

## Aula 04

*TSE - Concurso Unificado (Analista  
Judiciário - Área Administrativa)  
Raciocínio Lógico e Matemática - 2023  
(Pré-Edital)*

Autor:  
**Equipe Exatas Estratégia  
Concursos**

# Índice

1) Introdução à Teoria dos Conjuntos .....	3
2) União, Intersecção, Complementar e Diferença .....	14
3) Princípio da Inclusão-Exclusão .....	26
4) Questões Comentadas - Introdução à Teoria dos Conjuntos - Multibancas .....	39
5) Questões Comentadas - União, Intersecção, Complementar e Diferença - Multibancas .....	45
6) Questões Comentadas - Princípio da Inclusão-Exclusão - Multibancas .....	67
7) Lista de Questões - Introdução à Teoria dos Conjuntos - Multibancas .....	123
8) Lista de Questões - União, Intersecção, Complementar e Diferença - Multibancas .....	126
9) Lista de Questões - Princípio da Inclusão-Exclusão - Multibancas .....	132

# TEORIA DOS CONJUNTOS

## Introdução à Teoria dos Conjuntos

### Definição de Conjunto

Iniciaremos o nosso estudo da matemática pela **Teoria dos Conjuntos**. A escolha desse conteúdo é **cuidadosamente pensada** para que você possa formar **uma base sólida**, que lhe servirá de alicerce na construção de toda matemática necessária a sua prova.

A palavra "conjunto" significa exatamente o que você deve estar pensando: uma espécie de **grupo, lista** ou **uma coleção** de determinado objeto. Observe alguns exemplos de **como podemos representar** conjuntos na matemática:

- $A = \{a, b, c, d, e\}$
- $B = \{0, 2, 4, 6, 8\}$
- $C = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\}$

O conjunto  $A$  é formado pelas **5 primeiras letras** no nosso alfabeto. O conjunto  $B$  é formado por **5 números pares**. O conjunto  $C$  é formado por **10 números ímpares**. Você pode estar se perguntando: *só podemos fazer conjuntos de números e letras?*

**A resposta é não!** Podemos criar conjuntos de basicamente qualquer coisa, desde um conjunto representando **os funcionários de determinada empresa** a **conjuntos formados por outros conjuntos!** Por exemplo, o conjunto  $E$  lista alguns professores de exatas do Estratégia Concursos.

- $E = \{Francisco, Eduardo, Vinicius, Luana, Djefferson\}$

Primeiramente, note que um conjunto muitas vezes aparecerá com seus elementos listados **dentro de um par de chaves**. Por isso, sempre que for escrever algum conjunto, não esqueça de colocar seus elementos aqui dentro:  $\{ \}$ . É também usual as pessoas nomearem seus conjuntos com letras maiúsculas, mas **isso não é mandatório, nem necessário**, em algumas situações.

### Relação de Pertinência

Quando um elemento faz parte de determinado conjunto, dizemos que **o elemento PERTENCE ao conjunto**. Essa relação de pertinência **entre um elemento e um conjunto** é representada pelo símbolo  $\in$ .

- $b \in A$  : **Lemos:  $b$  pertence a  $A$ ;**
- $4 \in B$  : **Lemos:  $4$  pertence a  $B$ ;**
- $15 \in C$  : **Lemos:  $15$  pertence a  $C$ .**

**Atente-se à simbologia!** Podemos dizer que um elemento **não pertence** a um determinado conjunto. Para isso, utilizamos o símbolo "não pertence":  $\notin$ .

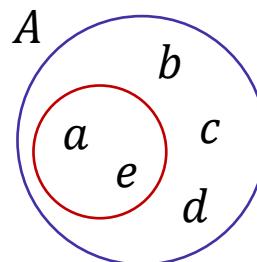
- $z \notin A$  :  $z$  **não pertence** a  $A$ ;
- $100 \notin B$  :  $100$  **não pertence** a  $B$ ;
- $Beltrano \notin E$  :  $Beltrano$  **não pertence** a  $E$ .

## Relação de Inclusão

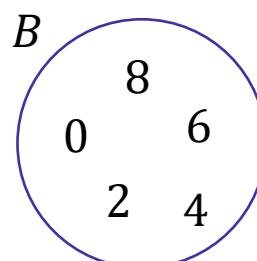
Existe mais um tipo de relação que devemos estudar: **a relação de inclusão**. Nesse tipo de relação, é estabelecido **um relacionamento entre dois conjuntos** e não mais entre um elemento e outro conjunto. Para isso, usamos uma simbologia específica que você deverá guardar:  $\subset$ ,  $\not\subset$ ,  $\supset$  e  $\not\supset$ . Vamos ver com calma o que cada um deles diz! Considere:  $A = \{a, b, c, d, e\}$ ,  $B = \{0, 2, 4, 6, 8\}$  e  $C = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\}$ .

