ESTIMADORES

estimadores

ASPECTOS GERAIS

- Parâmetro (θ): medida que descreve alguma característica numérica de uma população.
  é sempre uma constante (Não varia!)
- Estimador ($\hat{\theta}$): característica numérica determinada na amostra, é uma função matemática de seus elementos.
  O valor do estimador varia com cada amostra: é uma variável aleatória com distribuição igual à da população
- Erro amostral (ε): $\boxed{\varepsilon = \hat{\theta} - \theta}$

SIMBOLOGIA

IMPORTANTE!

GRANDEZA	PARÂMETRO	ESTIMADOR
genérico	θ	$\hat{\theta}$
média	μ	$\bar{x}$
variância	σ^2	S^2
desvio padrão	σ	S
coeficiente de correlação	ρ	r

DISTRIBUIÇÃO AMOSTRAL DA MÉDIA

- População infinita ou amostragem com reposição
  (Os valores da amostra são considerados valores de variáveis aleatórias independentes)

média amostral

$$\boxed{\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + \cdots + X_n}{n}}$$

elementos da amostra
(São iid: independentes e identicamente distribuídos)

n = número de elementos da amostra

$$\boxed{E(\bar{X}) = \mu} \qquad \boxed{S_{\bar{X}}^2 = \frac{\sigma^2}{n}}$$

FATOR DE CORREÇÃO PARA POPULAÇÕES FINITAS

- As variáveis $x_1,\ldots, x_n$ serão dependentes

$$S_{\bar{X}}^2 = \frac{\sigma^2}{n} \cdot \frac{N - n}{N - 1}$$

N= Número de elementos da população

MÉDIA AMOSTRAL E DISTRIBUIÇÃO NORMAL

- Se a população tiver uma distribuição normal, a distribuição amostral de $\bar{x}$ também será normal (para qualquer tamanho de amostra)

CARACTERÍSTICAS DA MÉDIA AMOSTRAL

- $\bar{x}$ é um estimador:
  - Não viesado($\mathbb{E} = (\widehat{\theta}) - \theta$)
  - De variância mínima
  - De mínimos quadrados (Minimiza a soma dos quadrados dos desvios)
  - De máxima verossimilhança
  - Consistente (Sua variância tende a zero quando n tende ao infinito)

ESTIMADORES

estimadores

DISTRIBUIÇÃO AMOSTRAL DA VARIÂNCIA

- Estimador não viesado da variância: $(E(S^2) = \sigma^2)$

$$S^2 = \frac{\sum(X_i - \bar{X})^2}{n-1}$$

$$VAR(S^2) = \frac{2\sigma^4}{n-1}$$

$$\left(\frac{n-1}{\sigma^2}\right).S^2 = \chi^2_{n-1}$$

(= distribuição qui-quadrado com n-1 graus de liberdade)

- Se X tem distribuição normal, o estimador de máxima verossimilhança:

$$S^2 = \frac{\sum(X_i - \bar{X})^2}{n}$$

Mas é um estimador tendencioso

DISTRIBUIÇÃO AMOSTRAL DA PROPORÇÃO

CAI MUITO!

- Proporção p de sucessos da população

1, sucesso → P(x=1)=p

0, fracasso → P(x=0)=q

p+q =1 (A população segue uma distribuição de bernoulli)

$$E(X) = p$$

$$VAR(X) = p(1-p)$$

$(\sigma^2 = p\,.\,q)$

X= variável aleatória que representa o número de sucessos em n ensaios independentes:

X = distribuição binomial

$$E(X) = n\,.\,p$$

$$VAR(X) = n\,.\,p\,.\,q$$

$$\boxed{\hat{p} = \frac{X}{n}}$$

= Proporção de sucessos em uma amostra de n elementos

$$E(\hat{p}) = p$$

→ É um estimador:

- Não viesado $(E(\hat{\theta}) - \theta)$
- De mínimos quadrados
- De máxima verossimilhança

$$VAR(\hat{p}) = \frac{p\,.\,q}{n}$$

FATOR DE CORREÇÃO PARA POPULAÇÕES FINITAS

$$VAR(\hat{p}) = \frac{p\,.q}{n}\,.\,\frac{N-n}{N-1}$$

DECORE!

N= número de elementos da população