· FUNÇÃO MODULAR ·

MÓDULO DE UM NÚMERO

DEFINIÇÃO

Se $x \in \mathbb{R}$, definimos o módulo ou valor absoluto de x, representado por $|x|$, como:

$$|x| = \begin{cases} x, & \text{se } x \geq 0 \\ -x, & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

EXEMPLOS

i) $|3| = 3$

ii) $|-3| = 3$

iii) $|\sqrt{7}| = \sqrt{7}$

iv) $|\pi| = \pi$

v) $|-\pi| = \pi$

vi) $|-1{,}73| = 1{,}73$

PROPRIEDADES DO MÓDULO

i) $|x| \geq 0$

ii) $|x| = 0 \longleftrightarrow x = 0$

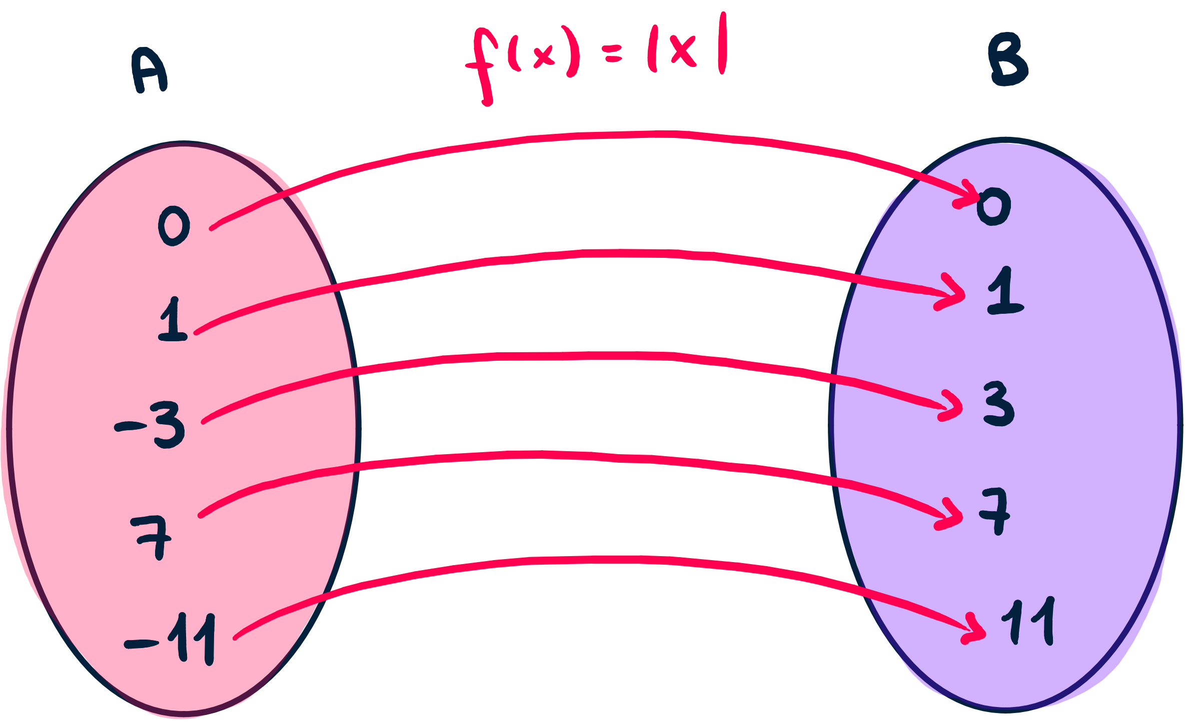
iii) $|x| \cdot |y| = |x \cdot y|$

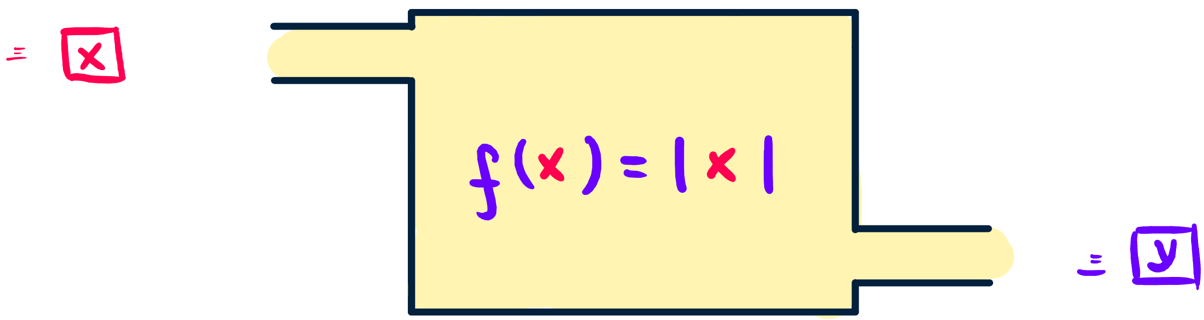
iv) $|x|^2 = x^2$

v) $|x - y| = |y - x|$

vi)
- $|x + y| \leq |x| + |y|$
- $|x - y| \geq |x| - |y|$

FUNÇÃO MODULAR

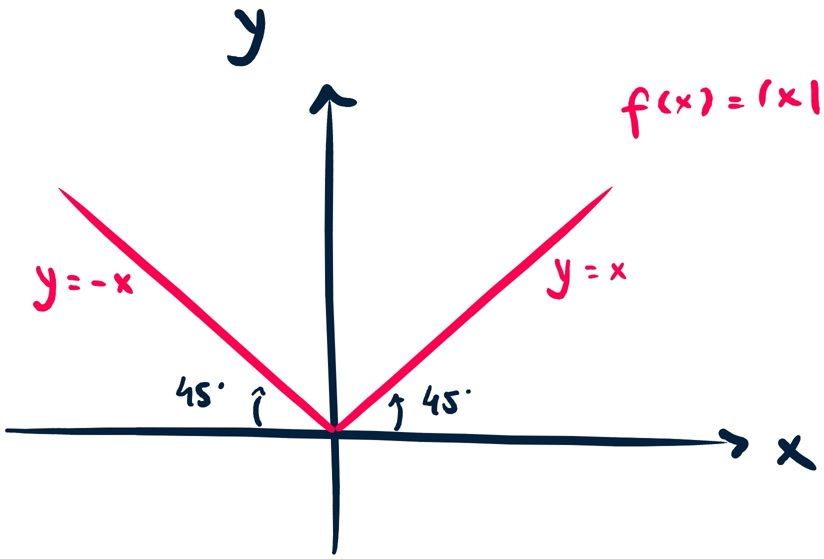




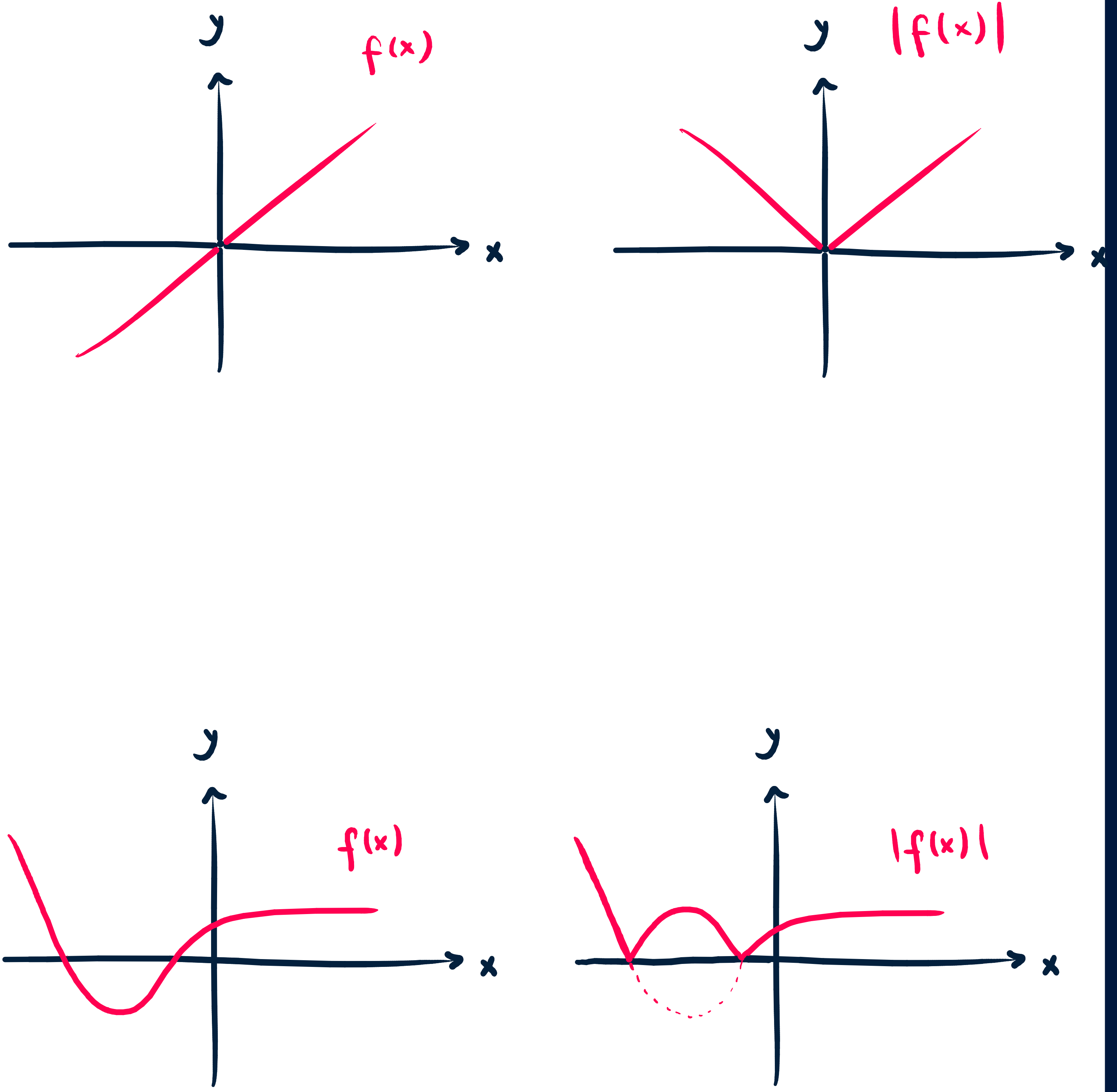
- **DOMÍNIO:** $x \in \mathbb{R}$