- $\{a, e\} \subset A$  : **Lemos**:  $\{a, e\}$  **está contido** em  $A$ ;
- $\{0, 2, 8\} \subset B$  : **Lemos**:  $\{0, 2, 8\}$  **está contido** em  $B$ ;

Perceba que agora não estamos estabelecemos uma relação entre um elemento e um conjunto. **A relação de inclusão envolve 2 conjuntos!** Diante disso, podemos introduzir um novo termo: **o subconjunto**. O subconjunto nada mais é do que **parte de um conjunto maior**. Quando dizemos, por exemplo, que  $\{a, e\}$  **está contido em  $A$** , estamos dizendo, com outras palavras, que  $\{a, e\}$  é **um subconjunto de  $A$** .



O diagrama acima ajuda a compreender a relação de inclusão. Observe que **o conjunto  $\{a, e\}$  está inteiramente contido em  $A$** . Nessas condições, dizemos que  $\{a, e\}$  está contido em  $A$  ou ainda que  $\{a, e\}$  é um subconjunto de  $A$ . Algumas vezes, você poderá ver **o termo "parte" sendo usado como sinônimo de subconjunto**. Agora, imagine a seguinte situação:



Nesse caso, temos que  $\{a, e\} \not\subset B$  : **Lemos**:  $\{a, e\}$  não está contido em  $B$  ou  $\{a, e\}$  não é um subconjunto de  $B$ . Vamos ver mais alguns exemplos de quando **um conjunto não está contido em outro**:

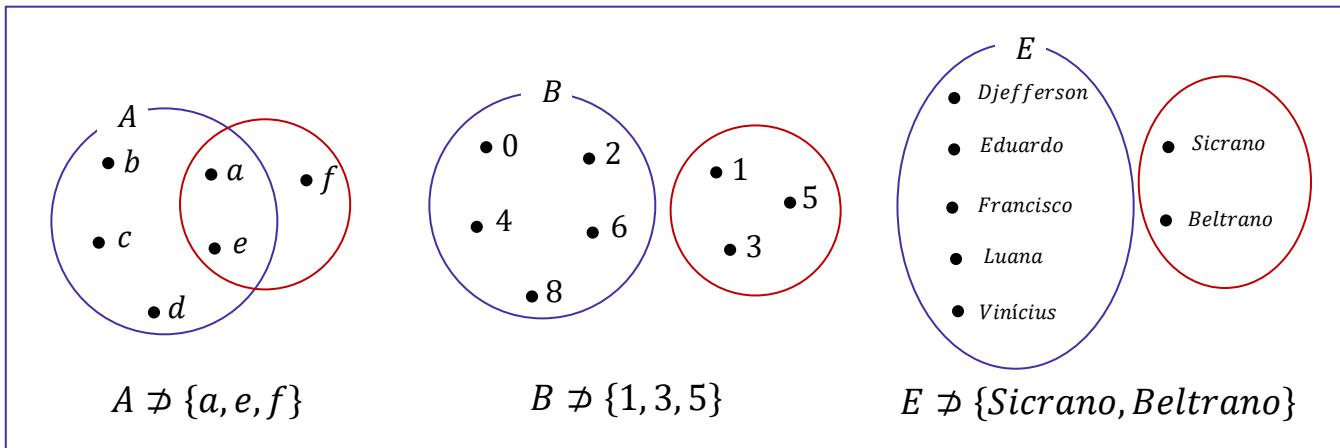
- $\{a, e, f\} \not\subset A$
- $\{1, 3, 5\} \not\subset B$
- $\{0, 1\} \not\subset C$
- $\{Sicrano, Beltrano\} \not\subset E$

Perceba que **basta um elemento do conjunto não pertencer** ao conjunto maior que **não poderemos estabelecer uma relação de inclusão** entre os dois conjuntos e, portanto, dizemos que um não está contido no outro. Pessoal, se  $\{a, e\}$  está contido em  $A$ , então também podemos dizer que  **$A$  contém  $\{a, e\}$** . Quando queremos expressar essa ideia de que um conjunto maior contém determinado subconjunto, utilizamos o símbolo  $\supset$ .

- $A \supset \{a, e\}$  :  $A$  **contém**  $\{a, e\}$
- $B \supset \{0, 2, 8\}$  :  $B$  **contém**  $\{0, 2, 8\}$
- $C \supset \{1, 3, 5, 19\}$  :  $C$  **contém**  $\{1, 3, 5, 19\}$
- $E \supset \{Francisco, Eduardo\}$  :  $E$  **contém**  $\{Francisco, Eduardo\}$

Analogamente, podemos estender o raciocínio para quando queremos dizer que determinado conjunto **não contém outro**. Nessas situações, utilizamos  $\supsetneq$ .

