615	[illegible]	1,1941	1,2653	1,3401	1,4185	1,5007	1,5869	1,6771	1,7716
7	1,0721	[illegible]	1,2299	1,3159	1,4071	1,5036	1,6058	1,7138	1,8280	1,9487
8	[illegible]	1,1717	1,2668	1,3686	1,4775	1,5938	1,7182	1,8509	1,9926	2,1436
9	1,0937	1,1951	1,3048	1,4233	1,5513	1,6895	1,8385	1,9990	2,1719	2,3579
10	1,1046	1,2190	1,3439	1,4802	1,6289	1,7908	1,9672	2,1589	2,3674	2,5937
11	1,1157	1,2434	1,3842	1,5395	1,7103	1,8983	2,1049	2,3316	2,5804	2,8531
12	1,1268	1,2682	1,4258	1,6010	1,7959	2,0122	2,2522	2,5182	2,8127	3,1384
13	1,1381	1,2936	1,4685	1,6651	1,8856	2,1329	2,4098	2,7196	3,0658	3,4523
14	1,1495	1,3195	1,5126	1,7317	1,9799	2,2609	2,5785	2,9372	3,3417	3,7975
15	1,1610	1,3459	1,5580	1,8009	2,0789	2,3966	2,7590	3,1722	3,6425	4,1772

Ou seja,

$$(1+0{,}02)^8 = 1{,}1717$$

Iremos substituir o valor da potência e calcular o Montante final.

$$M = 50.000 \times (1+0{,}02)^8$$

$$M = 50.000 \times 1{,}1717 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{M = 58.585}$$

Gabarito: Alternativa **C**

(BRDE – 2015) A Industrial Rio da Prata Ltda. contratou um financiamento bancário no valor de R$ 120.000,00 para ser liquidado em uma única vez, após 12 meses. A operação foi contratada a uma taxa de juros compostos, com capitalização mensal de 3% ao mês. Calcule o valor de liquidação do empréstimo, sabendo que quatro meses antes do vencimento a empresa fez um pagamento extra de R$ 40.000,00.

TABELA FINANCEIRA - FATOR DE ACUMULAÇÃO DE CAPITAL EM JUROS COMPOSTOS
FATOR (1+i)^n

n/i	0,5%	1,5%	2,0%	2,5%	3,0%	3,5%	4,0%
1	1,005000	1,015000	1,020000	1,025000	1,030000	1,035000	1,040000
2	1,010025	1,030225	1,040400	1,050625	1,060900	1,071225	1,081600
3	1,015075	1,045678	1,061208	1,076891	1,092727	1,108718	1,124864
4	1,020151	1,061364	1,082432	1,103813	1,125509	1,147523	1,169859
5	1,025251	1,077284	1,104081	1,131408	1,159274	1,187686	1,216653
6	1,030378	1,093443	1,126162	1,159693	1,194052	1,229255	1,265319
7	1,035529	1,109845	1,148686	1,188686	1,229874	1,272279	1,315932
8	1,040707	1,126493	1,171659	1,218403	1,266770	1,316809	1,368569
9	1,045911	1,143390	1,195093	1,248863	1,304773	1,362897	1,423312
10	1,051140	1,160541	1,218994	1,280085	1,343916	1,410599	1,480244
11	1,056396	1,177949	1,243374	1,312087	1,384234	1,459970	1,539454
12	1,061678	1,195618	1,268242	1,344889	1,425761	1,511069	1,601032

a) R$ 171.910,30
b) R$ 171.091,30
c) R$ 126.070,91
d) R$ 126.060,91
e) R$ 126.007,91

Comentários:

4 meses antes do vencimento, a empresa fez um pagamento de R$ 40.000,00. Ou seja, primeiro precisamos calcular o valor do Montante em 8 meses de financiamento. Se a empresa pagou este valor faltando 4 meses e o tempo total do financiamento é de 12 meses, o primeiro montante a ser calculado é o Montante decorrido 8 meses do início.

Vamos calcular, então, o Montante resultante de um Capital C de R$ 120.000 a uma taxa de juros i de 3% ao mês por um período t de 8 meses.

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 120.000 \times (1 + 0{,}03)^8$$

Para calcular o valor da potência usaremos a Tabela Financeira com fator $(1 + i)^n$ pra $i = 3\%$ e $n = 8$.

Observe o valor na tabela abaixo.

TABELA FINANCEIRA - FATOR DE ACUMULAÇÃO DE CAPITAL EM JUROS COMPOSTOS							
FATOR	(1+i)^n						
n/i	**0,5%**	**1,5%**	**2,0%**	**2,5%**	**3,0%**	**3,5%**	**4,0%**
1	1,005000	1,015000	1,020000	1,025000	1,030000	1,035000	1,040000
2	1,010025	1,030225	1,040400	1,050625	1,060900	1,071225	1,081600
3	1,015075	1,045678	1,061208	1,076891	1,092727	1,108718	1,124864
4	1,020151	1,061364	1,082432	1,103813	1,125509	1,147523	1,169859
5	1,025251	1,077284	1,104081	1,131408	1,159274	1,187686	1,216653
6	1,030378	1,093443	1,126162	1,159693	1,194052	1,229255	1,265319
7	1,035529	1,109845	1,148686	1,188686	1,229874	1,272279	1,315932
8	1,040707	1,126493	1,171659	1,218403	1,266770	1,316809	1,368569
9	1,045911	1,143390	1,195093	1,248863	1,304773	1,362897	1,423312
10	1,051140	1,160541	1,218994	1,280085	1,343916	1,410599	1,480244
11	1,056396	1,177949	1,243374	1,312087	1,384234	1,459970	1,539454
12	1,061678	1,195618	1,268242	1,344889	1,425761	1,511069	1,601032

Ou seja,

$$(1 + 0{,}03)^8 = 1{,}26677$$

Iremos substituir o valor da potência e calcular o Montante em 8 meses.

$$M = 120.000 \times (1 + 0{,}03)^8$$

$$M = 120.000 \times 1{,}26677 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{M = 152.012,40}}$$

Ao final desses 8 meses, houve um pagamento de R$ 40.000, restando a pagar um valor igual a:

$$pagar = 152.012{,}40 - 40.000{,}00 \quad \rightarrow \quad pagar = 112.012{,}40$$

Em cima desse Capital que resta a pagar, **incidirão Juros Compostos por mais 4 meses**.

Iremos utilizar novamente a fórmula do Montante em regime de Juros Compostos e calcular o Montante a pagar para liquidar o empréstimo que será igual a:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 112.012{,}40 \times (1 + 0{,}03)^4$$

Para calcular o valor da potência iremos utilizar novamente a Tabela Financeira com fator $(1+i)^n$ pra $i = 3\%$ e $n = 4$.

TABELA FINANCEIRA - FATOR DE ACUMULAÇÃO DE CAPITAL EM JUROS COMPOSTOS
FATOR (1+i)^n

n/i	0,5%	1,5%	2,0%	2,5%	3,0%	3,5%	4,0%
1	1,005000	1,015000	1,020000	1,025000	1,030000	1,035000	1,040000
2	1,010025	1,030225	1,040400	1,050625	1,060900	1,071225	1,081600
3	1,015075	1,045678	1,061208	1,076891	1,092727	1,108718	1,124864
4	1,020151	1,061364	1,082432	1,103813	1,125509	1,147523	1,169859
5	1,025251	1,077284	1,104081	1,131408	1,159274	1,187686	1,216653
6	1,030378	1,093443	1,126162	1,159693	1,194052	1,229255	1,265319
7	1,035529	1,109845	1,148686	1,188686	1,229874	1,272279	1,315932
8	1,040707	1,126493	1,171659	1,218403	1,266770	1,316809	1,368569
9	1,045911	1,143390	1,195093	1,248863	1,304773	1,362897	1,423312
10	1,051140	1,160541	1,218994	1,280085	1,343916	1,410599	1,480244
11	1,056396	1,177949	1,243374	1,312087	1,384234	1,459970	1,539454
12	1,061678	1,195618	1,268242	1,344889	1,425761	1,511069	1,601032

Ou seja,

$$(1+0{,}03)^4 \approx 1{,}1255$$

E, por fim, substituímos na equação acima e calculamos nosso gabarito:

$$M = 112.012{,}40 \times (1+0{,}03)^4$$

$$M = 112.012{,}40 \times 1{,}1255 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{M \approx 126.070,00}$$

Observe que **não poderíamos arredondar muito** pois as alternativas estão muito próximas umas das outras em termos de valor.

Gabarito: Alternativa **C**

(Pref. Porto Alegre – 2019) Em um sistema composto de capitalização, a taxa de 5% ao mês é equivalente a uma taxa anual de:

Tabela para o fator $\frac{1}{(1+i)^n}$ na qual "i" está na coluna e "n" está na linha.

	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%
1	0,9901	0,9804	0,9709	0,9615	0,9524	0,9434	0,9346	0,9259	0,9174	0,9091
2	0,9803	0,9612	0,9426	0,9246	0,9070	0,8900	0,8734	0,8573	0,8417	0,8264
3	0,9706	0,9423	0,9151	0,8890	0,8638	0,8396	0,8163	0,7938	0,7722	0,7513
4	0,9610	0,9238	0,8885	0,8548	0,8227	0,7921	0,7629	0,7350	0,7084	0,6830
5	0,9515	0,9057	0,8626	0,8219	0,7835	0,7473	0,7130	0,6806	0,6499	0,6209
6	0,9420	0,8880	0,8375	0,7903	0,7462	0,7050	0,6663	0,6302	0,5963	0,5645
7	0,9327	0,8706	0,8131	0,7599	0,7107	0,6651	0,6227	0,5835	0,5470	0,5132
8	0,9235	0,8535	0,7894	0,7307	0,6768	0,6274	0,5820	0,5403	0,5019	0,4665
9	0,9143	0,8368	0,7664	0,7026	0,6446	0,5919	0,5439	0,5002	0,4604	0,4241
10	0,9053	0,8203	0,7441	0,6756	0,6139	0,5584	0,5083	0,4632	0,4224	0,3855
11	0,8963	0,8043	0,7224	0,6496	0,5847	0,5268	0,4751	0,4289	0,3875	0,3505
12	0,8874	0,7885	0,7014	0,6246	0,5568	0,4970	0,4440	0,3971	0,3555	0,3186
13	0,8787	0,7730	0,6810	0,6006	0,5303	0,4688	0,4150	0,3677	0,3262	0,2897
14	0,8700	0,7579	0,6611	0,5775	0,5051	0,4423	0,3878	0,3405	0,2992	0,2633
15	0,8613	0,7430	0,6419	0,5553	0,4810	0,4173	0,3624	0,3152	0,2745	0,2394

a) 60%
b) 65%
c) 70,29%
d) 75,49%
e) 79,59%

Comentários:

Resolvemos essa mesma questão na parte de Taxas Equivalentes e, agora, vamos resolver através do auxílio da tabela financeira e irei mostrar **uma particularidade** que a banca pode cobrar na hora da prova.

O enunciado nos questiona a Taxa Equivalente anual. Ou seja, a Taxa mensal de 5% capitalizada por 12 meses (1 ano) será igual a que Taxa Equivalente anual?

$$(1 + i_{mensal})^{12} = (1 + i_{anual})$$

$$(1 + 0{,}05)^{12} = (1 + i_{anual})$$

Iremos utilizar a tabela financeira para o cálculo da potência. Porém, **observe que a banca nos fornece a tabela financeira**, **mas não para o valor** de $(1 + i)^t$, e sim para o valor de $1/(1 + i)^t$.

Então, **vamos calcular o valor na tabela dada e fazer o inverso do resultado encontrado**.

Tabela para o fator $\frac{1}{(1+i)^n}$ na qual "i" está na coluna e "n" está na linha.

	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%
1	0,9901	0,9804	0,9709	0,9615	0,9524	0,9434	0,9346	0,9259	0,9174	0,9091
2	0,9803	0,9612	0,9426	0,9246	0,9070	0,8900	0,8734	0,8573	0,8417	0,8264
3	0,9706	0,9423	0,9151	0,8890	0,8638	0,8396	0,8163	0,7938	0,7722	0,7513
4	0,9610	0,9238	0,8885	0,8548	0,8227	0,7921	0,7629	0,7350	0,7084	0,6830
5	0,9515	0,9057	0,8626	0,8219	0,7835	0,7473	0,7130	0,6806	0,6499	0,6209
6	0,9420	0,8880	0,8375	0,7903	0,7462	0,7050	0,6663	0,6302	0,5963	0,5645
7	0,9327	0,8706	0,8131	0,7599	0,7107	0,6651	0,6227	0,5835	0,5470	0,5132
8	0,9235	0,8535	0,7894	0,7307	0,6768	0,6274	0,5820	0,5403	0,5019	0,4665
9	0,9143	0,8368	0,7664	0,7026	0,6446	0,5919	0,5439	0,5002	0,4604	0,4241
10	0,9053	0,8203	0,7441	0,6756	0,6139	0,5584	0,5083	0,4632	0,4224	0,3855
11	0,8963	0,8043	0,7224	0,6496	0,5847	0,5268	0,4751	0,4289	0,3875	0,3505
12	0,8874	0,7885	0,7014	0,6246	0,5568	0,4970	0,4440	0,3971	0,3555	0,3186
13	0,8787	0,7730	0,6810	0,6006	0,5303	0,4688	0,4150	0,3677	0,3262	0,2897
14	0,8700	0,7579	0,6611	0,5775	0,5051	0,4423	0,3878	0,3405	0,2992	0,2633
15	0,8613	0,7430	0,6419	0,5553	0,4810	0,4173	0,3624	0,3152	0,2745	0,2394

$$\frac{1}{(1+0{,}05)^{12}} = 0{,}5568$$

$$(1+0{,}05)^{12} = \frac{1}{0{,}5568} \quad \rightarrow \quad (1+0{,}05)^{12} = 1{,}7959$$

Vamos substituir na equação e calcular a Taxa mensal equivalente.

$$(1+0{,}05)^{12} = (1+i_{anual})$$

$$1{,}7959 = 1 + i_{anual}$$

$$i_{anual} = 1{,}7959 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_{anual} = 0{,}7959 \ \ ou \ \ 79{,}59\%}$$

Gabarito: Alternativa **E**

Chegamos ao fim da teoria. Iremos comentar agora uma **bateria de questões de concursos** que sintetizam todo o conteúdo estudado.

RESUMO DA AULA

Cálculo do Montante e dos Juros Compostos

Juros Compostos

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$J = M - C \quad ou \quad J = C \times [(1 + i)^t - 1]$$

- "i" e "t" ***obrigatoriamente*** na ***mesma unidade*** de *grandeza*

Taxa Nominal e Taxa Efetiva

Divisão/Multiplicação $\longrightarrow$ "Quem manda é o período de capitalização"

Taxa Efetiva

Unidade de tempo da taxa **é coincidente** com a unidade de tempo do período de capitalização

Taxa Nominal

Unidade de tempo da taxa **NÃO É coincidente** com a unidade de tempo do período de capitalização

Taxas Equivalentes

Taxas Equivalentes são as taxas de juros com **unidades de tempo diferentes** que, **aplicadas a um mesmo Capital,** por um mesmo período, sob o <u>regime de juros compostos</u>, produziriam **o mesmo Montante** (e, por consequência, mesmo Juro).

Diferentemente do que ocorre no Regime de Capitalização Simples, <u>em Juros Compostos,</u> **as Taxas Equivalentes NÃO SÃO proporcionais**.

Para calcular a Taxa Equivalente, iremos tomar como base a **potenciação**.

Convenção Exponencial x Convenção Linear

Convenção Exponecial x **Convenção Linear**

Convenção Exponecial ↓

Juros Compostos para TODO o período (tanto parte inteira quanto parte fracionária)

↓

$$M = C \times (1+i)^t$$

Convenção Linear ↓

Juros Compostos → Parte inteira

Juros Simples → Parte fracionária

↓

$$M = C \times \underbrace{(1+i)^{t_1}}_{\text{parte inteira}} \times \underbrace{(1+i \times t_2)}_{\text{parte fracionária}}$$

Tabela Financeira – Fator de Acumulação de Capitais

Uma **tabela financeira de fator de acumulação de capitais** tem o seguinte aspecto:

Fator de Acumulação de Capitais $(1+i)^t$

	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%
1	1,0100	1,0200	1,0300	1,0400	1,0500	1,0600	1,0700	1,0800	1,0900	1,1000
2	1,0201	1,0404	1,0609	1,0816	1,1025	1,1236	1,1449	1,1664	1,1881	1,2100
3	1,0303	1,0612	1,0927	1,1249	1,1576	1,1910	1,2250	1,2597	1,2950	1,3310
4	1,0406	1,0824	1,1255	1,1699	1,2155	1,2625	1,3108	1,3605	1,4116	1,4641
5	1,0510	1,1041	1,1593	1,2167	1,2763	1,3382	1,4026	1,4693	1,5386	1,6105
6	1,0615	1,1262	1,1941	1,2653	1,3401	1,4185	1,5007	1,5869	1,6771	1,7716
7	1,0721	1,1487	1,2299	1,3159	1,4071	1,5036	1,6058	1,7138	1,8280	1,9487
8	1,0829	1,1717	1,2668	1,3686	1,4775	1,5938	1,7182	1,8509	1,9926	2,1436
9	1,0937	1,1951	1,3048	1,4233	1,5513	1,6895	1,8385	1,9990	2,1719	2,3579
10	1,1046	1,2190	1,3439	1,4802	1,6289	1,7908	1,9672	2,1589	2,3674	2,5937
11	1,1157	1,2434	1,3842	1,5395	1,7103	1,8983	2,1049	2,3316	2,5804	2,8531
12	1,1268	1,2682	1,4258	1,6010	1,7959	2,0122	2,2522	2,5182	2,8127	3,1384
13	1,1381	1,2936	1,4685	1,6651	1,8856	2,1329	2,4098	2,7196	3,0658	3,4523
14	1,1495	1,3195	1,5126	1,7317	1,9799	2,2609	2,5785	2,9372	3,3417	3,7975
15	1,1610	1,3459	1,5580	1,8009	2,0789	2,3966	2,7590	3,1722	3,6425	4,1772

- Essa é uma tabela para o fator $(1+\mathrm{i})^{\mathrm{t}}$ na qual “i” está na coluna e “t” está na linha.

QUESTÕES COMENTADAS – BANCAS DIVERSAS

Capitalização Composta - Aspectos Matemáticos

1. **(CESGRANRIO / BANRISUL - 2023) O diretor financeiro de uma agência de veículos fez um empréstimo de 300 mil reais, em janeiro de 2022, junto a um banco que cobrava uma taxa de 4% ao mês, no sistema de juros compostos. Após exatos dois meses da data do primeiro empréstimo, em março de 2022, o diretor financeiro pegou mais 200 mil reais emprestado, com a mesma taxa e sistema de juro. Em maio de 2022, exatamente dois meses após o último empréstimo, liquidou as duas dívidas, zerando o seu saldo devedor. O valor pago pela agência de veículos, em milhares de reais, foi de, aproximadamente,**

Dados: $1{,}04^2 = 1{,}0816\ ;\ 1{,}04^4 = 1{,}1698\ ;\ 1{,}04^6 = 1{,}2653$

a) 497
b) 528
c) 567
d) 614
e) 684

Comentários:

Vamos calcular separadamente o Montante relativo a cada dívida. Ambas as dívidas foram submetidas a juros compostos de 4% ao mês.

- **Dívida de 300 mil reais**

A dívida de 300 mil reais foi tomada emprestada em janeiro e quitada em maio, isto é, 4 meses depois. Aplicando a fórmula do Montante em regime de Juros Compostos teremos:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M_I = 300.000 \times (1 + 0{,}04)^4$$

$$M_I = 300.000 \times 1{,}04^4$$

$$M_I = 300.000 \times 1{,}1698 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{M_I = 350.940}}$$

- **Dívida de 200 mil reais**

A dívida de 200 mil reais foi tomada emprestada em março e quitada exatamente dois meses após. Aplicando novamente a fórmula do Montante em regime de Juros Compostos:

$$M = C \times (1+i)^t$$

$$M_{II} = 200.000 \times (1+0{,}04)^2$$

$$M_{II} = 200.000 \times 1{,}04^2$$

$$M_{II} = 200.000 \times 1{,}0816 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{M_{II} = 216.320}}$$

Sendo assim, <u>o valor total pago pela agência de veículos, em milhares de reais, foi de, aproximadamente</u>:

$$M_T = M_I + M_{II}$$

$$M_T = 350.940 + 216.320 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{M_T \cong 567.000 \text{ ou } 567 \text{ mil reais}}$$

Obs: Você poderia resolver também adotando apenas uma dívida. Vejamos:

Uma dívida inicial de 300 mil reais. 2 meses após essa dívida será igual a:

$$M = C \times (1+i)^t$$

$$M = 300.000 \times (1+0{,}04)^2$$

$$M = 300.000 \times 1{,}0816 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{M = 324.480}}$$

Há mais 200 mil tomado emprestado. Logo, a dívida será:

$$D = 324.480 + 200.000 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{D = 524.480}}$$

Esta dívida é capitalizada por mais 2 meses. Então, ao final, o Montante total será:

$$M = C \times (1+i)^t$$

$$M = 524.480 \times (1+0{,}04)^t$$

$$M = 524.480 \times 1{,}0816 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{M \cong 567.000 \text{ ou } 567 \text{ mil reais}}$$

Você apenas pode resolver dessa segunda maneira porque **a taxa de juros que incidiu sobre as 2 dívidas ERA IGUAL**. Se fosse diferente, logicamente, você teria que calcular cada Montante separadamente.

Gabarito: Alternativa **C**

2. **(CESPE / IBAMA - 2022) A respeito de conceitos de matemática financeira, julgue o item a seguir.**

Se para o valor de $R\$\ 4.200{,}00$, investido hoje, obtém-se, após três anos, o valor de $R\$\ 5.590{,}20$, então a taxa de juros desse investimento é de 10% ao ano.

Comentários:

Nesse caso, ao invés de descobrirmos a taxa e constatar se é de 10% ao ano, nós iremos testar 10% ao ano na fórmula e averiguar se o Montante será igual a $R\$\ 5.590{,}20$.

Explicando melhor. Se você quisesse encontrar a taxa teria que inserir as informações fornecidas na fórmula do Montante em Juros Compostos:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$5.590{,}20 = 4.200 \times (1 + i)^3$$

E para encontrar a taxa você deve resolver esta equação acima que envolve uma raiz cúbica. É claro que nesse exercício pode ser um pouco mais nítido o resultado. Todavia, essa ideia vale para muitos outros exercícios do Cespe e ajuda a poupar minutos preciosos na sua prova.

Então, conforme dito, ao invés de calcular a taxa, vamos inserir 10% e constatar qual o Montante:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 4.200 \times (1 + 0{,}1)^3$$

$$M = 4.200 \times 1{,}331 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{M = 5.590,2}$$

Logo, **a taxa de juros desse investimento é (sim) de 10% ao ano**.

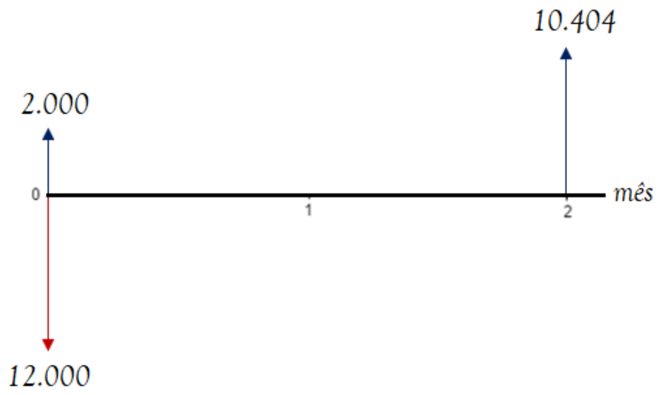
Gabarito: **CERTO**

3. **(UESPI / PM PI - 2022) Uma moto será vendida à vista por $R\$\ 12.000,00$ ou a prazo por $R\$\ 2.000,00$ de entrada e uma parcela de $R\$\ 10.404,00$, a ser paga dois meses após a compra. A taxa mensal de juros compostos desse financiamento é de**

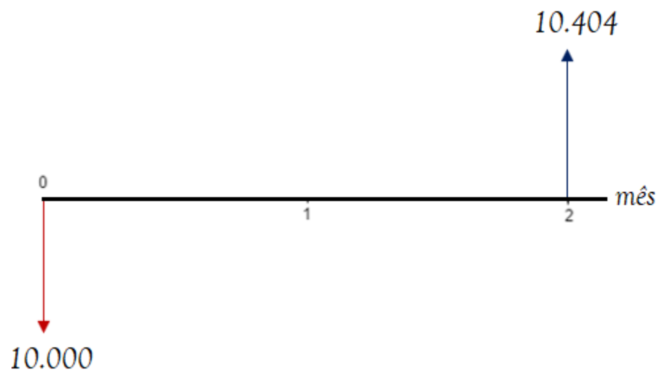
a) 2,4%
b) 2,2%
c) 2,0%
d) 1,8%
e) 1,5%

Comentários:

Uma moto será vendida à vista por $R\$\ 12.000,00$ ou a prazo por $R\$\ 2.000,00$ de entrada e uma parcela de $R\$\ 10.404,00$, a ser paga dois meses após a compra. Graficamente teremos:



Ora, se a moto custa $R\$\ 12.000,00$ e há uma entrada de $R\$\ 2.000,00$ de entrada, é porque ainda falta pagar um Capital de $R\$\ 10.000,00$, concorda?



Teria que ser pago um Capital de $R\$\ 10.000,00$ e foi pago um Montante de $R\$\ 10.404,00$ dois meses após. Vamos inserir os dados na **fórmula do Montante em Juros Compostos** e calcular a taxa de juros mensal da operação:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$10.404 = 10.000 \times (1 + i)^2$$

$$\frac{10.404}{10.000} = (1 + i)^2$$

$$(1 + i)^2 = 1{,}0404$$

$$1 + i = \sqrt{1{,}0404}$$

$$1 + i = 1{,}02$$

$$i = 1{,}0202 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i = 0,02 \text{ ou } 2\% \text{ ao mês}}$$

Gabarito: Alternativa **C**

4. **(FADESP / SEFAZ PA - 2022) Uma pessoa toma empréstimo de $R\$ \ 8.000,00$ por 4 meses, com taxa de 10% ao mês no regime de juros compostos. O montante ao final desse empréstimo será igual a**

a) $R\$ \ 11.840{,}20$
b) $R\$ \ 11.712{,}80$
c) $R\$ \ 11.685{,}50$
d) $R\$ \ 11.535{,}90$
e) $R\$ \ 11.448{,}60$

Comentários:

Em regime de Juros Compostos, o **Montante** é calculado pela seguinte equação:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

Em que:

$M = Montante = ?$

$C = Capital = 8.000$

$i = Taxa\ de\ Juros = 10\%\ ao\ mês = 0{,}1$

$t = tempo = 4\ meses$

Vamos substituir os valores na equação e calcular o Montante:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 8.000 \times (1 + 0{,}1)^4$$

$$M = 8.000 \times (1{,}1)^4$$

$$M = 8.000 \times 1{,}4641 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{M = 11.712,8}$$

Gabarito: Alternativa **B**

5. **(FADESP / SEFAZ PA - 2022) Um capital de $R\$\ 8.000,00$ foi aplicado por dois anos no regime de juros compostos, com taxa de 15% ao ano. Os juros obtidos ao final dessa aplicação correspondem a**

a) $R\$\ 2.460{,}00$
b) $R\$\ 2.580{,}00$
c) $R\$\ 2.670{,}00$
d) $R\$\ 2.690{,}00$
e) $R\$\ 2.750{,}00$

Comentários:

Vamos aplicar a fórmula do Montante em regime de Juros Compostos e, de posse do Montante calculado e do Capital (que foi fornecido), calculamos os **Juros** que são a diferença do Montante obtido menos o Capital aplicado.

Em regime de Juros Compostos, o Montante é calculado pela seguinte equação:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

Em que:

$M = Montante = ?$

$C = Capital = 8.000$

$i = Taxa\ de\ Juros = 15\%\ ao\ ano = 0{,}15$

$t = tempo = 2\ anos$

Vamos substituir os valores na equação e calcular o Montante:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 8.000 \times (1 + 0{,}15)^2$$

$$M = 8.000 \times (1{,}15)^2$$

$$M = 8.000 \times 1{,}332 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{M = 10.580}}$$

De posse do Montante, calculamos os Juros:

$$J = M - C$$

$$J = 10.580 - 8.000 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{J = 2.580}$$

Gabarito: Alternativa **B**

6. **(FADESP / SEFAZ PA - 2022) O capital que aplicado por três meses à taxa de 10% ao mês no regime de capitalização composta produz $R\$\ 2.118,40$ de juros é igual a**

a) $R\$\ 6.400{,}00$
b) $R\$\ 6.500{,}00$
c) $R\$\ 6.600{,}00$
d) $R\$\ 6.700{,}00$
e) $R\$\ 6.800{,}00$

Comentários:

Observe que nessa questão a banca nos informa que os JUROS são iguais a R$ 2.118,40 e não o Montante.

Sabemos que o Montante é igual ao Capital mais os Juros. O Capital não sabemos o valor. Logo, chamaremos de C. Então, o Montante será:

$$M = C + J \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{M = C + 2.118,40}}$$

Em regime de Juros Compostos, o Montante é calculado pela seguinte equação:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

Vamos substituir as informações e calcular o Capital:

$$M = C \times (1+i)^t$$

$$C + 2.118{,}40 = C \times (1+0{,}1)^3$$

$$C + 2.118{,}40 = C \times 1{,}01^3$$

$$C + 2.118{,}40 = 1{,}331C$$

$$2.118{,}40 = 1{,}331C - C$$

$$2.118{,}40 = 0{,}331\text{C}$$

$$C = \frac{2.118{,}40}{0{,}331} \rightarrow \boldsymbol{C = 6.400}$$

Gabarito: Alternativa **A**

7. **(RBO / ISS BH - 2022) Um funcionário público fez um empréstimo consignado no valor de $\boldsymbol{R\$\,12.000,00}$ no regime de juros compostos para ser pago em quatro anos. Se esse empréstimo for liquidado no final de três anos, o montante pago será de $\boldsymbol{R\$\,15.108,00}$. Nesse caso, o valor que esse funcionário pagará no final de quatro anos será de**

a) $R\$\ 15.996{,}80$
b) $R\$\ 16.260{,}00$
c) $R\$\ 16.298{,}20$
d) $R\$\ 16.301{,}00$
e) $R\$\ 16.320{,}00$

Comentários:

Um funcionário público fez um empréstimo consignado no valor de $R\$\ 12.000{,}00$ no regime de juros compostos e pagaria $R\$\ 15.108{,}00$ caso quitasse o empréstimo ao final de três anos.

Vamos substituir esses dados na fórmula do Montante em regime de Juros Compostos e calcular a taxa de juros anual desse financiamento:

$$M = C \times (1+i)^t$$

$$15.108 = 12.000 \times (1+i)^3$$

$$(1+i)^3 = \frac{15.108}{12.000}$$

$$\boldsymbol{(1+i)^3 = 1,259}$$

Por incrível que pareça, a banca não forneceu o valor dessa raiz cúbica e o resultado acima não retorna uma raiz cúbica exata. Ademais, coloco abaixo a justificativa da banca em não anular:

"O argumento não procede, para efeito de cálculos feitos a mão considera-se somente até a segunda casa decimal, pois além disso seria impossível de se calcular. É claro que a quantidade de casas decimais influencia no resultado final, por isso os cálculos de juros compostos nunca são exatos e sim aproximados. Diante do exposto, a banca mantém o gabarito apresentado."

O que eu aprendi em todos esses anos como concurseiro e como professor é que <u>não podemos brigar com a banca</u>. Ela cria a própria jurisprudência e brigar é apenas se desgastar.

Na equação acima iríamos chutar o valor da taxa de juros i e achar a que mais se aproxima da igualdade:

Para $i = 8\%$:

$$(1+i)^3 = (1+0{,}08)^3 = 1{,}08^3 = 1{,}2597$$

Ou seja, **a taxa de juros é igual a 8% a.a**.

Ao final do terceiro ano o Montante era de 15.108 e a banca nos questiona o Montante no quarto ano. Logo, vamos capitalizar o Montante do terceiro ano por mais 1 ano.

$$M_4 = M_3 \times (1+i)^t$$

$$M_4 = 15.108 \times (1+0{,}08)^1$$

$$M_4 = 15.108 \times 1{,}08 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{M_4 = 16.316}$$

Nesse caso, o valor que esse funcionário pagará no final de quatro anos será de, aproximadamente, R$ 16.320,00.

Gabarito: Alternativa **E**

8. (RBO / ISS BH - 2022) Uma instituição financeira está oferecendo um fundo de investimentos que está pagando uma taxa de 5% ao trimestre. Um cliente resolveu investir $R\$\ 20.000,00$

por 3 anos. Adotando $(1,05)^6 = 1,34$, podemos então afirmar que o montante resgatado no final do período será de aproximadamente:

a) $R\$\ 30.000,00$
b) $R\$\ 32.150,00$
c) $R\$\ 35.912,00$
d) $R\$\ 36.870,00$
e) $R\$\ 36.900,00$

Comentários:

Observe que a banca nos fornece o tempo em **ANOS** e a taxa **TRIMESTRAL**. Sabemos que, **obrigatoriamente**, a unidade de grandeza da taxa de juros e a unidade de grandeza do tempo devem coincidir.

Então, inicialmente, já vamos converter o tempo de anos para trimeste. Em 1 ano há 4 trimestres. Logo, em 3 anos haverá:

$$t = 3 \times 4 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{t = 12\ trimestres}$$

Em regime de Juros Compostos, o Montante é calculado pela seguinte equação:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

Em que:

$M = Montante = ?$

$C = Capital = 20.000$

$i = Taxa\ de\ Juros = 5\%\ ao\ trimestre = 0,05$

$t = tempo = 12\ trimestres$

Vamos substituir os valores na equação e calcular o Montante:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 20.000 \times (1 + 0,05)^{12}$$

$$M = 20.000 \times 1{,}05^{12}$$

Abrindo um parêntese. Perceba que a banca nos fornece o valor da pontência $(1{,}05)^6$. Então, vamos "manipular" algebricamente o fator acima para aparecer na mesma forma da potência fornecida.

Para isso, devemos lembrar da propriedade da potência de potência que nos diz que:

$$(x^a)^b = x^{a \cdot b}$$

No caso, vamos aplicar a volta dessa propriedade.

$$\mathbf{1,05^{12}} = (\mathbf{1,05^6})^\mathbf{2}$$

Voltando na resolução:

$$M = 20.000 \times (1{,}05^6)^2$$

$$M = 20.000 \times 1{,}34^2$$

$$M = 20.000 \times 1{,}7956 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{M = 35.912}$$

Gabarito: Alternativa **C**

9. (CESGRANRIO / PETROBRAS - 2022) Julgue o item seguinte a respeito de matemática financeira.

Um capital inicial C aplicado a uma taxa de juros composta i ao mês irá triplicar o seu montante em um prazo dado por $[\log_{1+i}(3)]$ meses.

Comentários:

Em regime de Juros Compostos, o Montante é calculado pela seguinte equação:

$$M = C \times (1+i)^t$$

Em que:

$M = Montante = 3C$

$C = Capital$

$i = Taxa\ de\ Juros$

$t = tempo$

Vamos substituir os valores na equação e calcular o prazo:

$$M = C \times (1+i)^t$$

$$3\cancel{C} = \cancel{C} \times (1+i)^t$$

$$3 = (1+i)^t$$

Aplicando $\log$ nos dois lados da equação:

$$\log 3 = \log(1+i)^t$$

Abrindo um parêntese. Nessa altura da resolução, devemos nos lembrar de **duas** propriedades dos logaritmos:

i. **Logaritmo de uma potência**

O logaritmo de uma **potência** (base real positiva e expoente real) é igual a esta **potência vezes o logaritmo**.

$$\log_a x^p = p \times \log_a x$$

ii. **Mudança de base**

Dados a, x e b, números reais positivos e a e $b \neq 1$, o logaritmo de x na base a pode ser escrito da seguinte forma:

$$\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$$

Fechando parêntese e retornando à resolução.

$$\log 3 = \log(1+i)^t$$

Vamos aplicar a propriedade do logaritmo da potência no lado direito da igualdade:

$$\log 3 = \log(1+i)^t$$

$$\log 3 = t \times \log(1+i)$$

$$t = \frac{\log 3}{\log(1+i)}$$

Iremos, por fim, aplicar a "volta" da propriedade da mudança de base.

$$t = \frac{\log 3}{\log(1+i)} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{t = \log_{1+i}(3)}$$

Poderíamos também resolver pela definição de logaritmo. Seria uma forma muito mais rápida de resolução.

Lembrando dos conceitos iniciais de logaritmo:

Dados dois números reais positivos $\boldsymbol{a}$ e $\boldsymbol{x}$, com $\boldsymbol{a} > 0$ e $\boldsymbol{a} \neq 1$, o **logaritmo** de $\boldsymbol{x}$ na base $\boldsymbol{a}$ é igual ao expoente y ao qual a base $\boldsymbol{a}$ deve ser elevada para se chegar a x como resultado.

Se $\boldsymbol{a} > 0$ e $\boldsymbol{a} \neq 1$ e $\boldsymbol{x} > 0$, temos que:

$$\log_{\boldsymbol{a}} \boldsymbol{x} = y \quad \leftrightarrow \quad \boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}^y \quad , \quad onde:$$

- $\boldsymbol{a}$ → base do logaritmo
- $\boldsymbol{x}$ → logaritmando
- y → logaritmo

Isto é, o **logaritmo** de $\boldsymbol{x}$ na base $\boldsymbol{a}$ é a solução de y na equação $\boldsymbol{a}^y = \boldsymbol{x}$.

Então,

$$3 = (1+i)^t$$

Será igual a:

$$\boldsymbol{t = \log_{1+i}(3)}$$

Gabarito: **CERTO**

10. (CESPE / FUNPRESP EXE - 2022) João vai tomar um empréstimo de $R\$\ 15.000,00$ à taxa de juros de 6% ao mês para pagar ao fim do prazo em parcela única. Ele deve decidir, no momento da assinatura do contrato, se vai querer o regime de juros simples ou o regime de juros compostos. O contrato conta os prazos usando mês e ano comercial, ou seja, um mês de 30 dias e um ano de 360 dias.

A respeito da situação exposta, julgue o item que segue.

Se João pagar sua dívida após dois meses do recebimento do empréstimo, o regime de juros compostos resultará num montante $R\$\ 54{,}00$ maior que o regime de juros simples.

Comentários:

Vamos calcular separadamente o Montante em cada regime e, posteriormente, comparar a diferença dos Montantes.

- **Regime de Juros Simples**

$$M_S = C \times (1 + i \times t)$$

$$M_S = 15.000 \times (1 + 0{,}06 \times 2)$$

$$M_S = 15.000 \times (1 + 0{,}12)$$

$$M_S = 15.000 \times 1{,}12 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{M_S = 16.800}}$$

- **Regime de Juros Compostos**

$$M_C = C \times (1 + i)^t$$

$$M_C = 15.000 \times (1 + 0{,}06)^2$$

$$M_C = 15.000 \times 1{,}06^2$$

$$M_C = 15.000 \times 1{,}1236 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{M_C = 16.854}}$$

Sendo assim, a **diferença** dos Montantes será:

$$d = M_C - M_S$$

$$d = 16.854 - 16.800 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{d = 54}$$

Gabarito: **CERTO**

11. (FADESP / SEFAZ PA - 2022) Um investimento, submetido a uma determinada taxa de juros compostos, fixa e de capitalização mensal, alcança o montante de $R\$\ 50.000{,}00$ logo após o

décimo mês de aplicação e de $R\$\ 103.680,00$ assim que se completa o $14^{\underline{o}}$ mês. A taxa mensal de juros da aplicação é de

a) 18%.
b) 20%.
c) 22%.
d) 24%.
e) 26%.

Comentários:

Veja que o Montante de $R\$\ 50.000{,}00$ continua aplicado por mais 4 meses e gera o Montante de $R\$\ 103.680{,}00$.