- **IMAGEM:** $y \in \mathbb{R}_+$
- **PARIDADE:** PAR $\rightarrow f(-x) = f(x)$

GRÁFICO

$$f(x) = |x| = \begin{cases} x, & \text{se } x \geq 0 \\ -x, & \text{se } x < 0 \end{cases}$$



PROPRIEDADE GRÁFICA DO MÓDULO

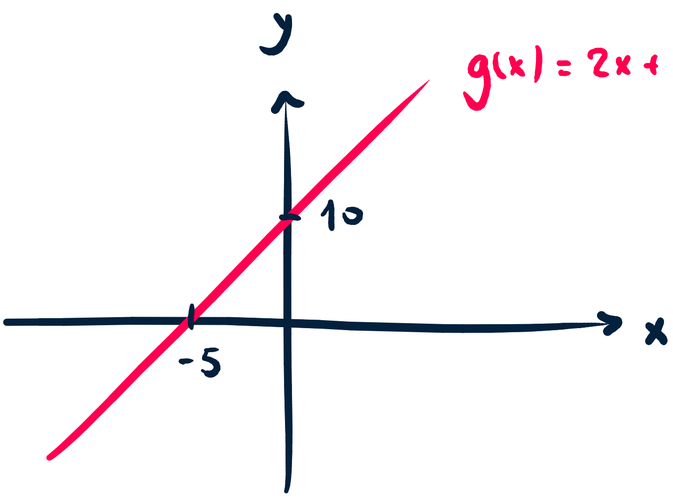


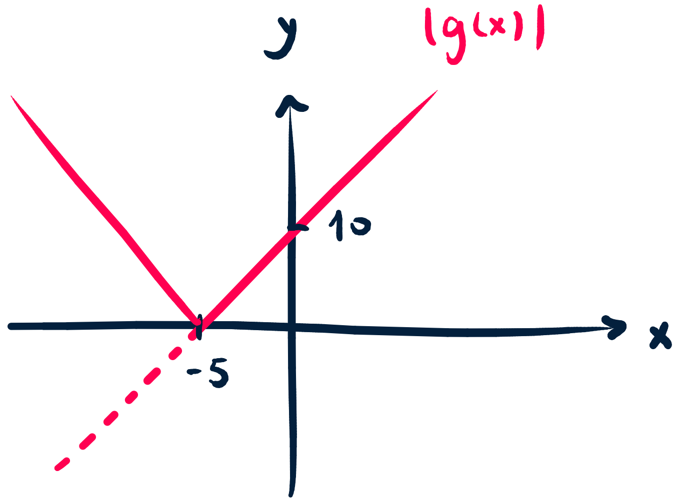
↳ REFLEXÃO EM RELAÇÃO AO EIXO X DOS VALORES NEGATIVOS DA FUNÇÃO

EXEMPLO 01

Esboce o gráfico da função $f(x) = |2x + 10|$

R :