- $A \supsetneq \{a, e, f\}$  :  $A$  **não contém**  $\{a, e, f\}$
- $C \supsetneq \{0, 1\}$  :  $C$  **não contém**  $\{0, 1\}$
- $E \supsetneq \{Sicrano, Beltrano\}$  --  $E$  **não contém**  $\{Sicrano, Beltrano\}$





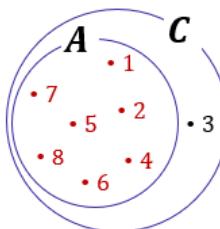
**(PREF. DE PINHAIS/2019)** Considerando os conjuntos  $A = \{1, 2, 4, 5, 6, 7, 8\}$ ,  $B = \{1, 3, 4, 5, 6, 9, 10\}$  e  $C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ , assinale a alternativa CORRETA:

- A) O conjunto A está contido no conjunto B.
- B) O conjunto B está contido no conjunto A.
- C) O conjunto C está contido no conjunto B.
- D) O conjunto C está contido no conjunto A.
- E) O conjunto A está contido no conjunto C.

**Comentários:**

$$C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

Observe que os elementos destacados em vermelho **são exatamente todos os elementos do conjunto A**. Perceba, portanto, que **A está contido em C**. Para facilitar a visualização, veja o diagrama a seguir.



**Gabarito:** Letra E.

## Igualdade entre Conjuntos

Pessoal, dois conjuntos são considerados iguais (ou idênticos) se eles possuem **exatamente os mesmos elementos!** Todo elemento que estiver em um deve necessariamente estar no outro. Por exemplo, considere os conjuntos  $A = \{1, 2, 3\}$  e  $B = \{3, 2, 1\}$ . Nessa situação, podemos escrever que  $A = B$ .

*Professor, mas a ordem está diferente!*

Não importa! O importante é que todos elementos de A são os mesmos elementos de B.



**(MPE-GO/2022)** Sejam  $x$  e  $y$  números tais que os conjuntos  $\{0, 8, 2\}$  e  $\{x, y, 2\}$  são iguais, podemos afirmar que:

- A)  $x = 0$  e  $y = 8$
- B)  $x + y = 8$
- C)  $x < y$
- D)  $x + 2y = 8$

**Comentários:**

Para que os dois conjuntos sejam iguais, **seus elementos devem ser iguais**. Note que o "2" já aparece nos dois conjuntos, então não vamos nos preocupar com ele.

$$\{0, 8, 2\}$$

$$\{x, y, 2\}$$

Com isso, observe que **podemos ter duas situações**.

1<sup>a</sup> situação)  $x = 0$  e  $y = 8$

2<sup>a</sup> situação)  $x = 8$  e  $y = 0$

Sabendo disso, vamos analisar as alternativas.

A)  $x = 0$  e  $y = 8$

**Errado.** Essa é a nossa primeira situação, que não é necessariamente verdade. Também é uma possibilidade o caso em que  $x = 8$  e  $y = 0$ .

B)  $x + y = 8$

**Correto.** Esse é nosso gabarito, pessoal. Verifique que **independentemente da situação**, sempre vamos ter  $x + y = 8$ . Afinal, sempre um vai ser 0 (zero) e o outro será 8 (oito), de forma que a soma é sempre 8 (oito).

C)  $x < y$

**Errado.** Essa afirmação é verdade apenas para a primeira situação. Como podemos ter o caso em que  $x = 8$  e  $y = 0$ , tem-se também que  $x$  pode ser maior que  $y$ .

D)  $x + 2y = 8$

**Errado.** Essa equação é válida apenas para a segunda situação. No caso em que  $x = 0$  e  $y = 8$ , já é possível verificar que ela é inválida.

**Gabarito:** LETRA B.

## Subconjuntos

Vamos aprofundar um pouco o nosso estudo sobre **os subconjuntos**. Para começar, tente dizer quais são os subconjuntos do conjunto  $A = \{a, b\}$ . *Pronto?* Observe como fica:

Conjunto	Subconjuntos
$A = \{a, b\}$	$\emptyset$
	$\{a\}$
	$\{b\}$
	$\{a, b\}$

A tabela acima lista todos os subconjuntos que podemos formar utilizando o conjunto  $A$ . Sabendo disso, podemos escrever as seguintes relações:

- $\emptyset \subset A$
- $\{a\} \subset A$
- $\{b\} \subset A$
- $\{a, b\} \subset A$