Vamos aplicar diretamente a fórmula do Montante em regime de Juros Compostos e determinar a taxa de juros da operação:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

Observe, apenas, que o Capital é o Montante de $R\$\ 50.000{,}00$ obtido em 10 meses. É ele que continuará aplicado (sendo agora o novo "Capital") e é sobre ele que incidirá a taxa de juros por mais 4 meses para chegar ao Montante final de $R\$\ 103.680{,}00$.

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$103.680 = 50.000 \times (1 + i)^4$$

$$(1 + i)^4 = \frac{103.680}{50.000}$$

$$(1 + i)^4 = 2{,}0736$$

$$1 + i = \sqrt[4]{2{,}0736}$$

"Professor, eu não sei achar a raiz quarta deste número."

Na hora da prova, o que iremos fazer é: testar as alternativas e constatar qual delas que substituída na fórmual $(1 + i)^4$ será igual a $2{,}0736$. Particularmente, eu começaria chutando alternativas com números redondos.

Vejamos então para uma taxa de 20%, isto é, $i = 0{,}2$:

$$(1+i)^4 = (1+0{,}2)^4 = 1{,}2^4 = \mathbf{2{,}0736}$$

Ou seja, chegamos no nosso resultado. **A taxa mensal de juros da aplicação é de 20%.**

Caso não tivéssemos chegado no resultado, continuaríamos os chutes.

Gabarito: Alternativa **B**

12. (FADESP / SEFAZ PA - 2022) Um capital de $R\$\ 50.000,00$ é investido a uma taxa de juros compostos de 25% ao ano. Ao mesmo tempo, um segundo investimento é iniciado com capital de $R\$\ 10.000,00$ a uma taxa de juros de 28% ao ano. Acerca da evolução dos dois investimentos, é correto afirmar que o montante acumulado no segundo investimento ultrapassará o montante do primeiro investimento após a quantidade de anos que é dada pela expressão

a) $\frac{40000}{\log 28 - \log 25}$

b) $\frac{\log 5}{7\log 2 - 3\log 5}$

c) $\frac{\log 28 - \log 25}{\log 50 - \log 10}$

d) $\frac{5e^{1{,}28}}{(e^{1{,}28} - e^{1{,}25})}$

e) $\frac{5e^{1{,}25}}{(e^{1{,}28} - e^{1{,}25})}$

Comentários:

Questão que envolve Matemática Financeira e diversos conceitos de Matemátia "básica".

Vejamos o tempo em que estes dois Montantes serão iguais. Após este tempo, um passará o outro e é isto que a banca nos questiona. A partir de que tempo o montante acumulado no segundo investimento ultrapassará o montante do primeiro.

Vamos **igualar o Montante dos dois investimentos**:

$$M_1 = M_2$$

$$C_1 \times (1 + i_1)^{t_1} = C_2 \times (1 + i_2)^{t_2}$$

Iremos substituir os valores e adotar $t_1 = t_2 = t$, pois, conforme comentamos acima, o tempo de aplicação é o mesmo para os dois.

$$C_1 \times (1 + i_1)^{t} = C_2 \times (1 + i_2)^{t}$$

$$5\cancel{0.000} \times (1 + 0{,}25)^{t} = 1\cancel{0.000} \times (1 + 0{,}28)^{t}$$

$$5 \times 1{,}25^{t} = 1{,}28^{t}$$

$$\frac{1{,}28^{t}}{1{,}25^{t}} = 5$$

$$\left(\frac{1{,}28}{1{,}25}\right)^{t} = 5$$

Aplicanto $\log$ nos dois lados:

$$\log\left(\frac{1{,}28}{1{,}25}\right)^{t} = \log 5$$

Abrindo um parêntese. Nessa altura da resolução, devemos nos lembrar de uma propriedade do logaritmo:

Logaritmo de uma potência

O logaritmo de uma **potência** (base real positiva e expoente real) é igual a esta **potência vezes o logaritmo**.

$$\log_a x^p = p \times \log_a x$$

Voltando na resolução:

$$\log\left(\frac{1{,}28}{1{,}25}\right)^{t} = \log 5$$

$$t \times \log\left(\frac{1{,}28}{1{,}25}\right) = \log 5$$

Abrindo outro parêntese. Devemos lembrar de mais uma propriedade do logaritmo:

Logaritmo do Quociente

O logaritmo do quociente é igual a diferença dos seus logaritmos.

$$\log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$$

Temos então que:

$$t \times \log\left(\frac{1{,}28}{1{,}25}\right) = \log 5$$

$$t \times (\log 1{,}28 - \log 1{,}25) = \log 5$$

$$t = \frac{\log 5}{\log 1{,}28 - \log 1{,}25}$$

Perceba que ainda não encontramos a resposta. Vamos manipular algebricamente esse resultado até chegarmos em alguma alternativa.

$$t = \frac{\log 5}{\log\left(\frac{128}{100}\right) - \log\left(\frac{125}{100}\right)}$$

$$t = \frac{\log 5}{\log 128 - \log 100 - (\log 125 - \log 100)}$$

$$t = \frac{\log 5}{\log 128 - \cancel{\log 100} - \log 125 + \cancel{\log 100)}}$$

$$t = \frac{\log 5}{\log 128 - \log 125}$$

Vamos fatorar 128 e 125:

$$t = \frac{\log 5}{\log 2^7 - \log 5^3} \rightarrow \boldsymbol{t = \frac{\log 5}{7\log 2 - 3\log 5}}$$

Agora sim encotramos alternativa.

Gabarito: Alternativa **B**

13. (CESPE / PETROBRAS - 2022) Paulo dispõe de $R\$\ 20.000,00$ para investir, sendo que ao final de 6 meses ele precisa usar $R\$\ 10.000,00$ desse investimento para saldar uma dívida.

Com base nessas informações e considerando as aproximações $(1{,}05)^3 = 1{,}16$ e $(1{,}16)^3 = 1{,}56$, julgue o item que se segue.

Suponha que a dívida de $R\$\ 10.000{,}00$ a ser paga em 6 meses é resultante da aplicação de juros compostos de 5% ao mês sobre uma dívida atual D. Nessa situação, considerando-se a aproximação $(1{,}05)^{-6} = 0{,}746$, é correto concluir que o valor atual dessa dívida é superior a $R\$\ 8.000{,}00$.

Comentários:

A dívida de $R\$\ 10.000{,}00$ a ser paga em 6 meses é o Montante de uma aplicação de Capital D em 6 meses a uma taxa de juros compostos de 5% ao mês.

Vamos aplicar diretamente a fórmula do Montante em Juros Compostos e calcular o Capital:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$10.000 = D \times (1 + 0{,}05)^6$$

$$10.000 = D \times (1{,}05)^6$$

$$D = \frac{10.000}{(1{,}05)^6}$$

$$D = 10.000 \times (1{,}05)^{-6}$$

$$D = 10.000 \times 0{,}746 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{D = 7.460}$$

Logo, é correto concluir que o valor atual dessa dívida é **INFERIOR** a $R\$\ 8.000{,}00$.

Gabarito: **ERRADO**

14. (CESPE / PETROBRAS - 2022) Paulo dispõe de $R\$ \ 20.000,00$ para investir, sendo que ao final de 6 meses ele precisa usar $R\$ \ 10.000,00$ desse investimento para saldar uma dívida.

Com base nessas informações e considerando as aproximações $(1{,}05)^3 = 1{,}16$ e $(1{,}16)^3 = 1{,}56$, julgue o item que se segue.

Se ele aplicar esse valor sob um regime de juros compostos de 5% ao bimestre, então, ao final de 2 anos, o valor que existirá na conta será superior a $R\$ \ 21.000{,}00$.

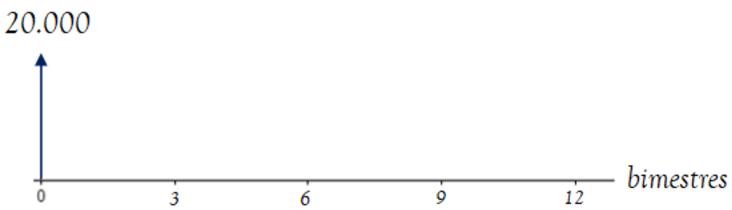
Comentários:

Observe que **não podemos aplicar diretamente a fórmula do Montante em regime de Juros Compostos para um tempo de 2 anos** (12 bimestres) pois no sexto mês, Paulo utiliza 10 mil do Montante intermediário.

Então, vamos calcular passo a passo. E irei inserir também o fluxo de caixa da linha do tempo dessa operação para já começarmos a nos amebientar a trabalhar com os fluxos (tema de aula futura).

i. Montante ao final de 6 meses

Então, inicialmente Paulo dispõe de um Capital de $R\$ \ 20.000{,}00$.



Calculando o Montante ao final de 6 meses:

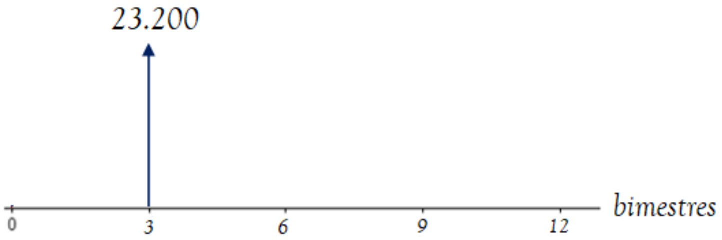
$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 20.000 \times (1 + 0{,}05)^3$$

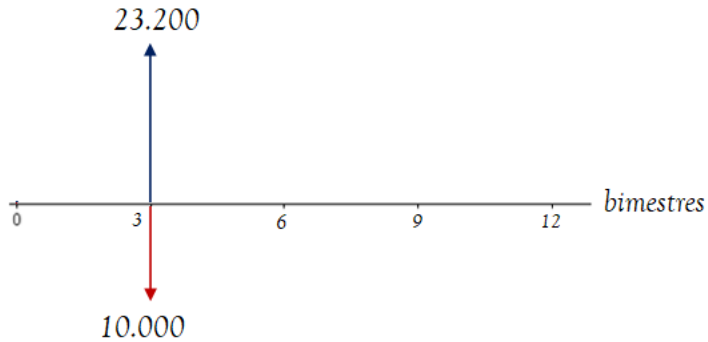
Perceba que inserimos o tempo na mesma unidade de grandeza da taxa de juros (bimestral). Lembrando que, **obrigatoriamente**, a unidade de grandeza da taxa de juros deve coincidir com a unidade de grandeza do tempo. 6 meses equivalem a 3 bimestres.

$$M = 20.000 \times (1{,}05)^3$$

$$M = 20.000 \times 1{,}16 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{M = 23.200}}$$

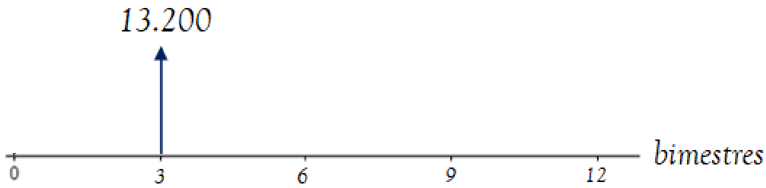


ii. Paulo utiliza $R\$\ 10.000,00$ desse investimento para saldar uma dívida nesse mês 6.



Sendo assim, o Capital C' que continuará aplicado será igual ao Montante que ele obteve em 6 meses menos o valor que ele irá utilizar:

$$C' = 23.200 - 10.000 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{C' = 13.200}}$$



iii. Este Capital C' continuará aplicado até completar os 2 anos. Ora, se já passaram 6 meses (3 bimestres) ainda resta um tempo de 1 ano e meio, isto é, 9 bimestres.

Iremos aplicar novamente a fórmula do Montante em regime de Juros Compostos:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 13.200 \times (1 + 0{,}05)^9$$

$$M = 13.200 \times (1{,}05)^9$$

Abrindo um parêntese. Perceba que a banca nos fornece o valor da pontência $(1{,}05)^3$. Então, vamos "manipular" algebricamente o fator acima para aparecer na mesma forma da potência fornecida.

Para isso, devemos lembrar da propriedade da potência de potência que nos diz que:

$$(x^a)^b = x^{a \cdot b}$$

No caso, vamos aplicar a volta dessa propriedade.

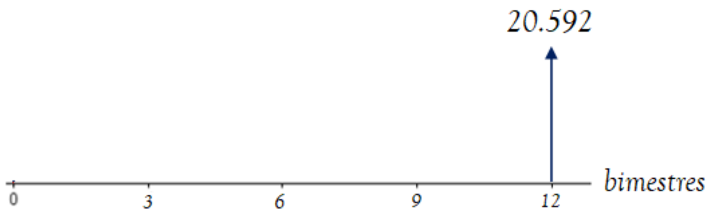
$$(1{,}05)^9 = (1{,}05^3)^3$$

Voltando na resolução:

$$M = 13.200 \times (1{,}05^3)^3$$

$$M = 13.200 \times 1{,}16^3$$

$$M = 13.200 \times 1{,}56 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{M = 20.592}$$



Ou seja, ao final de 2 anos, o valor que existirá na conta será INFERIOR a $R\$ \ 21.000{,}00$.

Gabarito: **ERRADO**

15. (CESGRANRIO / BB - 2021) Um cliente deseja fazer uma aplicação em uma instituição financeira, que paga uma taxa de juros compostos de 10% ao ano, por um período de 3 anos, já que, ao final da aplicação, planeja comprar uma TV no valor de $R\$ \ 3.500,00$ à vista.

Qual o valor aproximado a ser investido para esse objetivo ser alcançado?

a) $R\$ \ 2.629{,}60$
b) $R\$ \ 2.450{,}00$

c) $R\$ \, 2.692,31$
d) $R\$ \, 2.341,50$
e) $R\$ \, 2.525,00$

Comentários:

O cliente deseja aplicar um Capital C para obter um Montante de $R\$ \, 3.500,00$ em 3 anos para poder comprar uma TV.

No regime de Juros Compostos, o Montante é calculado pela seguinte equação:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

Onde,

$M = Montante = 3.500$

$C = Capital = ?$

$i = taxa\ de\ juros = 10\%\ ao\ ano = 0,1$

$t = tempo = 3\ anos$

Substituindo os valores teremos:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$3.500 = C \times (1 + 0,1)^3$$

$$3.500 = C \times 1,1^3$$

$$3.500 = C \times 1,331$$

$$C = \frac{3.500}{1,331} \rightarrow \boldsymbol{C = 2.629,60}$$

Gabarito: Alternativa **A**

16. (CESGRANRIO / BB - 2021) Em uma carta aos clientes, um investimento é oferecido com a promessa de recebimento de um montante de $R\$ \, 8.200,00$ líquidos, após 2 anos, para quem aderisse investindo inicialmente $R\$ \, 5.000,00$. O valor líquido pago é obtido após descontados $R\$ \, 250,00$ de taxas e impostos. Para melhorar a comunicação com os clientes, julgaram

interessante acrescentar a taxa de juros compostos usada no cálculo do valor bruto, isto é, sem o desconto.

Qual é o valor da taxa anual que deve ser acrescentada na carta?

a) 2%
b) 3%
c) 20%
d) 25%
e) 30%

Comentários:

Observe que, conforme o enunciado nos diz, **a taxa de juros a ser acrescentada é aquela usada no cálculo do valor bruto, isto é, sem o desconto.**

O Montante bruto é igual ao Montante líquido mais taxas e impostos:

$$M = 8.200 + 250 \quad \rightarrow \boxed{\boldsymbol{M = 8.450}}$$

No regime de Juros Compostos, o Montante é calculado pela seguinte equação:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

Onde,

$M = Montante = 8.450$

$C = Capital = 5.000$

$i = taxa\ de\ juros = ?$

$t = tempo = 2\ anos$

Substituindo os valores teremos:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$8.450 = 5.000 \times (1 + i)^2$$

$$(1 + i)^2 = \frac{8.450}{5.000}$$

$$(1 + i)^2 = 1{,}69$$

$$1 + i = \sqrt{1{,}69}$$

$$1 + i = 1{,}3$$

$$i = 1{,}3 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i = 0,3\ ou\ 30\%\ a.a.}$$

Gabarito: Alternativa **E**

17. (CESGRANRIO / BB - 2021) Uma pessoa deixou de pagar a fatura do cartão de crédito, de modo que, após dois meses, o valor inicial da fatura se transformou em uma dívida de $\boldsymbol{R\$\ 26.450,00}$. Nunca foram feitas compras parceladas e não foram feitas compras adicionais durante esses dois meses.

Considerando-se que foram cobrados, indevidamente, juros compostos de 15% ao mês e que, por determinação judicial, o valor inicial deva ser reconsiderado para uma nova negociação entre as partes, o valor inicial da dívida era de

a) $R\$\ 18.515{,}00$
b) $R\$\ 18.815{,}00$
c) $R\$\ 20.000{,}00$
d) $R\$\ 21.000{,}00$
e) $R\$\ 21.115{,}00$

Comentários:

Vamos aplicar diretamente a **fórmula do Montante em regime de Juros Compostos** e determinar o valor do Capital (dívida) que após 2 meses submetido a uma taxa de 15% ao mês tenha gerado um Montante de $R\$\ 26.450{,}00$.

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$26.450 = C \times (1 + 0{,}15)^2$$

$$26.450 = C \times 1{,}15^2$$

$$26.450 = C \times 1{,}3225$$

$$C = \frac{26.450}{1{,}3225} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{C = 20.000}$$

Gabarito: Alternativa **C**

18. (CESPE / ISS Aracaju - 2021) No contexto da pandemia que teve início no ano de 2020, como forma de conter o impacto em seu fluxo de caixa, a pousada Boa Estadia, que antes de 1.º de março de 2020 vendia pacotes para fins de semana (pensão completa, das 14 h de sextafeira às 13 h de domingo) por R$ 1.490, passou, a partir desta data, a oferecer o mesmo serviço por R$ 1.000 para os clientes usufruírem a qualquer tempo, durante o ano de 2020. Acreditando poder usufruir desse serviço no período de 9 a 11 de outubro de 2020, Cláudio o adquiriu em 9 de março de 2020, pelo valor promocional.

No texto, caso Cláudio optasse por aplicar seu dinheiro em 9 de março de 2020, de modo a obter, em 9 de outubro de 2020, o valor suficiente para pagar os serviços da pousada Boa Estadia, sem desconto, em aplicação com rentabilidade mensal composta de 5%, o valor a ser aplicado, assumindo-se $1{,}05^7 = 1{,}41$, deveria ser

a) inferior a R$ 1.000.
b) superior a R$ 1.075.
c) superior a R$ 1.000 e inferior a R$ 1.025.
d) superior a R$ 1.025 e inferior a R$ 1.050.
e) superior a R$ 1.050 e inferior a R$ 1.075.

Comentários:

Vamos aplicar diretamente a **fórmula do Montante em regime de Juros Compostos** e calcular o valor do Capital C que Cláudio deve aplicar em março para obter o Montante de 1.490 em outubro (7 meses depois) a uma taxa de juros compostas de 5% ao mês.

$$M = C \times (1+i)^t$$

$$1.490 = C \times (1+0{,}05)^7$$

$$1.490 = C \times (1{,}05)^7$$

$$1.490 = C \times 1{,}41$$

$$C = \frac{1.490}{1{,}41} \rightarrow \boldsymbol{C \cong 1.056}$$

Ou seja, o valor a ser aplicado deveria ser superior a R$ 1.050 e inferior a R$ 1.075.

Gabarito: Alternativa **E**

19. (CESGRANRIO / CEF - 2021) Para ampliar o capital de giro de um novo negócio, um microempreendedor tomou um empréstimo no valor de $R\$\ 20.000,00$, em janeiro de 2021, a uma taxa de juros de 5% ao mês, no regime de juros compostos. Exatamente dois meses depois, em março de 2021, pagou 60% do valor do empréstimo, ou seja, dos $R\$\ 20.000,00$, e liquidou tudo o que devia desse empréstimo em abril de 2021. A quantia paga, em abril de 2021, que liquidou a referida dívida, em reais, foi de

a) 11.352,50
b) 11.152,50
c) 10.552,50
d) 10.452,50
e) 10.152,50

Comentários:

Vamos passo a passo. Primeiramente, um microempreendedor tomou um empréstimo no valor de $R\$$ 20.000,00, a uma taxa de juros de 5% ao mês, no regime de juros compostos por 2 meses.

Sendo assim, após os 2 meses o Montante desse empréstimo será igual a:

$$M = C \times (1+i)^t$$

$$M = 20.000 \times (1+0{,}05)^2$$

$$M = 20.000 \times 1{,}05^2$$

$$M = 20.000 \times 1{,}1025 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{M = 22.050}}$$

Em março de 2021, pagou 60% do valor do inicial do empréstimo, ou seja, dos $R\$$ 20.000,00.

Observe que **ele paga 60% do valor inicial do empréstimo** e não do valor que calculamos. Cuidado para não errar a questão por falta de atenção.

$$paga = \frac{60}{100} \times 20.000 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{paga = 12.000}}$$

Logo, do Monante de $R\$$ 22.050,00, o microempreendedor paga $R\$$ 12.000,00. Sendo assim, ainda resta a pagar um valor igual a:

$$resta\ a\ pagar = 22.050 - 12.000 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{resta\ a\ pagar = 10.050}}$$

Todavia, ele paga este valor em abril, isto é, 1 mês após. Então, este valor que "resta a pagar" será capitalizado por mais 1 mês e irá gerar um novo Montante no valor de:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 10.050 \times (1 + 0{,}05)^1$$

$$M = 10.050 \times 1{,}05 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{M = 10.552{,}50}$$

Gabarito: Alternativa **C**

20. (CESGRANRIO / CEF - 2021) Uma pessoa tem uma dívida no valor de $R\$\ 2.000{,}00$, vencendo no dia de hoje. Com dificuldade de quitá-la, pediu o adiamento do pagamento para daqui a 3 meses.

Considerando-se uma taxa de juros compostos de $2\%\ a.m.$, qual é o valor equivalente, aproximadamente, que o gerente do banco propôs que ela pagasse, em reais?

a) 2.020,40
b) 2.040,00
c) 2.080,82
d) 2.120,20
e) 2.122,42

Comentários:

Vamos aplicar diretamente a **fórmula do Montante em regime de Juros Compostos**. No regime de Juros Compostos, o Montante é calculado pela seguinte equação:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

Onde,

$M = Montante = ?$

$C = Capital = 2.000$

$i = taxa\ de\ juros = \ 2\%\ ao\ mês = 0{,}02$

$t = tempo = 3\ meses$

Substituindo os valores teremos:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 2.000 \times (1 + 0{,}02)^3$$

$$M = 2.000 \times 1{,}02^3$$

$$M \cong 2.000 \times 1{,}0612 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{M \cong 2.122,40}$$

Gabarito: Alternativa **E**

21. (CESPE / SEFAZ RS – 2019) Uma dívida de R$ 5.000 foi liquidada pelo valor de R$ 11.250, pagos de uma única vez, dois anos após ter sido contraída. Nesse caso, no regime de juros compostos, a taxa anual de juros empregada nesse negócio foi de

a) 5%
b) 12,5%
c) 25%
d) 50%
e) 62,5%

Comentários:

Observe que a Dívida (capital) é liquidada em **Regime de Capitalização Composta**. Nesse Regime, o Montante é calculado pela seguinte equação:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

Onde,

$M = Montante = 11.250$

$C = Capital\ (dívida) = 5.000$

$i = Taxa\ de\ Juros = ?$

$t = tempo = 2\ anos$

Vamos substituir os valores na equação e calcular a Taxa de Juros questionada pela banca.

$$M = C \times (1+i)^t$$

$$11.250 = 5.000 * (1+i)^2$$

$$\frac{11.250}{5.000} = (1+i)^2$$

$$2{,}25 = (1+i)^2$$

$$1 + i = \sqrt{2{,}25}$$

$$1 + i = 1{,}5$$

$$i = 1{,}5 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i = 0{,}5 \ \ ou \ \ 50\% \ ao \ ano}$$

Lembrando que para calcular a raiz fazemos:

$$\sqrt{2{,}25} = \sqrt{\frac{225}{100}} = \frac{\sqrt{225}}{\sqrt{100}} = \frac{15}{10} = 1{,}5$$

Gabarito: Alternativa **D**

22. (FCC / ALAP – 2020) Considere que, em uma determinada data, Júlia decidiu aplicar um capital, durante 6 meses, à taxa de juros simples de 18% ao ano. Dois meses após a data desta aplicação, ela decidiu aplicar outro capital de valor igual ao dobro do primeiro, durante 4 meses, à taxa de juros compostos de 2% ao bimestre. Dado que o valor do montante referente à aplicação de juros simples foi igual a R$ 27.250,00, a soma dos valores dos juros das duas aplicações realizadas por Júlia foi igual a

a) R$ 3.600,00.
b) R$ 4.270,00.
c) R$ 4.080,00.
d) R$ 3.200,00.
e) R$ 3.430,00.

Comentários:

A questão aborda o conceito de Juros Simples e Juros Compostos. Dividiremos o problema em 2 partes. A primeira relativa à aplicação do Capital em regime Simples e a segunda em regime Composto.

- (I) - Júlia aplicou um Capital em regime de Juros Simples por 6 meses à taxa de 18% ao ano resultando em um Montante de $R\$27.250{,}00$.

Em regime de Juros simples, o **Montante** é calculando pela seguinte fórmula:

$$\boldsymbol{M_{Simples} = C \times (1 + i \times t)}$$

Onde,

$M_{Simples} = Montante\ em\ regime\ simples = 27.250$

$C = Capital\ aplicado$

$i = taxa\ de\ juros = 18\%\ ao\ ano$

$t = 6\ meses = 1/2\ ano$

Atente-se para a **conversão da unidade** do tempo de aplicação (mês) para a unidade da taxa de Juros (ano), pois **necessariamente** devem coincidir. 6 meses equivalem a ½ do ano.

Substituindo os valores e calculando o Capital aplicado teremos:

$$M_{Simples} = C \times (1 + i \times t)$$

$$27.250 = C \times \left(1 + 0{,}18 \times \frac{1}{2}\right)$$

$$27.250 = C \times 1{,}09 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{C = 25.000}}$$

De posse do Montante e do Capital, calcularemos os Juros relativos à aplicação em regime de juros simples, uma vez que, **os Juros são calculados pela diferença do Montante recebido menos o Capital Aplicado**.

$$J_{Simples} = M_{Simples} - C$$

$$J_{Simples} = 27.250 - 25.000 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{J_{Simples} = 2.250}$$

Passaremos agora para o cálculo do Capital aplicado em regime de juros compostos

- (II) - Júlia aplicou um Capital de valor igual ao **dobro** do primeiro durante 4 meses a uma taxa de juros compostos de 2% ao bimestre.

Em regime de Juros Compostos, o **Montante** é calculando de acordo com a seguinte equação:

$$\boldsymbol{M_{Composto} = C \times (1 + i)^t}$$

Onde,

$M_{Composto} = Montante\ em\ regime\ de\ juros\ compostos$

$C = Capital = 2 \times 25.000 = 50.000$

$i = taxa\ de\ juros = 2\%\ ao\ bimestre$

$t = tempo\ de\ aplicação = 4\ meses = 2\ bimestres$

Observe que **o Capital aplicado nesta operação é o dobro da primeira aplicação**. Atente-se também para a conversão da unidade do tempo de aplicação para a unidade da taxa de Juros, pois necessariamente devem coincidir. 4 meses equivalem a 2 bimestres.

Substituindo os valores e calculando o Montante composto teremos:

$$M_{Composto} = C \times (1 + i)^t$$

$$M_{Composto} = (2 \times 25.000) \times (1 + 0{,}02)^2$$

$$M_{Composto} = 50.000 \times 1{,}0404 \quad \rightarrow \boxed{\boldsymbol{M_{Composto} = 52.020}}$$

De posse do Montante e do Capital, calcularemos os Juros relativos à aplicação em regime de juros compostos, uma vez que, os Juros são calculados pela diferença do Montante recebido menos o Capital Aplicado.

$$J_{Compostos} = M_{Compostos} - C$$

$$J_{Compostos} = 52.020 - 50.000 \quad \rightarrow \boldsymbol{J_{Compostos} = 2.020}$$

Sendo assim, **a soma dos Juros das duas aplicações** realizadas será igual a:

$$Soma = J_{Simples} + J_{Compostos}$$

$$Soma = 2.250 + 2.020 \quad \rightarrow \boldsymbol{Soma = 4.270}$$

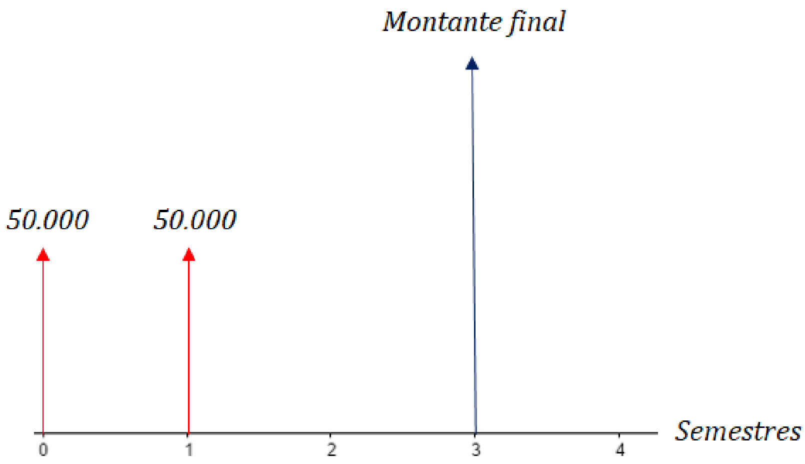
Gabarito: Alternativa **B**

23. (CESPE / PGE PE – 2019 - Adaptada) Julgue o item seguinte, relativo a juros, taxas de juros e rendas uniformes e variáveis.

Situação hipotética: Raul fez duas aplicações semestrais e consecutivas de R$ 50.000 cada uma (sendo a primeira no tempo 0), que renderam juros à taxa de juros compostos de 10% ao semestre. Raul resgatou o saldo total ao final do terceiro semestre. **Assertiva:** Nessa situação, Raul resgatou menos de R$ 120.000.

Comentários:

Raul fez duas aplicações semestrais e consecutivas de R$ 50.000 cada uma (sendo a primeira no tempo 0). Perceba graficamente o que o problema nos trouxe:



Observe que as duas aplicações são semestrais e consecutivas e a primeira realizada no tempo 0. **O montante final será igual a soma dos Montantes de cada aplicação separadamente**. Perceba que a primeira aplicação será capitalizada por 3 semestres enquanto e que a segunda será capitalizada apenas por 2. Então,

$$M_{final} = M_1 + M_2$$

Em regime de Juros compostos, o Montante é calculado pela seguinte equação:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

Onde,

$M = Montante$

$C = Capital = 50.000$

$i = Taxa\ de\ Juros = 10\%\ ao\ semestre = 0{,}1$

$t = tempo = 3\ e\ 2\ semestres$

Iremos substituir os valores e calcular o Montante final da aplicação.

$$M_{final} = M_1 + M_2$$

$$M_{final} = 50.000 \times (1 + 0{,}1)^3 + 50.000 \times (1 + 0{,}1)^2$$

$$M_{final} = 50.000 \times 1{,}1^3 + 50.000 \times 1{,}1^2$$

$$M_{final} = 50.000 \times 1{,}331 + 50.000 \times 1{,}21$$

$$M_{final} = 66.550 + 60.500 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{M_{final} = 127.050}$$

Ou seja, Raul resgatou **MAIS** de R$ 120.000,00.

Gabarito: **ERRADO**

24. (FCC / TRF – 2016) Dois capitais são aplicados sob o regime de capitalização composta a uma taxa de 10% ao ano. O primeiro capital foi aplicado durante 2 anos e o segundo durante 3 anos, apresentando um total de juros no valor de R$ 1.680,00 e R$ 1.986,00, respectivamente. A porcentagem que o segundo capital representa do primeiro é, em %, igual a

Dados: $1{,}1^2 = 1{,}21\ e\ 1{,}1^3 = 1{,}331$

a) 80.
b) 75.
c) 60.
d) 100.
e) 90.

Comentários:

Vamos calcular separadamente cada Capital aplicado e, posteriormente, comparar a relação percentual pedida na questão.

O primeiro capital foi aplicado durante um tempo t de 2 anos a uma taxa i de 10% ao ano resultando em Juros no valor de R$ 1.680,00. Sabemos que os Juros são calculados pela diferença do Montante menos o Capital.

$$J = M - C$$

Vamos substituir a fórmula do Montante em regime Compostos e calcular o Capital da primeira operação.

$$J = M - C$$

$$J = C \times (1 + i)^t - C$$

$$1.680 = C \times (1 + 0{,}1)^2 - C$$

$$1.680 = C \times (1{,}1)^2 - C$$

$$1.680 = 1{,}21C - C$$

$$1.680 = 0{,}21C$$

$$C = \frac{1.680}{0{,}21} \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{C = 8.000}}$$

O segundo capital foi aplicado durante um tempo t de 3 anos a uma taxa i de 10% ao ano resultando em Juros no valor de R$ 1.986,00. Vamos proceder com as mesmas equações e calcular o Capital aplicado na segunda operação.

$$J = M - C$$

$$J = C \times (1 + i)^t - C$$

$$1.986 = C \times (1 + 0{,}1)^3 - C$$

$$1.986 = C \times (1{,}1)^3 - C$$

$$1.986 = 1{,}331C - C$$

$$1.986 = 0{,}331C$$

$$C = \frac{1.986}{0{,}331} \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{C = 6.000}}$$

O valor que o segundo capital representa do primeiro é, em %, igual a

$$porcentagem = \frac{capital\ da\ segunda\ operação}{capital\ da\ primeira\ operação}$$

$$porcentagem = \frac{6.000}{8.000} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{porcentagem = 0{,}75\ \ ou\ \ 75\%}$$

Gabarito: Alternativa **B**

25. (CESGRANRIO / TRANSPETRO - 2018) Um contrato de prestação de serviços prevê, em caso de atraso do pagamento do serviço realizado, a cobrança de juros de 1% ao mês, sobre o saldo devedor, ou seja, no regime de juros compostos. Além disso, há uma multa adicional de 2% sobre o valor do serviço previsto no contrato. Considere que o comprador pagou com atraso de 6 meses um contrato nesses moldes, cujo valor era de 100 milhões de reais, e que nenhum pagamento intermediário fora efetuado nesse período.

Dado: $1{,}01^6 = 1{,}06152$

Assim, o valor mais próximo do total pago nessa operação, incluindo multa e juros, foi de

a) R$ 106.152.000,00
b) R$ 106.200.000,00
c) R$ 108.000.000,00
d) R$ 108.152.000,00
e) R$ 108.275.000,00

Comentários:

Vamos calcular o Montante deste pagamento 6 meses após utilizando a fórmula do regime de Juros Compostos.

$$M = C \times (1 + i)^t$$

Onde,

$M = Montante = ?$

$C = Capital = 100.000.000$

$i = taxa\ de\ juros = 1\%\ ao\ mês = 0{,}01$

$t = tempo = 6\ meses$

Substituindo os valores teremos:

$$M = 100.000.000 \times (1 + 0{,}01)^6$$

$$M = 100.000.000 \times 1{,}01^6$$

O enunciado nos informa que $1{,}01^6 = 1{,}06152$.

$$M = 100.000.000 \times 1{,}06152 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{M = 106.152.000}}$$

PRESTE MAIS ATENÇÃO!

Observe que há ainda, o **pagamento de uma multa adicional de 2% sobre o valor do serviço** previsto no contrato.

$$multa = \frac{2}{1\cancel{00}} \times 100.000.0\cancel{00} \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{multa = 2.000.0000}}$$

Sendo assim, o Montante total a pagar será igual a:

$$M_{total} = 106.152.000 + 2.000.000 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{M_{total} = 108.152.000}$$

Gabarito: Alternativa **D**

26. (CESGRANRIO / Liquigás - 2018) Uma empresa faz uma aplicação no valor de R$ 1.000.000,00, em um fundo que remunera a uma taxa de 1% ao mês, no regime de juros compostos. Após dois anos, a empresa resgatou o dinheiro, pagando exatamente duas taxas, ambas aplicadas sobre os juros da operação, sendo elas: 15% de imposto de renda e 10% de taxa de performance. Considere para os cálculos que $\boldsymbol{1,01^{24} = 1,27}$.

O valor mais próximo da rentabilidade líquida (já descontadas as taxas) da operação, em reais, é igual a

a) 60.000,00
b) 67.500,00
c) 202.500,00
d) 245.000,00
e) 270.000,00

Comentários:

Vamos primeiramente calcular o Montante desta operação 2 anos após o investimento.

$$M = C \times (1 + i)^t$$

Onde,

$M = Montante = ?$

$C = Capital = 1.000.000$

$i = taxa\ de\ juros = 1\%\ ao\ mês = 0{,}01$

$t = tempo = 2\ anos = 24\ meses$

A **CESGRANRIO** vai sempre tentar confundir o cadidato nessa "pegadinha". Lembre-se de que a Taxa de Juros e o tempo devem estar, **OBRIGATORIAMENTE**, na mesma unidade de grandeza.

Precisamos transformar a o tempo da unidade "ano" para a unidade "mês". 2 anos são equivalentes a 24 meses.

Substituindo os valores e calculando o Montante.

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 1.000.000 \times (1 + 0{,}01)^{24}$$

$$M = 1.000.000 \times 1{,}01^{24}$$

O enunciado nos informa que $1{,}01^{24} = 1{,}27$.

$$M = 1.000.000 \times 1{,}27 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{M = 1.270.000}}$$

Vamos calcular os Juros (rendimentos) da operação:

$$M = C + J$$

$$1.270.000 = 1.000.000 + J$$

$$J = 1.270.000 - 1.000.000 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{J = 270.000}}$$

Observe que este **NÃO** será o rendimento recebido pela empresa.

A empresa pagou duas taxas, ambas **aplicadas sobre os juros da operação**, sendo elas: 15% de imposto de renda e 10% de taxa de performance, ou seja, a empresa pagou um total de 25% de taxa sobre os Juros.

$$taxas = \frac{25}{100} \times 270.000 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{taxas = 67.500}}$$

Ou seja, a empresa receberá um rendimento "líquido" igual ao Juros da operação menos as taxas pagas por ela.

$$rendimento = 270.000 - 67.500 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{rendimento = 202.500}$$

Gabarito: Alternativa **C**

27. (VUNESP / Pref. Morato – 2019) Um indivíduo aplicou em um banco um capital a juros simples, durante 5 meses, a uma taxa de 18% ao ano. No final do período desta aplicação, ele resgatou todo o montante correspondente e o aplicou totalmente em outro banco a juros compostos, durante 2 anos, a uma taxa de 10% ao ano. Se o montante no final do período referente à 2ª aplicação no outro banco apresentou um valor igual a R$ 15.609,00, obtém-se que o valor dos juros desta 2ª aplicação foi igual ao valor dos juros da 1ª aplicação multiplicado por

a) 4,515
b) 3,612
c) 3,010
d) 2,750
e) 1,806

Comentários:

Questão bem interessante cobrada na prova de Auditor Fiscal Municipal. Vamos resolver passo a passo para você entender a solução.

Um indivíduo aplicou um capital C em um banco a juros simples, durante um tempo t de 5 meses, a uma taxa i de 18% ao ano.

Atente-se para a conversão da unidade da taxa de juros (ano) para a unidade do tempo de aplicação (mês), pois **necessariamente** devem coincidir.

$$i = 18\%\ ao\ ano \quad \rightarrow \quad i = \frac{18\%}{12}\ ao\ mês \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{i = 1,5\%\ ao\ mês}}$$

Iremos calcular o Montante resultante desta primeira aplicação.

$$M = C \times (1 + i \times t)$$

$$M = C \times (1 + 0{,}015 \times 5)$$

$$M = C \times (1 + 0{,}75) \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{M = 1,075C}}$$

Ao final do período dessa aplicação, ele resgatou todo o montante correspondente (esse calculado acima) e o aplicou totalmente em outro banco a juros compostos, durante 2 anos, a uma taxa de 10% ao ano resultando em um Montante de R$ 15.609,00.

Vamos aplicar a fórmula do Montante (agora em regime de Juros Compostos) e calcular o valor do Capital.

