

DETERMINANTES



CÁLCULO

ORDEN 2

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \rightarrow \det A = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$$

$$\det A = ad - bc$$

ORDEN 3

$$A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} \rightarrow \det A = \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix}$$

TÉCNICA DE SAURUS:

$$\det A = \begin{vmatrix} a & b & c & | & a & b \\ d & e & f & | & d & e \\ g & h & i & | & g & h \end{vmatrix}$$

$$\det A = a \cdot e \cdot i + b \cdot f \cdot g + c \cdot d \cdot h - (c \cdot e \cdot g + a \cdot f \cdot h + b \cdot d \cdot i)$$

→ SOMA DOS PRODUTOS NO SENTIDO DA DIAGONAL PRINCIPAL

→ SOMA DOS PRODUTOS NO SENTIDO CONTRÁRIO

ASPECTOS GERAIS

- = NÚMERO ASSOCIADO A UMA MATRIZ.
- APENAS MATRIZES QUADRADAS ADMITEM SEU CÁLCULO.
- DENOTADO POR $\det A$.

MENOR COMPLEMENTAR

- MENOR COMPLEMENTAR DO ELEMENTO a_{ij} É D_{ij} = DETERMINANTE DA MATRIZ QUE SE OBTÉM SUPRIMINDO-SE A LINHA i E A COLUNA j .

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & -1 \\ 0 & 3 & 2 \\ -2 & 2 & \pi \end{bmatrix} \rightarrow D_{1,3} = \begin{vmatrix} 0 & 3 \\ -2 & 2 \end{vmatrix} = 6$$

DETERMINANTES

PROPRIEDADES (DECORE! GANHA MUITO TEMPO EM QUESTÕES).

• SE OS ELEMENTOS DE UMA FILA QUALQUER (LINHA OU COLUNA) FOREM TODOS NULOS $\rightarrow \det A = 0$.

• SE A TEM DUAS FILAS PARALELAS (LINHA OU COLUNA) FORMADAS POR ELEMENTOS IGUAIS $\rightarrow \det A = 0$.

$$A = \begin{bmatrix} 2\pi & \sqrt{37} & 2\pi \\ 1 & 2 & 1 \\ 15 & -1.37 & 15 \end{bmatrix} \rightarrow \det A = 0.$$

• SE A TEM DUAS FILAS PARALELAS (LINHA OU COLUNA) FORMADAS POR ELEMENTOS PROPORCIONAIS $\rightarrow \det A = 0$.

$$A = \begin{bmatrix} 2\pi & \sqrt{37} & 4\pi \\ 1 & 2 & 2 \\ 15 & -1.37 & 30 \end{bmatrix} \rightarrow \det A = 0.$$

• SE UMA MATRIZ QUADRADA A TEM UMA LINHA (OU COLUNA) QUE É COMBINAÇÃO LINEAR DE OUTRAS LINHAS (OU COLUNAS) $\rightarrow \det A = 0$.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 19 \\ 3 & 2 & 12 \\ 1 & 7 & 23 \end{bmatrix} \rightarrow \det A = 0.$$

$\rightarrow \text{COLUNA 3} = 2 \cdot \text{COL 1} + 3 \cdot \text{COL 2}$

• SE A É UMA MATRIZ QUADRADA: $\det A = \det A^t$.

$$\text{SE } A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}$$

$$A' = \begin{bmatrix} a & b & kc \\ d & e & kf \\ g & h & ki \end{bmatrix}$$

(QUALQUER COLUNA)

$$A'' = \begin{bmatrix} a & b & c \\ kd & ke & kf \\ g & h & i \end{bmatrix}$$

(QUALQUER LINHA)

$$\det A' = \det A'' = k \cdot \det A$$

• SE A É UMA MATRIZ QUADRADA (ORDEM > 2), AO TROCARMOS DUAS FILAS (LINHA OU COLUNA) DE POSIÇÃO, O DETERMINANTE TROCA DE SINAL.

• O DETERMINANTE DE UMA MATRIZ TRIANGULAR OU DIAGONAL É O PRODUTO DOS ELEMENTOS DA DIAGONAL PRINCIPAL.

DETERMINANTES

COFATORES

• COFATOR DO ELEMENTO a_{ij} É O NÚMERO A_{ij} , TAL QUE:

$$A_{ij} = (-1)^{i+j} \cdot D_{ij}$$

MENOR
COMPLEMENTAR
DE a_{ij}

TABELA DE SINAIS 3x3:

$$\begin{pmatrix} + & - & + \\ - & + & - \\ + & - & + \end{pmatrix}$$

TABELA DE SINAIS 4x4:

$$\begin{pmatrix} + & - & + & - \\ - & + & - & + \\ + & - & + & - \\ - & + & - & + \end{pmatrix}$$

TEOREMA DE LAPLACE

• O DETERMINANTE DE UMA MATRIZ A (ORDEM > 1) É A SOMA DOS PRODUTOS DOS ELEMENTOS DE UMA FILA QUALQUER (LINHA OU COLUNA) PELOS SEUS RESPECTIVOS COFATORES.

→ PASSO A PASSO:

1. ESCOLHER UMA FILA QUALQUER (LINHA OU COLUNA)
2. CALCULAR OS COFATORES DOS ELEMENTOS DA FILA.
3. MULTIPLICAR CADA ELEMENTO POR SEU COFATOR.
4. SOMAR OS RESULTADOS

ESCOLHA BEM A FILA!
(UMA COM MUITOS ZEROS OU NÚMEROS INTEIROS, MENORES...)