Devemos falar um pouco do **conjunto vazio** e **conjunto unitário**. O conjunto vazio, como o próprio nome sugere, **é um conjunto que não possui elementos!** É representado por meio do **símbolo**  $\emptyset$  mas também pode aparecer como um simples par de chaves  $\{\}$ . Já o **conjunto unitário** é todo conjunto que **possui um único elemento!**



**O conjunto vazio é subconjunto de qualquer outro conjunto.**

Seja  $X$  um conjunto genérico, então:

$$\emptyset \subset X \quad \text{ou} \quad \{\} \subset X$$

Observe que  $\{a, b\} \subset A$ , indicando que **qualquer conjunto é também um subconjunto de si mesmo!** Seja  $B = \{a, b, c\}$ . Vamos listar os seus subconjuntos também?

Conjunto	Subconjuntos
$B = \{a, b, c\}$	$\emptyset$
	$\{a\}$
	$\{b\}$
	$\{c\}$
	$\{a, b\}$
	$\{a, c\}$
	$\{b, c\}$
	$\{a, b, c\}$

Quando um subconjunto de  $B$  é diferente do próprio  $B$ , chamamos ele de **subconjunto próprio de  $B$** . Por exemplo,  $\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}$  são subconjuntos próprios de  $B$ . Já o subconjunto  $\{a, b, c\}$  é denominado **impróprio** pois é igual ao próprio  $B$ ! Com os conjuntos listados na tabela acima são subconjuntos de  $B$ , então podemos escrever:

- $\emptyset \subset B$
- $\{a\} \subset B$
- $\{b\} \subset B$
- $\{c\} \subset B$
- $\{a, b\} \subset B$
- $\{a, c\} \subset B$
- $\{b, c\} \subset B$
- $\{a, b, c\} \subset B$

Pessoal, observe que **os subconjuntos de um conjunto são apenas diferentes combinações de seus elementos**. Portanto, se você precisar listar os subconjuntos, siga os seguintes passos:



**Passo 1:** O primeiro conjunto que você deve anotar como subconjunto é o **conjunto vazio**.

**Passo 2:** Depois, transforme em subconjunto cada elemento, um por um.

**Passo 3:** Em seguida, escreva os subconjuntos formado por pares de elementos.

**Passo 4:** Acabando os pares, pegue os trios e assim sucessivamente.

Seguindo essa receita, vamos listar os subconjuntos de  $C = \{1, 2, 3\}$ ?

**Passo 1:** Você não deve esquecer que **o conjunto vazio é subconjunto de qualquer outro conjunto**, portanto:

$\emptyset$

**Passo 2:** Transformando cada elemento em um subconjunto, **um por um**.

$\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}$

**Passo 3:** Escrever os subconjuntos formado por **pares** de elementos.

$\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}$

**Passo 4:** Ir para os **trios**.

$\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 3\}$

Como o conjunto  $C$  só possui 3 elementos, encerramos por aqui! Listamos todos os subconjuntos dele. Observe que quando tínhamos um conjunto com **2 elementos, obtivemos 4 subconjuntos**. Ao aumentar um elemento no conjunto, **passamos a ter 8 subconjuntos**. Será que é possível estabelecer uma fórmula para calcular **o número de subconjuntos baseado na quantidade de elementos de um conjunto?**

É possível sim e a fórmula é bem simples. Seja  $n(A)$  o número de elementos de um conjunto  $A$ . Então, o número de subconjuntos de  $A$ ,  $n_{S_A}$ , é dado por:

$$n_{S_A} = 2^{n(A)}$$

Por exemplo, vamos voltar no conjunto  $C = \{1, 2, 3\}$ . Como ele tem **três elementos**, para encontrar o número de subconjuntos de  $C$ , fazemos assim:

$$n_{S_C} = 2^{n(C)} \rightarrow n_{S_C} = 2^3 \rightarrow n_{S_C} = 8$$

Logo,  $C$  tem **oito subconjuntos**.



**(Polícia Federal/2021)** Considere os seguintes conjuntos:

$P = \{\text{todos os policiais federais em efetivo exercício no país}\}$

$P_1 = \{\text{policiais federais em efetivo exercício no país e que têm até 1 ano de experiência no exercício do cargo}\}$

$P_2 = \{\text{policiais federais em efetivo exercício no país e que têm até 2 anos de experiência no exercício do cargo}\}$

$P_3 = \{\text{policiais federais em efetivo exercício no país e que têm até 3 anos de experiência no exercício do cargo}\}$

e, assim, sucessivamente. Com base nessas informações, julgue o item que se seguem.

$P_2$  é subconjunto de  $P_1$ .