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$15.609 = 1{,}075C \times (1 + 0{,}1)^2$$

$$15.609 = 1{,}075C \times 1{,}1^2$$

$$15.609 = 1{,}075C \times 1{,}21$$

$$C = \frac{15.609}{1{,}075 \times 1{,}21} \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{C = 12.000}}$$

Ou seja, a primeira aplicação foi realizada com um Capital de R$ 12.000,00 resultando em um Montante, como vimos, de $1{,}075C$. Logo, o Montante da primeira aplicação foi igual a:

$$M = 1{,}075C$$

$$M = 1{,}075 \times 12.000 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{M = 12.900}}$$

Esse Montante (da primeira aplicação) é o próprio Capital aplicado na segunda operação. Sendo assim, podemos calcular os Juros das 2 aplicações.

O Juros da primeira será igual a:

$$J_1 = M_1 - C_1$$

$$J_1 = 12.900 - 12.000 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{J_1 = 900}}$$

E o Juros da segunda operação:

$$J_2 = M_2 - C_2$$

$$J_2 = 15.609 - 12.900 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{J_2 = 2.709}}$$

O valor dos juros dessa 2ª aplicação foi igual ao valor dos juros da 1ª aplicação multiplicado por:

$$J_1 \times y = J_2$$

$$900 \times y = 2.709$$

$$y = \frac{2.709}{900} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{y = 3,01}$$

Gabarito: Alternativa **C**

28. (CESPE / TJ PR – 2019 - Adaptada) Amélia, aposentada do INSS, fez um empréstimo consignado, no valor de R$ 2.000, a determinada taxa de juros compostos ao ano, para ser pago em 2 anos. Sabe-se que, se o empréstimo fosse feito nas mesmas condições, mas para ser pago em 1 ano, Amélia pagaria o montante de R$ 3.000.

Nesse caso, o montante real pago por Amélia ao final dos 2 anos foi

a) Inferior a R$ 4.300,00.
b) Superior a R$ 4.300,00 e inferior a R$ 4.700,00.
c) Superior a R$ 4.700,00 e inferior a R$ 5.100,00.
d) Superior a R$ 5.100,00 e inferior a R$ 5.500,00.
e) Superior a R$ 5.500,00.

Comentários:

O enunciado nos informa que Amélia realizou um empréstimo de R$ 2.000,00 em **regime de Juros Compostos**. Sabe-se que, se o empréstimo fosse feito nas mesmas condições, mas para ser pago em 1 ano, Amélia pagaria o montante de R$ 3.000.

Em regime de Juros Compostos, o Montante é calculado pela seguinte equação:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

Onde,

$M = Montante = 3.000$

$C = Capital = 2.000$

$i = Taxa\ de\ Juros = ?$

$t = tempo = 1\ ano$

Vamos substituir os valores e calcular a Taxa de Juros anual da operação:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$3.000 = 2.000 \times (1 + i)^1$$

$$\frac{3.000}{2.000} = 1 + i$$

$$1{,}5 = 1 + i$$

$$i = 1{,}5 - 1 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{i = 0{,}5\ \ ou\ \ 50\%\ ao\ ano}}$$

De posse da Taxa de Juros, calcularemos o montante real pago por Amélia ao final dos 2 anos.

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 2.000 \times (1 + 0{,}5)^2$$

$$M = 2.000 \times (1{,}5)^2$$

$$M = 2.000 \times 2{,}25 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{M = 4.500}$$

Gabarito: Alternativa **B**

29. (FCC / BANRISUL – 2019) Dois capitais são aplicados, na data de hoje, a juros compostos, a uma taxa de 10% ao ano. O primeiro capital será aplicado durante 1 ano e apresentará um valor de juros igual a R$ 1.100,00 no final do período de aplicação. O segundo capital será aplicado durante 2 anos, e o montante no final do período será igual a R$ 14.520,00. O valor da soma dos dois capitais, na data de hoje, é, em R$, de

a) 23.000,00.
b) 25.000,00.
c) 24.000,00.
d) 22.000,00.
e) 26.000,00.

Comentários:

Vamos trabalhar com os Capitais separadamente.

O primeiro capital C_1 será aplicado a juros compostos, a uma taxa i de 10% ao ano durante o tempo t de 1 ano e apresentará um valor de juros igual a R$ 1.100,00 ao final do período de aplicação. Ou seja,

$$J_1 = M_1 - C_1$$

$$1.100 = M_1 - C_1 \quad equação\ (I)$$

Em regime de Juros Compostos, o Montante é calculado pela seguinte equação:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

Vamos substituir a fórmula do Montante na equação (I), atribuir os valores e calcular o Capital aplicado na primeira operação.

$$1.100 = M_1 - C_1$$

$$1.100 = C_1 \times (1 + i)^t - C_1$$

$$1.100 = C_1 \times (1 + 0{,}1)^1 - C_1$$

$$1.100 = C_1 \times 1{,}1 - C_1$$

$$1.100 = 1{,}1C_1 - C_1$$

$$1.100 = 0{,}1C_1$$

$$C_1 = \frac{1.100}{0{,}1} \rightarrow \boxed{\boldsymbol{C_1 = 11.000}}$$

O segundo capital C_2 será aplicado a uma taxa i de 10% ao ano durante um tempo t de 2 anos, e o montante no final do período será igual a R$ 14.520,00.

Iremos utilizar novamente a fórmula do Montante em regime de Juros Compostos e calcular o valor do Capital da segunda operação.

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$14.520 = C_2 \times (1 + 0{,}1)^2$$

$$14.520 = C_2 \times 1{,}1^2$$

$$14.520 = C_2 \times 1{,}21$$

$$C_2 = \frac{14.520}{1{,}21} \rightarrow \boxed{\boldsymbol{C_2 = 12.000}}$$

O valor da soma dos dois capitais, na data de hoje, é, em R$, de:

$$Soma = C_1 + C_2$$

$$Soma = 11.000 + 12.000 \rightarrow \boldsymbol{Soma = 23.000}$$

Gabarito: Alternativa **A**

30. (FGV / BANESTES – 2018) Um capital de R$ 2.662,00 é capitalizado sob regime de juros compostos, ao longo de 4 meses, à taxa efetiva de 10% ao mês, produzindo um montante M.

Para que R$ 2.000,00 produzam o mesmo montante M, ele deve ser capitalizado nessas mesmas condições durante um período igual a:

a) 8 meses
b) 7 meses
c) 6 meses
d) 4 meses
e) 3 meses

Comentários:

Um capital C de R$ 2.662,00 é capitalizado sob regime de juros compostos, ao longo de 4 meses, à taxa efetiva de 10% ao mês, produzindo um montante M.

Iremos aplicar a fórmula do Montante em regime de Juros Compostos e calcular M.

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 2.662 \times (1 + 0{,}1)^4 \quad \rightarrow \quad M = 2.662 \times 1{,}1^4$$

Não faça essa conta agora. Segure o resultado e deixe em função da potência de 1,1.

Para que R$ 2.000,00 produzam o mesmo montante M (calculado acima), ele deve ser capitalizado nessas mesmas condições (taxa de juros de 10% ao mês) durante um período igual a t meses.

Vamos utilizar novamente a fórmula do Montante em Regime de Juros Compostos e calcular o valor de t.

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$2.662 \times 1{,}1^4 = 2.000 \times (1 + 0{,}1)^t$$

$$\frac{2.662}{2.000} \times 1{,}1^4 = 1{,}1^t$$

$$1{,}331 \times 1{,}1^4 = 1{,}1^t$$

Observe que 1,331 é o resultado de uma potência conhecida.

$$1{,}331 = 1{,}1^3$$

Vamos substituir na equação acima e continuar a manipulação algébrica para calcular o valor de t.

$$1{,}331 \times 1{,}1^4 = 1{,}1^t$$

$$1{,}1^3 \times 1{,}1^4 = 1{,}1^t$$

$$1{,}1^{3+4} = 1{,}1^t$$

$$1{,}1^7 = 1{,}1^t \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{t = 7\ meses}$$

Gabarito: Alternativa **B**

31. (CESPE / STM – 2018 - Adaptada) Uma pessoa atrasou em 15 dias o pagamento de uma dívida de R$ 20.000, cuja taxa de juros de mora é de 21% ao mês no regime de juros simples.

Acerca dessa situação hipotética, e considerando o mês comercial de 30 dias e adotando a convenção exponencial para o regime de juros compostos, julgue o item subsequente.

No regime de juros compostos, o valor dos juros de mora na situação apresentada será R$ 100 menor que no regime de juros simples.

Comentários:

Vamos calcular separadamente o valor dos Juros no regime de Juros Simples e no regime de Juros Compostos e calcular a diferença questionada pelo enunciado.

O enunciado nos informa que:

$$C = 20.000$$

$$t = 15\ dias = 0{,}5\ mês$$

$$i = 21\%\ ao\ mês = 0{,}21$$

Atente-se para a conversão da unidade do tempo de aplicação (dia) para a unidade da taxa de juros (mês) pois **necessariamente** devem coincidir. 15 dias é equivalente a metade do mês de 30 dias, ou seja, 0,5 mês.

- Em Regime de Juros Simples:

$$J_{Simples} = C \times i \times t$$

$$J_{Simples} = 20.000 \times 0{,}21 \times 0{,}5 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{J_{Simples} = 2.100}}$$

- Em Regime de Juros Compostos:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 2.000 \times (1 + 0{,}21)^{0{,}5}$$

$$M = 2.000 \times 1{,}21^{0{,}5}$$

$$M = 2.000 \times 1{,}1 \quad \rightarrow \quad M = 22.000$$

Abrindo um parêntese: Lembrando que elevar a meio é a mesma operação que extrair a raiz quadrada. Vamos fazer passo a passo e relembrar as aulas de exponenciação da matemática básica.

$$1{,}21^{0{,}5} = 1{,}21^{1/2} = \sqrt{1{,}21} = 1{,}1$$

De posse do Montante e do Capital, calculamos os Juros Compostos.

$$J_{Compostos} = M - C$$

$$J_{Compostos} = 22.000 - 20.000 \quad \rightarrow \boxed{\boldsymbol{J_{Compostos} = 2.000}}$$

Sendo assim, no regime de Juros Compostos os Juros (R$ 2.000,00) serão R$ 100,00 **A MENOS** que em regime de Juros Simples (R$ 2.100,00).

Gabarito: **CERTO**

32. (FCC / ELETROSUL – 2016) Se uma pessoa aplicar um capital (C), durante 1 semestre, sob o regime de capitalização composta a uma taxa de 3% ao trimestre, obterá no final do prazo de aplicação um valor de juros igual a R$ 1.370,25.

Se ela aplicar este mesmo capital (C), durante 15 meses, a uma taxa de 9,6% ao ano sob o regime de capitalização simples, então obterá no final do prazo de 15 meses um valor de juros correspondente, em reais, de

a) 2.740,50.
b) 3.000,00.
c) 2.700,00.
d) 2.400,00.
e) 2.880,00.

Comentários:

Vamos, primeiramente, calcular o valor do Capital C.

Se uma pessoa aplicar um capital (C), durante 1 semestre, sob o regime de capitalização composta a uma taxa de 3% ao trimestre, irá obter ao final do prazo de aplicação um valor de juros igual a R$ 1.370,25.

Atente-se para a conversão do tempo de aplicação (semestre) para a da unidade da taxa de juros (trimestre) pois **necessariamente** devem coincidir. Em 1 semestre há 2 trimestres.

Sabemos que os Juros são calculados pela diferença do Montante menos o Capital.

$$J = M - C$$

Vamos substituir a fórmula do Montante em regime Compostos e calcular o Capital.

$$J = M - C$$

$$J = C \times (1+i)^t - C$$

$$1.370{,}25 = C \times (1+0{,}03)^2 - C$$

$$1.370{,}25 = C \times (1{,}03)^2 - C$$

$$1.370{,}25 = 1{,}0609 \times C - C$$

$$1.370{,}25 = 0{,}0609 \times C$$

$$C = \frac{1.370{,}25}{0{,}0609} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{C = 22.500}$$

A pessoa aplicou esse mesmo capital (C), durante 15 meses, a uma taxa de 9,6% ao ano sob o regime de capitalização simples por 15 meses.

Sendo assim, <u>o valor dos Juros Simples</u> será igual a:

$$J = C \times i \times t$$

$$J = 22.500 \times 0{,}096 \times 1{,}25$$

Mais uma vez, **atente-se** para a conversão do tempo de aplicação (meses) para a da unidade da taxa de juros (ano) pois **necessariamente** devem coincidir.

$$t = 15\ meses \quad \rightarrow \quad t = \frac{15}{12}\ ano = 1{,}25\ ano$$

Calculando os Juros:

$$J = 22.500 \times 0{,}096 \times 1{,}25 \quad \rightarrow \boldsymbol{J = 2.700}$$

Gabarito: Alternativa **C**

33. (VUNESP / ARSESP – 2018) O capital C foi aplicado pelo prazo de 2 anos à taxa de juros simples de 7% ao ano e gerou, nesse período, o montante líquido M_1. Aplicando se o mesmo capital pelo mesmo prazo, mas à taxa de 7% de juros anuais compostos, gera-se o montante M_2. Nesse caso, o valor mais próximo da diferença entre os montantes M_2 e M_1, ao final dos 2 anos, será de:

a) 0,005 C
b) 2,5 C

c) 2 C
d) 1,05 C
e) 0,01 C

Comentários:

Vamos calcular cada aplicação separadamente e, posteriormente, calcular a diferença dos Montantes.

O capital C foi aplicado pelo prazo de 2 anos à taxa de juros simples de 7% ao ano e gerou, nesse período, o montante líquido M_1. Vamos utilizar a fórmula do Montante em regime de Juros Simples.

$$M_1 = C \times (1 + i \times t)$$

$$M_1 = C \times (1 + 0{,}07 \times 2)$$

$$M_1 = C \times (1 + 0{,}14) \quad \rightarrow \boxed{\boldsymbol{M_1 = 1,14C}}$$

Aplicando-se o mesmo capital pelo mesmo prazo, mas à taxa de 7% de juros anuais compostos, gera-se o montante M_2. Iremos, agora, utilizar a fórmula do Montante em regime de Juros Compostos.

$$M_2 = C \times (1 + i)^t$$

$$M_2 = C \times (1 + 0{,}07)^2$$

$$M_2 = C \times 1{,}07^2 \quad \rightarrow \boxed{\boldsymbol{M_2 = 1,1449C}}$$

Nesse caso, o valor mais próximo da diferença entre os montantes M_2 e M_1, ao final dos 2 anos, será de:

$$\Delta = M_2 - M_1$$

$$\Delta = 1{,}1449C - 1{,}14C \quad \rightarrow \boldsymbol{\Delta = 0,0049C}$$

O valor mais próximo, dentre as alternativas, é **0,005C**.

Gabarito: Alternativa **A**

34. (FGV / BANESTES – 2018) Certa empresa financeira do mundo real cobra juros compostos de 10% ao mês para os empréstimos pessoais. Gustavo obteve nessa empresa um empréstimo de 6.000 reais para pagamento, incluindo os juros, três meses depois.

O valor que Gustavo deverá pagar na data do vencimento é:

a) 6.600 reais
b) 7.200 reais
c) 7.800 reais
d) 7.986 reais
e) 8.016 reais

Comentários:

Gustavo obtém o empréstimo em Regime de Juros Compostos. Nesse regime, o Montante é calculado pela seguinte equação:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

Onde,

$M = Montante = ?$

$C = Capital = 6.000$

$i = Taxa\ de\ Juros = 10\%\ ao\ mês = 0{,}1$

$t = tempo = 3\ meses$

Vamos substituir os valores e calcular o Montante devido por Gustavo.

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 6.000 \times (1 + 0{,}1)^3$$

$$M = 6.000 \times 1{,}1^3$$

$$M = 6.000 \times 1{,}331 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{M = 7.986}$$

Gabarito: Alternativa **D**

35. (CESPE / IFF - 2018) Um indivíduo possui R$ 10.000,00 e também uma dívida nesse mesmo valor. O valor da dívida é corrigido à taxa de juros compostos de 10% ao mês. O indivíduo resolve não pagar a dívida e investir o dinheiro que possui em uma aplicação que rende juros compostos líquidos de 20% ao mês. Dessa forma, se ao final do segundo mês de aplicação, o indivíduo pagar dívida, ainda lhe sobrará uma quantia de

a) R$ 2.000,00
b) R$ 2.100,00
c) R$ 2.300,00
d) R$ 3.600,00
e) R$ 3.924,00

Comentários:

Vamos calcular separadamente o Montante da Dívida e o Montante da Aplicação ao final de 2 meses.

- Dívida

Em regime de Juros Compostos, o Montante é calculado pela seguinte equação:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

Onde,

$M = Montante = ?$

$C = Capital = 10.000$

$i = Taxa\ de\ Juros = 10\%\ ao\ mês = 0{,}1$

$t = tempo = 2\ meses$

Iremos substituir os valores e calcular o Montante da Dívida.

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M_{Dívida} = 10.000 \times (1 + 0{,}1)^2$$

$$M_{Dívida} = 10.000 \times 1{,}1^2$$

$$M_{Dívida} = 10.000 \times 1{,}21 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{M_{Dívida} = 12.100}}$$

- Aplicação

Utilizaremos a mesma fórmula do Montante em Regime de Juros Compostos. Porém, a Taxa de Juros nesse caso será igual a 20% ao mês.

Em regime de Juros Compostos, o Montante é calculado pela seguinte equação:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

Onde,

$M = Montante = ?$

$C = Capital = 10.000$

$i = Taxa\ de\ Juros = 20\%\ ao\ mês = 0{,}2$

$t = tempo = 2\ meses$

Logo, o Montante da Aplicação será igual a:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M_{Aplicação} = 10.000 \times (1 + 0{,}2)^2$$

$$M_{Aplicação} = 10.000 \times 1{,}2^2$$

$$M_{Aplicação} = 10.000 \times 1{,}44 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{M_{Aplicação} = 14.400}}$$

Dessa forma, se ao final do segundo mês de aplicação, o indivíduo pagar a dívida, ainda lhe sobrará uma quantia de

$$sobra = M_{Aplicação} - M_{Dívida}$$

$$sobra = 14.400 - 12.100 \quad \rightarrow \boldsymbol{sobra = 2.300}$$

Observe que estamos fazendo **TODAS** as questões passo a passo para que você entenda o raciocínio e também os cálculos.

Quando você estiver mais avançado, perceberá que esta questão pode ser resolvida em apenas 4 linhas. Por isso, a necessidade de se fazer MUITOS e MUITOS exercícios.

Vejamos a resolução em 4 linhas:

$$sobra = M_{Aplicação} - M_{Dívida}$$

$$sobra = 10.000 \times (1 + 0{,}2)^2 - 10.000 \times (1 + 0{,}1)^2$$

$$sobra = 10.000 \times (1{,}44 - 1{,}21)$$

$$sobra = 10.000 \times 0{,}23 \quad \rightarrow \boldsymbol{sobra = 2.300}$$

Gabarito: Alternativa **C**

36. **(FCC / SEFAZ MA – 2016) Um capital de R$ 20.000,00 foi aplicado à taxa de juros compostos de 10% ao ano. Sendo t o número de anos em que esse capital deverá ficar aplicado para que produza juro total de R$ 9.282,00, então t pode ser calculado corretamente por meio da resolução da equação**

a) $1{,}1^t = 1{,}4641$
b) $0{,}1^t = 0{,}4641$
c) $1{,}1^t = 0{,}4641$
d) $0{,}1^t = 1{,}4641$
e) $1{,}1^t = 1{,}5470$

Comentários:

Sabemos que o Montante de uma aplicação é dado pela soma do Capital aplicado mais os Juros recebidos. Sendo assim, o Montante será igual a:

$$M = C + J$$

$$M = 20.000 + 9.282 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{M = 29.282}}$$

Em regime de Juros Compostos, o Montante é calculado pela seguinte equação:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

Onde,

$M = Montante = 29.282$

$C = Capital = 20.000$

$i = Taxa\ de\ Juros = 10\%\ ao\ ano = 0{,}1$

$t = tempo = t$

Vamos substituir os valores e achar a expressão para o cálculo de t.

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$29.282 = 20.000 \times (1 + 0{,}1)^t$$

$$\frac{29.282}{20.000} = (1{,}1)^t$$

$$1{,}4641 = 1{,}1^t \quad \rightarrow \quad \mathbf{1{,}1^t = 1{,}4641}$$

Gabarito: Alternativa **A**

37. (CESPE / SEFAZ RS 2018) Um banco de investimentos capta recursos e paga juros compostos à taxa de 10% ao mês sobre o valor investido, mas cobra, mensalmente, o valor fixo de R$ 100 a título de taxa de administração. O banco retira esse valor tão logo paga os juros mensais, e os juros seguintes são calculados sobre o montante remanescente.

Nessa situação, se um cliente investir R$ 1.000 nesse banco e conseguir isenção da taxa de administração no primeiro mês, então, ao final do terceiro mês de aplicação, ele auferirá um montante igual a

a) R$ 1.000,00
b) R$ 1.100,00
c) R$ 1.121,00
d) R$ 1.131,00
e) R$ 1.200,00

Comentários:

Iremos calcular passo a passo os valores para você compreender detalhadamente o enunciado.

Um banco de investimentos capta recursos e paga juros compostos à taxa de 10% ao mês sobre o valor investido, mas cobra, mensalmente, o valor fixo de R$ 100 a título de taxa de administração. Um cliente decide investir R$ 1.000 nesse banco e consegue isenção da taxa de administração no primeiro mês.

Sendo assim, **a primeira taxa de administração será paga ao FINAL DO SEGUNDO MÊS**.

Ao final do segundo mês, o Montante será igual a:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

Onde,

$M = Montante = ?$

$C = Capital = 1.000$

$i = Taxa\ de\ Juros = 10\%\ ao\ mês = 0{,}1$

$t = tempo = 2\ meses$

Vamos substituir os valores e calcular o Montante no segundo mês (antes de pagar a taxa).

$$M_{antes\ do\ pgto\ Taxa} = C \times (1 + i)^t$$

$$M_{antes\ do\ pgto\ Taxa} = 1.000 \times (1 + 0{,}1)^2$$

$$M_{antes\ do\ pgto\ Taxa} = 1.000 \times 1{,}1^2$$

$$M_{antes\ do\ pgto\ Taxa} = 1.000 \times 1{,}21 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{M_{antes\ do\ pgto\ Taxa} = 1.210}}$$

Ao final desse segundo mês, o cliente pagará uma taxa de R$ 100,00 ao banco. Sendo assim, restará um Montante igual a:

$$M_{final\ do\ segundo\ mês} = M_{antes\ do\ pgto\ Taxa} - Taxa$$

$$M_{final\ do\ segundo\ mês} = 1.210 - 100 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{M_{final\ do\ segundo\ mês} = 1.110}}$$

Esse valor continuará aplicado por mais 1 mês e resultará em um Montante (antes do pagamento da taxa) igual a:

$$M_{antes\ do\ pgto\ Taxa} = C \times (1 + i)^t$$

$$M_{antes\ do\ pgto\ Taxa} = 1.110 \times (1 + 0{,}1)^1$$

$$M_{antes\ do\ pgto\ Taxa} = 1.110 \times 1{,}1 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{M_{antes\ do\ pgto\ Taxa} = 1.221}}$$

Ao final desse terceiro mês, o cliente pagará mais uma taxa de R$ 100,00 ao banco. Logo, restará um Montante ao final do terceiro mês igual a:

$$M_{final\ do\ terceiro\ mês} = M_{antes\ do\ pgto\ Taxa} - Taxa$$

$$M_{final\ do\ terceiro\ mês} = 1.221 - 100 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{M_{final\ do\ terceiro\ mês} = 1.121}$$

Gabarito: Alternativa **C**

38. (VUNESP / Pref. São Paulo – 2018) Um investidor aplicou o valor de R$ 20.000,00 por dois anos a juros simples; outro investidor aplicou também por dois anos, os mesmos R$ 20.000,00, à mesma taxa, pelos mesmos dois anos, mas a juros compostos. A diferença entre os dois montantes ao final de dois anos foi de R$ 200,00. Então, a taxa anual de juros nos dois casos era de

a) 8%
b) 2%
c) 10%
d) 5%
e) 20%

Comentários:

Vamos calcular o Montante de cada regime separadamente e, dada a diferença entre eles, calcularemos o valor da taxa de juros.

Um investidor aplicou o valor de R$ 20.000,00 por dois anos a juros simples. Logo, o Montante Simples será igual a:

$$M_{Simples} = C \times (1 + i \times t)$$

$$M_{Simples} = 20.000 \times (1 + i \times 2) \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{M_{Simples} = 20.000 \times (1 + 2i)}}$$

Outro investidor aplicou, também por dois anos, os mesmos R$ 20.000,00, à mesma taxa, mas a juros compostos, resultando em um Montante Composto de:

$$M_{Compostos} = C \times (1 + i)^t \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{M_{Compostos} = 20.000 \times (1 + i)^2}}$$

A diferença entre os dois montantes ao final de dois anos foi de R$ 200,00. Então, a taxa anual de juros nos dois casos era de :

$$200 = M_{Compostos} - M_{Simples}$$

$$200 = 20.000 \times (1 + i)^2 - 20.000 \times (1 + 2i)$$

Simplificando ambos os lados por 200:

$$200 = 20.000 \times (1 + i)^2 - 20.000 \times (1 + 2i) \quad \div 200$$

$$1 = 100 \times (1 + i)^2 - 100 \times (1 + 2i)$$

Vamos colocar o 100 em evidência e continuar com os cálculos.

$$1 = 100 \times (1+i)^2 - 100 \times (1+2i)$$

$$1 = 100 \times [(1+i)^2 - (1+2i)]$$

$$1 = 100 \times [1 + 2i + i^2 - 1 - 2i]$$

$$1 = 100 \times i^2$$

$$i^2 = \frac{1}{100}$$

$$i = \sqrt{\frac{1}{100}} \rightarrow i = \frac{1}{10} \rightarrow \boldsymbol{i = 0,1 \ \ ou \ \ 10\% \ ao \ ano}$$

Gabarito: Alternativa **C**

39. (FCC / SEMEF MANAUS – 2019) Rodrigues recebeu uma quantia em dinheiro em uma determinada data. A metade dessa quantia ele aplicou sob o regime de capitalização simples, a uma taxa de 9,6% ao ano, durante 6 meses. A outra metade ele aplicou sob o regime de capitalização composta, a uma taxa de 2% ao trimestre, durante 1 semestre. Se o montante correspondente à aplicação sob regime de capitalização simples apresentou um valor igual a R$ 13.100,00, então, a soma dos valores dos juros das duas aplicações foi de

a) R$ 1.000,00.
b) R$ 990,00.
c) R$ 1.105,00.
d) R$ 1.200,00.
e) R$ 1.120,00.

Comentários:

Vamos trabalhar com as aplicações separadamente.

- (I). A metade da quantia recebida por Rodrigues, ele aplicou sob o regime de capitalização simples a uma taxa de 9,6% ao ano, durante 6 meses, resultando em um Montante de R$ 13.100,00.

Em regime de Juros Simples, o Montante é calculado pela seguinte equação:

$$M = C \times (1 + i \times t)$$

Onde,

$M = Montante = 13.100$

$C = Capital = ?$

$i = Taxa\ de\ Juros = 9{,}6\%\ ao\ ano = 0{,}096$

$t = tempo = 6\ meses = 0{,}5\ anos$

Atente-se para a **conversão** da unidade do tempo de aplicação (meses) para a unidade da taxa de juros (ano) pois **necessariamente** devem coincidir. 6 meses equivalem a meio ano.

Iremos substituir os valores e calcular o Capital aplicado no regime Simples.

$$M = C \times (1 + i \times t)$$

$$13.100 = C \times (1 + 0{,}096 \times 0{,}5)$$

$$13.100 = C \times (1 + 0{,}048)$$

$$13.100 = C \times 1{,}048$$

$$C = \frac{13.100}{1{,}048} \rightarrow \boxed{\boldsymbol{C = 12.500}}$$

De posse do Montante e do Capital, calcularemos os Juros relativos à aplicação em regime de juros simples, uma vez que, **os Juros são calculados pela diferença do Montante recebido menos o Capital Aplicado**.

$$J_{Simples} = M - C$$

$$J_{Simples} = 13.100 - 12.500 \rightarrow \boldsymbol{J_{Simples} = 600}$$

- (II). A outra metade Rodrigues aplicou sob o regime de capitalização composta, a uma taxa de 2% ao trimestre, durante 1 semestre.

Rodrigues tinha um Capital e aplicou metade (R$ 12.500) em regime de Juros Simples como visto na parte (I) do problema. Logo, o Capital total será o dobro deste valor, ou seja, R$ 25.000.

Então, Rodrigues dispunha de um Capital de R$ 25.000 e aplicou metade (R$ 12.500) em regime de Juros Simples e a outra metade (R$ 12.500) em regime Composto (que iremos trabalhar agora).

Em regime de Juros Compostos, o Montante é calculado pela seguinte equação:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

Onde,

$M = Montante = ?$

$C = Capital = 12.500$

$i = Taxa\ de\ Juros = 2\%\ ao\ trimestre = 0{,}02$

$t = tempo = 1\ semestre = 2\ trimestres$

Atente-se para a **conversão** da unidade do tempo de aplicação (semestre) para a unidade da taxa de juros (trimestre) pois **necessariamente** devem coincidir. 1 semestre equivale a 2 trimestres.

Vamos substituir os valores e calcular o Montante.

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 12.500 \times (1 + 0{,}02)^2$$

$$M = 12.500 \times 1{,}02^2$$

$$M = 12.500 \times 1{,}0404 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{M = 13.005}}$$

De posse do Montante e do Capital, calcularemos os Juros relativos à aplicação em regime de juros compostos, uma vez que, **os Juros são calculados pela diferença do Montante recebido menos o Capital Aplicado**.

$$J_{Compostos} = M - C$$

$$J_{Compostos} = 13.005 - 12.500 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{J_{Compostos} = 505}$$

Sendo assim, a soma dos valores dos juros das duas aplicações foi de:

$$Soma = J_{Simples} + J_{Compostos}$$

$$Soma = 600 + 505 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{Soma = 1.105}$$

Gabarito: Alternativa **C**

40. (CESPE / BNB - 2018) No que se refere a matemática financeira, julgue o seguinte item.

No regime de juros compostos com capitalização mensal à taxa de juros de 1% ao mês, a quantidade de meses que o capital de R$ 100.000 deverá ficar investido para produzir o montante de R$ 120.000 é expressa por

$$\frac{\log_{10}(2,1)}{\log_{10}(1,01)}$$

Comentários:

Em **regime de Juros Compostos**, o Montante é calculado pela seguinte equação:

$$M = C \times (1+i)^t$$

Onde,

$M = Montante = 120.000$

$C = Capital = 100.000$

$i = Taxa\ de\ Juros = 1\%\ ao\ mês = 0{,}01$

$t = tempo = ?$

Iremos substituir os valores e calcular o tempo.

$$M = C \times (1+i)^t$$

$$120.000 = 100.000 \times (1+0{,}1)^t$$

$$\frac{120.000}{100.000} = 1{,}1^t$$

$$1{,}2 = 1{,}1^t \quad \rightarrow \quad aplicando \log dos\ dois\ lados$$

$$\log_{10}(1{,}2) = \log_{10}(\,1{,}1^t)$$

Para resolver essa igualdade, vamos relembrar uma das propriedades de logaritmo da matemática básica. O logaritmo de uma **potência** é igual a essa **potência vezes o logaritmo**.

$$\boxed{\log_a x^p = p * \log_a x}$$

Aplicando a **propriedade do logaritmo da potência** teremos:

$$\log_{10}(1{,}2) = \log_{10}(1{,}1^{t})$$

$$\log_{10}(1{,}2) = t \times \log_{10}(1{,}1) \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{t = \frac{\log_{10}(1,2)}{\log_{10}(1,1)}}$$

Gabarito: **ERRADO**

41. (FCC / SEFAZ PI – 2015) Um investidor aplica, em uma mesma data, os seguintes capitais:

I. R$ 11.600,00, durante 15 meses, sob o regime de capitalização simples.

II. R$ 20.000,00, durante 1 semestre, sob o regime de capitalização composta, a uma taxa de juros de 3% ao trimestre.

Se os valores dos juros das duas aplicações são iguais, então a taxa de juros anual da primeira aplicação é de

a) 8,4%
b) 9,0%
c) 9,6%
d) 10,5%
e) 10,8%

Comentários:

Os valores dos juros das duas operações **são iguais**, isto é, os Juros da aplicação em regime Simples é igual ao valor dos Juros da aplicação em regime Composto:

Vamos calcular separadamente cada Juros e no final igualá-los.

I. R$ 11.600,00, durante 15 meses, sob o regime de capitalização simples.

$$J_S = C \times i \times t$$

$$J_S = 11.600 \times i \times 15 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{J_S = 174.000 \times i}}$$

II. R$ 20.000,00, durante 1 semestre (2 trimestres), sob o regime de capitalização composta, a uma taxa de juros de 3% ao trimestre.

Atente-se para a conversão da unidade do tempo de aplicação (semestre) para a unidade da taxa de juros (trimestre) pois **necessariamente** devem coincidir. Em 1 semestre há 2 trimestres.

Calculando o Montante:

$$M = C \times (1+i)^t$$

$$M = 20.000 \times (1+0{,}03)^2$$

$$M = 20.000 \times (1{,}03)^2$$

$$M = 20.000 \times 1{,}0609 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{M = 21.218}}$$

De posse do Montante e do Capital, calcularemos os Juros relativos à aplicação em regime de juros compostos, uma vez que, **os Juros são calculados pela diferença do Montante recebido menos o Capital Aplicado**.

$$J_C = M - C$$

$$J_C = 21.218 - 20.000 \quad \rightarrow \boxed{\boldsymbol{J_C = 1.118}}$$

O enunciado nos afirma que os Juros são iguais. Logo, a taxa i mensal do regime de Juros Simples será de:

$$J_S = J_C$$

$$174.000 \times i = 1.118$$

$$i = \frac{1.118}{174.000} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i = 0,007 \ \ ou \ \ 0,7\% \ ao \ mês}$$

Observe, porém, que a banca nos questiona o valor da taxa anual. Em regime de Juros Simples, **as taxas são proporcionais**. Sendo assim, a taxa anual será igual a:

$$i_{anual} = 12 \times i_{mensal}$$

$$i_{anual} = 12 \times 0{,}7\% \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_{anual} = 8,4\%}$$

Gabarito: Alternativa **A**

42. (VUNESP / Pref. SJC – 2018) Um investidor aplicou R$ 101 200,00, à taxa de juro composto de 1,2% ao mês.

Se ele deixar o dinheiro aplicado por 10 anos sem taxas ou impostos, ele resgatará um total, em reais, igual a

a) $100.000 \times 1{,}012^{121}$
b) $100.000 \times 1{,}012^{11}$
c) $100.000 \times 1{,}12^{121}$
d) $101.200 \times 1{,}012^{10}$
e) $101.200 \times 1{,}0012^{120}$

Comentários:

Em regime de Juros Compostos, o Montante é calculado pela seguinte equação:

$$M = C \times (1+i)^t$$

Onde,

$M = Montante = ?$

$C = Capital = 101.200$

$i = Taxa\ de\ Juros = 1{,}2\%\ ao\ mês = 0{,}012$

$t = tempo = 10\ anos = 120\ meses$

Atente-se para a **conversão** da unidade do tempo de aplicação (ano) para a unidade da taxa de juros (meses) pois **necessariamente** devem coincidir. Em 1 ano há 12 meses. Logo, em 10 anos haverá 120 meses.

Vamos substituir os valores e calcular o Montante.

$$M = C \times (1+i)^t$$

$$M = 101.200 \times (1+0{,}012)^{120}$$

$$M = 101.200 \times 1{,}012^{120}$$

CUIDADO! Observe que **não há alternativa** com esta resposta. A alternativa E tem um "zero" a mais depois da vírgula.

Para achar a resposta, precisaremos **manipular algebricamente** o Montante.

Observe que 101.200 pode ser escrito como:

$$101.200 = 100.000 \times 1{,}012$$

Sendo assim, vamos substituir na equação do Montante e calcular a resposta.

$$M = 101.200 \times 1{,}012^{120}$$

$$M = 100.000 \times 1{,}012 \times 1{,}012^{120} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{M = 100.000 \times 1{,}012^{121}}$$

Lembrando que, na multiplicação de potências de mesma base, repetimos a base e somamos os expoentes.

Gabarito: Alternativa **A**

43. (CESPE / FUB - 2018) Julgue o item subsequente, relativo a funções e matemática financeira.

Se uma dívida de R$ 1.000,00 for paga um ano após o vencimento, à taxa de juros compostos de 7% ao mês, então, considerando-se 1,5 como valor aproximado para $(1{,}07)^6$, o total pago será superior a R$ 2.000,00.

Comentários:

Em **regime de Juros Compostos**, o Montante é calculado pela seguinte equação:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

Onde,

$M = Montante = ?$

$C = Capital = 1.000$

$i = Taxa\ de\ Juros = 7\%\ ao\ mês = 0{,}07$

$t = tempo = 1\ ano = 12\ meses$

Atente-se para a **conversão** da unidade do tempo de aplicação (ano) para a unidade da taxa de juros (mês) pois **necessariamente** devem coincidir. 1 ano é equivalente a 12 meses.

Iremos substituir os valores e calcular o Montante.

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 1.000 \times (1 + 0{,}07)^{12}$$

$$M = 1.000 \times 1{,}07^{12}$$

Observe que o enunciado nos fornece o valor da potência elevado a 6. Nesse caso, vamos fazer uma pequena manipulação algébrica. Acompanhe:

$$M = 1.000 \times 1{,}07^{12}$$

$$M = 1.000 \times (1{,}07^{6})^{2}$$

$$M = 1.000 \times (1{,}5)^{2}$$

$$M = 1.000 \times 2{,}25 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{M = 2.250}$$

Ou seja, o total pago será **SUPERIOR** a R$ 2.000,00.

Gabarito: **CERTO**

44. (FCC / FUNAPE – 2017 - Adaptada) A quantia de R$ 41.212,04 é o montante da aplicação de R$ 40.000,00, durante 3 meses, à uma taxa composta mensal de

a) 1,0%.
b) 0,9%.
c) 0,8%.
d) 1,1%.
e) 1,2%.

Comentários:

Vamos utilizar a forma do Montante em regime de Juros Compostos e calcular a taxa questionada pela banca.

$$M = C \times (1 + i)^{t}$$

Onde,

$M = Montante = 41.212{,}04$

$C = Capital = 40.000$

$i = Taxa\ de\ Juros = ?$

$t = tempo = 3\ meses$

Iremos substituir os valores e calcular a taxa mensal de juros.

$$M = C \times (1+i)^t$$

$$41.212{,}04 = 40.000 \times (1+i)^3$$

$$\frac{41.212{,}04}{40.000} = (1+i)^3$$

$$1{,}030301 = (1+i)^3$$

Nesse ponto, você não precisaria tirar a raiz cúbica. Podemos **"testar"** as alternativas e constar em qual delas há a igualdade.

Para $i = 1\%$

$$(1+i)^3 \quad \rightarrow \quad (1+0{,}01)^3 \quad \rightarrow (1{,}01)^3 = 1{,}030301$$

Ou seja, a igualdade é verificada para a taxa mensal de 1%.

Obs: Na hora da prova, comece a testar pelos números "redondos", pois as contas geralmente são mais fáceis. Nesse caso, a alternativa A já apresentava o gabarito de início. Porém, se a taxa de 1% estivesse na alternativa D, começaríamos testando a alternativa D que seria um número redondo.

Gabarito: Alternativa **A**

45. (CESPE / FUNSPREV - 2016) Acerca de juros simples e compostos, julgue o item seguinte.

Se um capital de R$ 1.000 for aplicado à taxa de juros compostos de 10% ao mês, em três meses será gerado um montante superior a R$ 1.300.

Comentários:

A banca nos informa que o Capital é aplicado em **Regime de Juros Compostos**. Nesse regime, o Montante é calculado pela seguinte equação:

$$M = C \times (1+i)^t$$

Onde,

$M = Montante = ?$

$C = Capital = 1.000$

$i = Taxa\ de\ Juros = 10\%\ ao\ mês = 0{,}1$

$t = tempo = 3\ meses$

Vamos substituir os valores e calcular o Montante questionado pelo enunciado.