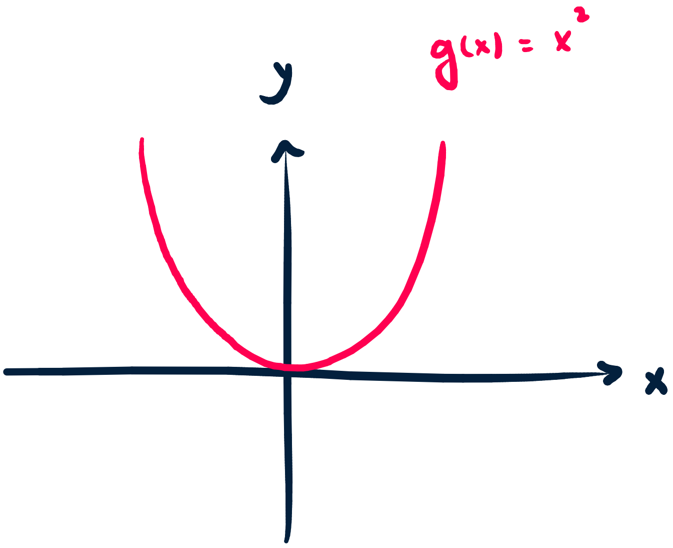


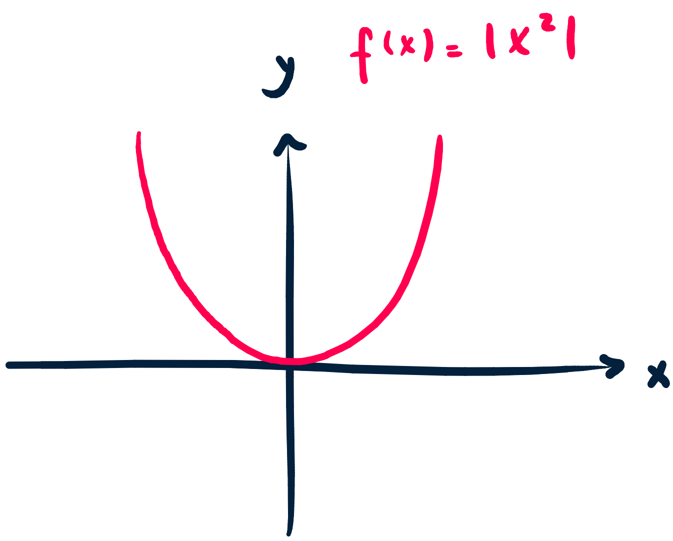


EXEMPLO 02

Esboce o gráfico da função $f(x) = |x^2|$

R:

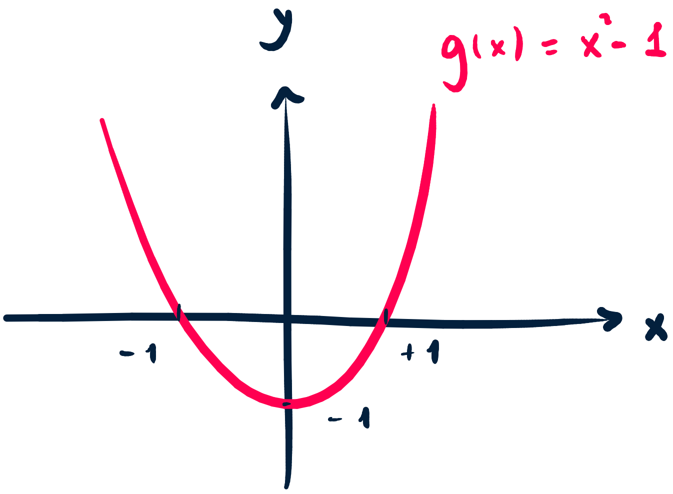


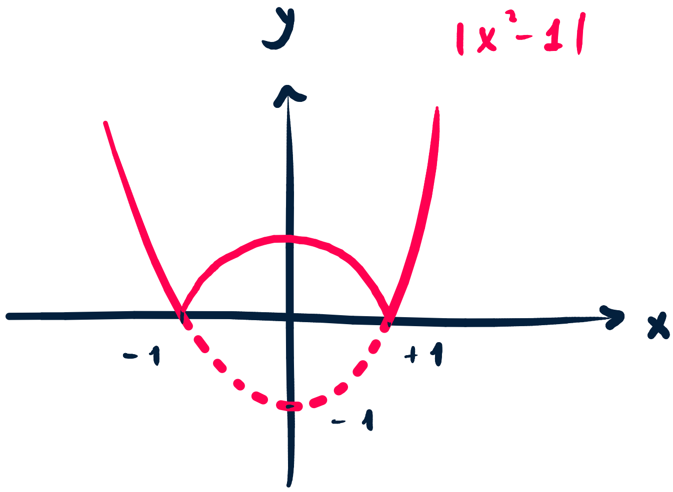


EXEMPLO 03

Esboce o gráfico da função $f(x) = |x^2 - 1|$

R:

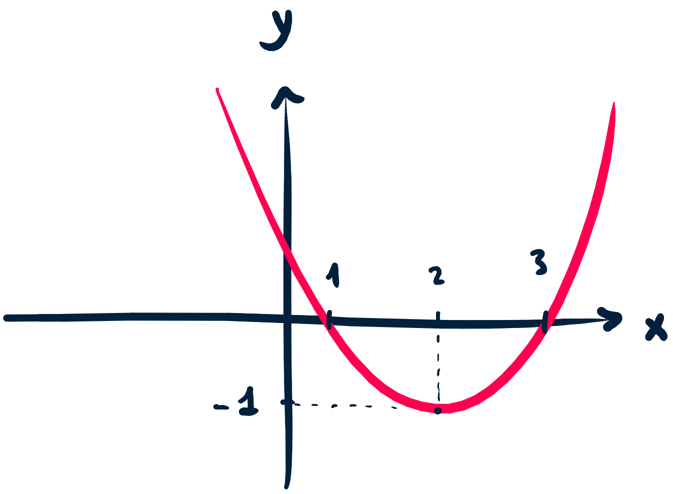




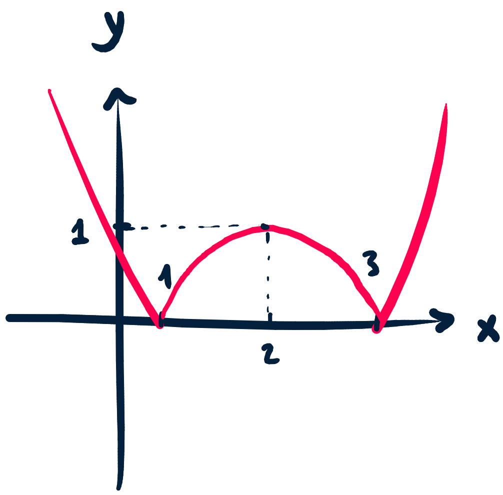
EXEMPLO 04

Esboce o gráfico da função $f(x) = |x^2 - 4x + 3|$

R:



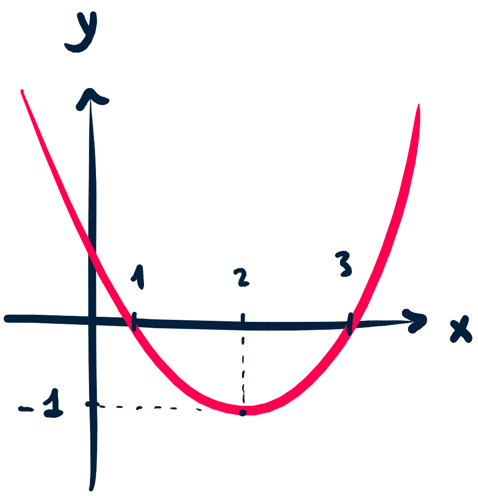
$g(x) = x^2 - 4x + 3$



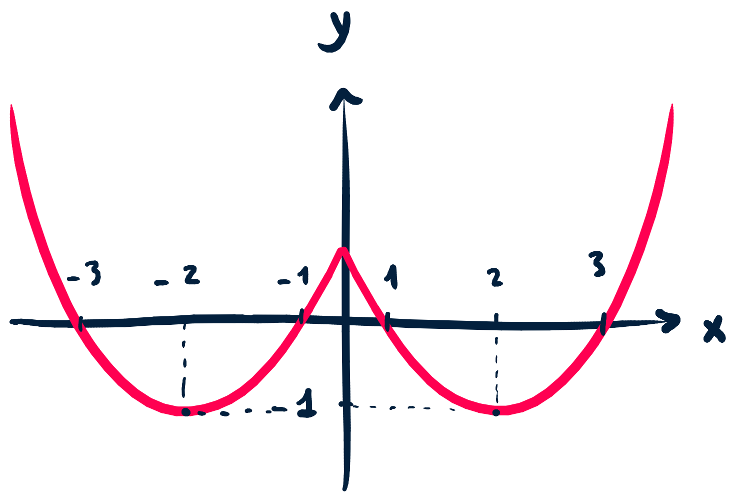
$f(x) = |x^2 - 4x + 3|$

Esboce o gráfico da função $f(x) = x^2 - 4|x| + 3$

R :



$g(x) = x^2 - 4x + 3$



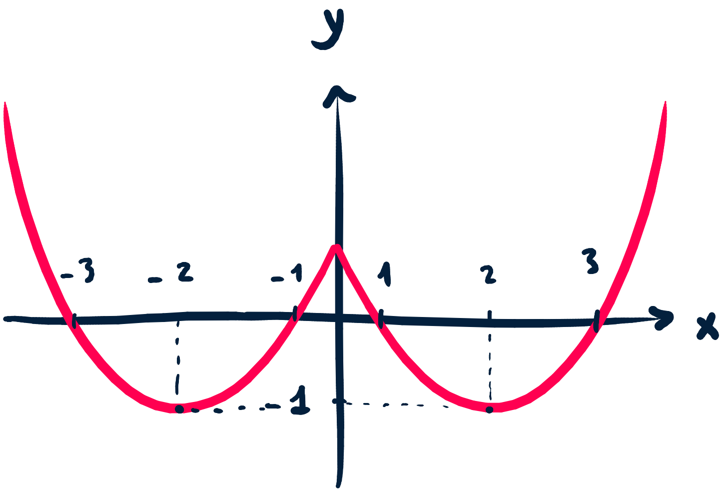
$f(x) = x^2 - 4|x| + 3$

$f(x) = x^2 - 4|x| + 3$ é par :

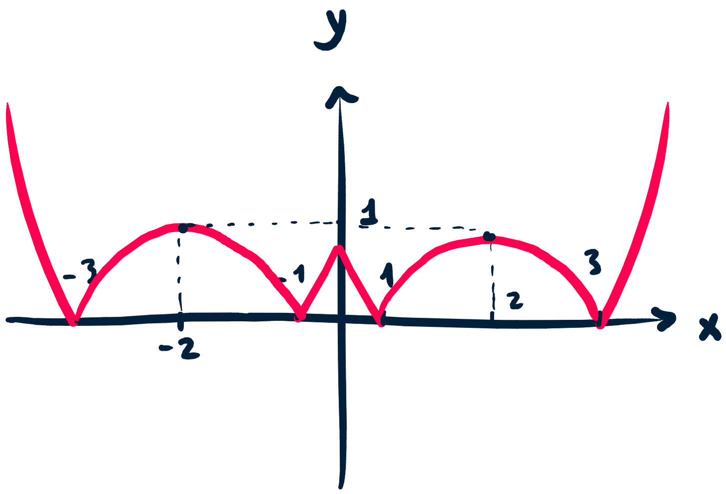
$$\left.\begin{aligned} \cdot\ f(a) &= a^2 - 4|a| + 3 = a^2 - 4a + 3 \\ \cdot\ f(-a) &= (-a)^2 - 4|-a| + 3 = a^2 - 4a + 3 \end{aligned}\right\} f(a) = f(-a)$$

Esboce o gráfico da função $f(x) = |x^2 - 4|x| - 3|$

R:



$h(x) = x^2 - 4|x| + 3$

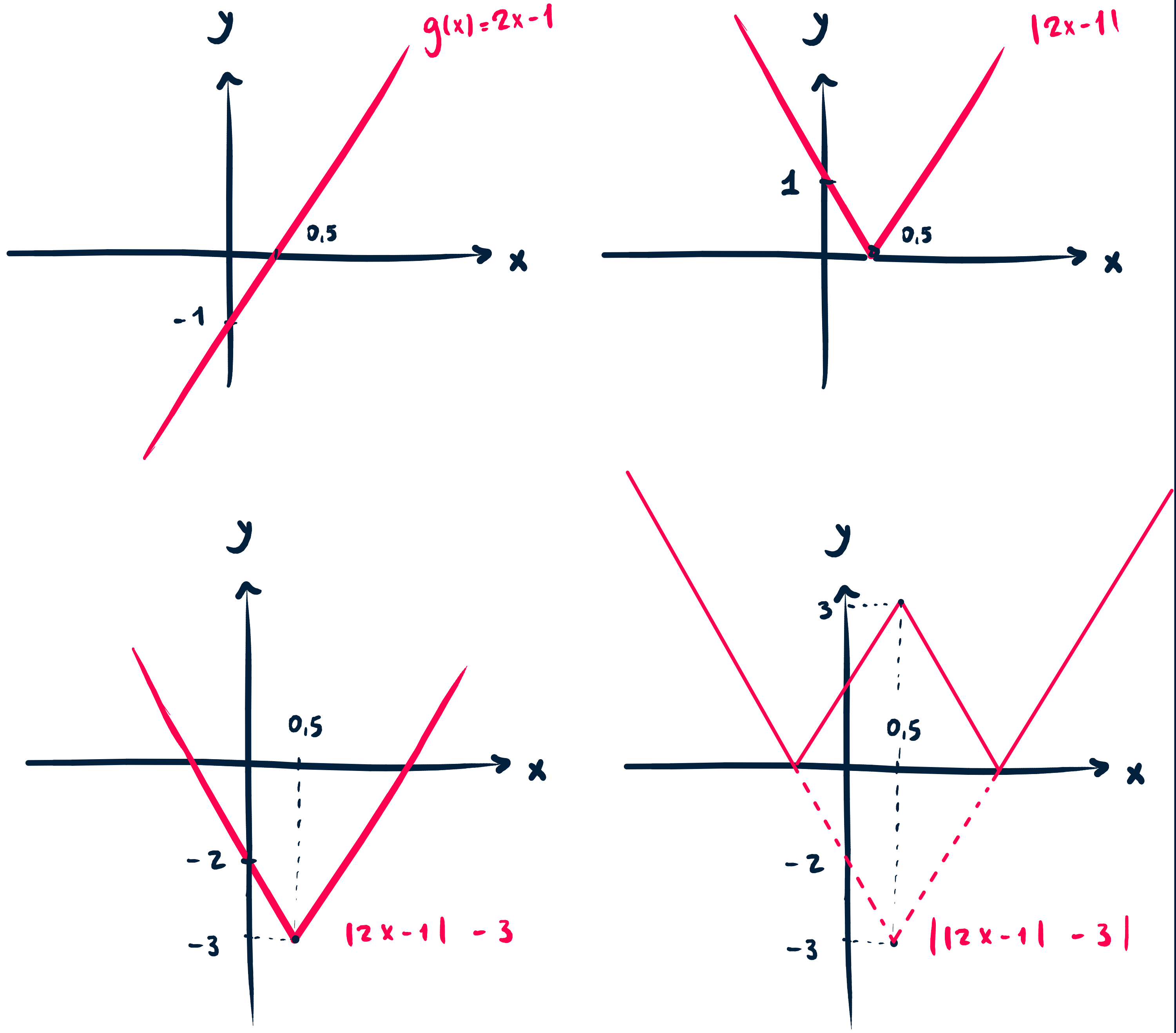


$f(x) = |x^2 - 4|x| + 3|$

EXEMPLO 05

Esboce o gráfico da função $f(x) = ||2x-1| - 3|$

R :



EQUAÇÕES MODULARES

EXEMPLO 01

Resolva a equação $|3x - 5| = 6$

R :

i) $3x - 5 = 6 \therefore 3x = 11 \therefore \boxed{x_1 = 11/3}$

ii) $3x - 5 = -6 \therefore 3x = -1 \therefore \boxed{x_2 = -1/3}$

EQUAÇÕES MODULARES

EXEMPLO 02

Resolva a equação $|3x - 5| = x + 1$

R:

C.E.: $x + 1 \geq 0 \therefore x \geq -1$

i) $3x - 5 = x + 1$

$2x = 6 \therefore \boxed{x = 3}$ ✓

ii) $3x - 5 = -(x + 1)$

$3x - 5 = -x - 1$

$4x = 4 \therefore \boxed{x = 1}$ ✓

EQUAÇÕES MODULARES

EXEMPLO 03

Resolva a equação $|x^2+2x-2| = 1$

R :

i) $x^2+2x-2 = 1$

$x^2+2x-3 = 0$

$\Delta = 4 - 4 \cdot 1 \cdot (-3) = 16$

$x = \dfrac{-2 \pm 4}{2}$ → $\boxed{x_1 = -3}$; $\boxed{x_2 = 1}$

ii) $x^2+2x-2 = -1$

$x^2+2x-1 = 0$

$\Delta = 4 - 4 \cdot 1 \cdot (-1) = 8$

$x = \dfrac{-2 \pm 2\sqrt{2}}{2}$

$\boxed{x_3 = -1-\sqrt{2}}$ $\boxed{x_4 = -1+\sqrt{2}}$

INEQUAÇÕES MODULARES

EXEMPLO 01

Resolva a inequação $|x| \leq 2$

R :

Solução : $x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x \leq 2$

INEQUAÇÕES MODULARES

EXEMPLO 02

Resolva a inequação $|x| \geq 2$

R :

Solução : $x \in \mathbb{R} \mid x \geq 2$ ou $x \leq -2$

INEQUAÇÕES MODULARES

EXEMPLO 03

Resolva a inequação $|2x+6| \leq 4$

R :

$$-4 \leq 2x - 6 \leq 4$$

$+6$

$$2 \leq 2x \leq 10$$

$\div 2$

$$\boxed{1 \leq x \leq 5}$$

INEQUAÇÕES MODULARES

EXEMPLO 04

Resolva a inequação $|x^2 - 5x + 2| \geq 4$

R:

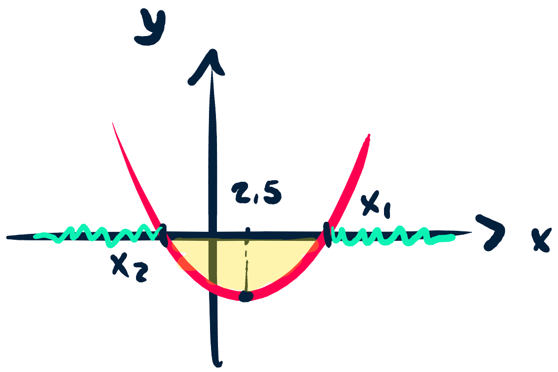
i) $x^2 - 5x + 2 \geq 4$

$x^2 - 5x - 2 \geq 0$

$\Delta = 25 - 4 \cdot 1 \cdot (-2) = 33$

$x = \dfrac{5 \pm \sqrt{33}}{2}$ $\to$ $x_1 = \dfrac{5 + \sqrt{33}}{2}$ (+)

$\to$ $x_2 = \dfrac{5 - \sqrt{33}}{2}$ (−)



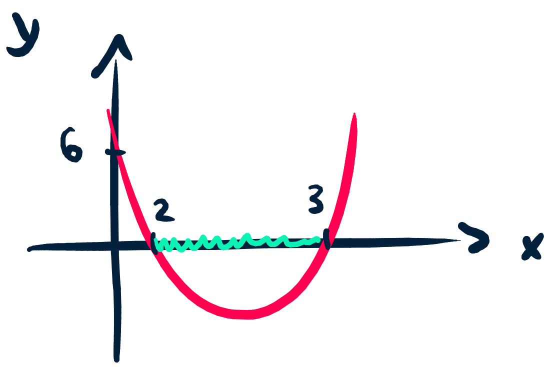
S: $x \geq \dfrac{5 + \sqrt{33}}{2}$

ou $x \leq \dfrac{5 - \sqrt{33}}{2}$

ii) $x^2 - 5x + 2 \leq -4$

$x^2 - 5x + 6 \leq 0$

RAÍZES: 2 e 3



S: $2 \leq x \leq 3$

Solução $= \left\{ x \in \mathbb{R} \mid 2 \leq x \leq 3 \text{ ou } x \geq \dfrac{5 + \sqrt{33}}{2} \text{ ou } x \leq \dfrac{5 - \sqrt{33}}{2} \right\}$