### Comentários

Galera, para que  $P_2$  seja um subconjunto de  $P_1$ ,  **$P_2$  precisa estar contido em  $P_1$** . De acordo com o enunciado,  $P_2$  representa os policiais federais em exercício no país com até 2 anos de experiência, enquanto  $P_1$  são aqueles com até 1 ano de experiência.

Observe que um policial que possuísse **um ano e meio de experiência**, pertenceria a  $P_2$ , mas não a  $P_1$ . Logo, não podemos dizer que  $P_2$  é um subconjunto de  $P_1$ , uma vez que podem existir elementos em  $P_2$  que não estejam em  $P_1$ .

**Gabarito:** ERRADO.

**(IDAF-AC/2020)** Quantos subconjuntos possui o conjunto das vogais?

- A) 10
- B) 25
- C) 32
- D) 50

### Comentários

Seja  $V$  o conjunto formado por **todas as vogais**, então temos que:  $V = \{a, e, i, o, u\}$

O conjunto acima **possui 5 elementos**, sabemos que o número de subconjuntos de um conjunto depende da quantidade de elementos e é dado através de uma fórmula.

$$n_{S_V} = 2^{n(V)} \rightarrow n_{S_V} = 2^5 \rightarrow n_{S_V} = 32$$

**Gabarito:** Letra C.

## Conjunto das Partes

Você sabia que **podemos juntar todos os subconjuntos de um conjunto para formar um novo conjunto**? Esse novo conjunto formado é denominado **conjunto das partes** e é representado pelo **símbolo  $\wp$** . Por exemplo, os **conjuntos das partes** de  $A = \{a, b\}$  e de  $B = \{a, b, c\}$  são:

$$\wp(A) = \{\{\}, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}$$

$$\wp(B) = \{\{\}, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}\}$$

Observe que  $\wp(A)$  e  $\wp(B)$  são **conjuntos formados por outros conjuntos**! Note ainda que **a sua quantidade de elementos é exatamente a quantidade de subconjuntos** calculada pela fórmula  $n\wp_A = 2^{n(A)}$ . Um outro ponto que chamamos atenção é que, no conjunto das partes, listamos **o conjunto vazio**  $\{\}$  explicitamente com um dos seus elementos.



**(PREF. PETROLINA/2019)** Dado um conjunto  $A$ , representa-se por  $\wp(A)$  o conjunto formado por todos os subconjuntos de  $A$  – o chamado conjunto das partes que também costuma ser representado por  $2^A$ . Se  $A = \{\emptyset, \{\emptyset\}, 1, \{1\}\}$ , qual das alternativas seguintes NÃO é elemento de  $\wp(A)$ ?

- A)  $\emptyset$
- B)  $\{\emptyset, 1\}$
- C)  $\{1, \{\emptyset, 1\}\}$
- D)  $\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$

E)  $\{1, \{1\}\}$ **Comentários:**

O jeito mais imediato de resolver a questão é **listar todos os subconjuntos de  $A$** . Perceba que teremos  $2^4 = 16$  subconjuntos. Para nos auxiliar, vamos usar uma tabela. Vale também destacar que  **$\phi$  representa o conjunto vazio** e você deve lembrar que **o conjunto vazio é sempre subconjunto** de qualquer conjunto.

Conjunto	Subconjuntos	
$\{\phi, \{\phi\}, 1, \{1\}\}$	$\phi$	$\{\{\phi\}, 1\}$
	$\{\phi\}$	$\{\{\phi\}, \{1\}\}$
	$\{\{\phi\}\}$	$\{1, \{1\}\}$
	$\{1\}$	$\{\phi, \{\phi\}, 1\}$
	$\{\{1\}\}$	$\{\phi, 1, \{1\}\}$
	$\{\phi, \{\phi\}\}$	$\{\phi, \{\phi\}, \{1\}\}$
	$\{\phi, 1\}$	$\{\{\phi\}, 1, \{1\}\}$
	$\{\phi, \{1\}\}$	$\{\phi, \{\phi\}, 1, \{1\}\}$

Ao listar os subconjuntos do conjunto  $A$ , percebemos que apenas o conjunto  $\{1, \{\phi, 1\}\}$  não é elemento de  $\wp(A)$ . Isso acontece, pois, o conjunto  $\{\phi, 1\}$  não é elemento de  $A$ .

**Gabarito:** Letra C.



Observe o conjunto  $F$  exemplificado abaixo.

$$F = \{1, 2, 3, \{a, b, c\}, \{d, e, f\}, \{W\}\}$$

Assim como o conjunto das partes,  **$F$  é um conjunto que possui como elemento outros conjuntos**. Note que o conjunto  $\{a, b, c\}$  é **um elemento de  $F$** . Nessas situações, e somente nelas, podemos escrever  $\{a, b, c\} \in F$ . Galera, muita atenção aqui!  **$\{a, b, c\}$  não é um subconjunto de  $F$ , é um elemento!** Perceba que ele está listado juntamente com os demais elementos!