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 1.000 \times (1 + 0{,}1)^3$$

$$M = 1.000 \times 1{,}1^3$$

$$M = 1.000 \times 1{,}331 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{M = 1.331}$$

Ou seja, o Montante é **SUPERIOR** a R$ 1.300.

Gabarito: **CERTO**

46. (FCC / TJ MA – 2019) Em 31/03/2019, João realizou uma aplicação financeira no valor de R$ 100.000,00, que seria remunerada com taxa de juros compostos de 3% ao mês. Sabendo que não foi realizado nenhum resgate e que o rendimento é calculado considerando meses de 30 dias, o valor atualizado da aplicação financeira em 30/06/2019, em reais, era de

a) 112.000,00.
b) 109.272,70.
c) 109.000,00.
d) 106.090,00.
e) 106.000,00.

Comentários:

O enunciado nos informa que a aplicação é remunerada em **regime de Juros Compostos**. Nesse regime, o Montante é calculado pela seguinte equação:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

Onde,

$M = Montante = ?$

$C = Capital = 100.000$

$i = Taxa\ de\ Juros = 3\%\ ao\ mês = 0{,}03$

$t = tempo = 3\ meses$

Observe que o Capital é remunerado por 3 meses (Abril, Maio e Junho).

Vamos substituir os valores e calcular o Montante.

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 100.000 \times (1 + 0{,}03)^3$$

$$M = 100.000 \times 1{,}03^3$$

$$M = 100.000 \times 1{,}092727 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{M = 109.272,70}$$

Gabarito: Alternativa **B**

47. (CESPE / FUNSPREV - 2016) Um poupador de pequenas quantias aplicou R$ 100 esperando obter rendimento de 1% de juros compostos ao mês.

Nesse caso, se, ao final de dois meses, for sacado o valor de R$ 50, então o saldo remanescente será inferior a R$ 52.

Comentários:

Primeiramente, vamos calcular o valor do Montante desta aplicação ao final de 2 meses. No Regime de Juros Compostos, o Montante é calculado pela seguinte equação:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

Onde,

$M = Montante = ?$

$C = Capital = 100$

$i = Taxa\ de\ Juros = 1\%\ ao\ mês = 0{,}01$

$t = tempo = 2\ meses$

Iremos substituir os valores e calcular o Montante.

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 100 \times (1 + 0{,}01)^2$$

$$M = 100 \times 1{,}01^2$$

$$M = 100 \times 1{,}0201 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{M = 102,10}}$$

Se, ao final de dois meses, for sacado o valor de R$ 50, então o saldo remanescente será igual a:

$$saldo = M - valor\ sacado$$

$$saldo = 102{,}10 - 50 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{saldo = 52,10}$$

Ou seja, o saldo é **SUPERIOR** a R$ 52,00.

Gabarito: **ERRADO**

48. (CESPE / FUNSPREV - 2016) Um poupador de pequenas quantias aplicou R$ 100 esperando obter rendimento de 1% de juros compostos ao mês.

Nesse caso, ao final de três meses, o montante da aplicação, em reais, poderá ser calculado pela expressão 102 × $(1{,}01)^3$.

Comentários:

Iremos utilizar a fórmula do Montante em Regime de Juros Compostos para calcular a expressão que fornecerá o Montante da aplicação ao final de 3 meses.

$$M = C \times (1 + i)^t$$

Onde,

$M = Montante = ?$

$C = Capital = 100$

$i = Taxa\ de\ Juros = 1\%\ ao\ mês = 0{,}01$

$t = tempo = 3\ meses$

Vamos substituir os valores e achar a expressão.

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 100 \times (1 + 0{,}01)^3 \quad \rightarrow \boldsymbol{M = 100 \times (1{,}01)^3}$$

Observe que a expressão fornecida pelo enunciado $102 \times (1{,}01)^3$ **não é equivalente** à expressão que acabamos de calcular. Logo, a assertiva está errada.

Gabarito: **ERRADO**

49. (FCC / TRE PR – 2017) A Cia. Escocesa, não tendo recursos para pagar um empréstimo de R$ 150.000,00 na data do vencimento, fez um acordo com a instituição financeira credora para pagá-la 90 dias após a data do vencimento. Sabendo que a taxa de juros compostos cobrada pela instituição financeira foi 3% ao mês, o valor pago pela empresa, desprezando-se os centavos, foi, em reais,

a) 163.909,00.
b) 163.500,00.
c) 154.500,00.
d) 129.135,00.
e) 159.000,00.

Comentários:

O enunciado nos informa que a dívida é renegociada em regime de Juros Compostos. Nesse regime, o Montante é calculado pela seguinte equação:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

Onde,

$M = Montante = ?$

$C = Capital = 150.000$

$i = Taxa\ de\ Juros = 3\%\ ao\ mês = 0{,}03$

$t = tempo = 90\ dias = 3\ meses$

Atente-se para a **conversão** da unidade do tempo de aplicação (dias) para a unidade da taxa de juros (meses) pois **necessariamente** devem coincidir. 90 dias equivalem a 3 meses.

Vamos substituir os valores e calcular o Montante.

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 150.000 \times (1 + 0{,}03)^3$$

$$M = 150.000 \times 1{,}03^3$$

$$M = 150.000 \times 1{,}092727 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{M = 163.909,05}$$

Cuidado na hora de arredondar as contas. Se você tivesse utilizado apenas 2 casas decimais para arredondar a potência, você acharia o gabarito errado.

Gabarito: Alternativa **A**

50. (CESPE / MPU - 2015) Julgue o item subsequente considerando que um investidor tenha aplicado R$ 10.000,00 a juros compostos por um semestre e que 1,1 e 1,34 sejam, respectivamente, os valores aproximados para $1{,}048^2$ e $1{,}05^6$.

Se o valor dos juros for capitalizado trimestralmente e se, ao final do semestre, o montante apurado for de R$ 10.600,00, então a taxa de juros compostos trimestral do investimento será superior a 5%.

Comentários:

Iremos utilizar a fórmula do Montante em regime de Juros Compostos e calcular a taxa TRIMESTRAL que, aplicada ao Capital de R$ 10.000,00, produzirá um Montante de R$ 10.600,00.

Em Regime de Juros Compostos, o Montante é calculado pela seguinte equação:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

Onde,

$M = Montante = 10.600$

$C = Capital = 10.000$

$i = Taxa\ de\ Juros = ?$

$t = tempo = 1\ semestre = 2\ trimestres$

Atente-se para a conversão da unidade do tempo de aplicação (semestre) para a unidade da Taxa de Juros pedida no enunciado (trimestre), pois **necessariamente** devem coincidir. 1 semestre é equivalente a 2 trimestres.

Vamos substituir os valores e calcular a Taxa de Juros trimestral.

$$M = C \times (1+i)^t$$

$$10.600 = 10.000 \times (1+i)^2$$

$$(1+i)^2 = \frac{10.600}{10.000}$$

$$(1+i)^2 = 1{,}06 \quad equação\ (I)$$

Nesse caso, iremos utilizar um pouco da experiência de resolução de exercícios. **Não precisamos calcular** a raiz quadrada.

Observe que o enunciado nos fornece o valor de $1{,}048^2$ que é igual a 1,1.

Ou seja, se a Taxa for 0,048 (4,8%), a potência entre parênteses da equação (I) já será maior que 1,06.

Então, para essa potência ser igual a 1,06 (número este menor que 1,1), a Taxa deve ser menor que 4,8% e assim CERTAMENTE também será MENOR que 5%.

Gabarito: **ERRADO**

51. (FCC / DPE RS – 2017) Em uma determinada data, Rodrigo decidiu aplicar em uma instituição financeira um capital, durante 8 meses, sob o regime de capitalização simples e a uma taxa de juros de 7,5% ao semestre. No final do período, resgatou todo o montante e separou R$ 6.000,00 para pagar uma dívida neste mesmo valor. O restante do dinheiro referente ao montante ele aplicou em uma outra instituição financeira, durante 1 ano, sob o regime de capitalização composta e a uma taxa de juros de 5% ao semestre. O valor dos juros desta segunda aplicação foi igual a R$ 738,00 e representa X% do valor dos juros obtidos na primeira aplicação. O valor de X é de

a) 73,80
b) 61,50
c) 72,00
d) 49,20
e) 59,04

Comentários:

Questão bem interessante. Vamos reescrever as partes do enunciado e resolver passo a passo. Iremos resolver a questão de trás para frente.

"...aplicou em uma outra instituição financeira, durante 1 ano, sob o regime de capitalização composta e a uma taxa de juros de 5% ao semestre. O valor dos juros desta segunda aplicação foi igual a R$ 738,00..."

Vamos utilizar a fórmula do regime Composto e calcular o Capital que foi aplicado nessa operação.

$$J = M - C$$

$$J = C \times (1 + i)^t - C$$

$$738 = C \times (1 + 0{,}05)^2 - C$$

$$738 = C \times (1{,}05)^2 - C$$

$$738 = 1{,}1025 \times C - C$$

$$738 = 0{,}1025 \times C$$

$$C = \frac{738}{0{,}1025} \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{C = 7.200}}$$

Atente-se para a **conversão** da unidade do tempo de aplicação (ano) para a unidade da taxa de juros (semestre) pois **necessariamente** devem coincidir. Em 1 ano há 2 semestres.

"No final do período, resgatou todo o montante e separou R$ 6.000,00 para pagar uma dívida neste mesmo valor."

Observe que ele separou R$ 6.000 do Montante da primeira aplicação e reaplicou os R$ 7.200 que calculamos acima.

Logo, o Montante da aplicação em regime Simples será igual a:

$$M_{Simples} = 7.200 + 6.000 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{M_{Simples} = 13.200}}$$

"Em uma determinada data, Rodrigo decidiu aplicar em uma instituição financeira um capital, durante 8 meses, sob o regime de capitalização simples e a uma taxa de juros de 7,5% ao semestre."

Iremos utilizar a fórmula do regime de Juros Simples e calcular o Capital inicial aplicado.

Atente-se para a **conversão** da unidade da taxa de juros (semestre) para a unidade do tempo de aplicação (meses) pois **necessariamente** devem coincidir. Em 1 semestre há 6 meses. Logo, a taxa mensal será igual a:

$$i = \frac{7{,}5\%}{6}\ ao\ mês = 0{,}0125$$

Vamos substituir na fórmula do Montante e calcular o Capital.

$$M_{Simples} = C \times (1 + i \times t)$$

$$13.200 = C \times (1 + 0{,}0125 \times 8)$$

$$13.200 = C \times (1 + 0{,}1)$$

$$13.200 = C \times 1{,}1$$

$$C = \frac{13.200}{1{,}1} \rightarrow \boxed{\boldsymbol{C = 12.000}}$$

Logo, os Juros da primeira aplicação serão iguais a:

$$J = M - C$$

$$J = 13.200 - 12.000 \rightarrow \boldsymbol{J = 1.200}$$

"O valor dos juros desta segunda aplicação foi igual a R$ 738,00 e representa X% do valor dos juros obtidos na primeira aplicação. O valor de X é de "

$$X = \frac{738}{1.200} \rightarrow \boldsymbol{X = 0,615\ \ ou\ \ 61,5\%}$$

Gabarito: Alternativa **B**

52. (CESPE / TCE RN) Considerando que 0,7, 0,05 e 1,8 sejam os valores aproximados, respectivamente, de ln2, ln1,05 e $1{,}05^{12}$, julgue o item a seguir, referente a juros.

Se, no regime de juros compostos, a taxa de juros efetiva for de 5% ao mês, será necessário um período superior a 15 meses para que o valor de um capital inicial dobre.

Comentários:

Iremos utilizar a equação do Montante em regime de Juros Compostos para calcular o tempo que um Capital C deverá ficar aplicado a uma Taxa de Juros de 5% ao mês para produzir um Montante de valor igual ao dobro do Capital, isto é, $2C$.

Em **regime de Juros Compostos**, o Montante é calculado pela seguinte equação:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

Onde,

$M = Montante = 2C$

$C = Capital$

$i = Taxa\ de\ Juros = 5\%\ ao\ mês$

$t = tempo = ?$

Vamos substituir os valores na equação e calcular o tempo.

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$2\cancel{C} = \cancel{C} \times (1 + 0{,}05)^t$$

$$2 = (1{,}05)^t$$

Aplicando logaritmo na base n nos dois lados:

$$\ln 2 = \ln(1{,}05)^t$$

Relembrando a propriedade da potência de logaritmo:

O logaritmo de uma **potência** é igual a essa **potência vezes o logaritmo**.

$$\boxed{\log_a x^p = p \times \log_a x}$$

Vamos aplicar essa propriedade do lado direito da igualdade e continuar com as operações algébricas para calcular o tempo.

$$\ln 2 = \ln(1{,}05)^t$$

$$\ln 2 = t \times \ln 1{,}05$$

$$t = \frac{\ln 2}{\ln 1{,}05} = \frac{0{,}7}{0{,}05} \rightarrow \boldsymbol{t = 14\ meses}$$

Ou seja, será necessário **um período superior a 14 meses** (e não 15) para que o valor de um capital inicial dobre.

Observe que "superior a 14" e "superior a 15" são expressões diferentes. Em, digamos, 14,5 meses o Montante já seria mais que o dobro do Capital e não se enquadraria na expressão "superior a 15" (pois 14,5 é menor que 15).

Logo, a assertiva está **ERRADA**.

Gabarito: **ERRADO**.

53. (FCC / SMF SÃO JOSÉ DO RIO PRETO – 2019) Analisando o cadastro de uma cliente de um banco, verificou-se que em uma determinada data ela aplicou 40% de seu dinheiro, durante 4 meses, a juros simples com uma taxa de 15% ao ano. Na mesma data, o restante do dinheiro ela aplicou, durante 1 semestre, a juros compostos com uma taxa de 3% ao trimestre. Sabendo-se que esta cliente obteve um montante igual a R$ 21.000,00 na aplicação a juros simples, tem-se que a soma dos juros das duas aplicações é igual a

a) R$ 3.045,00.
b) R$ 2.949,00.
c) R$ 2.827,00.
d) R$ 3.018,00.
e) R$ 2.570,00.

Comentários:

Vamos trabalhar com as aplicações separadamente.

- (I). Uma cliente, em uma determinada data, aplicou 40% de seu dinheiro, durante 4 meses, a juros simples com uma taxa de 15% ao ano resultando em um Montante de R$ 21.000,00.

Em regime de Juros Simples, o Montante é calculado pela seguinte equação:

$$M = C \times (1 + i \times t)$$

Onde,

$M = Montante = 21.000$

$C = Capital = ?$

$i = Taxa\ de\ Juros = 15\%\ ao\ ano$

$t = tempo = 4\ meses = 1/3\ \ ano$

Atente-se para a **conversão** da unidade do tempo de aplicação (meses) para a unidade da taxa de juros (ano) pois **necessariamente** devem coincidir.

$$4\ meses = \frac{4}{12}\ ano = \frac{1}{3}$$

Iremos substituir os valores e calcular o Capital aplicado no regime Simples.

$$M = C \times (1 + i \times t)$$

$$21.000 = C \times \left(1 + 0{,}015 \times \frac{1}{3}\right)$$

$$21.000 = C \times (1 + 0{,}05)$$

$$21.000 = C \times 1{,}05$$

$$C = \frac{21.000}{1{,}05} \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{C = 20.000}}$$

De posse do Montante e do Capital, calcularemos os Juros relativos à aplicação em regime de juros simples, uma vez que, **os Juros são calculados pela diferença do Montante recebido menos o Capital Aplicado**.

$$J_{Simples} = M - C$$

$$J_{Simples} = 21.000 - 20.000 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{J_{Simples} = 1.000}$$

- (II). Na mesma data, o restante do dinheiro (60%) ela aplicou, durante 1 semestre, a juros compostos com uma taxa de 3% ao trimestre.

Vimos acima que a cliente aplicou 40% do valor total em regime simples (e calculamos que o Capital aplicado em regime Simples foi de R$ 20.000). Logo, o valor total que ela dispunha era de:

$$\frac{40}{100} \times Total = 20.000$$

$$Total = \frac{20.000 \times 100}{40} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{Total = 50.000}$$

Ela dispunha de R$ 50.000 e aplicou R$ 20.000 em regime Simples e o restante em regime Composto. Isto é, **o restante, R$ 30.000, foi aplicado no regime Composto**.

Em regime de Juros Compostos, o Montante é calculado pela seguinte equação:

$$M = C \times (1+i)^t$$

Onde,

$M = Montante = ?$

$C = Capital = 30.000$

$i = Taxa\ de\ Juros = 3\%\ ao\ trimestre = 0{,}03$

$t = tempo = 1\ semestre = 2\ trimestres$

Atente-se para a **conversão** da unidade do tempo de aplicação (semestre) para a unidade da taxa de juros (trimestre) pois **necessariamente** devem coincidir. 1 semestre equivale a 2 trimestres.

Vamos substituir os valores e calcular o Montante.

$$M = C \times (1+i)^t$$

$$M = 30.000 \times (1+0{,}03)^2$$

$$M = 30.000 \times 1{,}03^2$$

$$M = 30.000 \times 1{,}0609 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{M = 31.827}}$$

De posse do Montante e do Capital, calcularemos os Juros relativos à aplicação em regime de juros compostos, uma vez que, **os Juros são calculados pela diferença do Montante recebido menos o Capital Aplicado**.

$$J_{Compostos} = M - C$$

$$J_{Compostos} = 31.827 - 30.000 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{J_{Compostos} = 1.827}$$

Sendo assim, a soma dos valores dos juros das duas aplicações foi de:

$$Soma = J_{Simples} + J_{Compostos}$$

$$Soma = 1.000 + 1.827 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{Soma = 2.827}$$

Gabarito: Alternativa **C**

54. (FCC / TRF – 2017) João realizou as seguintes aplicações financeiras:

– R$ 25.000,00, em 31/12/2015, à taxa de juros compostos de 16% ao ano.

– R$ 35.000,00, em 30/06/2016, à taxa de juros compostos de 3% ao semestre.

– R$ 40.000,00, em 01/11/2016, à taxa de juros compostos de 1% ao mês.

Considerando que as aplicações realizadas não foram resgatadas, o valor que João tinha em 31/12/2016 referente a estas três aplicações consideradas em conjunto era, em reais,

a) 100.000,00.
b) 105,854,00.
c) 105.450,00.
d) 105.850,50.
e) 106.900,00.

Comentários:

Vamos calcular separadamente o Montante de cada aplicação em 31/12/2016.

- R$ 25.000,00, em 31/12/2015, à taxa de juros compostos de 16% ao ano.

$$M_1 = C \times (1 + i)^t$$

$$M_1 = 25.000 \times (1 + 0{,}16)^1$$

$$M_1 = 25.000 \times 1{,}16 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{M_1 = 29.000}}$$

- R$ 35.000,00, em 30/06/2016, à taxa de juros compostos de 3% ao semestre.

$$M_2 = C \times (1 + i)^t$$

$$M_2 = 35.000 \times (1 + 0{,}03)^1$$

Observe que, nesse caso, o Capital ficou aplicado de 30/06/2016 até 31/12/2016, isto é, 1 semestre (mesma unidade da taxa de juros)

$$M_2 = 35.000 \times 1{,}03 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{M_2 = 36.050}}$$

- R$ 40.000,00, em 01/11/2016, à taxa de juros compostos de 1% ao mês.

$$M_3 = C \times (1 + i)^t$$

$$M_3 = 40.000 \times (1 + 0{,}01)^2$$

Observe que, nesse caso, o Capital ficou aplicado de 01/11/2016 até 31/12/2016, isto é, **2 meses** (mesma unidade da taxa de juros). Perceba que, como a aplicação foi feita em primeiro de novembro, <u>há os Juros tanto de novembro quanto de dezembro</u>.

$$M_3 = 40.000 \times (1{,}01)^2$$

$$M_3 = 40.000 \times 1{,}0201 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{M_3 = 40.804}}$$

Sendo assim, o valor que João tinha em 31/12/2016 referente a estas três aplicações consideradas em conjunto era, em reais igual a:

$$Valor = M_1 + M_2 + M_3$$

$$Valor = 29.000 + 36.050 + 40.804 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{Valor = 105.854}$$

Gabarito: Alternativa **B**

55. (FCC / ALESE -2018) A Cia. Endividada tinha que liquidar uma dívida no valor de R$ 200.000,00 em determinada data, porém precisou negociar a prorrogação do prazo de pagamento por não dispor de liquidez. O credor aceitou prorrogar o pagamento por 90 dias e negociou a remuneração com uma taxa de juros compostos de 2% ao mês. O valor devido pela Cia. Endividada, no final do prazo de prorrogação, foi, em reais,

a) R$ 212.000,00.
b) R$ 212.241,60.
c) R$ 208.080,00.
d) R$ 216.000,00.
e) R$ 216.486,43.

Comentários:

O enunciado nos informa que a dívida é renegociada em regime de Juros Compostos. Nesse regime, o Montante é calculado pela seguinte equação:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

Onde,

$M = Montante = ?$

$C = Capital = 200.000$

$i = Taxa\ de\ Juros = 2\%\ ao\ mês = 0{,}02$

$t = tempo = 90\ dias = 3\ meses$

Atente-se para a **conversão** da unidade do tempo de aplicação (dias) para a unidade da taxa de juros (meses) pois **necessariamente** devem coincidir. 90 dias equivalem a 3 meses.

Vamos substituir os valores e calcular o Montante.

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 200.000 \times (1 + 0{,}02)^3$$

$$M = 200.000 \times 1{,}02^3$$

$$M = 200.000 \times 1{,}061208 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{M = 212.241{,}60}$$

Cuidado na hora de arredondar as contas. Se você tivesse utilizado apenas 2 casas decimais para arredondar a potência, você acharia o gabarito errado.

Gabarito: Alternativa **B**

56. (FCC / SEFAZ GO – 2018) Há dois anos, Marcelo recebeu R$ 100.000,00 como resultado do fechamento de um negócio e decidiu investir esse dinheiro no mercado financeiro. Após conversar com um consultor, ele aplicou parte do valor em um fundo de ações A e, o restante, em um investimento estruturado B. Marcelo acaba de resgatar o valor completo das duas aplicações, totalizando R$ 137.800,00. De acordo com o relatório elaborado pelo consultor, no período de 2 anos, o fundo A rendeu o equivalente a 0,8% ao mês, enquanto que o investimento B rendeu o equivalente a 2,2% ao mês, com ambos os rendimentos calculados no regime de

juros compostos. O valor, em reais, aplicado por Marcelo, há dois anos, no fundo de ações A foi de

Dados:
$(1{,}008)^{12} \approx 1{,}1$
$(1{,}022)^{12} \approx 1{,}3$

a) 45.000,00.
b) 50.000,00.
c) 55.000,00.
d) 60.000,00.
e) 65.000,00.

Comentários:

Alunos, não se assustem com essa questão. Ela é bastante algébrica, mas as contas apresentam resultados "redondos" (como a grande maioria das questões da FCC). Vamos juntos!

Há dois anos, Marcelo recebeu R$ 100.000,00 como resultado do fechamento de um negócio e aplicou parte do valor em um fundo de ações A e, o restante, em um investimento estruturado B. Marcelo acaba de resgatar o valor completo das duas aplicações, totalizando R$ 137.800,00. Logo,

$$\boxed{M_A + M_B = 137.800 \quad (equação\ I)}$$

Vamos calcular separadamente os Montantes.

- Fundo de ações A - no período de 2 anos (24 meses), o fundo A rendeu o equivalente a 0,8% ao mês.

$$M_A = C_A \times (1 + i_A)^{t_A}$$

$$M_A = C_A \times (1 + 0{,}008)^{24}$$

$$M_A = C_A \times 1{,}008^{24}$$

$$M_A = C_A \times (1{,}008^{12})^2$$

$$M_A = C_A \times (1{,}1)^2 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{M_A = 1{,}21 \times C_A}}$$

- Fundo B - o investimento B rendeu o equivalente a 2,2% ao mês no período de 2 anos (24 meses).

$$M_B = C_B \times (1 + i_B)^{t_B}$$

$$M_B = C_B \times (1 + 0{,}022)^{24}$$

$$M_B = C_B \times (1{,}022)^{24}$$

$$M_B = C_B \times (1{,}022^{12})^2$$

$$M_B = C_B \times (1{,}3)^2 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{M_B = 1{,}69 \times C_B}}$$

Vamos substituir os valores encontrados na **equação (I).**

$$M_A + M_B = 137.800$$

$$1{,}21 \times C_A + 1{,}69 \times C_B = 137.800$$

Observe que o enunciado nos informa que a soma dos Capitais é igual a R$ 100.000,00. Sendo assim, vamos escrever o Capital B em função do capital A.

$$C_A + C_B = 100.000 \quad \rightarrow \quad \boxed{C_B = 100.000 - C_A}$$

Iremos substituir na equação acima e calcular o valor do Capital A.

$$1{,}21 \times C_A + 1{,}69 \times C_B = 137.800$$

$$1{,}21 \times C_A + 1{,}69 \times (100.000 - C_A) = 137.800$$

$$1{,}21 \times C_A + 169.000 - 1{,}69 \times C_A = 137.800$$

$$31.200 = 0{,}48 \times C_A$$

$$C_A = \frac{31.200}{0{,}48} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{C_A = 65.000}$$

Gabarito: Alternativa **E**

57. (CESPE / FUNPRESP – 2016) Acerca de juros simples e compostos, julgue o item seguinte.

Para o investidor, é indiferente aplicar, por dois meses, um capital de R$ 1.000 à taxa de juros simples de 21% ao mês ou à taxa de juros compostos de 20% ao mês.

Comentários:

Vamos calcular o Montante resultante para cada regime de aplicação e comparar se terá ou não valores iguais.

O **Montante Simples** resultante da aplicação de um capital de R$ 1.000 à taxa de juros simples de 21% ao mês por 2 meses será igual a:

$$M_{Simples} = C \times (1 + i \times t)$$

$$M_{Simples} = 1.000 \times (1 + 0{,}21 \times 2)$$

$$M_{Simples} = 1.000 \times (1 + 0{,}42)$$

$$M_{Simples} = 1.000 \times 1{,}42 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{M_{Simples} = 1.420}}$$

Por outro lado, o **Montante Composto** da aplicação de um capital de R$ 1.000 à taxa de juros simples de 20% ao mês por 2 meses resultará em:

$$M_{Compostos} = C \times (1 + i)^t$$

$$M_{Compostos} = 1.000 \times (1 + 0{,}2)^2$$

$$M_{Compostos} = 1.000 \times (1{,}2)^2$$

$$M_{Compostos} = 1.000 \times 1{,}44 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{M_{Compostos} = 1.440}}$$

Ou seja, **não é indiferente**. Se fosse indiferente, o valor do Montante, tanto simples quanto compostos, seriam iguais.

Gabarito: **ERRADO**

58. (CESGRANRIO / TRANSPETRO - 2018) Uma empresa comprou um ativo por 18 milhões de reais em janeiro de 2008. Buscando captar recursos, devido a uma crise financeira que atravessa, a empresa estuda vender o ativo, o qual foi avaliado, em janeiro de 2018, no valor de aproximadamente 36 milhões de reais.

Dado	
x	2^x
0,1	1,072
0,2	1,149
0,3	1,231
0,4	1,319
0,5	1,414

Se o valor de venda for igual ao avaliado, o valor mais próximo da taxa anual de retorno, proporcionada por esse investimento, considerando-se o sistema de capitalização composta, é

a) 5,8%
b) 7,2%
c) 10,0%
d) 12,5%
e) 14,9%

Comentários:

A empresa tem um ativo de valor de Capital igual a 18 milhões e espera obter um Montante de 36 milhões com a venda deste, 10 anos depois.

Vamos utilizar a fórmula do Montante em regime de Capitalização Composta e calcular a taxa anual desta operação.

$$M = C \times (1 + i)^t$$

Onde,

$M = Montante = 36$

$C = Capital = 18$

$i = taxa\ de\ juros = ?$

$t = tempo = 10\ anos$

Substituindo os valores e calculando a taxa de juros:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$36 = 18 \times (1 + i)^{10}$$

$$(1+i)^{10} = \frac{36}{18}$$

$$(1+i)^{10} = 2$$

Neste ponto, devemos nos lembrar das aulas de matemática básica (potenciação/radiciação).

$$\boxed{a^n = x \quad \rightarrow \quad a = x^{1/n}}$$

Então,

$$(1+i)^{10} = 2$$

$$1 + i = 2^{1/10}$$

$$1 + i = 2^{0,1}$$

O enunciado nos informa pela tabela que 2^x sendo $x = 0{,}1$ é igual a $1{,}072$.

$$1 + i = 1{,}072$$

$$i = 1{,}072 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i = 0,072 \ ou \ 7,2\% \ ao \ ano}$$

Gabarito: Alternativa **B**

59. (CESGRANRIO / Liquigás - 2018) Um cliente fez um empréstimo de 200 mil reais, a taxa de 5% ao mês, no sistema de juros compostos, em jan/2018. Após exatos dois meses da data do primeiro empréstimo, em mar/2018, ele pegou mais 100 mil reais, mantendo a taxa e o sistema de juros. Em abr/2018, exatamente um mês após o último empréstimo, liquidou as duas dívidas, zerando o seu saldo devedor.

O valor pago pelo cliente, em milhares de reais, foi de, aproximadamente,

a) 300,0
b) 325,6
c) 336,5
d) 345,0
e) 347,3

Comentários:

Vamos calcular separadamente o Montante pago por cada dívida e, ao final, somamos os Montantes para saber o total pago pelo cliente.

- **Empréstimo de 200 mil reais**

Iremos utilizar a fórmula do Montante em regime de Juros Compostos e calcular o valor final desta primeira dívida.

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M_1 = 200.000 \times (1 + 0{,}05)^3$$

Observe que **o tempo de empréstimo desta dívida é igual a 3 meses.**

Ele contrai a dívida em jan/2018 e quita a dívida em abr/2018. O enunciado fala que o cliente pegou outra dívida 2 meses após só para tentar confundir o candidato. Ele contrai outra dívida 2 meses após, mas essa dívida (essa primeira) continua "correndo" no tempo. O prazo de pagamento dela é de 3 meses.

Calculado o Montante da primeira dívida:

$$M_1 = 200.000 \times 1{,}05^3$$

$$M_1 = 200.000 \times 1{,}1576 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{M_1 \cong 231.500}}$$

- **Empréstimo de 100 mil reais**

Ele obtém este empréstimo e quita 1 mês após a obtenção.

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M_2 = 100.000 \times (1 + 0{,}05)^1$$

$$M_2 = 100.000 \times 1{,}05 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{M_2 = 105.000}}$$

Sendo assim, o valor total pago pelo cliente, em milhares de reais, foi de, aproximadamente:

$$M_{total} = M_1 + M_2$$

$$M_{total} = 231.500 + 105.000 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{M_{total} = 336.500}$$

Em milhares: 336,5 mil.

Gabarito: Alternativa **C**

60. (CESGRANRIO / TRANSPETRO - 2018) Um ativo, comprado por 100 milhões de dólares, duplicou de valor após 20 anos.

O valor mais próximo da taxa anual de retorno proporcionada por esse investimento, considerando-se o sistema de capitalização composta, é

Dados	
x	2^x
0,03	1,0210
0,04	1,0281
0,05	1,0353
0,06	1,0425
0,07	1,0497

a) 2,1%
b) 2,8%
c) 3,0%
d) 3,5%
e) 4,2%

Comentários:

Um ativo, comprado pelo Capital de 100 milhões de dólares, duplicou de valor após 20 anos, ou seja, atigiu o Montante de 200 milhões.

O enunciado nos questiona o valor da taxa anual considerando o **sistema de capitalização composta**. Vamos utilizar a fórmula do Montante para determiar a taxa.

$$M = C \times (1 + i)^t$$

Onde,

$M = Montante = 200$

$C = Capital = 100$

$i = taxa\ de\ juros = ?$

$t = tempo = 20\ anos$

Substituindo os valores e calculando a taxa de juros:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$200 = 100 \times (1 + i)^{20}$$

$$(1 + i)^{20} = \frac{2\cancel{00}}{1\cancel{00}}$$

$$(1 + i)^{20} = 2$$

Neste ponto, devemos nos lembrar das aulas de matemática básica (potenciação/radiciação).

$$\boxed{a^n = x \quad \rightarrow \quad a = x^{1/n}}$$

Então,

$$(1 + i)^{20} = 2$$

$$1 + i = 2^{1/20}$$

$$1 + i = 2^{0,05}$$

O enunciado nos informa pela tabela que 2^x sendo $x = 0{,}05$ é igual a $1{,}0353$.

$$1 + i = 1{,}0353$$

$$i = 1{,}0353 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i = 0,0353\ ou\ 3,53\%\ ao\ ano}$$

O valor mais próximo da taxa anual de retorno proporcionada por esse investimento é de 3,5% ao ano.

Gabarito: Alternativa **D**

61. (CESGRANRIO / TRANSPETRO - 2018) Uma pequena empresa planeja comprar um caminhão novo, à vista, cujo preço de mercado equivale a R$ 250.000,00, mas ela não dispõe, no momento, de qualquer valor em caixa para realizar a transação.

Caso a empresa consiga obter um retorno nominal de 5% a.a., com base no valor presente, qual o montante que ela deveria aplicar hoje para viabilizar a compra do caminhão, à vista, daqui a 4 anos, supondo que o preço do bem permaneça inalterado nesse período?

a) R$ 238.095,24
b) R$ 205.676,68
c) R$ 200.500,00
d) R$ 39.406,25
e) R$ 44.323,32

Comentários:

Observe que o Montante do valor do caminhão de R$ 250.000,00 não se altera, isto é, é o mesmo 4 anos depois.

O enunciado nos questiona o valor do Capital que deve ser aplicado a taxa de juros nominal de 5%a.a. para que, em 4 anos, se obtenha o Montante de R$ 250.000,00.

Vamos utilizar a fórmula do Montante em **regime de Juros Composto** e calcular o Capital.

$$M = C \times (1 + i)^t$$

Onde,

$M = Montante = 250.000$

$C = Capital = ?$

$i = taxa\ de\ juros = 5\%\ a.a. = 0{,}05$

$t = tempo = 4\ anos$

Substituindo os valores e calculando o Capital:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$250.000 = C \times (1 + 0{,}05)^4$$

$$250.000 = C \times 1{,}05^4$$

Observe que as alternativas estão distantes numericamente uma das outras. Então, vamos utilizar um pouco da "malandragem" de prova e **arredondar** o valor da potência.

$$250.000 = C \times 1{,}05^4$$

$$250.000 = C \times 1{,}216$$

$$C = \frac{250.000}{1{,}216} \rightarrow \boldsymbol{C \cong 205.500}$$

Gabarito: Alternativa **B**

62. **(FCC / SABESP – 2017) Uma pessoa foi ao banco e fez um empréstimo de R$ 1000,00, por 2 meses, com juros simples de 5% ao mês. Outra pessoa foi ao banco e fez um empréstimo de R$ 1000,00, por 2 meses, com juros compostos de 4% ao mês. Ao final dos 2 meses de empréstimo, a quantia a mais de juros que uma dessas pessoas pagou em relação à outra pessoa, foi igual a**

a) R$ 18,40.
b) R$ 22,50.
c) R$ 20,00.
d) R$ 81,60.
e) R$ 20,90.

Comentários:

Vamos calcular separadamente os Juros dos empréstimos e, posteriormente, analisar a diferença.

- Empréstimo de R$ 1.000,00, por 2 meses, com **juros simples** de 5% ao mês. Os Juros serão iguais a:

$$J = C \times i \times t$$

$$J = 1.000 \times 0{,}05 \times 2 \quad \rightarrow \boxed{\boldsymbol{J = 100}}$$

- Empréstimo de R$ 1.000,00, por 2 meses, com **juros compostos** de 4% ao mês. O Montante será igual a:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 1.000 \times (1 + 0{,}04)^2$$

$$M = 1.000 \times (1{,}04)^2$$

$$M = 1.000 \times 1{,}0816 \quad \rightarrow \boxed{\boldsymbol{M = 1.081{,}60}}$$

De posse do Montante e do Capital, calcularemos os Juros relativos ao empréstimo em regime de juros simples, uma vez que, **os Juros são calculados pela diferença do Montante recebido menos o Capital Aplicado**.

$$J = M - C$$

$$J = 1.081{,}60 - 1.000 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{J = 81,60}}$$

Sendo assim, a diferença dos Juros será igual a:

$$\Delta = 100 - 81{,}60 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{\Delta = 18,40}$$

Gabarito: Alternativa **A**

63. (FCC / SABESP - 2017) Um investidor aplica R$ 1.000,00 em um fundo que paga juros simples de 1% ao mês. Após 20 meses, resgata o montante e investe em outro fundo que paga juros compostos de 10% ao ano. Após um período de 2 anos nesse segundo fundo, o montante obtido será de

a) R$ 1.400,00.
b) R$ 1.440,00.
c) R$ 1.452,00.
d) R$ 1.460,00.
e) R$ 1.442,00.

Comentários:

Um investidor aplica R$ 1.000,00 em um fundo que paga juros simples de 1% ao mês durante 20 meses.

Em regime de Juros Simples, o Montante é calculado pela seguinte equação:

$$M = C \times (1 + i \times t)$$

$M = Montante = ?$

$C = Capital = 1.000$

$i = Taxa\ de\ Juros = 1\%\ ao\ mês = 0{,}01$

$t = tempo = 20\ meses$

Vamos substituir os valores e calcular o Montante em 20 meses.

$$M = C \times (1 + i \times t)$$

$$M = 1.000 \times (1 + 0{,}01 \times 20)$$

$$M = 1.000 \times (1 + 0{,}2)$$

$$M = 1.000 \times 1{,}2 \quad \rightarrow \boxed{\boldsymbol{M = 1.200}}$$

Após 20 meses, resgata esse montante e investe em outro fundo que paga juros compostos de 10% ao ano por um período de 2 anos.

Então, esse Montante auferido em regime de Juros Simples será o Capital que ele irá aplicar em regime de Juros Compostos. Em Capitalização composta, o Montante é igual a:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

Onde,

$M = Montante = ?$

$C = Capital = 1.200$

$i = Taxa\ de\ Juros = 10\%\ ao\ ano = 0{,}1$

$t = tempo = 2\ anos$

Iremos substituir os valores e calcular o Montante obtido.

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 1.200 \times (1 + 0{,}1)^2$$

$$M = 1.200 \times (1{,}1)^2$$

$$M = 1.200 \times 1{,}21 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{M = 1.452}$$

Gabarito: Alternativa **C**

64. (CESPE / SEFAZ DF - 2020) Em determinada loja, uma bicicleta é vendida por R$ 1.720 a vista ou em duas vezes, com uma entrada de R$ 920 e uma parcela de R$ 920 com vencimento para o mês seguinte. Caso queira antecipar o crédito correspondente ao valor da parcela, o lojista paga para a financeira uma taxa de antecipação correspondente a 5% do valor da parcela.

Com base nessas informações, julgue o item a seguir.

Considere que um comprador sabe que o preço da bicicleta não irá aumentar durante 1 mês e tem a possibilidade de investir suas economias em uma aplicação com rendimento líquido de 5% ao mês. Nessa situação, o comprador poderá realizar a compra à vista da bicicleta investindo nessa aplicação uma quantia inferior a R$ 1.650, independentemente de o regime de capitalização da aplicação ser simples ou composto.

Comentários:

Na primeira aula estudamos que, independentemente do regime aplicado, para uma unidade de tempo (1 mês nesse caso), os regimes Simples e Compostos produzirão o mesmo Montante.

Vamos calcular o Capital que aplicado por 1 mês à taxa de juros de 5% ao mês resultará em R$ 1.720 (o valor da bicicleta à vista).

$$M = C \times (1 + i)$$

$$1.720 = C \times (1 + 0{,}05)$$

$$1.720 = C \times 1{,}05$$

$$C = \frac{1.720}{1{,}05} \rightarrow \boldsymbol{C \cong 1.638}$$

Ou seja, nessa situação, o comprador poderá realizar a compra à vista da bicicleta investindo nessa aplicação uma quantia de R$ 1.638 (**INFERIOR** a R$ 1.650), independentemente de o regime de capitalização.