- $1 \in F$
- $2 \in F$
- $3 \in F$
- $\{a, b, c\} \in F$
- $\{d, e, f\} \in F$
- $\{W\} \in F$

E nesses casos, quando usaremos a relação de inclusão? Veja alguns exemplos de subconjuntos de  $F$ :

- $\{1\} \subset F$
- $\{1, 2\} \subset F$
- $\{1, 2, 3\} \subset F$
- $\{\{a, b, c, \}\} \subset F$
- $\{\{W\}\} \subset F$
- $\{\{a, b, c, \}, \{d, e, f\}, \{W\}\} \subset F$

Observe que, para representar os subconjuntos que contém outros conjuntos, utilizamos, sem problema algum, dois pares de chaves. Tenha bastante cuidado em questões que tragam esse tipo de abordagem! Já vi muitas bancas se enrolarem ao cobrar questões com essa temática, pois desconhecem que conjuntos podem sim ser elementos de outros conjuntos e que podemos estabelecer uma relação de pertinência nessas situações.



**(PREF. JEQUIÉ/2018)** Considerando o conjunto  $A = \{\Omega, \Delta, \{\Delta\}\}$  qual das afirmações abaixo não está correta?

- A)  $\Omega \in A$
- B)  $\Omega \subset A$
- C)  $\{\Delta\} \subset A$
- D)  $\{\Delta\} \in A$

**Comentários:**

Os elementos de  $A$  são:  $\Delta$ ,  $\{\Delta\}$  e  $\Omega$ . Logo:  $\begin{cases} \Delta \in A; \\ \{\Delta\} \in A; \\ \Omega \in A. \end{cases}$

Essa pequena análise permite concluir que **as alternativas A e D estão corretas** e, portanto, não podem ser nosso gabarito, já que **ele procura a alternativa incorreta**. Observe que como  $\Delta$  é **um elemento de A**, então podemos dizer que  **$\{\Delta\}$  é um subconjunto de A**.

Dessa forma, é também correto escrever que  $\{\Delta\} \subset A$ . *Opa, espere aí, professor! Então podemos dizer nessa situação que  $\{\Delta\} \subset A$  e  $\{\Delta\} \in A$ ?* Isso! **Essa conclusão somente é válida pois  $\Delta$  e  $\{\Delta\}$  são elementos de um mesmo conjunto!**

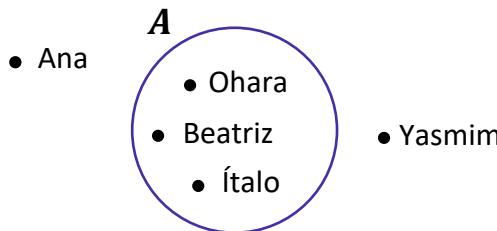
**Ao escrever que  $\{\Delta\} \subset A$  estamos nos referindo ao subconjunto  $\{\Delta\}$  que existe pois  $\Delta$  é um elemento de A. Quando escrevemos  $\{\Delta\} \in A$ , estamos nos referindo ao elemento  $\{\Delta\}$ , que é explicitamente declarado.** O subconjunto associado ao elemento  $\{\Delta\}$  é representado com mais um par de chaves:  $\{\{\Delta\}\}$ . Nessa situação, dizemos que  $\{\{\Delta\}\} \subset A$ .

Com isso, a única alternativa que pode estar errada é a **letra B**, pois  **$\Omega$  é um elemento de A e, portanto, o correto seria  $\Omega \in A$ .**

## União, Intersecção, Complementar e Diferença

### Representação por Diagramas

Você deve ter visto ao longo da aula que **apareceram alguns conjuntos na forma de diagramas**. Esse tipo de representação é extremamente útil na resolução de questões, pois **possibilita uma melhor compreensão do problema**. Por exemplo, seja  $A$  o conjunto de funcionários de uma determinada empresa.



Todos aqueles que estão dentro do conjunto  $A$  **representam funcionários da empresa**. **Quem está fora, não é funcionário da empresa**. Olhando simplesmente para o diagrama, podemos dizer que:

- $Ohara \in A$ ;
- $Beatriz \in A$ ;
- $Ítalo \in A$ ;
- $Yasmim \notin A$ ;
- $Ana \notin A$ .

Esses diagramas são bastante conhecidos no meio matemático e possuem um nome especial: são os **Diagramas de Venn-Euler** ou, simplesmente, **Diagramas de Venn**. Esse tipo de representação é utilizado principalmente quando **precisamos representar vários conjuntos ao mesmo tempo**. Nos tópicos a seguir, usaremos bastante esses diagramas e você logo ficará habituado.