Gabarito: **CERTO**

65. (CESPE / TJ CE - 2014) Considere que dois capitais de mesmo valor C tenham sido aplicados, um no regime de juros simples e outro no regime de juros compostos, às mesmas taxas de juros anuais e no mesmo prazo, o que gerou, respectivamente, os montantes M e N. Nessa situação, é correto afirmar que

a) M > N, para prazo inferior a um ano.
b) N > M, para prazo inferior a um ano.
c) M = N, visto que são calculados com a mesma taxa de juros e com o mesmo prazo.
d) M > N, qualquer que seja o prazo da operação.
e) N > M, qualquer que seja o prazo da operação.

Comentários:

Essa é uma boa questão para revisarmos os aspectos conceituais entre Juros Simples e Juros Compostos abordados na aula 00.

Dado 2 Capitais de mesmo valor inicial submetidos a uma mesma Taxa de Juros, 3 hipóteses de cenários serão possíveis em função do tempo de aplicação:

1. $t < 1$: Para t **menor que 1 unidade de tempo**, o Regime de Juros Simples irá proporcionar um Montante (e logicamente um Juros) maior que o Regime de Juros Compostos.

$$M_{Simples} > M_{Composto} \quad \therefore \quad J_{Simples} > J_{Compostos}$$

2. $t = 1$: Para o tempo **igual a 1 unidade**: Há indiferença nas aplicações.

$$M_{Simples} = M_{Composto} \quad \therefore \quad J_{Simples} = J_{Compostos}$$

3. $t > 1$: Para t **maior que 1 unidade de tempo**, o Regime de Juros Compostos irá proporcionar um Montante (e logicamente um Juros) maior que o Regime de Juros Simples.

$$M_{Composto} > M_{Simples} \quad \therefore \quad J_{Compostos} > J_{Simples}$$

Vamos esquematizar esses cenários:

Montante Simples
x
Montante Composto

$$\mathbf{0 < t < 1} \rightarrow M_{Simples} > M_{Composto} \quad \therefore \quad J_{Simples} > J_{Compostos}$$

$$\mathbf{t = 1} \rightarrow M_{Simples} = M_{Composto} \quad \therefore \quad J_{Simples} = J_{Compostos}$$

$$\mathbf{t > 1} \rightarrow M_{Composto} > M_{Simples} \quad \therefore \quad J_{Compostos} > J_{Simples}$$

Obs: Dado dois Capitais de igual valor aplicados a uma mesma Taxa de Juros

Perceba então, que para prazo inferior a 1 ano, o Montante em regime de Juros Simples M será maior que o Montante em regime de Juros Compostos N.

Logo, M > N, para prazo inferior a um ano.

Gabarito: Alternativa **A**

66. (CESPE / IBAMA - 2013) Julgue o próximo item a respeito de matemática financeira, considerando 1,08 como valor aproximado para $1,02^4$.

O montante a ser devolvido em razão do empréstimo de R$ 4.000,00, pelo prazo de 5 meses e à taxa de juros compostos de 2% ao mês é superior a R$ 4.300,00.

Comentários:

Vamos aplicar diretamente a fórmula do Montante e calcular seu valor.

Em regime de Juros Compostos, o Montante é calculado pela seguinte equação:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

Onde,

$M = Montante = ?$

$C = Capital = 4.000$

$i = Taxa\ de\ Juros = 2\%\ ao\ mês = 0{,}02$

$t = tempo = 5\ meses$

Iremos substituir os valores e calcular o Montante.

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 4.000 \times (1 + 0{,}02)^5$$

$$M = 4.000 \times 1{,}02^5$$

Observe que o enunciado nos fornece a potência de $1{,}02^4$. Teremos, então, que "desmembrar" a potência acima.

$$M = 4.000 \times 1{,}02^5$$

$$M = 4.000 \times 1{,}02^4 \times 1{,}02$$

Concluindo as contas:

$$M = 4.000 \times 1{,}02^4 \times 1{,}02$$

$$M = 4.000 \times 1{,}08 \times 1{,}02 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{M = 4.406,40}$$

Ou seja, o montante a ser devolvido em razão do empréstimo de R$ 4.000,00, pelo prazo de 5 meses e à taxa de juros compostos de 2% ao mês é **SUPERIOR** a R$ 4.300,00.

Gabarito: **CERTO**

67. (CESPE / SERPRO - 2013) O empréstimo feito por um indivíduo em uma instituição financeira será pago em 10 prestações, anuais, consecutivas e fixas no valor de R$ 37.600,00; a primeira será paga um ano após a contratação do empréstimo. A taxa de juros compostos cobrados pela instituição financeira nesse tipo de empréstimo é de 10% ao ano. Caso o cliente adiante o pagamento de prestação, a instituição financeira retirará os juros envolvidos no calculo daquela prestação.

Com base nessas informações e considerando 2,4 e 1,13 como aproximações para $1{,}1^9$ e $1{,}01^{12}$, respectivamente, julgue o item a seguir.

Se o indivíduo, no dia que tomou o empréstimo, depositar R$ 33.000,00 em uma conta remunerada, que paga 1% de juros compostos ao mês, então, um ano após, o montante auferido com o depósito na conta remunerada será suficiente para pagar a primeira prestação.

Comentários:

Vamos calcular o Montante em 1 ano e constatar se será suficiente ou não para pagamento da primeira prestação.

Em regime de Juros Compostos, o Montante é calculado pela seguinte equação:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

Onde,

$M = Montante = ?$

$C = Capital = 33.000$

$i = Taxa\ de\ Juros = 1\%\ ao\ mês = 0{,}01$

$t = tempo = 1\ ano = 12\ meses$

Atente-se para a conversão da unidade do tempo de aplicação (ano) para a unidade da taxa de juros (mês) pois **necessariamente** devem coincidir. 1 ano equivale a 12 meses.

Iremos substituir os valores e calcular o Montante:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 33.000 \times (1 + 0{,}01)^{12}$$

$$M = 33.000 \times 1{,}01^{12}$$

$$M = 33.000 \times 1{,}13 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{M = 37.290}$$

Logo, **NÃO SERÁ suficiente** para pagamento da primeira parcela de R$ 37.600.

Gabarito: **ERRADO**

68. **(CESPE / SERPRO - 2013) João e Maria, com o objeto de constituir, em sociedade, uma microempresa, acordaram em depositar anualmente, cada um, R$ 20.000,00 em uma conta remunerada que paga 10% de juros compostos semestralmente. João deveria depositar sua parte sempre no início do mês de janeiro e Maria, seis meses depois.**

Com base nessas informações, julgue o próximo item.

Considere que o primeiro depósito de João tenha ocorrido no dia 10/1/2012 e o de Maria, em 10/6/2012.

Nesse caso, em 10/1/2013 havia mais de R$ 46.000,00 na conta remunerada.

Comentários:

Observe, inicialmente, que em 10/01/213 terá passado 1 ano (2 semestres) da aplicação de João e 1 semestre da aplicação de Maria.

Ou seja, o Montante final será igual ao Montante da aplicação de João mais o Montante da aplicação de Maria.

$$M = M_{João} + M_{Maria}$$

Substituindo os valores e calculando M:

$$M = M_{João} + M_{Maria}$$

$$M = 20.000 \times (1 + 0{,}1)^2 + 20.000 \times (1 + 0{,}1)^1$$

Perceba que, conforme relatamos acima, o Capital de João fica aplicado por 2 semestres enquanto que o Capital de Maria, apenas 1 semestre.

$$M = 20.000 \times 1{,}1^2 + 20.000 \times 1{,}1$$

$$M = 20.000 \times 1{,}21 + 20.000 \times 1{,}1$$

$$M = 24.200 + 22.000 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{M = 46.200}$$

Nesse caso, em 10/1/2013 havia **mais de R$ 46.000,00** na conta remunerada.

Gabarito: **CERTO**

69. **(CESPE / SERPRO - 2013) Joaquim tomou R$ 9.000,00 de empréstimo junto a uma instituição financeira para complementar o pagamento de veículo comprado em uma agência automobilística. A instituição financeira pratica a taxa de juros compostos de 1% ao mês para reajustar os valores relativos a esse tipo de negócio. O dinheiro foi imediatamente repassado para a agência. Nesse mesmo dia, Joaquim recebeu R$ 8.000,00 que um colega lhe devia e poderia utilizar esse montante para minimizar o empréstimo contraído instantes atrás.**

Considerando 1,12 como valor aproximado para $1{,}01^{11}$, julgue o item a seguir a partir das informações apresentadas acima.

Se o empréstimo tomado por Joaquim fosse de R$ 10.000,00, então, um ano após, a sua dívida seria inferior a R$ 11.250,00.

Comentários:

Vamos calcular diretamente o Montante com a fórmula em regime de juros compostos.

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 10.000 \times (1 + 0{,}01)^{12}$$

Atente-se para a conversão da unidade do tempo de aplicação (ano) para a unidade da taxa de juros (mês) pois **necessariamente** devem coincidir. 1 ano equivale a 12 meses.

$$M = 10.000 \times 1{,}01^{12}$$

Observe que o enunciado nos fornece a potência de $1{,}02^{11}$. Teremos, então, que "desmembrar" a potência acima.

$$M = 10.000 \times 1{,}01^{12}$$

$$M = 10.000 \times 1{,}01^{11} \times 1{,}01$$

$$M = 10.000 \times 1{,}12 \times 1{,}01 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{M = 11.312}$$

Ou seja, a dívida seria **SUPERIOR** a R$ 11.250.

Gabarito: **ERRADO**

QUESTÕES COMENTADAS – BANCAS DIVERSAS

Taxa Nominal e Taxa Efetiva

1. **(CESPE / PETROBRAS - 2022) No que se refere a desconto racional, taxa interna de retorno (TIR), porcentagem e juros compostos, julgue o item a seguir.**

O investidor que depositar $R\$\ 5.000,00$ em um investimento que paga 10% de juros anuais compostos, semestralmente, terá em conta, ao final do primeiro ano, o valor de $R\$\ 5.500,00$.

Comentários:

Observe que ele apenas teria em conta tal valor $(R\$\ 5.500,00)$ se os juros fossem de 10% ao ano capitalizados anualmente.

Mas não são. Só com essa análise avançada, já poderíamos marcar assertiva **INCORRETA**. Vejamos o passo a passo.

Primeiro passo é converter a Taxa Nominal para a Taxa Efetiva.

Taxa Nominal é a taxa de juros cuja unidade de tempo não coincide com a unidade de tempo do período de capitalização. Observe que a taxa fornecida no enunciado é uma taxa nominal.

$$i_{Nominal} = 10\%\ ao\ ano\ capitalizada\ semestralmente$$

Nunca resolva um exercício usando a taxa nominal. Sempre devemos passar para a unidade de tempo do período de capitalização. Então tenha em mente: "**quem manda é o período de capitalização**".

E como passamos da unidade de tempo do período da taxa nominal (ano) para a unidade de tempo do período de capitalização (semestre)?

Basta fazermos uma simples divisão/multiplicação.

Em 1 ano há 2 semestres. Então, a Taxa Efetiva semestral será metade da taxa anual.

$$i_{Efetiva\ Semestral} = \frac{10\%}{2} \rightarrow \boxed{\boldsymbol{i_{Efetiva\ Semestral} = 5\%\ a.s.}}$$

✓ Essa será a taxa que devemos utilizar no exercício.

Por fim, aplicamos a fórmula do Montante em regime de Juros Compostos:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 5.000 \times (1 + 0{,}05)^2$$

Perceba que inserimos o tempo na mesma unidade de grandeza da taxa de juros (semestral). Lembrando que, obrigatoriamente, a unidade de grandeza da taxa de juros deve coincidir com a unidade de grandeza do tempo.

$$t = 1\ ano = 2\ semestres$$

Continuando a resolução:

$$M = 5.000 \times 1{,}05^2$$

$$M = 5.000 \times 1{,}1025 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{M = 5.512,5}$$

Gabarito: **ERRADO**

2. **(FCC / MANAUSPREV - 2021) Um investidor aplicou o valor de R$ 20.000,00, no início de um período, a uma taxa de juros nominal de 12% ao ano com capitalização trimestral. Se o período foi de um semestre, então o investidor poderá resgatar no final do período o montante no valor, em reais, de**

a) 21.632,00
b) 21.218,00
c) 21.200,00
d) 20.800,00
e) 21.800,00

Comentários:

Primeiro passo é <u>converter a Taxa Nominal para a Taxa Efetiva</u>.

Taxa Nominal é a taxa de juros cuja unidade de tempo **não coincide** com a unidade de tempo do período de capitalização. Observe que a taxa fornecida no enunciado é uma taxa nominal.

$$i_{Nominal} = 12\% \ ao \ ano \ capitalizada \ trimestralmente$$

Nunca resolva um exercício usando a taxa nominal. Sempre devemos passar para a unidade de tempo do período de capitalização. Então tenha em mente: "**quem manda é o período de capitalização**".

E como passamos da unidade de tempo do período da taxa nominal (ano) para a unidade de tempo do período de capitalização (trimestre)?

Basta fazermos uma simples divisão/multiplicação.

Em 1 ano há 4 trimestres. Então, a Taxa Efetiva trimestral será um quarto da taxa anual.

$$i_{Efetiva \ trimestral} = \frac{12\%}{4} \rightarrow \boxed{\boldsymbol{i_{Efetiva \ Trimestral} = 3\% \ a.t.}}$$

- ✓ Essa será a taxa que devemos utilizar no exercício.

Depois desse primeiro passo (perceba que a explicação é extensa para que você possa entender o passo a passo. Mas, na hora da prova, você consegue fazer essa passagem em apenas uma linha ou até mesmo fazer a divisão "de cabeça"), iremos calcular o Montante após 1 semestre de aplicação.

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 20.000 \times (1 + 0{,}03)^2$$

➡ Estudamos exaustivamente que a taxa de juros e o tempo de aplicação devem estar na mesma unidade de grandeza. Logo, transformamos o tempo de semestre para trimeste. 1 semestre equivale a 2 trimestres.

Calculando o Montante:

$$M = 20.000 \times (1 + 0{,}03)^2$$

$$M = 20.000 \times 1{,}03^2$$

$$M = 20.000 \times 1{,}0609 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{M = 21.218}$$

Gabarito: Alternativa **B**

3. (FGV / BANESTES – 2018) Um capital de R$ 5.000,00 é aplicado à taxa de juros compostos de 24% a.a. com capitalizações bimestrais. Depois de quatro meses de capitalização sem que houvesse qualquer depósito adicional ou qualquer retirada, o proprietário desse montante faz um saque de R$ 608,00 e o restante do dinheiro continuou a ser capitalizado nas mesmas condições.

Seis meses após o início dessa aplicação, o valor acumulado era:

a) R$ 5.000,00
b) R$ 4.998,00
c) R$ 4.992,00
d) R$ 4.948,00
e) R$ 4.942,00

Comentários:

Primeiro passo é converter a Taxa Nominal para a Taxa Efetiva.

Taxa Nominal é a taxa de juros cuja unidade de tempo não coincide com a unidade de tempo do período de capitalização. Observe que a taxa fornecida no enunciado é uma taxa nominal.

$$i_{Nominal} = 24\% \ ao\ ano\ capitalizada\ bimestralmente$$

Nunca resolva um exercício usando a taxa nominal. Sempre devemos passar para a unidade de tempo do período de capitalização. Então tenha em mente: "**quem manda é o período de capitalização**".

E como passamos da unidade de tempo do período da taxa nominal (ano) para a unidade de tempo do período de capitalização (bimestre)?

Basta fazermos uma simples divisão/multiplicação.

Em 1 ano há 6 bimestres. Então, a Taxa Efetiva bimestral será um sexto da taxa anual.

$$i_{Efetiva\ Bimestral} = \frac{24\%}{6} \rightarrow \boxed{\boldsymbol{i_{Efetiva\ Bimestral} = 4\%\ a.b.}}$$

✓ Essa será a taxa que devemos utilizar no exercício.

Depois desse primeiro passo (perceba que a explicação é extensa para que você possa entender o passo a passo. Mas, na hora da prova, você consegue fazer essa passagem em apenas uma linha ou até mesmo fazer a divisão "de cabeça"), iremos calcular o Montante após 4 meses de aplicação.

"Depois de quatro meses de capitalização sem que houvesse qualquer depósito adicional ou qualquer retirada, o proprietário desse montante faz um saque de R$ 608,00..."

Em regime de Juros Compostos, o Montante é calculado pela seguinte equação:

$$M = C \times (1+i)^t$$

Onde,

$M = Montante = ?$

$C = Capital = 5.000$

$i = Taxa\ de\ Juros = 4\%\ ao\ bimestre = 0{,}04$

$t = tempo = 4\ meses = 2\ bimestres$

Atente-se para a conversão da unidade do tempo de aplicação (meses) para a unidade da taxa de juros (bimestre) pois **necessariamente** devem coincidir. Em 4 meses há 2 bimestres.

Vamos substituir os valores e calcular o Montante.

$$M = C \times (1+i)^t$$

$$M = 5.000 \times (1+0{,}04)^2$$

$$M = 5.000 \times (1{,}04)^2$$

$$M = 5.000 \times 1{,}0816 \quad \rightarrow \boxed{\boldsymbol{M = 5.408}}$$

"o proprietário desse montante faz um saque de R$ 608,00..."

Logo, ainda restará em mãos:

$$valor = 5.408 - 608 \quad \rightarrow \boxed{\boldsymbol{valor = 4.800}}$$

"o restante do dinheiro continuou a ser capitalizado nas mesmas condições"

Ou seja, esse valor de R$ 4.800 continuará aplicado por mais (2 meses=1bimestre) a uma taxa de juros de 4% ao bimestre.

Observe que a aplicação total ocorre em 6 meses. Porém, como já se passaram 4 meses, ainda **restam 2 meses de aplicação**.

Iremos aplicar novamente a fórmula do Montante em regime de Juros Compostos e calcular o Montante final desta aplicação.

$$M = C \times (1 + i)^t$$

Onde,

$M = Montante = ?$

$C = Capital = 4.800$

$i = Taxa\ de\ Juros = 4\%\ ao\ bimestre = 0{,}04$

$t = tempo = 2\ meses = 1\ bimestre$

Vamos substituir os valores e calcular o Montante.

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 4.800 \times (1 + 0{,}04)^1$$

$$M = 4.800 \times 1{,}04 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{M = 4.992}$$

Gabarito: Alternativa **C**

4. (FGV / BANESTES – 2018) João recebeu sua fatura do cartão de crédito no valor de R$ 4.000,00 e, no dia do vencimento, pagou o valor mínimo exigido (que corresponde a 15% do valor total). O restante foi quitado um mês depois.

Se a administradora do cartão de João cobra juros de 216% ao ano com capitalização mensal, sob regime de juros compostos, então o valor pago no ato da liquidação da dívida foi:

a) R$ 4.000,00
b) R$ 4.012,00
c) R$ 4.100,00
d) R$ 4.120,00
e) R$ 4.320,00

Comentários:

João recebeu sua fatura do cartão de crédito no valor de R$ 4.000,00 e, no dia do vencimento, pagou o valor mínimo exigido (que corresponde a 15% do valor total).

Se João pagou 15%, então, ele deixou de pagar 85%. Logo, falta pagar um Capital C igual a:

$$C = \frac{85}{100} \times 4.000 \quad \rightarrow \boxed{\boldsymbol{C = 3.400}}$$

Esse valor que falta a pagar foi quitado 1 mês depois sendo submetido a uma taxa de juros de 216% ao ano com capitalização mensal, sob regime de juros compostos.

Primeiro passo é converter a Taxa Nominal para a Taxa Efetiva.

Taxa Nominal é a taxa de juros cuja unidade de tempo **não coincide** com a unidade de tempo do período de capitalização. Observe que a taxa fornecida no enunciado é uma taxa nominal.

$$i_{Nominal} = 216\% \ ao \ ano \ capitalizada \ mensalmente$$

Em 1 ano há 12 meses. Então, a Taxa Efetiva mensal igual a:

$$i_{Efetiva \ mensal} = \frac{216\%}{12} \quad \rightarrow \boxed{\boldsymbol{i_{Efetiva \ mensal} = 18\% \ a.m.}}$$

- ✓ Essa será a taxa que devemos utilizar no exercício.

Sendo assim, 1 mês depois, João pagará o Montante igual a:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 3.400 \times (1 + 0{,}18)^1$$

$$M = 3.400 \times 1{,}18 \quad \rightarrow \boldsymbol{M = 4.012}$$

Gabarito: Alternativa **B**

5. (CESPE / Pref. São Cristóvão - 2019) Um indivíduo aplicou R$ 10.000 em um investimento que paga taxa de juros compostos de 12% ao ano com capitalização bimestral.

Considerando 1,27 como valor aproximado para $1{,}02^{12}$, julgue o item que se segue.

O montante 2 anos após o início da aplicação terá sido superior a R$ 12.000.

Comentários:

Primeiro passo é converter a Taxa Nominal para a Taxa Efetiva.

Taxa Nominal é a taxa de juros cuja unidade de tempo **não coincide** com a unidade de tempo do período de capitalização. Observe que a taxa fornecida no enunciado é uma taxa nominal.

$$i_{Nominal} = 12\%\ ao\ ano\ capitalizada\ bimestralmente$$

Nunca resolva um exercício usando a taxa nominal. Sempre devemos passar para a unidade de tempo do período de capitalização. Então tenha em mente: "**quem manda é o período de capitalização**".

E como passamos da unidade de tempo do período da taxa nominal para a unidade de tempo do período de capitalização?

Basta fazermos uma simples divisão/multiplicação. Em 1 ano há 6 bimestres. Então, a Taxa Efetiva bimestral será um sexto da taxa anual.

$$i_{Efetiva} = \frac{12\%}{6} \quad \rightarrow \quad i_{Efetiva} = 2\%\ ao\ bimestre\ capitalizados\ bimestralmente$$

Ou, simplesmente,

$$\boxed{\boldsymbol{i_{Efetiva} = 2\%\ a.b.}}$$

- ✓ Essa será a taxa que devemos utilizar no exercício.

Depois desse primeiro passo (perceba que a explicação é extensa para que você possa entender o passo a passo. Mas, na hora da prova, você consegue fazer essa passagem em apenas uma linha ou até mesmo fazer a divisão "de cabeça"), iremos calcular o Montante após 2 anos de aplicação.

Em **regime de Juros Compostos**, o Montante é calculado pela seguinte equação:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

Onde,

$M = Montante = ?$

$C = Capital = 10.000$

$i = Taxa\ de\ Juros = 2\%\ ao\ bimestre$

$t = tempo = 2\ anos = 12\ bimestres$

Atente-se para a conversão da unidade do tempo de aplicação (ano) para a unidade da taxa de juros (bimestre) pois **necessariamente** devem coincidir. Em 1 ano há 6 bimestres. Logo, em 2 anos haverá 12 bimestres.

Vamos substituir os valores e calcular o Montante.

$$M = C \times (1+i)^t$$

$$M = 10.000 \times (1+0{,}02)^{12}$$

$$M = 10.000 \times 1{,}02^{12}$$

$$M = 10.000 \times 1{,}27 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{M = 12.700}$$

Ou seja, o montante 2 anos após o início da aplicação terá sido **SUPERIOR** a R$ 12.000.

Gabarito: **CERTO**

6. **(CESPE / CAGE RS – 2018) Um indivíduo investiu a quantia de R$ 1.000 em determinada aplicação, com taxa nominal anual de juros de 40%, pelo período de 6 meses, com capitalização trimestral.**

Nesse caso, ao final do período de capitalização, o montante será de

a) R$ 1.200
b) R$ 1.210
c) R$ 1.331
d) R$ 1.400
e) R$ 1.100

Comentários:

Primeiro passo é converter a Taxa Nominal para a Taxa Efetiva.

Taxa Nominal é a taxa de juros cuja unidade de tempo **não coincide** com a unidade de tempo do período de capitalização. Observe que a taxa fornecida no enunciado é uma taxa nominal.

$$i_{Nominal} = 40\%\ ao\ ano\ capitalizada\ trimestralmente$$

Nunca resolva um exercício usando a taxa nominal. Sempre devemos passar para a unidade de tempo do período de capitalização. Então tenha em mente: "**quem manda é o período de capitalização**".

E como passamos da unidade de tempo do período da taxa nominal para a unidade de tempo do período de capitalização?

Basta fazermos uma simples divisão/multiplicação. Em 1 ano há 4 trimestres. Então, a Taxa Efetiva trimestral será um quarto da taxa anual.

$$i_{Efetiva\ Trimestral} = \frac{40\%}{4} \rightarrow \boxed{\boldsymbol{i_{Efetiva\ Trimestral} = 2\%\ a.t.}}$$

- ✓ Essa será a taxa que devemos utilizar no exercício.

Depois desse primeiro passo, iremos calcular o Montante após 6 meses de aplicação.

Em regime de Juros Compostos, o Montante é calculado pela seguinte equação:

$$M = C \times (1+i)^t$$

Onde,

$M = Montante = ?$

$C = Capital = 1.000$

$i = Taxa\ de\ Juros = 10\%\ ao\ trimestre = 0{,}1$

$t = tempo = 6\ meses = 2\ trimestres$

Atente-se para a conversão da unidade do tempo de aplicação (meses) para a unidade da taxa de juros (trimestre) pois **necessariamente** devem coincidir. Em 6 meses há 2 trimestres.

Sendo assim, o Montante será igual a:

$$M = C \times (1+i)^t$$

$$M = 1.000 \times (1+0{,}1)^2$$

$$M = 1.000 \times 1{,}1^2$$

$$M = 1.000 \times 1{,}21 \rightarrow \boldsymbol{M = 1.210}$$

Gabarito: Alternativa **B**

7. (CESPE / MPU – 2015) Julgue o item subsequente considerando que um investidor tenha aplicado R$ 10.000,00 a juros compostos por um semestre e que 1,1 e 1,34 sejam, respectivamente, os valores aproximados para $1{,}048^2$ e $1{,}05^6$.

Se for proposta ao investidor uma taxa de juros nominal semestral de 30%, com capitalização mensal, o valor do juro obtido com a aplicação será superior a R$ 3.300,00.

Comentários:

Primeiro passo é <u>converter a Taxa Nominal para a Taxa Efetiva</u>.

$$i_{Nominal} = 30\% \ ao\ semestre\ capitalizada\ mensalmente$$

Em 1 semestre há 6 meses. Então, a Taxa Efetiva mensal será um sexto da taxa semestral.

$$i_{Efetiva\ Mensal} = \frac{30\%}{6} \rightarrow \boxed{\boldsymbol{i_{Efetiva\ Mensal} = 5\%\ a.m.}}$$

- ✓ Essa será a taxa que devemos utilizar no exercício.

Depois desse primeiro passo, iremos calcular o Montante após 6 meses de aplicação.

Em regime de Juros Compostos, o Montante é calculado pela seguinte equação:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

Onde,

$M = Montante = ?$

$C = Capital = 10.000$

$i = Taxa\ de\ Juros = 5\%\ ao\ mês = 0{,}05$

$t = tempo = 1\ semestre = 6\ meses$

Atente-se para a conversão da unidade do tempo de aplicação (semestre) para a unidade da taxa de juros (mês) pois **necessariamente** devem coincidir. Em 1 semestre há 6 meses.

Vamos substituir os valores e calcular o Montante.

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 10.000 \times (1 + 0{,}05)^6$$

$$M = 10.000 \times (1{,}05)^6$$

$$M = 10.000 \times 1{,}34 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{M = 13.400}}$$

De posse do Montante e do Capital, calculamos os Juros (que é dado pela **diferença do Montante recebido menos o Capital aplicado**).

$$J = M - C$$

$$J = 13.400 - 10.000 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{J = 3.400}$$

Ou seja, o valor do juro obtido com a aplicação será **SUPERIOR** a R$ 3.300,00.

Gabarito: **CERTO**

8. **(CESPE / CGE PI - 2015) Considerando que uma instituição financeira empreste a quantia de R$ 5.000,00 para ser quitada em um ano, sob taxa de juros compostos anual e capitalização semestral, julgue o item que se segue.**

Considere que um cliente tenha feito o referido empréstimo e que, ao fim do ano, tenha pagado à instituição em questão o montante de R$ 6.050,00. Nessa situação, sabendo-se que $\sqrt{1{,}21} = 1{,}1$, a taxa nominal anual cobrada no empréstimo foi superior a 18%.

Comentários:

Iremos aplicar a fórmula do Montante em regime de Juros Compostos e calcular a taxa efetiva da operação.

$$M = C \times (1 + i)^t$$

Onde,

$M = Montante = 6.050$

$C = Capital = 5.000$

$i = Taxa\ de\ Juros = ?$

$t = tempo = 1\ ano = 2\ semestres$

Vamos substituir os valores e calcular a taxa efetiva semestral.

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$6.050 = 5.000 \times (1 + i)^2$$

$$\frac{6.050}{5.000} = (1 + i)^2$$

$$1{,}21 = (1 + i)^2$$

$$1 + i = \sqrt{1{,}21}$$

$$1 + i = 1{,}1 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{i = 0,1 \ \ ou \ \ 10\% \ ao \ semestre}}$$

Observe que **o enunciado nos questiona qual a taxa NOMINAL** e não a equivalente.

Estamos acostumados, nos exercícios, a transformar a Nominal em Efetiva. Porém, **essa questão nos pede a "volta" dessa transformação**.

Para transformar taxa nominal em efetiva (ou vice-versa) fazemos uma simples divisão/multiplicação.

Em 1 ano há 2 semestres. Então, a taxa nominal anual capitalizada semestralmente será igual a:

$$i_{Nominal\ Anual} = i_{Efetiva\ Semestral} \times 2$$

$$i_{Nominal\ Anual} = 10\% \times 2 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_{Nominal\ Anual} = 20\%}$$

Ou seja, a taxa nominal anual cobrada no empréstimo foi **SUPERIOR** a 18%.

Gabarito: **CERTO**

9. (FCC / TRF 3ª Região - 2014) Marina aplicou um capital no valor de R$ 20.000,00, durante 1 ano, a uma taxa de juros nominal de 10,0% ao ano, com capitalização semestral. Ela resgatou todo o montante no final do prazo de aplicação e verificou que, se tivesse aplicado este mesmo capital,

durante 10 meses, sob o regime de capitalização simples, resgataria, no final deste prazo de aplicação, o mesmo montante resgatado na opção anterior. A taxa anual correspondente à opção pelo regime de capitalização simples, em %, é de

a) 14,4.
b) 13,8.
c) 13,2.
d) 12,3.
e) 10,8.

Comentários:

Marina aplicou um capital no valor de R$ 20.000,00, durante 1 ano, a uma taxa de juros nominal de 10,0% ao ano, com capitalização semestral.

Vamos dar uma acelerada na resolução tal como você resolverá na hora da prova. O passo a passo de como se resolver já fizemos na teoria e na questão acima.

Primeiro passo é converter a Taxa Nominal para a Taxa Efetiva.

Em 1 ano há 2 semestres. Então, a Taxa Efetiva semestral será metade da taxa anual.

$$i_{Efetiva\ semestral} = \frac{10\%}{2} \rightarrow \boxed{\boldsymbol{i_{Efetiva\ Semestral} = 5\%\ a.s.}}$$

Calculando o Montante:

$$M = C \times (1+i)^t$$

$$M = 20.000 \times (1 + 0{,}05)^2$$

➡ Estudamos exaustivamente que a taxa de juros e o tempo de aplicação devem estar na mesma unidade de grandeza. Logo, transformamos o tempo de ano para semestre. 1 ano equivale a 2 semestres.

$$M = 20.000 \times 1{,}05^2$$

$$M = 20.000 \times 1{,}1025 \rightarrow \boxed{\boldsymbol{M = 22.050}}$$

Se Marina tivesse aplicado os R$ 20.000,00, durante 10 meses, sob o regime de capitalização simples, resgataria, no final deste prazo de aplicação, o mesmo montante resgatado na opção anterior, isto é, R$ 22.050,00 (Juros de R$ 2.050,00).

Vamos aplicar a fórmula dos Juros em regime Simples e calcular o valor da taxa mensal de juros.

$$J = C \times i \times t$$

$$2.250 = 20.000 \times i \times 10$$

$$i = \frac{2.050}{200.000} \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{i = 0,01025\ ou\ 1,025\%\ ao\ mês}}$$

Todavia, a banca nos questiona a taxa de juros ANUAL. Em regime de Juros Simples, as taxas são proporcionais. Então, a taxa anual será 12 vezes a taxa mensal.

$$i_{anual} = 12 \times i_{mensal}$$

$$i_{anual} = 12 \times 1{,}025\% \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_{anual} = 12,3\%}$$

Gabarito: Alternativa **D**

10. (FCC / SERGAS - 2013) Um capital no valor de R$ 15.000,00 é aplicado, durante um semestre, sob o regime de capitalização composta, a uma taxa de juros nominal de 12% ao ano, capitalizada trimestralmente. O valor do montante no final do período de aplicação é, em R$, igual a

a) 15.915,75.
b) 15.909,00.
c) 15.911,25.
d) 15.913,50.
e) 15.900,00.

Comentários:

Primeiro passo é <u>converter a Taxa Nominal para a Taxa Efetiva</u>.

Em 1 ano há 4 trimestres. Então, a Taxa Efetiva trimestral será um quarto da taxa anual.

$$i_{Efetiva\ trimestral} = \frac{12\%}{4} \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{i_{Efetiva\ Trimestral} = 3\%\ a.t.}}$$

✓ Essa será a taxa que devemos utilizar no exercício.

Aplicando a fórmula do Montante em regime de Juros Compostos teremos:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 15.000 \times (1 + 0{,}03)^2$$

ACORDE!

Nessa altura da resolução dos exercícios, já tem que estar "na veia" a conversão da unidade de grandeza do tempo para a unidade de grandeza da taxa.

➡ 1 semestre equivale a 2 trimestres.

Calculando o Montante:

$$M = 15.000 \times (1 + 0{,}03)^2$$

$$M = 15.000 \times 1{,}03^2$$

$$M = 15.000 \times 1{,}0609 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{M = 15.913,50}$$

Gabarito: Alternativa **D**

11. (CESPE / MPE PI - 2012) Um cliente pagou a dívida de R$ 20.000,00, em um banco, um ano após a sua contratação. Nessa transação, o banco praticou juros nominais anuais de 42%, com capitalização mensal, a juros compostos. Considerando essas informações e 1,51 como valor aproximado para 1,035¹², julgue o item subsecutivo.

O cliente pagou ao banco mais de R$ 30.000,00.

Comentários:

Perceba que a banca nos fornece uma Taxa Nominal, isto é, uma taxa cuja unidade de tempo **não coincide** com a unidade de tempo do período de capitalização.

$$i_{Nominal} = 42\% \ ao \ ano \ capitalizados \ mensalmente$$

Então, para calcular o Montante questionado pelo enunciado, vamos converter a Taxa Nominal em Taxa Efetiva. Em 1 ano há 12 meses.

$$i_{efetiva} = \frac{42\%}{12} \quad \rightarrow \quad i_{efetiva} = 3{,}5\% \ ao \ mês \ capitalizados \ mensalmente$$

Ou, simplesmente,

$$\boxed{\boldsymbol{i_{efetiva} = 3,5\% \ ao \ mês}}$$

De posse da taxa efetiva, calculamos o Montante ao final de 12 meses.

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 20.000 \times (1 + 0{,}035)^{12}$$

$$M = 20.000 \times 1{,}035^{12}$$

$$M = 20.000 \times 1{,}51 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{M = 30.200}$$

Ou seja, o cliente pagou ao banco **MAIS** de R$ 30.000,00.

Gabarito: **CERTO**

12. (CESGRANRIO / BB - 2015) Um investimento rende à taxa de juros compostos de 12% ao ano com capitalização trimestral.

Para obter um rendimento de R$ 609,00 daqui a 6 meses, deve-se investir, hoje, em reais,

a) 6.460
b) 10.000
c) 3.138
d) 4.852
e) 7.271

Comentários:

Primeiro passo é converter a Taxa Nominal para a Taxa Efetiva.

Taxa Nominal é a taxa de juros cuja unidade de tempo **não coincide** com a unidade de tempo do período de capitalização. Observe que a taxa fornecida no enunciado é uma taxa nominal.

$$i_{Nominal} = 12\% \ ao\ ano\ capitalizada\ trimestralmente$$

Nunca resolva um exercício usando a taxa nominal. Sempre devemos passar para a unidade de tempo do período de capitalização. Então tenha em mente: "**quem manda é o período de capitalização**".

E como passamos da unidade de tempo do período da taxa nominal (ano) para a unidade de tempo do período de capitalização (trimestre)?

Basta fazermos uma simples divisão/multiplicação.

Em 1 ano há 4 trimestres. Então, a Taxa Efetiva trimestral será um quarto da taxa anual.

$$i_{Efetiva\ Trimestral} = \frac{12\%}{4} \rightarrow \boxed{\boldsymbol{i_{Efetiva\ trimestral} = 3\%\ a.t.}}$$

- ✓ Essa será a taxa que devemos utilizar no exercício.

TOME NOTA!

Eu fiz o <u>passo a passo</u> para que você pudesse entender. Na hora da prova, certamente você estará dominando este assunto e irá fazer esta conta de cabeça, acelerando a resolução.

Voltando à resolução.

O enunciado nos questiona o valor a ser investido hoje para obter um rendimento (Juros) de R$ 609,00 daqui a 6 meses. Vamos utilizar a fórmula do Montante em Juros Compostos.

$$M = C \times (1 + i)^t$$

Onde,

$M = Montante = C + 609$

$C = Capital = C$

$i = taxa\ de\ juros = 3\%\ ao\ trimestre = 0{,}03$

$t = tempo = 6\ meses = 2\ trimestres$

Observe que não sabemos o valor do Montante. Mas, pela definição, sabemos que o Montante é igual ao Capital mais os Juros (609).

FIQUE ATENTO!

A **CESGRANRIO** vai sempre tentar confundir o cadidato nessa "pegadinha". Lembre-se de que a Taxa de Juros e o tempo devem estar, **OBRIGATORIAMENTE**, na mesma unidade de grandeza.

Precisamos transformar a o tempo da unidade "mês" para a unidade "trimestre", uma vez que a taxa efetiva esta na unidade "trimestre". 6 meses são equivalentes a 2 trimestres.

Substituindo os valores e calculando o Capital teremos:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$C + 609 = C \times (1 + 0{,}03)^2$$

$$C + 609 = C \times 1{,}03^2$$

Lembra da dica do "um vírgula alguma coisa ao quadrado"? Primeiro dobra e depois eleva ao quadrado.

$$C + 609 = C \times 1{,}0609$$

$$609 = 1{,}0609C - C$$

$$609 = 0{,}0609C$$

$$C = \frac{609}{0{,}0609} \rightarrow \boldsymbol{C = 10.000}$$

Para obter um rendimento de R$ 609,00 daqui a 6 meses, deve-se investir, hoje, em reais, 10.000.

Gabarito: Alternativa **B**

13. (CESGRANRIO / Liquigás - 2014) Uma instituição financiou R$ 10.000,00, utilizando uma taxa de juros de 6% ao semestre com capitalização mensal.

Se o financiamento foi quitado ao final de três meses, os juros foram, aproximadamente, de

a) R$ 100,00
b) R$ 200,00
c) R$ 204,00
d) R$ 300,00
e) R$ 303,00

Comentários:

Primeiro passo é <u>converter a Taxa Nominal para a Taxa Efetiva</u>.

Taxa Nominal é a taxa de juros cuja unidade de tempo **não coincide** com a unidade de tempo do período de capitalização. Observe que a taxa fornecida no enunciado é uma taxa nominal.

$$i_{Nominal} = 6\% \ ao \ semestre \ capitalizada \ mensalmente$$

Nunca resolva um exercício usando a taxa nominal. Sempre devemos passar para a unidade de tempo do período de capitalização. Então tenha em mente: "**quem manda é o período de capitalização**".

E como passamos da unidade de tempo do período da taxa nominal (semestre) para a unidade de tempo do período de capitalização (mês)?

Basta fazermos uma simples divisão/multiplicação.

Em 1 semestre há 6 meses. Então, a Taxa Efetiva mensal será um sexto da taxa semestral.

$$i_{Efetiva \ Mensal} = \frac{6\%}{6} \rightarrow \boxed{\boldsymbol{i_{Efetiva \ Mensal} = 1\% \ a.m.}}$$

✓ Essa será a taxa que devemos utilizar no exercício.

Eu fiz o passo a passo para que você pudesse entender. Na hora da prova, certamente você estará dominando este assunto e irá fazer esta conta de cabeça, acelerando a resolução.

Voltando à resolução.

O financiamento foi quitado ao final de três meses. Vamos calcular o Montante pago por este financiamento.

$$M = C \times (1 + i)^t$$

Onde,

$M = Montante = ?$

$C = Capital = 10.000$

$i = taxa\ de\ juros = 1\%\ ao\ mês$

$t = tempo = 3\ meses$

Substituindo os valores e calculando o Montante:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 10.000 \times (1 + 0{,}01)^3$$

$$M = 10.000 \times 1{,}01^3$$

$$M = 10.000 \times 1{,}0303 \quad \rightarrow \boxed{\boldsymbol{M = 10.303}}$$

De posse do Montante e do Capital, calculamos os Juros.

$$M = C + J$$

$$10.303 = 10.000 + J$$

$$J = 10.303 - 10.000 \quad \rightarrow \boldsymbol{J = 303}$$

Gabarito: Alternativa **E**

14. (CESGRANRIO / BR - 2013) Um capital foi aplicado por dois anos, pelo regime de juros compostos, à taxa nominal aparente de 12% ao ano capitalizados mensalmente e, nesse período, rendeu juros de R$ 2.697,35.

O capital inicial foi, em reais, de aproximadamente

Dado
$(1{,}01)^2 = 1{,}0201$
$(1{,}01)^{12} = 1{,}1268$
$(1{,}01)^{24} = 1{,}2697$

a) 6.080
b) 6.122
c) 8.080

d) 10.000
e) 10.603

Comentários:

Primeiro passo é converter a Taxa Nominal para a Taxa Efetiva.

$$i_{Nominal} = 12\%\ ao\ ano\ capitalizada\ mensalmente$$

Tenha em mente: "**quem manda é o período de capitalização**".

Em 1 ano há 12 meses. Então, a Taxa Efetiva mensal será um doze avos da taxa anual.

$$i_{Efetiva\ Mensal} = \frac{12\%}{12} \rightarrow \boxed{\boldsymbol{i_{Efetiva\ Mensal} = 1\%\ a.m.}}$$

✓ Essa será a taxa que devemos utilizar no exercício.

Vamos aplicar a fórmula do Montante em regime de Juros Composto e calcular o valor do Capital aplicado.

$$M = C \times (1 + i)^t$$

Onde,

$M = Montante = C + J = C + 2.697{,}35$

$C = Capital = C$

$i = taxa\ de\ juros = 1\%\ ao\ mês$

$t = tempo = 2\ anos = 24\ meses$

Duas **observações** antes de prosseguirmos:

i. Observe que **não sabemos qual o valor do Montante**. Mas, pela definição, sabemos que o Montante é igual o Capital mais os Juros (R$ 2.697,35).

ii. Perceba que, como a taxa efetiva está na unidade "mês", convertemos o tempo para esta mesma unidade, uma vez que, **obrigatoriamente**, as unidades devem coincidir. 2 anos equivalem a 24 meses.

Continuando a resolução. Vamos substituir os valores e calcular o Capital.

$$M = C \times (1+i)^t$$

$$C + 2.697,35 = C \times (1+0,01)^{24}$$

$$C + 2.697,35 = C \times 1,01^{24}$$

O enunciado nos fornece que $1,01^{24} = 1,2697$.

$$C + 2.697,35 = 1,2697C$$

$$1,2697C - C = 2.697,35$$

$$0,2697C = 2.697,35$$

$$C = \frac{2.697,35}{0,2697} \rightarrow \boldsymbol{C \cong 10.000}$$

Gabarito: Alternativa **D**

15. (CESPE / TRE RJ - 2012) Pedro adquiriu um imóvel no valor de R$ 200.000,00, financiando-o, em um período de dez anos, pelo sistema Price de amortização, à taxa nominal anual de 6% capitalizada mensalmente, e, no ato da compra, pagou 5% do valor do imóvel como entrada.

Julgue o item seguinte, relativo à situação hipotética acima.

A taxa mensal efetivamente paga por Pedro no citado financiamento foi de 0,5%.

Comentários:

Observe que a banca nos fornece uma Taxa Nominal, isto é, uma taxa cuja unidade de tempo **não coincide** com a unidade de tempo do período de capitalização.

$$i_{Nominal} = 6\% \ ao \ ano \ capitalizados \ mensalmente$$

Para calcular a taxa efetiva, sempre devemos passar para a unidade de tempo do período de capitalização. Então tenha em mente: “**quem manda é o período de capitalização**”.

E como passamos da unidade de tempo do período da taxa nominal para a unidade de tempo do período de capitalização?

Basta fazermos uma simples divisão/multiplicação. Em 1 ano há 12 meses. Então, a Taxa Efetiva mensal será um doze avo da taxa anual.

$$i_{Efetiva\ mensal} = \frac{6\%}{12} \rightarrow \boldsymbol{i_{Efetiva\ mensal} = 0,5\%\ a.m.}$$

Ou seja, a taxa mensal efetivamente paga por Pedro no citado financiamento foi de 0,5%.

Gabarito: **CERTO**

16. (FCC / SERGAS - 2010) Um capital é aplicado durante um bimestre a juros compostos, a uma taxa de juros nominal de 60% ao ano com capitalização mensal. O montante no final do período apresentou um valor igual a R$ 15.435,00. O valor dos juros desta aplicação é igual a

a) R$ 1.435,00.
b) R$ 1.935,00.
c) R$ 2.435,00.
d) R$ 2.935,00.
e) R$ 3.435,00.

Comentários:

Primeiro passo é converter a Taxa Nominal para a Taxa Efetiva.

Em 1 ano há 12 meses. Então, a Taxa Efetiva mensal será um doze avos da taxa anual.

$$i_{Efetiva\ mensal} = \frac{60\%}{12} \rightarrow \boxed{\boldsymbol{i_{Efetiva\ mensal} = 5\%\ a.m.}}$$

- ✓ Essa será a taxa que devemos utilizar no exercício.

Um capital é aplicado durante um bimestre a juros compostos de 5% ao mês e apresenta como Montante o valor de R$ 15.435,00.

Vamos aplicar a fórmula do Montante em regime de Juros Compostos e calcular o valor do Capital aplicado.

Lembre-se sempre de converter a unidade de grandeza do tempo para a unidade de grandeza da taxa, uma vez que, **obrigatoriamente**, devem ser coincidentes. Em 1 bimestre há 2 meses.

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$15.435 = C \times (1 + 0{,}05)^2$$

$$15.435 = C \times 1{,}05^2$$

$$15.435 = C \times 1{,}1025$$

$$C = \frac{15.435}{1{,}1025} \rightarrow \boxed{\boldsymbol{C = 14.000}}$$

Logo, os Juros dessa aplicação foi igual a:

$$J = M - C$$

$$J = 15.435 - 14.000 \rightarrow \boldsymbol{J = 1.435}$$

Gabarito: Alternativa **A**

17. (CESGRANRIO / PETROBRAS - 2010) Aplicaram-se R$ 10.000,00 por nove meses à taxa nominal de 12% ao ano com capitalização trimestral. No momento do resgate, pagou-se Imposto de Renda de alíquota 15%, sobre os rendimentos. O valor líquido do resgate foi, em reais, mais próximo de

a) 10.927
b) 10.818
c) 10.787
d) 10.566
e) 9.287

Comentários:

Primeiro passo é <u>converter a Taxa Nominal para a Taxa Efetiva</u>.

$$i_{Nominal} = 12\%\ ao\ ano\ capitalizada\ trimestralmente$$

Tenha em mente: "**quem manda é o período de capitalização**".

Em 1 ano há 4 trimestres. Então, a Taxa Efetiva trimestral será um quarto da taxa anual.

$$i_{Efetiva\ Trimestral} = \frac{12\%}{4} \rightarrow \boxed{\boldsymbol{i_{Efetiva\ Trimestral} = 3\%\ a.t.}}$$

✓ Essa será a taxa que devemos utilizar no exercício.

Vamos aplicar a fórmula do Montante em regime de Juros Composto e calcular o valor do Capital aplicado.

$$M = C \times (1 + i)^t$$

Onde,

$M = Montante = ?$

$C = Capital = 10.000$

$i = taxa\ de\ juros = 3\%\ ao\ trimestre = 0{,}03$

$t = tempo = 9\ meses = 3\ trimestres$

FIQUE ATENTO!

Perceba que, como a taxa efetiva está na unidade "trimestre", convertemos o tempo para esta mesma unidade, uma vez que, **obrigatoriamente**, as unidades devem coincidir. 9 meses equivalem a 3 trimestres.

Substituindo os valores e calculando o Montante:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 10.000 \times (1 + 0{,}03)^3$$

$$M = 10.000 \times 1{,}03^3$$

$$M = 10.000 \times 1{,}0927 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{M = 10.927}}$$

PRESTE MAIS ATENÇÃO!

Perceba que este NÃO foi o valor recebido. No momento do resgate, pagou-se **Imposto de Renda de alíquota 15% sobre os rendimentos**.

O rendimento (Juros) desta operação é igual a:

$$J = M - C$$

$$J = 10.927 - 10.000 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{J = 927}}$$

O IR é de 15% sobre o rendimento.

$$IR = \frac{15}{100} \times 927 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{IR \cong 139}}$$

Sendo assim, o Montante "líquido" a receber será igual ao Montante da operação menos o IR pago.

$$M_{líquido} = M - IR$$

$$M_{líquido} = 10.927 - 139 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{M_{líquido} = 10.788}$$

Gabarito: Alternativa **B**

QUESTÕES COMENTADAS – BANCAS DIVERSAS

Taxas Equivalentes

1. **(CESPE / IBAMA - 2022) Com base em conhecimentos de matemática financeira, julgue o próximo item.**

Se a taxa de juros de uma multa ambiental paga em parcelas for de 20% ao ano com capitalização semestral, então a taxa de juros efetiva é de 21% ao ano.

Comentários:

Observe que o enunciado nos fornece uma taxa NOMINAL e nos questiona a taxa EFETIVA anual.

Taxa Nominal é a taxa de juros cuja unidade de tempo **não coincide** com a unidade de tempo do período de capitalização. Perceba que, conforme comentamos acima, a taxa fornecida no enunciado é uma taxa nominal.

$$i_{Nominal} = 20\% \ ao \ ano \ capitalizada \ bimestralmente$$

Sempre devemos passar para a unidade de tempo do período de capitalização para encontrar a taxa efetiva. Então, tenha em mente: "**quem manda é o período de capitalização**".

E como passamos da unidade de tempo do período da taxa nominal (ano) para a unidade de tempo do período de capitalização (bimestre)?

Basta fazermos uma simples divisão/multiplicação.

Em 1 ano há 2 semestres. Então, a Taxa Efetiva semestral será metade da taxa anual.

$$i_{Efetiva \ Semestral} = \frac{20\%}{2} \rightarrow \boxed{\boldsymbol{i_{Efetiva \ Semestral} = 10\% \ a.s.}}$$

Todavia, a banca nos questiona a taxa efetiva anual. Vamos então, calcular uma taxa anual que seja equivalente a uma taxa semestral de 10%.

Ou seja, uma taxa efetiva semestral capitalizada por 2 semestres (1 ano) resultará em que taxa efetiva anual?

Para acharmos a taxa equivalente tomamos como base a **potenciação**.

$$(1 + i_{semestral})^2 = (1 + i_{anual})$$

$$(1+0{,}1)^2 = (1+i_{anual})$$

$$1{,}1^2 = (1+i_{anual})$$

$$1{,}21 = 1 + i_{anual}$$

$$i_{anual} = 1{,}21 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_{anual} = 0{,}21\ ou\ 21\%\ ao\ ano}$$

Gabarito: **CERTO**

2. (CESPE / PETROBRAS - 2022) Julgue o item seguinte, relativo a matemática financeira.

Suponha que um investimento financeiro remunera a uma taxa nominal de juros de 12% ao ano com capitalização mensal. Nessa situação, a taxa real de juros desse investimento ao final de 12 meses é superior a 12%.

Comentários:

Antes de resolvermos o exercício de fato, vamos resolver um exemplo que vai elucidar tal caso.

Imagine que este mesmo enunciado só que com uma taxa de **20% ao bimestre capitalizada mensalmente** e você quer calcular a taxa efetiva bimestral. Vejamos se ela será superior ou não a 20%.

Perceba que a ideia deste exemplo é igual a ideia do enunciado. Apenas mudamos os períodos para período menores. A banca trouxe período maior apenas para dificultar.

Taxa nominal de 20% ao bimestre capitalizada mensalmente, conforme estudamos, é igual a uma taxa efetiva 10% ao mês capitalizada mensalmente (basta dividir por 2 pois em 1 bimestre há 2 meses).

Porém, essa é a taxa efetiva mensal. Vamos calcular a taxa efetiva bimestral.

$$(1+i_{mensal})^2 = (1+i_{bimestral})$$

$$(1+0{,}1)^2 = (1+i_{bimestral})$$

$$1{,}21 = 1 + i_{bimestral}$$

$$i_{bimestral} = 1{,}21 - 1 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{i_{bimestral} = 0{,}21\ ou\ 21\%}}$$

Ou seja, a taxa efetiva bimestral é maior que a taxa nominal bimestral.

Podemos generelizar. Uma taxa efetiva sempre será maior que uma taxa nominal para um mesmo périodo.

Só com esse exemplo e entendimento você já consegue resolver a questão. Observe que temos uma taxa nominal de 12% ao ano com capitalização mensal (taxa nominal). **A taxa efetiva anual será maior que 12% pois vamos diviri por 12 para achar a efetiva mensal e depois elevar a 12 para encontrar a efetiva anual.** E elevar a 12 nos retorna um resultado maior que multiplicar por 12.

Taxa nominal de 12% ao ano capitalizada mensalmente, conforme estudamos, é igual a uma taxa efetiva 1% ao mês capitalizada mensalmente (basta dividir por 12 pois em 1 ano há 12 meses).

Porém, essa é a taxa efetiva mensal. Vamos calcular a taxa efetiva anual.

$$(1 + i_{mensal})^{12} = (1 + i_{anual})$$

$$\mathbf{(1 + 0,01)^{12}} = (\mathbf{1} + \boldsymbol{i_{anual}})$$

É claro que você não vai fazer essa conta na hora da prova.

O que você precisa é ter **o domínio** da ideia que eu trouxe nas linhas acima. Por isso fui um pouco prolixo e longo. Você verá professor respondendo essa questão em apenas uma linha. Porém, quero que você entenda e domine o porquê de a taxa efetiva ser maior que uma taxa nominal para um mesmo périodo.

Cuidado! Analisar taxa nominal e taxa efetiva para um mesmo período.

Depois dessa explicação, temos que a taxa efetiva de juros desse investimento ao final de 12 meses é sim superior a 12%.

Todavia, a banca anulou a questão pela utilização do termo "taxa real" ao invés de "taxa efetiva".

Gabarito: **ANULADA**

3. **(CESGRANRIO / CEF - 2021) Um banco possui, atualmente, um modelo de financiamento em regime de juros compostos, em que as parcelas são pagas, mensalmente, a uma taxa de juros de 2% ao mês. Para um certo perfil de clientes, o banco pretende possibilitar o pagamento da dívida a cada três meses, a uma taxa de juros trimestral equivalente à praticada no modelo atual.**

A melhor aproximação para o valor da taxa de juros trimestral desse novo modelo de financiamento é:

a) 2,48%
b) 6,00%

c) 6,12%
d) 7,28%
e) 8,00%

Comentários:

Iremos calcular a **Taxa Efetiva trimestral equivalente à Taxa Efetiva mensal de 2%.**

Ou seja, uma taxa efetiva mensal capitalizada por 3 meses (1 trimestre) resultará em que taxa efetiva trimestral?

Para acharmos a taxa equivalente tomamos como base a **potenciação**.

$$(1+i_{mensal})^3 = (1+i_{trimestral})$$

$$(1+0{,}02)^3 = (1+i_{trimestral})$$

$$1{,}02^3 = (1+i_{trimestral})$$

$$1{,}0612 = 1+i_{trimestral}$$

$$i_{trimestral} = 1{,}0612 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_{trimestral} = 0{,}0612\ ou\ 6{,}12\%\ a.t.}$$

Gabarito: Alternativa **C**

4. **(FCC / TJ SC - 2021 Adaptada) Um analista administrativo do Tribunal de Justiça, em uma situação hipotética, deparou-se com a necessidade de calcular a Taxa Percentual Anual (TPA) de juros de uma conta de depósito que tem taxa nominal de 9% ao ano capitalizada mensalmente. Sendo assim, a TPA correta é, aproximadamente, igual a:**

Dado: $1{,}0075^{12} = 1{,}0938$

a) 9%.
b) 10%.
c) 8,7%.
d) 9,4%.
e) 9,8%.

Comentários:

Observe que o enunciado nos fornece uma taxa NOMINAL e nos questiona a taxa EFETIVA anual.

Taxa Nominal é a taxa de juros cuja unidade de tempo **não coincide** com a unidade de tempo do período de capitalização. Perceba que, conforme comentamos acima, a taxa fornecida no enunciado é uma taxa nominal.

$$i_{Nominal} = 9\% \ ao \ ano \ capitalizada \ mensalmente$$

Sempre devemos passar para a unidade de tempo do período de capitalização para encontrar a taxa efetiva. Então, tenha em mente: "**quem manda é o período de capitalização**".

E como passamos da unidade de tempo do período da taxa nominal (ano) para a unidade de tempo do período de capitalização (mês)?

Basta fazermos uma simples divisão/multiplicação.

Em 1 ano há 12 meses. Então, a Taxa Efetiva mensal será um doze avos da taxa anual.

$$i_{Efetiva\ mensal} = \frac{9\%}{12} \rightarrow \boxed{\boldsymbol{i_{Efetiva\ mensal} = 0,75\%\ a.m.}}$$

Todavia, a banca nos questiona a taxa efetiva anual. Vamos então, calcular uma taxa anual que seja equivalente a uma taxa mensal de 0,75%.

Ou seja, uma taxa efetiva mensal capitalizada por 12 meses (1 ano) resultará em que taxa efetiva anual?

Para acharmos a taxa equivalente tomamos como base a **potenciação**.

$$(1 + i_{mensal})^{12} = (1 + i_{anual})$$

$$(1 + 0{,}0075)^{12} = (1 + i_{anual})$$

$$1{,}0075^{12} = (1 + i_{anual})$$

$$1{,}0938 = 1 + i_{anual}$$

$$i_{anual} = 1{,}0938 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_{anual} = 0,0938\ ou\ 9,38\%\ ao\ nao}$$

Gabarito: Alternativa **D**

5. **(CESPE / Pref. São Cristóvão - 2019) Um indivíduo aplicou R$ 10.000 em um investimento que paga taxa de juros compostos de 12% ao ano com capitalização bimestral.**

Considerando 1,27 como valor aproximado para $1{,}02^{12}$, julgue o item que se segue.

A taxa efetiva mensal desse investimento é de 1% ao mês.

Comentários:

Primeiro, vamos converter a Taxa Nominal para Taxa Efetiva Bimestral. Taxa Nominal é a taxa de juros cuja unidade de tempo **não coincide** com a unidade de tempo do período de capitalização.

$$i_{Nominal} = 12\% \ ao \ ano \ capitalizada \ bimestralmente$$

Para passarmos da unidade de tempo do período da taxa nominal para a unidade de tempo do período de capitalização basta fazermos uma simples divisão/multiplicação.

Em 1 ano há 6 bimestres. Então, a Taxa Efetiva bimestral será um sexto da taxa anual.

$$i_{Efetiva\ Bimestral} = \frac{12\%}{6} \rightarrow \boxed{\boldsymbol{i_{Efetiva\ Bimestral} = 2\%\ a.b.}}$$

Segundo passo é calcular a Taxa Efetiva mensal equivalente à Taxa Efetiva bimestral de 2%.

Ou seja, estamos buscando uma Taxa mensal que capitalizada por 2 meses (1 bimestre) será igual a 2% ao bimestre. Para acharmos a taxa equivalente tomamos como base a **potenciação**.

$$(1 + i_{mensal})^2 = (1 + i_{bimestral})$$

$$(1 + i_{mensal})^2 = (1 + 0{,}02)$$

$$(1 + i_{mensal})^2 = 1{,}02 \quad equação\ (I)$$

Nesse ponto, não vamos extrair a raiz. Vamos utilizar a taxa fornecida pelo enunciado (1% ao mês) e saber se é igual a 1,02.

$$(1 + 0{,}01)^2 = 1{,}01^2 = 1{,}0201$$

Ou seja, **a taxa não será de 1% ao mês**. Se fosse, a potência $(1 + i)^2$ seria igual a 1,0201 e não igual a 1,02 estabelecida na equação (I).

Gabarito: **ERRADO**

6. (FCC / BANRISUL - 2019) Uma taxa de juros nominal, de 15% ao ano, com capitalização bimestral, corresponde a uma taxa de juros efetiva de

a) $[(1 + 0{,}15 \div 12)^2 - 1]$ $ao\ bimestre$
b) $\left(\sqrt[12]{1{,}15} - 1\right)$ $ao\ mês$
c) $6\left(\sqrt[6]{1{,}15} - 1\right)$ $ao\ ano$
d) $[(1 + 0{,}15 \div 6)^3 - 1]$ $ao\ semestre$
e) $[(1 + 0{,}15 \div 12)^3 - 1]$ $ao\ trimestre$

Comentários:

Primeiramente, vamos transformar a taxa nominal de 15% ao ano, com capitalização bimestral em uma taxa efeitva bimestral.

Lembrando que "**quem manda é o período de capitalização**" e para transformar da Taxa Nominal para Taxa Efetiva fazemos uma simples divisão/multiplicação.

Em 1 ano há 6 bimestres. Então, a Taxa Efetiva bimestral será um sexto da taxa anual.

$$i_{Efetiva\ bimestral} = \frac{15\%}{6} \rightarrow \boxed{\boldsymbol{i_{Efetiva\ bimestral} = \frac{0{,}15}{6}\ a.b.}}$$

Essa é a nossa taxa efetiva bimestral. Queremos achar nas alternativas alguma taxa equivalente a esta. Observe que cada alternativa nos traz uma taxa equivalente com prazo distinto.

Então, não tem jeito. Teremos que ir testanto. Mas claro que vamos utilizar nossa experiência de prova. A única alternativa que apresenta o fator $\frac{0{,}15}{6}$ é a alternativa D.

Iremos então calcular a taxa efetiva semestral equivalente a taxa efetiva bimestral. Ou seja, a taxa efetiva bimestral de $\frac{0{,}15}{6}$ capitalizada por 3 bimestres (1 semestre) resultará em que taxa efetiva semestral?

Para acharmos a taxa equivalente tomamos como base a **potenciação**.

$$(1 + i_{bimestral})^3 = (1 + i_{semestral})$$

$$\left(1 + \frac{0{,}15}{6}\right)^3 = 1 + i_{semestral} \rightarrow \boldsymbol{i_{semestral} = \left(1 + \frac{0,15}{6}\right)^3 - 1}$$

Logo, a alternativa D será (sim) nosso gabarito. Caso não encontrássemos a resposta, testaríamos outra alternativa.

Gabarito: Alternativa **D**

7. (FGV / SEFAZ RO – 2018) A taxa efetiva trimestral, que é equivalente a uma taxa nominal de 120% ao ano, capitalizados mensalmente, é igual a

a) 21,78%
b) 30,00%
c) 33,10%
d) 46,41%
e) 50,00%

Comentários:

Primeiro passo é converter a Taxa Nominal para a Taxa Efetiva.

$$i_{Nominal} = 120\%\ ao\ ano\ capitalizada\ mensalmente$$

Em 1 ano há 12 meses. Então, a Taxa Efetiva mensal será a taxa anual dividida por 12.

$$i_{Efetiva\ Mensal} = \frac{120\%}{12} \rightarrow \boxed{\boldsymbol{i_{Efetiva\ Mensal} = 10\%\ a.m.}}$$

Segundo passo é calcular a Taxa Efetiva trimestral equivalente à Taxa Efetiva mensal de 10%.

Ou seja, uma taxa efetiva mensal capitalizada por 3 meses (1 trimestre) resultará em que taxa efetiva trimestral?

Para acharmos a taxa equivalente tomamos como base a potenciação.

$$(1 + i_{mensal})^3 = (1 + i_{trimestral})$$

$$(1 + 0{,}1)^3 = (1 + i_{trimestral})$$

$$1{,}1^3 = 1 + i_{trimestral}$$

$$1{,}331 = 1 + i_{trimestral}$$

$$i_{trimestral} = 1{,}331 - 1 \rightarrow \boldsymbol{i_{trimestral} = 0,331\ \ ou\ \ 33,10\%}$$

Gabarito: Alternativa **C**

8. (FGV / BANESTES – 2018) Um contrato de empréstimo é firmado com taxa efetiva de juros, no regime de capitalização composta, de 44% ao bimestre. Entretanto, a redação do contrato não faz referência a qualquer taxa efetiva e sim a uma taxa trimestral com capitalização mensal de:

a) 60,0%
b) 61,6%
c) 62,5%
d) 66,0%
e) 66,6%

Comentários:

Observe que a banca nos questiona o valor da taxa trimestral com capitalização mensal, isto é, o valor da **Taxa Nominal**.

Lembrando que Taxa Nominal é a taxa de juros cuja unidade de tempo **não coincide** com a unidade de tempo do período de capitalização.

Perceba que a capitalização é mensal. Então, primeiramente, vamos calcular a taxa efetiva mensal e depois calcular a Taxa Nominal.

Um contrato de empréstimo é firmado com taxa efetiva de juros, no regime de capitalização composta, de 44% ao bimestre. Então, vamos calcular a taxa efetiva mensal que capitalizada por 2 meses (1 bimestre) será equivalente a taxa de 44% ao bimestre.

$$(1 + i_{mensal})^2 = (1 + i_{bimestral})$$

$$(1 + i_{mensal})^2 = (1 + 0{,}44)$$

$$(1 + i_{mensal})^2 = 1{,}44$$

$$1 + i_{mensal} = \sqrt{1{,}44}$$

$$1 + i_{mensal} = 1{,}2$$

$$i_{mensal} = 1{,}2 - 1 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{i_{mensal} = 0{,}2 \ \ ou \ \ 20\%}}$$

De posse da Taxa Efetiva, vamos calcular a Taxa nominal (taxa trimestral com capitalização mensal) pedida pela banca.

Estamos acostumados, nos exercícios, a transformar a Nominal em Efetiva. Porém, **essa questão nos pede a "volta" dessa transformação**.

Para transformar taxa nominal em efetiva (ou vice-versa) fazemos uma simples divisão/multiplicação.

Em 1 trimestre há 3 meses. Então, a taxa trimestral com capitalização mensal será igual a:

$$i_{Nominal} = 3 \times 20\%$$

$$\boldsymbol{i_{Nominal} = 60\% \ ao \ trimestre \ capitalizada \ mensalmente}$$

Gabarito: Alternativa **A**

9. (FGV / BANESTES – 2018) Um contrato de empréstimo é firmado com taxa anual de juros de 24% capitalizados trimestralmente sob regime de juros compostos.

A taxa semestral efetiva nessa contratação é:

a) 12,00%
b) 12,25%
c) 12,36%
d) 12,44%
e) 12,56%

Comentários:

▪

Primeiro passo é <u>converter a Taxa Nominal para a Taxa Efetiva</u>.

Taxa Nominal é a taxa de juros cuja unidade de tempo **não coincide** com a unidade de tempo do período de capitalização. Observe que a taxa fornecida no enunciado é uma taxa nominal.

$$i_{Nominal} = 24\% \ ao \ ano \ capitalizada \ trimestralmente$$

Em 1 ano há 4 trimestres. Então, a Taxa Efetiva trimestral será igual a:

$$i_{Efetiva\ Trimestral} = \frac{24\%}{4} \rightarrow \boxed{\boldsymbol{i_{Efetiva\ Trimestral} = 6\% \ a.t.}}$$

Segundo passo é calcular a Taxa Efetiva semestral equivalente à Taxa Efetiva trimestral de 6%.

Ou seja, uma taxa efetiva trimestral capitalizada por 2 trimestres (1 semestre) resultará em que taxa efetiva semestral?

Para acharmos a taxa equivalente tomamos como base a **potenciação**.

$$(1 + i_{trimestral})^2 = (1 + i_{semestral})$$

$$(1 + 0{,}06)^2 = (1 + i_{semestral})$$

$$1{,}06^2 = 1 + i_{semestral}$$

$$1{,}1236 = 1 + i_{semestral}$$

$$i_{semestral} = 1{,}1236 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_{semestral} = 0{,}1236 \ \ ou \ \ 12{,}36\%}$$

Gabarito: Alternativa **C**

10. (CESPE / SEFAZ RS – 2018) Se, nas operações de empréstimo bancário, um banco cobra, no regime de juros compostos, juros nominais de 36% ao ano, capitalizados trimestralmente, então a taxa efetiva semestral cobrada por esse banco é igual a

a) 15,98%
b) 16,62%
c) 18,00%
d) 18,81%
e) 19,40%

Comentários:

Primeiro passo é converter a Taxa Nominal para a Taxa Efetiva.

Taxa Nominal é a taxa de juros cuja unidade de tempo **não coincide** com a unidade de tempo do período de capitalização. Observe que a taxa fornecida no enunciado é uma taxa nominal.

$$i_{Nominal} = 36\% \ ao \ ano \ capitalizada \ trimestralmente$$

Nunca resolva um exercício usando a taxa nominal. Sempre devemos passar para a unidade de tempo do período de capitalização. Então tenha em mente: "**quem manda é o período de capitalização**".

E como passamos da unidade de tempo do período da taxa nominal para a unidade de tempo do período de capitalização?

Basta fazermos uma simples divisão/multiplicação. Em 1 ano há 4 trimestres. Então, a Taxa Efetiva trimestral será um quarto da taxa anual.

$$i_{Efetiva\,Trimestral} = \frac{36\%}{4} \rightarrow \boxed{\boldsymbol{i_{Efetiva\,Trimestral} = 9\%\ a.t.}}$$

Segundo passo é calcular a Taxa Efetiva semestral equivalente à Taxa Efetiva trimestral de 2%.

Ou seja, uma taxa efetiva trimestral capitalizada por 2 trimestres (que é igual a 1 semestre) resultará em que taxa efetiva semestral?

Para acharmos a taxa equivalente tomamos como base a **potenciação**.

$$(1 + i_{trimestral})^2 = (1 + i_{semestral})$$

$$(1 + 0{,}09)^2 = (1 + i_{semestral})$$

$$1{,}09^2 = 1 + i_{semestral}$$

$$1{,}1881 = 1 + i_{semestral}$$

$$i_{semestral} = 1{,}1881 - 1 \rightarrow \boldsymbol{i_{semestral} = 0,1881\ \ ou\ \ 18,81\%}$$

Gabarito: Alternativa **D**

11. (CESPE / SEFAZ RS – 2018) No regime de capitalização composta, se um banco faz empréstimos à taxa de juros de 24% ao ano, capitalizados bimestralmente, a taxa efetiva anual cobrada pelo banco é igual a

a) $100 \times \left[\left(1 + \frac{0{,}24}{6}\right)^6 - 1\right]\%$
b) $100 \times \left[\left(1 + \frac{0{,}24}{2}\right)^{12} - 1\right]\%$
c) $100 \times \left[\left(1 + \frac{0{,}24}{4}\right)^4 - 1\right]\%$
d) $100 \times \left[\left(1 + \frac{0{,}24}{2}\right)^6 - 1\right]\%$
e) $100 \times \left[\left(1 + \frac{0{,}24}{6}\right)^{12} - 1\right]\%$

Comentários:

Primeiro passo é converter a Taxa Nominal para a Taxa Efetiva.

Taxa Nominal é a taxa de juros cuja unidade de tempo **não coincide** com a unidade de tempo do período de capitalização. Observe que a taxa fornecida no enunciado é uma taxa nominal.

$$i_{Nominal} = 24\% \text{ } ao \text{ } ano \text{ } capitalizada \text{ } bimestralmente$$

Nunca resolva um exercício usando a taxa nominal. Sempre devemos passar para a unidade de tempo do período de capitalização. Então tenha em mente: "**quem manda é o período de capitalização**".

E como passamos da unidade de tempo do período da taxa nominal (ano) para a unidade de tempo do período de capitalização (bimestre)?

Basta fazermos uma simples divisão/multiplicação.

Em 1 ano há 6 bimestres. Então, a Taxa Efetiva bimestral será um sexto da taxa anual.

$$i_{Efetiva\ bimestral} = \frac{24\%}{6} \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{i_{Efetiva\ bimestral} = \frac{0,24}{6}}}$$

Segundo passo é calcular a Taxa Efetiva anual equivalente à Taxa Efetiva bimestral de 0,24/6.

Ou seja, uma taxa efetiva bimestral capitalizada por 6 bimestres (que é igual a 1 ano) resultará em que taxa efetiva anual?

Para acharmos a taxa equivalente tomamos como base a **potenciação**.

$$(1 + i_{bimestral})^6 = (1 + i_{anual})$$

$$\left(1 + \frac{0,24}{6}\right)^6 = 1 + i_{anual}$$

$$\boldsymbol{i_{anual} = \left(1 + \frac{0,24}{6}\right)^6 - 1}$$

Gabarito: Alternativa **A**

12. (CESGRANRIO / Liquigás - 2018) Um investidor aplicou uma determinada quantia em um investimento que proporcionou uma rentabilidade de 100% após exatos dois anos de aplicação, no sistema de juros compostos.

Considerando-se que nenhum resgate foi realizado nesse período, o valor mais próximo da taxa anual equivalente proporcionada por esse investimento, nesse sistema de juro, é igual a

a) 40%
b) 41%
c) 43%
d) 45%
e) 50%

Comentários:

Observe que o investimento rendeu 100% no biênio, isto é, em 2 anos. Queremos encontrar a taxa anual que, capitalizada por 2 ano (biênio), equivale a 100%.

Para calcular a taxa equivalente tomamos como base a **potenciação**.

$$(1 + i_{anual})^2 = (1 + i_{biênio})$$

$$(1 + i_{anual})^2 = (1 + 1)$$

$$(1 + i_{anual})^2 = 2$$

$$1 + i_{anual} = \sqrt{2}$$

$$1 + i_{anual} = 1{,}41$$

$$i_{anual} = 1{,}41 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_{anual} = 0,41\ ou\ 41\%}$$

Muitos alunos, de tanto resolverem exercícios de matemática básica, decoram que $\sqrt{2}$ é igual a 1,41. Caso você não soubesse (ou tivesse esquecido), teríamos que testar as alternativas para encontrar o valor.

Qual número que vezes ele mesmo (elevado ao quadrado) resultaria em 2. Você não precisa sair chutando números aleatórios. Utilize a "malandragem" de prova. Pegue as alternativas e vá testando.

Começaríamos pela Letra A. No caso já seria nossa resposta.

$$1{,}41 \times 1{,}41 \approx 2$$

Mas, caso não fosse o gabarito, continuaríamos as tentativas.

$$1{,}43 \times 1{,}43 \approx 2{,}05$$

E assim por diante.

$$\vdots$$

Dito isto,

Gabarito: Alternativa **B**

13. (CESGRANRIO / BASA - 2018) Um valor inicial C_0 foi capitalizado por meio da incidência de juros compostos mensais constantes iguais a 6,09%. Ao final de 6 meses, isto é, após 6 incidências dos juros, gerou-se o montante M. A partir do valor inicial C_0, seria alcançado o mesmo montante M ao final de 12 meses (12 incidências), se os juros compostos mensais constantes tivessem sido iguais a

a) 1,045%
b) 1,450%
c) 3,045%
d) 3,450%
e) 3,000%

Comentários:

Um valor inicial C_0 foi capitalizado por meio da incidência de juros compostos mensais constantes iguais a 6,09%. Ao final de 6 meses, isto é, após 6 incidências dos juros, gerou-se o montante M.

Pela fórmula dos Juros Compostos temos:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = C_0 \times (1 + 0{,}0609)^6$$

$$\boxed{\boldsymbol{M = C_0 \times 1{,}0609^6} \quad equação\ (I)}$$

Guardemos esta informação.

A banca nos questiona qual seria a taxa de juro para a partir do valor inicial C_0, ser alcançado o mesmo montante M ao final de 12 meses (12 incidências). Vamos, novamente, utilizar a fórmula do Montante em Juros Compostos.

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$\boxed{\boldsymbol{M = C_0 \times (1+i)^{12}} \quad \textit{equação (II)}}$$

Perceba que a taxa agora não será 6,09%. Nós iremos determinar a taxa que aplicada sobre o Capital C_0 em um prazo de 12 meses, resultado no Montante M.

Observe que, no início da resolução (equação I), determinamos que $M = C_0 \times 1{,}0609^6$. Vamos susbtituir este valor na equação (II).

$$M = C_0 \times (1+i)^{12}$$

$$\cancel{C_0} \times 1{,}0609^6 = \cancel{C_0} \times (1+i)^{12}$$

$$1{,}0609^6 = (1+i)^{12}$$

$$1 + i = 1{,}0609^{6/12}$$

$$1 + i = 1{,}0609^{1/2}$$

$$1 + i = \sqrt{1{,}0609}$$

Qual número que elevado ao quadrado será igual a 1,0609?

$$1{,}03 \times 1{,}03 = 1{,}0609$$

Mais uma vez, você "mataria" esta passagem lembrando do macete "primeiro eleva ao quadro depois dobra".

Seguindo:

$$1 + i = 1{,}03$$

$$i = 1{,}03 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i = 0{,}03 \ ou \ 3\% \ ao \ mês}$$

A bem da verdade, o que a banca deseja é saber <u>a taxa mensal que capitalizada por 12 meses será igual a taxa mensal de 6,09% capitalizada por 6 meses</u>.

$$(1+i)^{12} = (1+0{,}0609)^6$$

$$1 + i = 1{,}0609^{6/12}$$

$$1 + i = \sqrt{1{,}0609}$$

$$1 + i = 1{,}03$$

$$i = 1{,}03 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i = 0,03 \ ou \ 3\% \ ao \ mês}$$

Gabarito: Alternativa **E**

14. (FCC / FUNAPE – 2017) Um empréstimo foi contratado com uma taxa nominal de juros de 6% ao trimestre e com capitalização mensal. A taxa efetiva desse empréstimo é igual a

a) 6,2302%
b) 6,3014%
c) 6,1385%
d) 6,2463%
e) 6,1208%

Comentários:

Primeiramente, vamos transformar a Taxa Nominal de 6% ao trimestre e com capitalização mensal em Taxa Efetiva mensal.

$$i_{Nominal} = 6\% \ ao \ trimestre \ com \ capitalização \ mensal$$

Lembrando que "**quem manda é o período de capitalização**" e para transformar da Taxa Nominal para Taxa Efetiva fazemos uma simples divisão/multiplicação. Em 1 trimestre há 3 meses.

$$i_{Efetiva} = \frac{i_{Nominal}}{3}$$

$$i_{Efetiva} = \frac{6\%}{3} \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{i_{Efetiva} = 2\% \ ao \ mês}}$$

Iremos calcular agora a Taxa Efetiva trimestral equivalente a Taxa Efetiva mensal. Ou seja, capitalizando a taxa mensal por 3 meses (1 trimestre) resultará em que Taxa Efetiva Trimestral?