Existem diferentes maneiras de representarmos os conjuntos. A primeira dela é como estamos fazendo desde o começo da aula, como por exemplo, em  $V = \{a, e, i, o, u\}$ . Chamamos esse tipo de representação de "**representação por enumeração**".

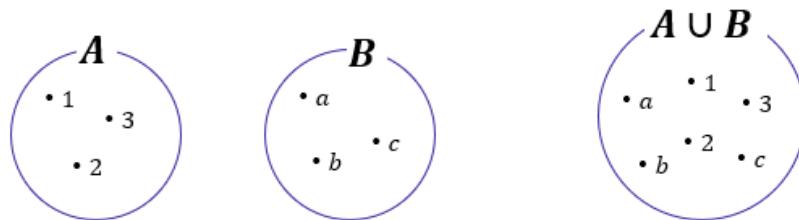
Ademais, temos a **representação por propriedade**. Para entender melhor, considere o mesmo conjunto  $V$  citado anteriormente. Ele também poderia ser escrito da seguinte forma:  $V = \{x \mid x \text{ é vogal}\}$ .

Na prática, podemos ler tal conjunto da seguinte forma:  **$V$  é o conjunto dos elementos de  $x$ , tal que  $x$  é vogal**. Lemos essa barrinha vertical como "**tal que**". **Não esqueça!**

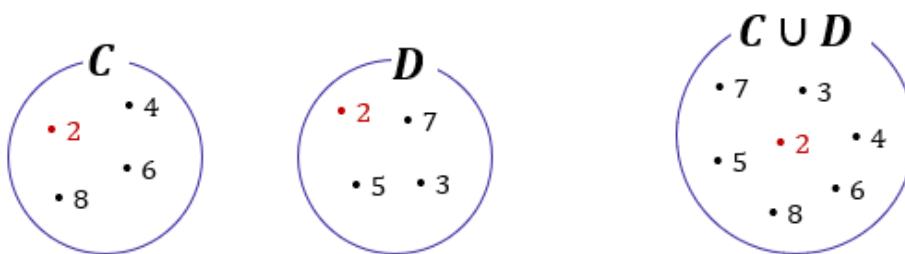
Por fim, temos a **representação por diagramas** que estudamos agora a pouco! Fechou?

## União

Nessa parte da nossa aula, veremos que existem **várias operações** que os conjuntos podem se submeter. A mais conhecida talvez seja a **união (ou reunião) de conjuntos**. A união de conjuntos é representada pelo **símbolo  $\cup$**  e, basicamente, **funde dois conjuntos em um só**.



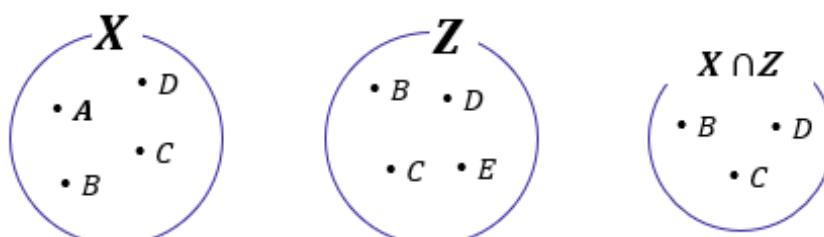
No diagrama acima, temos que  $A = \{1, 2, 3\}$  e  $B = \{a, b, c\}$ . Quando fazemos a união de  $A$  e  $B$ , criamos um conjunto que possui **todos os elementos dos dois conjuntos**,  $A \cup B = \{1, 2, 3, a, b, c\}$ . Haverá casos em que os conjuntos possuirão um mesmo elemento e, quando for necessário fazer a união dos dois, **você não precisará escrever duas vezes o elemento repetido**. Observe um exemplo nos diagramas abaixo.



Note que o **2 é um elemento comum aos dois conjuntos**:  $C = \{2, 4, 8, 6\}$  e  $D = \{2, 3, 5, 7\}$ . Nessas situações, quando fazemos a união de conjuntos que possuem elementos em comum, **esse elemento não vai aparecer duas vezes no conjunto união!** Confira que  $C \cup D = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ , o **2 aparece apenas uma vez**.

## Intersecção

A operação que seleciona **os elementos comuns entre dois ou mais conjuntos** é denominada **intersecção** e é representada por  $\cap$ . Por exemplo, nos diagramas acima o número 2 é o único elemento comum entre  $C$  e  $D$ . Logo, o conjunto intersecção será formado apenas pelo elemento 2:  $C \cap D = \{2\}$ . Veja mais um exemplo abaixo.