Para calcular a Taxa Equivalente tomamos como base a **potenciação**.

$$(1 + i_{mensal})^3 = (1 + i_{trimestral})$$

$$(1 + 0{,}02)^3 = (1 + i_{trimestral})$$

$$1{,}02^3 = 1 + i_{trimestral}$$

$$1{,}061208 = 1 + i_{trimestral}$$

$$i_{trimestral} = 1{,}061208 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_{trimestral} = 0{,}061208 \;\; ou \;\; 6{,}1208\%}$$

Gabarito: Alternativa **E**

15. (FCC / FUNAPE – 2017) Um empréstimo com juros compostos de 1,2% ao mês corresponde a uma taxa anual de

a) $(1{,}12^{12} - 1) \times 100\%$
b) $(1{,}102^{12} - 1) \times 100\%$
c) $(1{,}012^{12} - 1) \times 100\%$
d) $(1{,}0012^{12} - 1) \times 100\%$
e) $(1{,}1002^{12} - 1) \times 100\%$

Comentários:

Iremos calcular a Taxa anual equivalente à Taxa mensal de 1,2%. Ou seja, a Taxa mensal capitalizada por 12 meses (1 ano) será equivalente a que Taxa anual?

$$(1 + i_{mensal})^{12} = (1 + i_{anual})$$

$$(1 + 0{,}012)^{12} = (1 + i_{anual})$$

$$1{,}012^{12} = 1 + i_{anual} \quad \rightarrow \quad i_{anual} = 1{,}012^{12} - 1$$

Em termos percentuais:

$$\boldsymbol{i_{anual} = (1{,}012^{12} - 1) \times 100\%}$$

Gabarito: Alternativa **C**

16. **(FCC / TRF3 – 2016) Uma instituição financeira divulga que a taxa de juros nominal para seus tomadores de empréstimos é de 24% ao ano com capitalização mensal. Isto significa que a taxa efetiva bimestral correspondente é de**

a) $\left[\left(\sqrt[6]{1{,}24}-1\right)\right]$
b) $[2 \times (0{,}24 \div 12)]$
c) $\left[2 \times \left(\sqrt[12]{1{,}24}-1\right)\right]$
d) $[1 + (0{,}24 \div 12)]^2 - 1$
e) $\left[\left(\sqrt[12]{1{,}24}-1\right)^2\right]$

Comentários:

Primeiramente, vamos transformar a Taxa Nominal de 24% ao ano com capitalização mensal em Taxa Efetiva mensal.

$$i_{Nominal} = 24\%\ ao\ ano\ com\ capitalização\ mensal$$

Lembrando que "**quem manda é o período de capitalização**" e para transformar da Taxa Nominal para Taxa Efetiva fazemos uma simples divisão/multiplicação. Em 1 ano há 12 meses.

$$i_{Efetiva} = \frac{i_{Nominal}}{12}$$

$$i_{Efetiva} = \frac{24\%}{12} \rightarrow \boxed{\boldsymbol{i_{Efetiva} = \frac{0,24}{12}\ ao\ mês}}$$

Observe que as alternativas estão em função da taxa efetiva na forma fracionária. Logo, não é para proceder com a divisão.

Iremos calcular agora a Taxa Efetiva bimestral equivalente à Taxa Efetiva mensal. Ou seja, capitalizando a taxa mensal por 2 meses (1 bimestre) resultará em que Taxa Efetiva Bimestral?

Para calcular a Taxa Equivalente tomamos como base a potenciação.

$$(1 + i_{mensal})^2 = (1 + i_{bimestral})$$

$$\left(1 + \frac{0{,}24}{12}\right)^2 = 1 + i_{bimestral} \rightarrow \boldsymbol{i_{bimestral} = \left(1 + \frac{0,24}{12}\right)^2 - 1}$$

Gabarito: Alternativa **D**

17. (CESPE / TJ AL - 2012) Considere que uma operação de crédito tenha sido contratada à taxa nominal de 15% ao ano, com capitalização quadrimestral.

Nesse caso hipotético, a taxa efetiva anual desse financiamento é

a) Inferior a 15,20%
b) Superior a 15,20% e inferior a 15,60%
c) Superior a 15,60% e inferior a 16%
d) Superior a 16% e inferior a 16,40%
e) Inferior a 16,40%

Comentários:

Primeiro passo é converter a Taxa Nominal para a Taxa Efetiva.

Taxa Nominal é a taxa de juros cuja unidade de tempo **não coincide** com a unidade de tempo do período de capitalização. Observe que a taxa fornecida no enunciado é uma taxa nominal.

$$i_{Nominal} = 15\% \ ao \ ano \ capitalizados \ quadrimestralmente$$

Sempre devemos passar para a unidade de tempo do período de capitalização. Então tenha em mente: "**quem manda é o período de capitalização**".

E como passamos da unidade de tempo do período da taxa nominal para a unidade de tempo do período de capitalização?

Basta fazermos uma simples divisão/multiplicação. Em 1 ano há 3 quadrimestres. Então, a Taxa Efetiva quadrimestral será um terço da taxa anual.

$$i_{Efetiva \ quadrimestral} = \frac{15\%}{3} \rightarrow \boxed{\boldsymbol{i_{Efetiva \ Quadrimestral} = 5\% \ a.q.}}$$

Segundo passo é calcular a Taxa Efetiva anual equivalente à Taxa Efetiva quadrimestral de 5%.

Ou seja, uma taxa efetiva quadrimestral capitalizada por 3 quadrimestres (que é igual a 1 ano) resultará em que taxa efetiva anual?

Para acharmos a taxa equivalente tomamos como base a **potenciação**.

$$(1 + i_{Quadrimestral})^3 = (1 + i_{anual})$$

$$(1+0{,}05)^3 = (1+i_{anual})$$

$$1{,}05^3 = 1 + i_{anual}$$

$$1{,}1576 = 1 + i_{anual}$$

$$i_{anual} = 1{,}1576 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_{semestral} = 0{,}1576 \ \ ou \ \ 15{,}76\%}$$

Gabarito: Alternativa **C**

18. (CESGRANRIO / BB - 2012) Um investimento rende a taxa nominal de 12% ao ano com capitalização trimestral.

A taxa efetiva anual do rendimento correspondente é, aproximadamente,

a) 12%
b) 12,49%
c) 12,55%
d) 13%
e) 13,43%

Comentários:

- Primeiro passo é converter a Taxa Nominal para a Taxa Efetiva.

Taxa Nominal é a taxa de juros cuja unidade de tempo **não coincide** com a unidade de tempo do período de capitalização. Observe que a taxa fornecida no enunciado é uma taxa nominal.

$$i_{Nominal} = 12\% \ ao \ ano \ capitalizada \ trimestralmente$$

Nunca resolva um exercício usando a taxa nominal. Sempre devemos passar para a unidade de tempo do período de capitalização. Então tenha em mente: "**quem manda é o período de capitalização**".

E como passamos da unidade de tempo do período da taxa nominal (ano) para a unidade de tempo do período de capitalização (trimestre)?

Basta fazermos uma simples divisão/multiplicação.

Em 1 ano há 4 trimestres. Então, a Taxa Efetiva trimestral será um quarto da taxa anual.

$$i_{Efetiva\ Trimestral} = \frac{12\%}{4} \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{i_{Efetiva\ trimestral} = 3\% \ a.t.}}$$

A banca nos questiona o valor da Taxa efetiva anual, isto é, da Taxa equivalente anual.

- Segundo passo é calcular a Taxa Efetiva semestral equivalente à Taxa Efetiva trimestral de 6%.

Ou seja, uma taxa efetiva trimestral capitalizada por 4 trimestres (1 ano) resultará em que taxa efetiva anual?

Para acharmos a taxa equivalente tomamos como base a **potenciação**.

$$(1+i_{trimestral})^4 = (1+i_{anual})$$

$$(1+0{,}03)^4 = (1+i_{anual})$$

$$1{,}03^4 = 1+i_{anual}$$

$$1{,}1255 = 1+i_{anual}$$

$$i_{anual} = 1{,}1255 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_{anual} = 0{,}1255 \ ou \ 12{,}55\%}$$

Gabarito: Alternativa **C**

19. (CESGRANRIO / BR - 2012) Vanessa faz uma aplicação de R$ 400,00 pelo prazo de um ano, à taxa de juros compostos de 10% a.s..

Qual a taxa de juros ao ano que resultaria, a partir do mesmo capital investido, no mesmo montante, no mesmo período?

a) 20% a.a.
b) 21% a.a.
c) 22% a.a.
d) 23% a.a.
e) 24% a.a.

Comentários:

A banca (resumidamente) quer saber qual a taxa anual equivalente a taxa semestral de 10%. No final de resolução iremos tirar a "prova real".

Vamos calcular a taxa anual equivalente à semestral, isto é, a taxa semestral de 10% capitalizada por 2 semestres (1 ano) será equivalente a que taxa anual?

$$(1+i_{semestral})^2 = (1+i_{anual})$$

$$(1+0{,}1)^2 = (1+i_{anual})$$

$$1{,}1^2 = 1 + i_{anual}$$

$$1{,}21 = 1 + i_{anual}$$

$$i_{anual} = 1{,}21 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_{anual} = 0,21\ ou\ 21\%\ ao\ ano}$$

E assim, a resposta seria a Letra **B**.

Vamos tirar a "prova real". Iremos, primeiramente, calcular o Montante do Capital de R$ 400,00 aplicado pelo prazo de 1 ano (2 semestres) a uma taxa semestral de 10%.

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 400 \times (1 + 0{,}1)^2$$

$$M = 400 \times 1{,}1^2$$

$$M = 400 \times 1{,}21 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{M = 484}}$$

Secundariamente, vamos calcular o Montante do Capital de R$ 400,00 aplicado pelo prazo de 1 ano a uma taxa anual de 21%.

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 400 \times (1 + 0{,}21)^1$$

$$M = 400 \times 1{,}21^1$$

$$M = 400 \times 1{,}21 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{M = 484}}$$

Ou seja, as taxas equivalentes produzem o mesmo Montante (vimos isto bem detalhadamente na parte teórica).

Gabarito: Alternativa **B**

20. (CESGRANRIO / BNDES - 2004) Qual é a taxa efetiva trimestral correspondente a juros de 30% ao trimestre com capitalização mensal?

a) 30%
b) 31%
c) 32,5%
d) 32,8%
e) 33,1%

Comentários:

Primeiro passo é <u>converter a Taxa Nominal para a Taxa Efetiva</u>.

$$i_{Nominal} = 30\% \ ao \ trimestre \ capitalizada \ mensalmente$$

Tenha em mente: "**quem manda é o período de capitalização**".

Em 1 trimestre há 3 meses. Então, a Taxa Efetiva mensal será um terço da taxa trimestral.

$$i_{Efetiva \ Mensal} = \frac{30\%}{3} \ \rightarrow \boxed{\boldsymbol{i_{Efetiva \ Mensal} = 10\% \ a.m.}}$$

Vamos agora, calcular a taxa efetiva trimestral. Ou seja, a taxa mensal de 10% capitalizada por 3 meses (1 trimestre) equivalerá a que taxa trimestral?

$$(1 + i_{mensal})^3 = (1 + i_{trimestral})$$

$$(1 + 0{,}1)^3 = (1 + i_{trimestral})$$

$$1{,}1^3 = 1 + i_{trimestral}$$

$$1{,}331 = 1 + i_{trimestral}$$

$$i_{trimestral} = 1{,}331 - 1 \ \rightarrow \boldsymbol{i_{trimestral} = 0{,}331 \ ou \ 33{,}1\%}$$

Gabarito: Alternativa **E**

QUESTÕES COMENTADAS – BANCAS DIVERSAS

Convenção Exponencial x Convenção Linear

1. (FGV / Pref. Niterói RJ - 2015) Os juros sobre uma dívida são cobrados utilizando a convenção linear. A dívida será paga após um ano e meio, e a taxa de juros compostos anunciada pela instituição financeira é de 20% ao ano.

A porcentagem de juros cobrados em relação ao principal é:

a) 20%
b) 21%
c) 30%
d) 31%
e) 32%

Comentários:

Para simplificar a conta, vamos supor um Capital de R$ 100,00.

Vamos utilizar diretamente a fórmula do **Montante na Convenção Linear**.

$$M = C \times (1+i)^{t_1} \times (1 + i \times t_2)$$

Onde,

$t_1 = parte\ inteira\ do\ período\ de\ aplicação = 1\ ano$

$t_2 = parte\ fracionária\ do\ período\ de\ aplicação = 0{,}5\ ano$

Logo, o Montante será igual a:

$$M = C \times (1+i)^{t_1} \times (1 + i \times t_2)$$

$$M = 100 \times (1+0{,}2)^1 \times (1 + 0{,}2 \times 0{,}5)$$

$$M = 100 \times 1{,}2 \times (1 + 0{,}1)$$

$$M = 100 \times 1{,}2 \times 1{,}1 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{M = 132}}$$

De posso do Montante, calculamos os Juros.

$$J = M - C$$

$$J = 132 - 100 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{J = 32}}$$

Observe que a banca nos questiona a **porcentagem de juros cobrados em relação ao principal**. Ou seja, tivemos R$ 32 de Juros em relação a um Capital de R$ 100. Logo, a porcentagem será igual a:

$$porcentagem = \frac{32}{100} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{porcentagem = 32\%}$$

Gabarito: Alternativa **E**

2. **(CESGRANRIO / BNDES - 2007) Augusto emprestou R$ 30.000,00 a César, à taxa de juros de 10% ao mês. Eles combinaram que o saldo devedor seria calculado a juros compostos no número inteiro de meses e, a seguir, corrigido a juros simples, com a mesma taxa de juros, na parte fracionária do período, sempre considerando o mês com 30 dias.**

Para quitar a dívida 2 meses e 5 dias após o empréstimo, César deve pagar a Augusto, em reais,

a) 39.930,00
b) 39.600,00
c) 37.026,00
d) 36.905,00
e) 36.300,00

Comentários:

Observe que a questão trata da Convenção Linear, onde iremos utilizar o **regime de Capitalização Composta para a parte inteira** do tempo de aplicação e o **regime de Capitalização Simples para a parte fracionária**.

Primeiramente então, vamos calcular o Montante desta dívida em 2 meses (parte inteira) utilizando a fórmula do Montante em regime de Juros Compostos.

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 30.000 \times (1 + 0{,}1)^2$$

$$M = 30.000 \times 1{,}1^2$$

$$M = 30.000 \times 1{,}21 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{M = 36.300}}$$

De posse do Montante calculado acima, iremos utilizar a **fórmula do Montante em Juros Simples para a parte fracionária** (10 dias).

$$M = C \times (1 + i \times t)$$

$$M = 36.300 \times \left(1 + 0{,}1 \times \frac{5}{30}\right)$$

Observe que <u>convertemos</u> a unidade do tempo de aplicação (5 dias) para a unidade da taxa de juros (mensal) pois **necessariamente** devem coincidir. 5 dias é igual a 5/30 do mês.

$$M = 36.300 \times \left(1 + 0{,}1 \times \frac{5}{30}\right)$$

$$M = 36.300 \times \left(1 + 0{,}1 \times \frac{1}{6}\right)$$

$$M = 36.300 \times (1 + 0{,}1 \times 0{,}167)$$

$$M = 36.300 \times (1 + 0{,}0167)$$

$$M = 36.300 \times 1{,}0167 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{M \cong 36.906}$$

TOME NOTA!

Você poderia também calcular o Montante direto na fórmula do Montante na Convenção Linear. Acredito que é mais fácil entender a sistemática da Convenção do que decorar a fórmula. Mas, aplicando a fórmula teríamos:

$$M = \ C \times (1 + i)^{t_1} \times (1 + i \times t_2)$$

Onde,

$t_1 = parte\ inteira\ do\ período\ de\ aplicação = 2\ meses$

$t_2 = parte\ fracionária\ do\ período\ de\ aplicação = 5\ dias = 5/30\ \ mês$

Perceba que essa fórmula, nada mais é que a aglutinação dos dois passos que fizemos acima.

Primeiro, aplicamos **Juros Compostos para a parte inteira** do período de aplicação e, posteriormente, **Juros Simples para a parte fracionária**.

Calculando o Montante:

$$M = \ C \times (1 + i)^{t_1} \times (1 + i \times t_2)$$

$$M = 30.000 \times (1 + 0{,}1)^2 \times \left(1 + 0{,}1 \times \frac{5}{30}\right)$$

$$M = 30.000 \times 1{,}1^2 \times (1 + 0{,}1 \times 0{,}167)$$

$$M = 30.000 \times 1{,}21 \times 1{,}0167 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{M \cong 36.906}$$

Gabarito: Alternativa **D**

3. (FGV / SEFAZ RJ - 2007) A fração de período pela convenção linear produz uma renda a e pela convenção exponencial produz uma renda b.

Pode-se afirmar que:

a) $a = \log_n b$
b) $a < b$
c) $a = b$
d) $a = \sqrt[n]{b}$
e) $a > b$

Comentários:

Neste problema (que é bem abstrato) vamos arbitrar valores para que fique melhor a compreensão.

Iremos imaginar um **Capital de 100** aplicado a uma **taxa de juros de 21% ao mês** (mais abaixo você entenderá o porquê de se adotar 21%) por um **período de 15 dias, isto é, $0,5$ mês**.

Observe que a banca se refere a *"fração de período"*. Logo, como a taxa é mensal, devemos ter uma fração qualquer do mês. Para facilitar os cálculos, arbitramos meio mês.

Iremos calcular o Montante pelas 2 convenções.

- **Convenção Exponencial**

$$M = C \times (1 + i)^t$$

Lembrando que na convenção exponencial adotamos Juros Compostos para a parte farcionária.

$$b = 100 \times (1 + 0{,}21)^{0{,}5}$$

$$b = 100 \times (1{,}21)^{0{,}5}$$

$$b = 100 \times \sqrt{1{,}21}$$

$$b = 100 \times 1{,}1 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{b = 110}}$$

Entendeu o motivo de selecionarmos 21%?

Iríamos cair em uma raiz quadrada. E nesse caso é melhor trabalharmos como um número que tenha raiz.

"Mas professor, como eu iria saber?"

Você poderia chutar 10% e quando chegasse na raiz, iria constatar que precisaria chutar uma raiz exata. Então, voltaria no seu arbitramento e mudaria a taxa de juros.

- **Convenção Linear**

Na convenção linear, adotamos Juros Simples para a parte fracionária do período. Logo, o Montante a será igual a:

$$M = C \times (1 + i \times t)$$

$$a = 100 \times (1 + 0{,}21 \times 0{,}5)$$

$$a = 100 \times (1 + 0{,}105)$$

$$a = 100 \times 1{,}105 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{a = 110{,}5}}$$

Logo,

$$\boldsymbol{a > b}$$

Gabarito: Alternativa **E**

4. (FGV / SEFAZ MS - 2006) Determine o montante, em 75 dias, de um principal de R$ 5.000,00 a juros de 10% ao mês, pela convenção linear.

a) R$ 6.250,00

b) R$ 6.300,00
c) R$ 6.325,00
d) R$ 6.344,00
e) R$ 6.352,50

Comentários:

Vamos relembrar a diferença da convenão linear e da convenção exponencial.

Convenção Exponencial x **Convenção Linear**

Convenção Exponencial ↓ Juros Compostos para TODO o período (tanto parte inteira quanto parte fracionária) ↓

$$M = C \times (1+i)^t$$

Convenção Linear ↓ Juros Compostos → Parte inteira; Juros Simples → Parte fracionária ↓

$$M = C \times \underbrace{(1+i)^{t_1}}_{\text{parte inteira}} \times \underbrace{(1+i \times t_2)}_{\text{parte fracionária}}$$

A banca nos questiona o valor do Montante pela convenção Linear. Vamos utilizar diretamente a fórmula do Montante na Convenção Linear.

$$M = C \times (1+i)^{t_1} \times (1+i \times t_2)$$

Onde,

$t_1 = parte\ inteira\ do\ período\ de\ aplicação = 2\ meses$

$t_2 = parte\ fracionária\ do\ período\ de\ aplicação = 15\ dias = 0{,}5\ mês$

FIQUE ATENTO!

Atente-se para a **conversão** da unidade do tempo de aplicação (dias) para a unidade da taxa de juros (mês) pois **necessariamente** devem coincidir.

75 dias é equivalente a 2 meses e meio, isto é, 2,5 meses.

Logo, o Montante será igual a:

$$M = C \times (1 + i)^{t_1} \times (1 + i \times t_2)$$

$$M = 5.000 \times (1 + 0{,}1)^2 \times (1 + 0{,}1 \times 0{,}5)$$

$$M = 5.000 \times (1{,}1)^2 \times (1 + 0{,}05)$$

$$M = 5.000 \times 1{,}21 \times 1{,}05 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{M = 6.352,50}$$

Gabarito: Alternativa **E**

LISTA DE QUESTÕES – BANCAS DIVERSAS

Capitalização Composta - Aspectos Matemáticos

1. **(CESGRANRIO / BANRISUL - 2023) O diretor financeiro de uma agência de veículos fez um empréstimo de 300 mil reais, em janeiro de 2022, junto a um banco que cobrava uma taxa de 4% ao mês, no sistema de juros compostos. Após exatos dois meses da data do primeiro empréstimo, em março de 2022, o diretor financeiro pegou mais 200 mil reais emprestado, com a mesma taxa e sistema de juro. Em maio de 2022, exatamente dois meses após o último empréstimo, liquidou as duas dívidas, zerando o seu saldo devedor. O valor pago pela agência de veículos, em milhares de reais, foi de, aproximadamente,**

Dados: $1{,}04^2 = 1{,}0816\ ;\ 1{,}04^4 = 1{,}1698\ ;\ 1{,}04^6 = 1{,}2653$

a) 497
b) 528
c) 567
d) 614
e) 684

2. **(CESPE / IBAMA - 2022) A respeito de conceitos de matemática financeira, julgue o item a seguir.**

Se para o valor de $R\$\ 4.200{,}00$, investido hoje, obtém-se, após três anos, o valor de $R\$\ 5.590{,}20$, então a taxa de juros desse investimento é de 10% ao ano.

3. **(UESPI / PM PI - 2022) Uma moto será vendida à vista por $R\$\ 12.000,00$ ou a prazo por $R\$\ 2.000,00$ de entrada e uma parcela de $R\$\ 10.404,00$, a ser paga dois meses após a compra. A taxa mensal de juros compostos desse financiamento é de**

a) $2{,}4\%$
b) $2{,}2\%$
c) $2{,}0\%$
d) $1{,}8\%$
e) $1{,}5\%$

4. **(FADESP / SEFAZ PA - 2022) Uma pessoa toma empréstimo de $R\$\ 8.000,00$ por 4 meses, com taxa de 10% ao mês no regime de juros compostos. O montante ao final desse empréstimo será igual a**

a) $R\$$ 11.840,20
b) $R\$$ 11.712,80
c) $R\$$ 11.685,50
d) $R\$$ 11.535,90
e) $R\$$ 11.448,60

5. **(FADESP / SEFAZ PA - 2022) Um capital de $R\$\ 8.000,00$ foi aplicado por dois anos no regime de juros compostos, com taxa de 15% ao ano. Os juros obtidos ao final dessa aplicação correspondem a**

a) $R\$$ 2.460,00
b) $R\$$ 2.580,00
c) $R\$$ 2.670,00
d) $R\$$ 2.690,00
e) $R\$$ 2.750,00

6. **(FADESP / SEFAZ PA - 2022) O capital que aplicado por três meses à taxa de 10% ao mês no regime de capitalização composta produz $R\$\ 2.118,40$ de juros é igual a**

a) $R\$$ 6.400,00
b) $R\$$ 6.500,00
c) $R\$$ 6.600,00
d) $R\$$ 6.700,00
e) $R\$$ 6.800,00

7. **(RBO / ISS BH - 2022) Um funcionário público fez um empréstimo consignado no valor de $R\$\ 12.000,00$ no regime de juros compostos para ser pago em quatro anos. Se esse empréstimo for liquidado no final de três anos, o montante pago será de $R\$\ 15.108,00$. Nesse caso, o valor que esse funcionário pagará no final de quatro anos será de**

a) $R\$$ 15.996,80
b) $R\$$ 16.260,00
c) $R\$$ 16.298,20
d) $R\$$ 16.301,00
e) $R\$$ 16.320,00

8. **(RBO / ISS BH - 2022) Uma instituição financeira está oferecendo um fundo de investimentos que está pagando uma taxa de 5% ao trimestre. Um cliente resolveu investir $R\$\ 20.000,00$ por 3 anos. Adotando $(1,05)^6 = 1,34$, podemos então afirmar que o montante resgatado no final do período será de aproximadamente:**

a) $R\$$ 30.000,00
b) $R\$$ 32.150,00
c) $R\$$ 35.912,00
d) $R\$$ 36.870,00
e) $R\$$ 36.900,00

9. **(CESGRANRIO / PETROBRAS - 2022) Julgue o item seguinte a respeito de matemática financeira.**

Um capital inicial C aplicado a uma taxa de juros composta i ao mês irá triplicar o seu montante em um prazo dado por $[\log_{1+i}(3)]$ meses.

10. **(CESPE / FUNPRESP EXE - 2022) João vai tomar um empréstimo de $R\$\ 15.000,00$ à taxa de juros de 6% ao mês para pagar ao fim do prazo em parcela única. Ele deve decidir, no momento da assinatura do contrato, se vai querer o regime de juros simples ou o regime de juros compostos. O contrato conta os prazos usando mês e ano comercial, ou seja, um mês de 30 dias e um ano de 360 dias.**

A respeito da situação exposta, julgue o item que segue.

Se João pagar sua dívida após dois meses do recebimento do empréstimo, o regime de juros compostos resultará num montante $R\$$ 54,00 maior que o regime de juros simples.

11. **(FADESP / SEFAZ PA - 2022) Um investimento, submetido a uma determinada taxa de juros compostos, fixa e de capitalização mensal, alcança o montante de $R\$\ 50.000,00$ logo após o décimo mês de aplicação e de $R\$\ 103.680,00$ assim que se completa o $14^{\underline{o}}$ mês. A taxa mensal de juros da aplicação é de**

a) 18%.
b) 20%.
c) 22%.
d) 24%.
e) 26%.

12. (FADESP / SEFAZ PA - 2022) Um capital de $R\$\ 50.000,00$ é investido a uma taxa de juros compostos de 25% ao ano. Ao mesmo tempo, um segundo investimento é iniciado com capital de $R\$\ 10.000,00$ a uma taxa de juros de 28% ao ano. Acerca da evolução dos dois investimentos, é correto afirmar que o montante acumulado no segundo investimento ultrapassará o montante do primeiro investimento após a quantidade de anos que é dada pela expressão

a) $\frac{40000}{\log 28 - \log 25}$

b) $\frac{\log 5}{7 \log 2 - 3 \log 5}$

c) $\frac{\log 28 - \log 25}{\log 50 - \log 10}$

d) $\frac{5e^{1,28}}{(e^{1,28} - e^{1,25})}$

e) $\frac{5e^{1,25}}{(e^{1,28} - e^{1,25})}$

13. (CESPE / PETROBRAS - 2022) Paulo dispõe de $R\$\ 20.000,00$ para investir, sendo que ao final de 6 meses ele precisa usar $R\$\ 10.000,00$ desse investimento para saldar uma dívida.

Com base nessas informações e considerando as aproximações $(1{,}05)^3 = 1{,}16$ e $(1{,}16)^3 = 1{,}56$, julgue o item que se segue.

Suponha que a dívida de $R\$$ 10.000,00 a ser paga em 6 meses é resultante da aplicação de juros compostos de 5% ao mês sobre uma dívida atual D. Nessa situação, considerando-se a aproximação $(1{,}05)^{-6} = 0{,}746$, é correto concluir que o valor atual dessa dívida é superior a $R\$$ 8.000,00.

14. (CESPE / PETROBRAS - 2022) Paulo dispõe de $R\$\ 20.000,00$ para investir, sendo que ao final de 6 meses ele precisa usar $R\$\ 10.000,00$ desse investimento para saldar uma dívida.

Com base nessas informações e considerando as aproximações $(1{,}05)^3 = 1{,}16$ e $(1{,}16)^3 = 1{,}56$, julgue o item que se segue.

Se ele aplicar esse valor sob um regime de juros compostos de 5% ao bimestre, então, ao final de 2 anos, o valor que existirá na conta será superior a $R\$$ 21.000,00.

15. (CESGRANRIO / BB - 2021) Um cliente deseja fazer uma aplicação em uma instituição financeira, que paga uma taxa de juros compostos de 10% ao ano, por um período de 3 anos, já que, ao final da aplicação, planeja comprar uma TV no valor de $R\$\ 3.500,00$ à vista.

Qual o valor aproximado a ser investido para esse objetivo ser alcançado?

a) $R\$$ 2.629,60
b) $R\$$ 2.450,00
c) $R\$$ 2.692,31
d) $R\$$ 2.341,50
e) $R\$$ 2.525,00

16. (CESGRANRIO / BB - 2021) Em uma carta aos clientes, um investimento é oferecido com a promessa de recebimento de um montante de $R\$\ 8.200,00$ líquidos, após 2 anos, para quem aderisse investindo inicialmente $R\$\ 5.000,00$. O valor líquido pago é obtido após descontados $R\$\ 250,00$ de taxas e impostos. Para melhorar a comunicação com os clientes, julgaram interessante acrescentar a taxa de juros compostos usada no cálculo do valor bruto, isto é, sem o desconto.

Qual é o valor da taxa anual que deve ser acrescentada na carta?

a) 2%
b) 3%
c) 20%
d) 25%
e) 30%

17. (CESGRANRIO / BB - 2021) Uma pessoa deixou de pagar a fatura do cartão de crédito, de modo que, após dois meses, o valor inicial da fatura se transformou em uma dívida de $R\$\ 26.450,00$. Nunca foram feitas compras parceladas e não foram feitas compras adicionais durante esses dois meses.

Considerando-se que foram cobrados, indevidamente, juros compostos de 15% ao mês e que, por determinação judicial, o valor inicial deva ser reconsiderado para uma nova negociação entre as partes, o valor inicial da dívida era de

a) $R\$$ 18.515,00
b) $R\$$ 18.815,00
c) $R\$$ 20.000,00
d) $R\$$ 21.000,00
e) $R\$$ 21.115,00

18. (CESPE / ISS Aracaju - 2021) No contexto da pandemia que teve início no ano de 2020, como forma de conter o impacto em seu fluxo de caixa, a pousada Boa Estadia, que antes de 1.º de março de 2020 vendia pacotes para fins de semana (pensão completa, das 14 h de sextafeira às 13 h de domingo) por R$ 1.490, passou, a partir desta data, a oferecer o mesmo serviço por R$ 1.000 para os clientes usufruírem a qualquer tempo, durante o ano de 2020. Acreditando poder usufruir desse serviço no período de 9 a 11 de outubro de 2020, Cláudio o adquiriu em 9 de março de 2020, pelo valor promocional.

No texto, caso Cláudio optasse por aplicar seu dinheiro em 9 de março de 2020, de modo a obter, em 9 de outubro de 2020, o valor suficiente para pagar os serviços da pousada Boa Estadia, sem desconto, em aplicação com rentabilidade mensal composta de 5%, o valor a ser aplicado, assumindo-se $1{,}05^7 = 1{,}41$, deveria ser

a) inferior a R$ 1.000.
b) superior a R$ 1.075.
c) superior a R$ 1.000 e inferior a R$ 1.025.
d) superior a R$ 1.025 e inferior a R$ 1.050.
e) superior a R$ 1.050 e inferior a R$ 1.075.

19. (CESGRANRIO / CEF - 2021) Para ampliar o capital de giro de um novo negócio, um microempreendedor tomou um empréstimo no valor de $R\$\ 20.000,00$, em janeiro de 2021, a uma taxa de juros de 5% ao mês, no regime de juros compostos. Exatamente dois meses depois, em março de 2021, pagou 60% do valor do empréstimo, ou seja, dos $R\$\ 20.000,00$, e liquidou tudo o que devia desse empréstimo em abril de 2021. A quantia paga, em abril de 2021, que liquidou a referida dívida, em reais, foi de

a) 11.352,50
b) 11.152,50
c) 10.552,50
d) 10.452,50
e) 10.152,50

20. (CESGRANRIO / CEF - 2021) Uma pessoa tem uma dívida no valor de $R\$\ 2.000,00$, vencendo no dia de hoje. Com dificuldade de quitá-la, pediu o adiamento do pagamento para daqui a 3 meses.

Considerando-se uma taxa de juros compostos de $2\%\ a.m.$, qual é o valor equivalente, aproximadamente, que o gerente do banco propôs que ela pagasse, em reais?

a) $2.020{,}40$

b) 2.040,00
c) 2.080,82
d) 2.120,20
e) 2.122,42

21. (CESPE / SEFAZ RS – 2019) Uma dívida de R$ 5.000 foi liquidada pelo valor de R$ 11.250, pagos de uma única vez, dois anos após ter sido contraída. Nesse caso, no regime de juros compostos, a taxa anual de juros empregada nesse negócio foi de

a) 5%
b) 12,5%
c) 25%
d) 50%
e) 62,5%

22. (FCC / ALAP – 2020) Considere que, em uma determinada data, Júlia decidiu aplicar um capital, durante 6 meses, à taxa de juros simples de 18% ao ano. Dois meses após a data desta aplicação, ela decidiu aplicar outro capital de valor igual ao dobro do primeiro, durante 4 meses, à taxa de juros compostos de 2% ao bimestre. Dado que o valor do montante referente à aplicação de juros simples foi igual a R$ 27.250,00, a soma dos valores dos juros das duas aplicações realizadas por Júlia foi igual a

a) R$ 3.600,00.
b) R$ 4.270,00.
c) R$ 4.080,00.
d) R$ 3.200,00.
e) R$ 3.430,00.

23. (CESPE / PGE PE – 2019 - Adaptada) Julgue o item seguinte, relativo a juros, taxas de juros e rendas uniformes e variáveis.

Situação hipotética: Raul fez duas aplicações semestrais e consecutivas de R$ 50.000 cada uma (sendo a primeira no tempo 0), que renderam juros à taxa de juros compostos de 10% ao semestre. Raul resgatou o saldo total ao final do terceiro semestre. **Assertiva:** Nessa situação, Raul resgatou menos de R$ 120.000.

24. (FCC / TRF – 2016) Dois capitais são aplicados sob o regime de capitalização composta a uma taxa de 10% ao ano. O primeiro capital foi aplicado durante 2 anos e o segundo durante 3 anos, apresentando um total de juros no valor de R$ 1.680,00 e R$ 1.986,00, respectivamente. A porcentagem que o segundo capital representa do primeiro é, em %, igual a

Dados: $1{,}1^2 = 1{,}21 \ e \ 1{,}1^3 = 1{,}331$

a) 80.
b) 75.
c) 60.
d) 100.
e) 90.

25. (CESGRANRIO / TRANSPETRO - 2018) Um contrato de prestação de serviços prevê, em caso de atraso do pagamento do serviço realizado, a cobrança de juros de 1% ao mês, sobre o saldo devedor, ou seja, no regime de juros compostos. Além disso, há uma multa adicional de 2% sobre o valor do serviço previsto no contrato. Considere que o comprador pagou com atraso de 6 meses um contrato nesses moldes, cujo valor era de 100 milhões de reais, e que nenhum pagamento intermediário fora efetuado nesse período.

Dado: $1{,}01^6 = 1{,}06152$

Assim, o valor mais próximo do total pago nessa operação, incluindo multa e juros, foi de

a) R$ 106.152.000,00
b) R$ 106.200.000,00
c) R$ 108.000.000,00
d) R$ 108.152.000,00
e) R$ 108.275.000,00

26. (CESGRANRIO / Liquigás - 2018) Uma empresa faz uma aplicação no valor de R$ 1.000.000,00, em um fundo que remunera a uma taxa de 1% ao mês, no regime de juros compostos. Após dois anos, a empresa resgatou o dinheiro, pagando exatamente duas taxas, ambas aplicadas sobre os juros da operação, sendo elas: 15% de imposto de renda e 10% de taxa de performance. Considere para os cálculos que $\mathbf{1{,}01^{24} = 1{,}27}$.

O valor mais próximo da rentabilidade líquida (já descontadas as taxas) da operação, em reais, é igual a

a) 60.000,00
b) 67.500,00
c) 202.500,00
d) 245.000,00
e) 270.000,00

27. (VUNESP / Pref. Morato – 2019) Um indivíduo aplicou em um banco um capital a juros simples, durante 5 meses, a uma taxa de 18% ao ano. No final do período desta aplicação, ele resgatou todo o montante correspondente e o aplicou totalmente em outro banco a juros compostos, durante 2 anos, a uma taxa de 10% ao ano. Se o montante no final do período referente à 2ª aplicação no outro banco apresentou um valor igual a R$ 15.609,00, obtém-se que o valor dos juros desta 2ª aplicação foi igual ao valor dos juros da 1ª aplicação multiplicado por

a) 4,515
b) 3,612
c) 3,010
d) 2,750
e) 1,806

28. (CESPE / TJ PR – 2019 - Adaptada) Amélia, aposentada do INSS, fez um empréstimo consignado, no valor de R$ 2.000, a determinada taxa de juros compostos ao ano, para ser pago em 2 anos. Sabe-se que, se o empréstimo fosse feito nas mesmas condições, mas para ser pago em 1 ano, Amélia pagaria o montante de R$ 3.000.

Nesse caso, o montante real pago por Amélia ao final dos 2 anos foi

a) Inferior a R$ 4.300,00.
b) Superior a R$ 4.300,00 e inferior a R$ 4.700,00.
c) Superior a R$ 4.700,00 e inferior a R$ 5.100,00.
d) Superior a R$ 5.100,00 e inferior a R$ 5.500,00.
e) Superior a R$ 5.500,00.

29. (FCC / BANRISUL – 2019) Dois capitais são aplicados, na data de hoje, a juros compostos, a uma taxa de 10% ao ano. O primeiro capital será aplicado durante 1 ano e apresentará um valor de juros igual a R$ 1.100,00 no final do período de aplicação. O segundo capital será aplicado durante 2 anos, e o montante no final do período será igual a R$ 14.520,00. O valor da soma dos dois capitais, na data de hoje, é, em R$, de

a) 23.000,00.
b) 25.000,00.
c) 24.000,00.
d) 22.000,00.
e) 26.000,00.

30. (FGV / BANESTES – 2018) Um capital de R$ 2.662,00 é capitalizado sob regime de juros compostos, ao longo de 4 meses, à taxa efetiva de 10% ao mês, produzindo um montante M.

Para que R$ 2.000,00 produzam o mesmo montante M, ele deve ser capitalizado nessas mesmas condições durante um período igual a:

a) 8 meses
b) 7 meses
c) 6 meses
d) 4 meses
e) 3 meses

31. (CESPE / STM – 2018 - Adaptada) Uma pessoa atrasou em 15 dias o pagamento de uma dívida de R$ 20.000, cuja taxa de juros de mora é de 21% ao mês no regime de juros simples.

Acerca dessa situação hipotética, e considerando o mês comercial de 30 dias e adotando a convenção exponencial para o regime de juros compostos, julgue o item subsequente.

No regime de juros compostos, o valor dos juros de mora na situação apresentada será R$ 100 menor que no regime de juros simples.

32. (FCC / ELETROSUL – 2016) Se uma pessoa aplicar um capital (C), durante 1 semestre, sob o regime de capitalização composta a uma taxa de 3% ao trimestre, obterá no final do prazo de aplicação um valor de juros igual a R$ 1.370,25.

Se ela aplicar este mesmo capital (C), durante 15 meses, a uma taxa de 9,6% ao ano sob o regime de capitalização simples, então obterá no final do prazo de 15 meses um valor de juros correspondente, em reais, de

a) 2.740,50.
b) 3.000,00.
c) 2.700,00.

d) 2.400,00.
e) 2.880,00.

33. (VUNESP / ARSESP – 2018) O capital C foi aplicado pelo prazo de 2 anos à taxa de juros simples de 7% ao ano e gerou, nesse período, o montante líquido M_1. Aplicando se o mesmo capital pelo mesmo prazo, mas à taxa de 7% de juros anuais compostos, gera-se o montante M_2. Nesse caso, o valor mais próximo da diferença entre os montantes M_2 e M_1, ao final dos 2 anos, será de:

a) 0,005 C
b) 2,5 C
c) 2 C
d) 1,05 C
e) 0,01 C

34. (FGV / BANESTES – 2018) Certa empresa financeira do mundo real cobra juros compostos de 10% ao mês para os empréstimos pessoais. Gustavo obteve nessa empresa um empréstimo de 6.000 reais para pagamento, incluindo os juros, três meses depois.

O valor que Gustavo deverá pagar na data do vencimento é:

a) 6.600 reais
b) 7.200 reais
c) 7.800 reais
d) 7.986 reais
e) 8.016 reais

35. (CESPE / IFF - 2018) Um indivíduo possui R$ 10.000,00 e também uma dívida nesse mesmo valor. O valor da dívida é corrigido à taxa de juros compostos de 10% ao mês. O indivíduo resolve não pagar a dívida e investir o dinheiro que possui em uma aplicação que rende juros compostos líquidos de 20% ao mês. Dessa forma, se ao final do segundo mês de aplicação, o indivíduo pagar dívida, ainda lhe sobrará uma quantia de

a) R$ 2.000,00
b) R$ 2.100,00
c) R$ 2.300,00
d) R$ 3.600,00

e) R$ 3.924,00

36. (FCC / SEFAZ MA – 2016) Um capital de R$ 20.000,00 foi aplicado à taxa de juros compostos de 10% ao ano. Sendo t o número de anos em que esse capital deverá ficar aplicado para que produza juro total de R$ 9.282,00, então t pode ser calculado corretamente por meio da resolução da equação

a) $1{,}1^t = 1{,}4641$
b) $0{,}1^t = 0{,}4641$
c) $1{,}1^t = 0{,}4641$
d) $0{,}1^t = 1{,}4641$
e) $1{,}1^t = 1{,}5470$

37. (CESPE / SEFAZ RS 2018) Um banco de investimentos capta recursos e paga juros compostos à taxa de 10% ao mês sobre o valor investido, mas cobra, mensalmente, o valor fixo de R$ 100 a título de taxa de administração. O banco retira esse valor tão logo paga os juros mensais, e os juros seguintes são calculados sobre o montante remanescente.

Nessa situação, se um cliente investir R$ 1.000 nesse banco e conseguir isenção da taxa de administração no primeiro mês, então, ao final do terceiro mês de aplicação, ele auferirá um montante igual a

a) R$ 1.000,00
b) R$ 1.100,00
c) R$ 1.121,00
d) R$ 1.131,00
e) R$ 1.200,00

38. (VUNESP / Pref. São Paulo – 2018) Um investidor aplicou o valor de R$ 20.000,00 por dois anos a juros simples; outro investidor aplicou também por dois anos, os mesmos R$ 20.000,00, à mesma taxa, pelos mesmos dois anos, mas a juros compostos. A diferença entre os dois montantes ao final de dois anos foi de R$ 200,00. Então, a taxa anual de juros nos dois casos era de

a) 8%
b) 2%
c) 10%
d) 5%

e) 20%

39. (FCC / SEMEF MANAUS – 2019) Rodrigues recebeu uma quantia em dinheiro em uma determinada data. A metade dessa quantia ele aplicou sob o regime de capitalização simples, a uma taxa de 9,6% ao ano, durante 6 meses. A outra metade ele aplicou sob o regime de capitalização composta, a uma taxa de 2% ao trimestre, durante 1 semestre. Se o montante correspondente à aplicação sob regime de capitalização simples apresentou um valor igual a R$ 13.100,00, então, a soma dos valores dos juros das duas aplicações foi de

a) R$ 1.000,00.
b) R$ 990,00.
c) R$ 1.105,00.
d) R$ 1.200,00.
e) R$ 1.120,00.

40. (CESPE / BNB - 2018) No que se refere a matemática financeira, julgue o seguinte item.

No regime de juros compostos com capitalização mensal à taxa de juros de 1% ao mês, a quantidade de meses que o capital de R$ 100.000 deverá ficar investido para produzir o montante de R$ 120.000 é expressa por

$$\frac{\log_{10}(2,1)}{\log_{10}(1,01)}$$

41. (FCC / SEFAZ PI – 2015) Um investidor aplica, em uma mesma data, os seguintes capitais:

I. R$ 11.600,00, durante 15 meses, sob o regime de capitalização simples.

II. R$ 20.000,00, durante 1 semestre, sob o regime de capitalização composta, a uma taxa de juros de 3% ao trimestre.

Se os valores dos juros das duas aplicações são iguais, então a taxa de juros anual da primeira aplicação é de

a) 8,4%
b) 9,0%
c) 9,6%

d) 10,5%
e) 10,8%

42. (VUNESP / Pref. SJC – 2018) Um investidor aplicou R$ 101 200,00, à taxa de juro composto de 1,2% ao mês.

Se ele deixar o dinheiro aplicado por 10 anos sem taxas ou impostos, ele resgatará um total, em reais, igual a

a) $100.000 \times 1{,}012^{121}$
b) $100.000 \times 1{,}012^{11}$
c) $100.000 \times 1{,}12^{121}$
d) $101.200 \times 1{,}012^{10}$
e) $101.200 \times 1{,}0012^{120}$

43. (CESPE / FUB - 2018) Julgue o item subsequente, relativo a funções e matemática financeira.

Se uma dívida de R$ 1.000,00 for paga um ano após o vencimento, à taxa de juros compostos de 7% ao mês, então, considerando-se 1,5 como valor aproximado para $(1{,}07)^6$, o total pago será superior a R$ 2.000,00.

44. (FCC / FUNAPE – 2017 - Adaptada) A quantia de R$ 41.212,04 é o montante da aplicação de R$ 40.000,00, durante 3 meses, à uma taxa composta mensal de

a) 1,0%.
b) 0,9%.
c) 0,8%.
d) 1,1%.
e) 1,2%.

45. (CESPE / FUNSPREV - 2016) Acerca de juros simples e compostos, julgue o item seguinte.

Se um capital de R$ 1.000 for aplicado à taxa de juros compostos de 10% ao mês, em três meses será gerado um montante superior a R$ 1.300.

46. **(FCC / TJ MA – 2019) Em 31/03/2019, João realizou uma aplicação financeira no valor de R$ 100.000,00, que seria remunerada com taxa de juros compostos de 3% ao mês. Sabendo que não foi realizado nenhum resgate e que o rendimento é calculado considerando meses de 30 dias, o valor atualizado da aplicação financeira em 30/06/2019, em reais, era de**

a) 112.000,00.
b) 109.272,70.
c) 109.000,00.
d) 106.090,00.
e) 106.000,00.

47. **(CESPE / FUNSPREV - 2016) Um poupador de pequenas quantias aplicou R$ 100 esperando obter rendimento de 1% de juros compostos ao mês.**

Nesse caso, se, ao final de dois meses, for sacado o valor de R$ 50, então o saldo remanescente será inferior a R$ 52.

48. **(CESPE / FUNSPREV - 2016) Um poupador de pequenas quantias aplicou R$ 100 esperando obter rendimento de 1% de juros compostos ao mês.**

Nesse caso, ao final de três meses, o montante da aplicação, em reais, poderá ser calculado pela expressão $102 \times (1{,}01)^3$.

49. **(FCC / TRE PR – 2017) A Cia. Escocesa, não tendo recursos para pagar um empréstimo de R$ 150.000,00 na data do vencimento, fez um acordo com a instituição financeira credora para pagá-la 90 dias após a data do vencimento. Sabendo que a taxa de juros compostos cobrada pela instituição financeira foi 3% ao mês, o valor pago pela empresa, desprezando-se os centavos, foi, em reais,**

a) 163.909,00.
b) 163.500,00.
c) 154.500,00.
d) 129.135,00.
e) 159.000,00.

50. **(CESPE / MPU - 2015) Julgue o item subsequente considerando que um investidor tenha aplicado R$ 10.000,00 a juros compostos por um semestre e que 1,1 e 1,34 sejam, respectivamente, os valores aproximados para $1,048^2$ e $1,05^6$.**

Se o valor dos juros for capitalizado trimestralmente e se, ao final do semestre, o montante apurado for de R$ 10.600,00, então a taxa de juros compostos trimestral do investimento será superior a 5%.

51. **(FCC / DPE RS – 2017) Em uma determinada data, Rodrigo decidiu aplicar em uma instituição financeira um capital, durante 8 meses, sob o regime de capitalização simples e a uma taxa de juros de 7,5% ao semestre. No final do período, resgatou todo o montante e separou R$ 6.000,00 para pagar uma dívida neste mesmo valor. O restante do dinheiro referente ao montante ele aplicou em uma outra instituição financeira, durante 1 ano, sob o regime de capitalização composta e a uma taxa de juros de 5% ao semestre. O valor dos juros desta segunda aplicação foi igual a R$ 738,00 e representa X% do valor dos juros obtidos na primeira aplicação. O valor de X é de**

a) 73,80
b) 61,50
c) 72,00
d) 49,20
e) 59,04

52. **(CESPE / TCE RN) Considerando que 0,7, 0,05 e 1,8 sejam os valores aproximados, respectivamente, de ln2, ln1,05 e $1,05^{12}$, julgue o item a seguir, referente a juros.**

Se, no regime de juros compostos, a taxa de juros efetiva for de 5% ao mês, será necessário um período superior a 15 meses para que o valor de um capital inicial dobre.

53. **(FCC / SMF SÃO JOSÉ DO RIO PRETO – 2019) Analisando o cadastro de uma cliente de um banco, verificou-se que em uma determinada data ela aplicou 40% de seu dinheiro, durante 4 meses, a juros simples com uma taxa de 15% ao ano. Na mesma data, o restante do dinheiro ela aplicou, durante 1 semestre, a juros compostos com uma taxa de 3% ao trimestre. Sabendo-se que esta cliente obteve um montante igual a R$ 21.000,00 na aplicação a juros simples, tem-se que a soma dos juros das duas aplicações é igual a**

a) R$ 3.045,00.
b) R$ 2.949,00.
c) R$ 2.827,00.

d) R$ 3.018,00.
e) R$ 2.570,00.

54. (FCC / TRF – 2017) João realizou as seguintes aplicações financeiras:

– R$ 25.000,00, em 31/12/2015, à taxa de juros compostos de 16% ao ano.

– R$ 35.000,00, em 30/06/2016, à taxa de juros compostos de 3% ao semestre.

– R$ 40.000,00, em 01/11/2016, à taxa de juros compostos de 1% ao mês.

Considerando que as aplicações realizadas não foram resgatadas, o valor que João tinha em 31/12/2016 referente a estas três aplicações consideradas em conjunto era, em reais,

a) 100.000,00.
b) 105,854,00.
c) 105.450,00.
d) 105.850,50.
e) 106.900,00.

55. (FCC / ALESE -2018) A Cia. Endividada tinha que liquidar uma dívida no valor de R$ 200.000,00 em determinada data, porém precisou negociar a prorrogação do prazo de pagamento por não dispor de liquidez. O credor aceitou prorrogar o pagamento por 90 dias e negociou a remuneração com uma taxa de juros compostos de 2% ao mês. O valor devido pela Cia. Endividada, no final do prazo de prorrogação, foi, em reais,

a) R$ 212.000,00.
b) R$ 212.241,60.
c) R$ 208.080,00.
d) R$ 216.000,00.
e) R$ 216.486,43.

56. (FCC / SEFAZ GO – 2018) Há dois anos, Marcelo recebeu R$ 100.000,00 como resultado do fechamento de um negócio e decidiu investir esse dinheiro no mercado financeiro. Após conversar com um consultor, ele aplicou parte do valor em um fundo de ações A e, o restante, em um investimento estruturado B. Marcelo acaba de resgatar o valor completo das duas aplicações, totalizando R$ 137.800,00. De acordo com o relatório elaborado pelo consultor, no período de 2 anos, o fundo A rendeu o equivalente a 0,8% ao mês, enquanto que o investimento

B rendeu o equivalente a 2,2% ao mês, com ambos os rendimentos calculados no regime de juros compostos. O valor, em reais, aplicado por Marcelo, há dois anos, no fundo de ações A foi de

Dados:
$(1,008)^{12} \approx 1,1$
$(1,022)^{12} \approx 1,3$

a) 45.000,00.
b) 50.000,00.
c) 55.000,00.
d) 60.000,00.
e) 65.000,00.

57. (CESPE / FUNPRESP – 2016) Acerca de juros simples e compostos, julgue o item seguinte.

Para o investidor, é indiferente aplicar, por dois meses, um capital de R$ 1.000 à taxa de juros simples de 21% ao mês ou à taxa de juros compostos de 20% ao mês.

58. (CESGRANRIO / TRANSPETRO - 2018) Uma empresa comprou um ativo por 18 milhões de reais em janeiro de 2008. Buscando captar recursos, devido a uma crise financeira que atravessa, a empresa estuda vender o ativo, o qual foi avaliado, em janeiro de 2018, no valor de aproximadamente 36 milhões de reais.

Dado

x	2^x
0,1	1,072
0,2	1,149
0,3	1,231
0,4	1,319
0,5	1,414

Se o valor de venda for igual ao avaliado, o valor mais próximo da taxa anual de retorno, proporcionada por esse investimento, considerando-se o sistema de capitalização composta, é

a) 5,8%
b) 7,2%
c) 10,0%
d) 12,5%

e) 14,9%

59. (CESGRANRIO / Liquigás - 2018) Um cliente fez um empréstimo de 200 mil reais, a taxa de 5% ao mês, no sistema de juros compostos, em jan/2018. Após exatos dois meses da data do primeiro empréstimo, em mar/2018, ele pegou mais 100 mil reais, mantendo a taxa e o sistema de juros. Em abr/2018, exatamente um mês após o último empréstimo, liquidou as duas dívidas, zerando o seu saldo devedor.

O valor pago pelo cliente, em milhares de reais, foi de, aproximadamente,

a) 300,0
b) 325,6
c) 336,5
d) 345,0
e) 347,3

60. (CESGRANRIO / TRANSPETRO - 2018) Um ativo, comprado por 100 milhões de dólares, duplicou de valor após 20 anos.

O valor mais próximo da taxa anual de retorno proporcionada por esse investimento, considerando-se o sistema de capitalização composta, é

Dados	
x	**2^x**
0,03	1,0210
0,04	1,0281
0,05	1,0353
0,06	1,0425
0,07	1,0497

a) 2,1%
b) 2,8%
c) 3,0%
d) 3,5%
e) 4,2%

61. (CESGRANRIO / TRANSPETRO - 2018) Uma pequena empresa planeja comprar um caminhão novo, à vista, cujo preço de mercado equivale a R$ 250.000,00, mas ela não dispõe, no momento, de qualquer valor em caixa para realizar a transação.

Caso a empresa consiga obter um retorno nominal de 5% a.a., com base no valor presente, qual o montante que ela deveria aplicar hoje para viabilizar a compra do caminhão, à vista, daqui a 4 anos, supondo que o preço do bem permaneça inalterado nesse período?

a) R$ 238.095,24
b) R$ 205.676,68
c) R$ 200.500,00
d) R$ 39.406,25
e) R$ 44.323,32

62. (FCC / SABESP – 2017) Uma pessoa foi ao banco e fez um empréstimo de R$ 1000,00, por 2 meses, com juros simples de 5% ao mês. Outra pessoa foi ao banco e fez um empréstimo de R$ 1000,00, por 2 meses, com juros compostos de 4% ao mês. Ao final dos 2 meses de empréstimo, a quantia a mais de juros que uma dessas pessoas pagou em relação à outra pessoa, foi igual a

a) R$ 18,40.
b) R$ 22,50.
c) R$ 20,00.
d) R$ 81,60.
e) R$ 20,90.

63. (FCC / SABESP - 2017) Um investidor aplica R$ 1.000,00 em um fundo que paga juros simples de 1% ao mês. Após 20 meses, resgata o montante e investe em outro fundo que paga juros compostos de 10% ao ano. Após um período de 2 anos nesse segundo fundo, o montante obtido será de

a) R$ 1.400,00.
b) R$ 1.440,00.
c) R$ 1.452,00.
d) R$ 1.460,00.
e) R$ 1.442,00.

64. **(CESPE / SEFAZ DF - 2020) Em determinada loja, uma bicicleta é vendida por R$ 1.720 a vista ou em duas vezes, com uma entrada de R$ 920 e uma parcela de R$ 920 com vencimento para o mês seguinte. Caso queira antecipar o crédito correspondente ao valor da parcela, o lojista paga para a financeira uma taxa de antecipação correspondente a 5% do valor da parcela.**

Com base nessas informações, julgue o item a seguir.

Considere que um comprador sabe que o preço da bicicleta não irá aumentar durante 1 mês e tem a possibilidade de investir suas economias em uma aplicação com rendimento líquido de 5% ao mês. Nessa situação, o comprador poderá realizar a compra à vista da bicicleta investindo nessa aplicação uma quantia inferior a R$ 1.650, independentemente de o regime de capitalização da aplicação ser simples ou composto.

65. **(CESPE / TJ CE - 2014) Considere que dois capitais de mesmo valor C tenham sido aplicados, um no regime de juros simples e outro no regime de juros compostos, às mesmas taxas de juros anuais e no mesmo prazo, o que gerou, respectivamente, os montantes M e N. Nessa situação, é correto afirmar que**

a) M > N, para prazo inferior a um ano.
b) N > M, para prazo inferior a um ano.
c) M = N, visto que são calculados com a mesma taxa de juros e com o mesmo prazo.
d) M > N, qualquer que seja o prazo da operação.
e) N > M, qualquer que seja o prazo da operação.

66. **(CESPE / IBAMA - 2013) Julgue o próximo item a respeito de matemática financeira, considerando 1,08 como valor aproximado para $1,02^4$.**

O montante a ser devolvido em razão do empréstimo de R$ 4.000,00, pelo prazo de 5 meses e à taxa de juros compostos de 2% ao mês é superior a R$ 4.300,00.

67. **(CESPE / SERPRO - 2013) O empréstimo feito por um indivíduo em uma instituição financeira será pago em 10 prestações, anuais, consecutivas e fixas no valor de R$ 37.600,00; a primeira será paga um ano após a contratação do empréstimo. A taxa de juros compostos cobrados pela instituição financeira nesse tipo de empréstimo é de 10% ao ano. Caso o cliente adiante o pagamento de prestação, a instituição financeira retirará os juros envolvidos no calculo daquela prestação.**

Com base nessas informações e considerando 2,4 e 1,13 como aproximações para $1{,}1^9$ e $1{,}01^{12}$, respectivamente, julgue o item a seguir.

Se o indivíduo, no dia que tomou o empréstimo, depositar R$ 33.000,00 em uma conta remunerada, que paga 1% de juros compostos ao mês, então, um ano após, o montante auferido com o depósito na conta remunerada será suficiente para pagar a primeira prestação.

68. (CESPE / SERPRO - 2013) João e Maria, com o objeto de constituir, em sociedade, uma microempresa, acordaram em depositar anualmente, cada um, R$ 20.000,00 em uma conta remunerada que paga 10% de juros compostos semestralmente. João deveria depositar sua parte sempre no início do mês de janeiro e Maria, seis meses depois.

Com base nessas informações, julgue o próximo item.

Considere que o primeiro depósito de João tenha ocorrido no dia 10/1/2012 e o de Maria, em 10/6/2012.

Nesse caso, em 10/1/2013 havia mais de R$ 46.000,00 na conta remunerada.

69. (CESPE / SERPRO - 2013) Joaquim tomou R$ 9.000,00 de empréstimo junto a uma instituição financeira para complementar o pagamento de veículo comprado em uma agência automobilística. A instituição financeira pratica a taxa de juros compostos de 1% ao mês para reajustar os valores relativos a esse tipo de negócio. O dinheiro foi imediatamente repassado para a agência. Nesse mesmo dia, Joaquim recebeu R$ 8.000,00 que um colega lhe devia e poderia utilizar esse montante para minimizar o empréstimo contraído instantes atrás.

Considerando 1,12 como valor aproximado para $1{,}01^{11}$, julgue o item a seguir a partir das informações apresentadas acima.

Se o empréstimo tomado por Joaquim fosse de R$ 10.000,00, então, um ano após, a sua dívida seria inferior a R$ 11.250,00.

Gabarito

1. C
2. CERTO
3. C
4. B
5. B
6. A
7. E
8. C
9. CERTO
10. CERTO
11. B
12. B
13. ERRADO
14. ERRADO
15. A
16. E
17. C
18. E
19. C
20. E
21. D
22. B
23. ERRADO
24. B
25. D
26. C
27. C
28. B
29. A
30. B
31. CERTO
32. C
33. A
34. D
35. C
36. A
37. C
38. C
39. C
40. ERRADO
41. A
42. A
43. CERTO
44. A
45. CERTO
46. B
47. ERRADO
48. ERRADO
49. A
50. ERRADO
51. B
52. ERRADO
53. C
54. B
55. B
56. E
57. ERRADO
58. B
59. C
60. D
61. B
62. A
63. C
64. CERTO
65. A
66. CERTO
67. ERRADO
68. CERTO
69. ERRADO

LISTA DE QUESTÕES – BANCAS DIVERSAS

Taxa Nominal e Taxa Efetiva

1. (CESPE / PETROBRAS - 2022) No que se refere a desconto racional, taxa interna de retorno (TIR), porcentagem e juros compostos, julgue o item a seguir.

O investidor que depositar $R\$ \ 5.000,00$ em um investimento que paga 10% de juros anuais compostos, semestralmente, terá em conta, ao final do primeiro ano, o valor de $R\$ \ 5.500,00$.

2. (FCC / MANAUSPREV - 2021) Um investidor aplicou o valor de R$ 20.000,00, no início de um período, a uma taxa de juros nominal de 12% ao ano com capitalização trimestral. Se o período foi de um semestre, então o investidor poderá resgatar no final do período o montante no valor, em reais, de

a) 21.632,00
b) 21.218,00
c) 21.200,00
d) 20.800,00
e) 21.800,00

3. (FGV / BANESTES – 2018) Um capital de R$ 5.000,00 é aplicado à taxa de juros compostos de 24% a.a. com capitalizações bimestrais. Depois de quatro meses de capitalização sem que houvesse qualquer depósito adicional ou qualquer retirada, o proprietário desse montante faz um saque de R$ 608,00 e o restante do dinheiro continuou a ser capitalizado nas mesmas condições.

Seis meses após o início dessa aplicação, o valor acumulado era:

a) R$ 5.000,00
b) R$ 4.998,00
c) R$ 4.992,00
d) R$ 4.948,00
e) R$ 4.942,00

4. **(FGV / BANESTES – 2018) João recebeu sua fatura do cartão de crédito no valor de R$ 4.000,00 e, no dia do vencimento, pagou o valor mínimo exigido (que corresponde a 15% do valor total). O restante foi quitado um mês depois.**

Se a administradora do cartão de João cobra juros de 216% ao ano com capitalização mensal, sob regime de juros compostos, então o valor pago no ato da liquidação da dívida foi:

a) R$ 4.000,00
b) R$ 4.012,00
c) R$ 4.100,00
d) R$ 4.120,00
e) R$ 4.320,00

5. **(CESPE / Pref. São Cristóvão - 2019) Um indivíduo aplicou R$ 10.000 em um investimento que paga taxa de juros compostos de 12% ao ano com capitalização bimestral.**

Considerando 1,27 como valor aproximado para $1,02^{12}$, julgue o item que se segue.

O montante 2 anos após o início da aplicação terá sido superior a R$ 12.000.

6. **(CESPE / CAGE RS – 2018) Um indivíduo investiu a quantia de R$ 1.000 em determinada aplicação, com taxa nominal anual de juros de 40%, pelo período de 6 meses, com capitalização trimestral.**

Nesse caso, ao final do período de capitalização, o montante será de

a) R$ 1.200
b) R$ 1.210
c) R$ 1.331
d) R$ 1.400
e) R$ 1.100

7. **(CESPE / MPU – 2015) Julgue o item subsequente considerando que um investidor tenha aplicado R$ 10.000,00 a juros compostos por um semestre e que 1,1 e 1,34 sejam, respectivamente, os valores aproximados para $1{,}048^2$ e $1{,}05^6$.**

Se for proposta ao investidor uma taxa de juros nominal semestral de 30%, com capitalização mensal, o valor do juro obtido com a aplicação será superior a R$ 3.300,00.

8. **(CESPE / CGE PI - 2015) Considerando que uma instituição financeira empreste a quantia de R$ 5.000,00 para ser quitada em um ano, sob taxa de juros compostos anual e capitalização semestral, julgue o item que se segue.**

Considere que um cliente tenha feito o referido empréstimo e que, ao fim do ano, tenha pagado à instituição em questão o montante de R$ 6.050,00. Nessa situação, sabendo-se que $\sqrt{1{,}21} = 1{,}1$, a taxa nominal anual cobrada no empréstimo foi superior a 18%.

9. **(FCC / TRF 3ª Região - 2014) Marina aplicou um capital no valor de R$ 20.000,00, durante 1 ano, a uma taxa de juros nominal de 10,0% ao ano, com capitalização semestral. Ela resgatou todo o montante no final do prazo de aplicação e verificou que, se tivesse aplicado este mesmo capital, durante 10 meses, sob o regime de capitalização simples, resgataria, no final deste prazo de aplicação, o mesmo montante resgatado na opção anterior. A taxa anual correspondente à opção pelo regime de capitalização simples, em %, é de**

a) 14,4.
b) 13,8.
c) 13,2.
d) 12,3.
e) 10,8.

10. **(FCC / SERGAS - 2013) Um capital no valor de R$ 15.000,00 é aplicado, durante um semestre, sob o regime de capitalização composta, a uma taxa de juros nominal de 12% ao ano, capitalizada trimestralmente. O valor do montante no final do período de aplicação é, em R$, igual a**

a) 15.915,75.
b) 15.909,00.
c) 15.911,25.
d) 15.913,50.
e) 15.900,00.

11. **(CESPE / MPE PI - 2012) Um cliente pagou a dívida de R$ 20.000,00, em um banco, um ano após a sua contratação. Nessa transação, o banco praticou juros nominais anuais de 42%, com capitalização mensal, a juros compostos. Considerando essas informações e 1,51 como valor aproximado para 1,035^{12}, julgue o item subsecutivo.**

O cliente pagou ao banco mais de R$ 30.000,00.

12. (CESGRANRIO / BB - 2015) Um investimento rende à taxa de juros compostos de 12% ao ano com capitalização trimestral.

Para obter um rendimento de R$ 609,00 daqui a 6 meses, deve-se investir, hoje, em reais,

a) 6.460
b) 10.000
c) 3.138
d) 4.852
e) 7.271

13. (CESGRANRIO / Liquigás - 2014) Uma instituição financiou R$ 10.000,00, utilizando uma taxa de juros de 6% ao semestre com capitalização mensal.

Se o financiamento foi quitado ao final de três meses, os juros foram, aproximadamente, de

a) R$ 100,00
b) R$ 200,00
c) R$ 204,00
d) R$ 300,00
e) R$ 303,00

14. (CESGRANRIO / BR - 2013) Um capital foi aplicado por dois anos, pelo regime de juros compostos, à taxa nominal aparente de 12% ao ano capitalizados mensalmente e, nesse período, rendeu juros de R$ 2.697,35.

O capital inicial foi, em reais, de aproximadamente

Dado
$(1{,}01)^2 = 1{,}0201$
$(1{,}01)^{12} = 1{,}1268$
$(1{,}01)^{24} = 1{,}2697$

a) 6.080
b) 6.122
c) 8.080

d) 10.000
e) 10.603

15. (CESPE / TRE RJ - 2012) Pedro adquiriu um imóvel no valor de R$ 200.000,00, financiando-o, em um período de dez anos, pelo sistema Price de amortização, à taxa nominal anual de 6% capitalizada mensalmente, e, no ato da compra, pagou 5% do valor do imóvel como entrada.

Julgue o item seguinte, relativo à situação hipotética acima.

A taxa mensal efetivamente paga por Pedro no citado financiamento foi de 0,5%.

16. (FCC / SERGAS - 2010) Um capital é aplicado durante um bimestre a juros compostos, a uma taxa de juros nominal de 60% ao ano com capitalização mensal. O montante no final do período apresentou um valor igual a R$ 15.435,00. O valor dos juros desta aplicação é igual a

a) R$ 1.435,00.
b) R$ 1.935,00.
c) R$ 2.435,00.
d) R$ 2.935,00.
e) R$ 3.435,00.

17. (CESGRANRIO / PETROBRAS - 2010) Aplicaram-se R$ 10.000,00 por nove meses à taxa nominal de 12% ao ano com capitalização trimestral. No momento do resgate, pagou-se Imposto de Renda de alíquota 15%, sobre os rendimentos. O valor líquido do resgate foi, em reais, mais próximo de

a) 10.927
b) 10.818
c) 10.787
d) 10.566
e) 9.287

GABARITO

1. ERRADO
2. B
3. C
4. B
5. CERTO
6. B
7. CERTO
8. CERTO
9. D
10. D
11. CERTO
12. B
13. E
14. D
15. Certo
16. A
17. B

LISTA DE QUESTÕES – BANCAS DIVERSAS

Taxas Equivalentes

1. **(CESPE / IBAMA - 2022) Com base em conhecimentos de matemática financeira, julgue o próximo item.**

Se a taxa de juros de uma multa ambiental paga em parcelas for de 20% ao ano com capitalização semestral, então a taxa de juros efetiva é de 21% ao ano.

2. **(CESPE / PETROBRAS - 2022) Julgue o item seguinte, relativo a matemática financeira.**

Suponha que um investimento financeiro remunera a uma taxa nominal de juros de 12% ao ano com capitalização mensal. Nessa situação, a taxa real de juros desse investimento ao final de 12 meses é superior a 12%.

3. **(CESGRANRIO / CEF - 2021) Um banco possui, atualmente, um modelo de financiamento em regime de juros compostos, em que as parcelas são pagas, mensalmente, a uma taxa de juros de 2% ao mês. Para um certo perfil de clientes, o banco pretende possibilitar o pagamento da dívida a cada três meses, a uma taxa de juros trimestral equivalente à praticada no modelo atual.**

A melhor aproximação para o valor da taxa de juros trimestral desse novo modelo de financiamento é:

a) 2,48%
b) 6,00%
c) 6,12%
d) 7,28%
e) 8,00%

4. **(FCC / TJ SC - 2021 Adaptada) Um analista administrativo do Tribunal de Justiça, em uma situação hipotética, deparou-se com a necessidade de calcular a Taxa Percentual Anual (TPA) de juros de uma conta de depósito que tem taxa nominal de 9% ao ano capitalizada mensalmente. Sendo assim, a TPA correta é, aproximadamente, igual a:**

Dado: $1{,}0075^{12} = 1{,}0938$

a) 9%.
b) 10%.
c) 8,7%.
d) 9,4%.
e) 9,8%.

5. **(CESPE / Pref. São Cristóvão - 2019) Um indivíduo aplicou R$ 10.000 em um investimento que paga taxa de juros compostos de 12% ao ano com capitalização bimestral.**

Considerando 1,27 como valor aproximado para $1{,}02^{12}$, julgue o item que se segue.

A taxa efetiva mensal desse investimento é de 1% ao mês.

6. **(FCC / BANRISUL - 2019) Uma taxa de juros nominal, de 15% ao ano, com capitalização bimestral, corresponde a uma taxa de juros efetiva de**

a) $[(1 + 0{,}15 \div 12)^2 - 1]\ ao\ bimestre$
b) $\left(\sqrt[12]{1{,}15} - 1\right)\ ao\ mês$
c) $6\left(\sqrt[6]{1{,}15} - 1\right)\ ao\ ano$
d) $[(1 + 0{,}15 \div 6)^3 - 1]\ ao\ semestre$
e) $[(1 + 0{,}15 \div 12)^3 - 1]\ ao\ trimestre$

7. **(FGV / SEFAZ RO – 2018) A taxa efetiva trimestral, que é equivalente a uma taxa nominal de 120% ao ano, capitalizados mensalmente, é igual a**

a) 21,78%
b) 30,00%
c) 33,10%
d) 46,41%
e) 50,00%

8. **(FGV / BANESTES – 2018) Um contrato de empréstimo é firmado com taxa efetiva de juros, no regime de capitalização composta, de 44% ao bimestre. Entretanto, a redação do contrato não faz referência a qualquer taxa efetiva e sim a uma taxa trimestral com capitalização mensal de:**

a) 60,0%
b) 61,6%
c) 62,5%
d) 66,0%
e) 66,6%

9. (FGV / BANESTES – 2018) Um contrato de empréstimo é firmado com taxa anual de juros de 24% capitalizados trimestralmente sob regime de juros compostos.

A taxa semestral efetiva nessa contratação é:

a) 12,00%
b) 12,25%
c) 12,36%
d) 12,44%
e) 12,56%

10. (CESPE / SEFAZ RS – 2018) Se, nas operações de empréstimo bancário, um banco cobra, no regime de juros compostos, juros nominais de 36% ao ano, capitalizados trimestralmente, então a taxa efetiva semestral cobrada por esse banco é igual a

a) 15,98%
b) 16,62%
c) 18,00%
d) 18,81%
e) 19,40%

11. (CESPE / SEFAZ RS – 2018) No regime de capitalização composta, se um banco faz empréstimos à taxa de juros de 24% ao ano, capitalizados bimestralmente, a taxa efetiva anual cobrada pelo banco é igual a

a) $100 \times \left[\left(1 + \frac{0{,}24}{6}\right)^{6} - 1\right]\%$
b) $100 \times \left[\left(1 + \frac{0{,}24}{2}\right)^{12} - 1\right]\%$
c) $100 \times \left[\left(1 + \frac{0{,}24}{4}\right)^{4} - 1\right]\%$

d) $100 \times \left[\left(1 + \frac{0,24}{2}\right)^{6} - 1\right]\%$
e) $100 \times \left[\left(1 + \frac{0,24}{6}\right)^{12} - 1\right]\%$

12. (CESGRANRIO / Liquigás - 2018) Um investidor aplicou uma determinada quantia em um investimento que proporcionou uma rentabilidade de 100% após exatos dois anos de aplicação, no sistema de juros compostos.

Considerando-se que nenhum resgate foi realizado nesse período, o valor mais próximo da taxa anual equivalente proporcionada por esse investimento, nesse sistema de juro, é igual a

a) 40%
b) 41%
c) 43%
d) 45%
e) 50%

13. (CESGRANRIO / BASA - 2018) Um valor inicial C_0 foi capitalizado por meio da incidência de juros compostos mensais constantes iguais a 6,09%. Ao final de 6 meses, isto é, após 6 incidências dos juros, gerou-se o montante M. A partir do valor inicial C_0, seria alcançado o mesmo montante M ao final de 12 meses (12 incidências), se os juros compostos mensais constantes tivessem sido iguais a

a) 1,045%
b) 1,450%
c) 3,045%
d) 3,450%
e) 3,000%

14. (FCC / FUNAPE – 2017) Um empréstimo foi contratado com uma taxa nominal de juros de 6% ao trimestre e com capitalização mensal. A taxa efetiva desse empréstimo é igual a

a) 6,2302%
b) 6,3014%
c) 6,1385%
d) 6,2463%
e) 6,1208%

15. (FCC / FUNAPE – 2017) Um empréstimo com juros compostos de 1,2% ao mês corresponde a uma taxa anual de

a) $(1{,}12^{12} - 1) \times 100\%$
b) $(1{,}102^{12} - 1) \times 100\%$
c) $(1{,}012^{12} - 1) \times 100\%$
d) $(1{,}0012^{12} - 1) \times 100\%$
e) $(1{,}1002^{12} - 1) \times 100\%$

16. (FCC / TRF3 – 2016) Uma instituição financeira divulga que a taxa de juros nominal para seus tomadores de empréstimos é de 24% ao ano com capitalização mensal. Isto significa que a taxa efetiva bimestral correspondente é de

a) $\left[\left(\sqrt[6]{1{,}24} - 1\right)\right]$
b) $[2 \times (0{,}24 \div 12)]$
c) $\left[2 \times \left(\sqrt[12]{1{,}24} - 1\right)\right]$
d) $[1 + (0{,}24 \div 12)]^2 - 1$
e) $\left[\left(\sqrt[12]{1{,}24} - 1\right)^2\right]$

17. (CESPE / TJ AL - 2012) Considere que uma operação de crédito tenha sido contratada à taxa nominal de 15% ao ano, com capitalização quadrimestral.

Nesse caso hipotético, a taxa efetiva anual desse financiamento é

a) Inferior a 15,20%
b) Superior a 15,20% e inferior a 15,60%
c) Superior a 15,60% e inferior a 16%
d) Superior a 16% e inferior a 16,40%
e) Inferior a 16,40%

18. (CESGRANRIO / BB - 2012) Um investimento rende a taxa nominal de 12% ao ano com capitalização trimestral.

A taxa efetiva anual do rendimento correspondente é, aproximadamente,

a) 12%
b) 12,49%
c) 12,55%
d) 13%
e) 13,43%

19. (CESGRANRIO / BR - 2012) Vanessa faz uma aplicação de R$ 400,00 pelo prazo de um ano, à taxa de juros compostos de 10% a.s..

Qual a taxa de juros ao ano que resultaria, a partir do mesmo capital investido, no mesmo montante, no mesmo período?

a) 20% a.a.
b) 21% a.a.
c) 22% a.a.
d) 23% a.a.
e) 24% a.a.

20. (CESGRANRIO / BNDES - 2004) Qual é a taxa efetiva trimestral correspondente a juros de 30% ao trimestre com capitalização mensal?

a) 30%
b) 31%
c) 32,5%
d) 32,8%
e) 33,1%

GABARITO

1. CERTO
2. ANULADA
3. C
4. D
5. ERRADO
6. D
7. C
8. A
9. C
10. D
11. A
12. B
13. E
14. E
15. C
16. D
17. C
18. C
19. B
20. E

QUESTÕES COMENTADAS – BANCAS DIVERSAS

Convenção Exponencial x Convenção Linear

1. **(FGV / Pref. Niterói RJ - 2015) Os juros sobre uma dívida são cobrados utilizando a convenção linear. A dívida será paga após um ano e meio, e a taxa de juros compostos anunciada pela instituição financeira é de 20% ao ano.**

A porcentagem de juros cobrados em relação ao principal é:

a) 20%
b) 21%
c) 30%
d) 31%
e) 32%

2. **(CESGRANRIO / BNDES - 2007) Augusto emprestou R$ 30.000,00 a César, à taxa de juros de 10% ao mês. Eles combinaram que o saldo devedor seria calculado a juros compostos no número inteiro de meses e, a seguir, corrigido a juros simples, com a mesma taxa de juros, na parte fracionária do período, sempre considerando o mês com 30 dias.**

Para quitar a dívida 2 meses e 5 dias após o empréstimo, César deve pagar a Augusto, em reais,

a) 39.930,00
b) 39.600,00
c) 37.026,00
d) 36.905,00
e) 36.300,00

3. **(FGV / SEFAZ RJ - 2007) A fração de período pela convenção linear produz uma renda a e pela convenção exponencial produz uma renda b.**

Pode-se afirmar que:

a) $a = \log_n b$
b) $a < b$
c) $a = b$
d) $a = \sqrt[n]{b}$

e) $a > b$

4. (FGV / SEFAZ MS - 2006) Determine o montante, em 75 dias, de um principal de R$ 5.000,00 a juros de 10% ao mês, pela convenção linear.

a) R$ 6.250,00
b) R$ 6.300,00
c) R$ 6.325,00
d) R$ 6.344,00
e) R$ 6.352,50

Gabarito

1. E
2. D
3. E
4. E

ESSA LEI TODO MUNDO CONHECE:
PIRATARIA É CRIME.

Mas é sempre bom revisar o porquê e como você pode ser prejudicado com essa prática.

1. Professor investe seu tempo para elaborar os cursos e o site os coloca à venda.

2. Pirata divulga ilicitamente (grupos de rateio), utilizando-se do anonimato, nomes falsos ou laranjas (geralmente o pirata se anuncia como formador de "grupos solidários" de rateio que não visam lucro).

3. Pirata cria alunos fake praticando falsidade ideológica, comprando cursos do site em nome de pessoas aleatórias (usando nome, CPF, endereço e telefone de terceiros sem autorização).

4. Pirata compra, muitas vezes, clonando cartões de crédito (por vezes o sistema anti-fraude não consegue identificar o golpe a tempo).

5. Pirata fere os Termos de Uso, adultera as aulas e retira a identificação dos arquivos PDF (justamente porque a atividade é ilegal e ele não quer que seus fakes sejam identificados).

6. Pirata revende as aulas protegidas por direitos autorais, praticando concorrência desleal e em flagrante desrespeito à Lei de Direitos Autorais (Lei 9.610/98).

7. Concurseiro(a) desinformado participa de rateio, achando que nada disso está acontecendo e esperando se tornar servidor público para exigir o cumprimento das leis.

8. O professor que elaborou o curso não ganha nada, o site não recebe nada, e a pessoa que praticou todos os ilícitos anteriores (pirata) fica com o lucro.

Deixando de lado esse mar de sujeira, aproveitamos para agradecer a todos que adquirem os cursos honestamente e permitem que o site continue existindo.