Temos que  $X = \{A, B, C, D\}$  e  $Z = \{B, C, D, E\}$ . São dois conjuntos distintos, mas que **possuem alguns elementos em comum**. Os elementos  $B, C$  e  $D$  aparecem nos 2 conjuntos e formam o conjunto intersecção:  $X \cap Z = \{B, C, D\}$ . Vamos treinar um pouco esses conceitos?



**(PREF. ÂNGULO/2020)** Sejam os conjuntos  $A = \{0, 1, 3, 5, 7\}$ ,  $B = \{0, 2, 4, 6, 8\}$  e  $C = \{0, 14, 15\}$ , assinale a alternativa correta.

- A)  $A \cap B \cap C = \{0\}$
- B)  $A \cup C = \{1, 3, 5, 7, 14, 15\}$
- C)  $B \cap C = \{2, 4, 6, 8, 14, 15\}$
- D)  $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 15\}$

**Comentários:**

Devemos verificar alternativa por alternativa.

- A)  $A \cap B \cap C = \{0\}$

**Alternativa correta.** Nessa alternativa, devemos buscar **a intersecção dos três conjuntos** dados no enunciado. A intersecção é formada pelos **elementos que são comuns aos três conjuntos**. Por exemplo, **observe que o número 0 pertence tanto ao conjunto A, B e C**. Logo, com certeza o 0 é elemento de  $A \cap B \cap C$ . Observe que **não há nenhum outro elemento que aparece nos três conjuntos**. Com isso, podemos dizer que, de fato,  $A \cap B \cap C = \{0\}$ .

- B)  $A \cup C = \{1, 3, 5, 7, 14, 15\}$

**Alternativa incorreta.** Para obter a união de dois conjuntos, **juntamos todos os elementos dos dois conjuntos** e se houver elementos repetidos, basta escrevê-los apenas uma vez, eles não vão contar duas vezes. Veja, no entanto, que **o 0 é elemento de A e de C, mas não aparece no conjunto união dos dois**.

- C)  $B \cap C = \{2, 4, 6, 8, 14, 15\}$

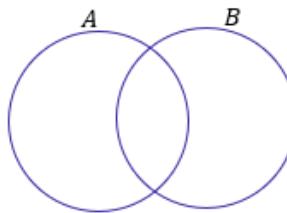
**Alternativa incorreta.** A intersecção representa apenas os elementos em comum entre dois ou mais conjuntos. **Quais são os elementos em comum entre B e C?** O **número 0 é o único elemento comum aos dois**. Logo,  $B \cap C = \{0\}$ .

- D)  $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 15\}$

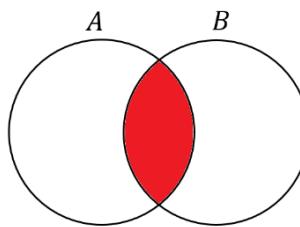
**Alternativa incorreta.** Note que o conjunto está quase correto, o único erro seria a presença desse elemento "15". **O "15" não faz parte de A nem B**, portanto, **não pode fazer parte do conjunto que é a união dos dois**. Esse é o erro da alternativa.

**Gabarito:** Letra A.

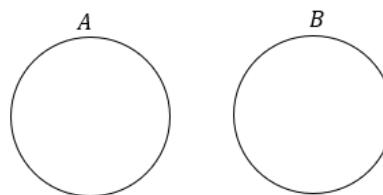
Quando dois conjuntos **possuem elementos em comum**, podemos representá-los assim:



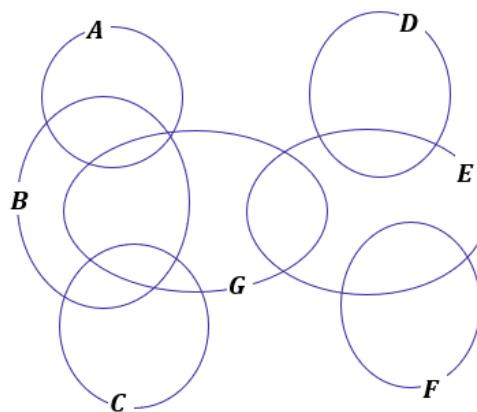
Essa região comum representa exatamente a sua intersecção. Os elementos que estão na região em **vermelho** abaixo **pertencem simultaneamente aos conjuntos A e B**.



Caso os conjuntos **não possuam elementos em comum**, isto é, **não haja intersecção entre os dois**, nós vamos chamá-los de **disjuntos** e os representaremos utilizando círculos afastados um do outro.



**(CM MONTE ALTO/2019)** Observe o diagrama de conjuntos e considere que há elementos em todas as suas regiões.



A partir dessa disposição, é correto afirmar que

- A) há elemento de G que é também elemento de A e C.
- B) qualquer elemento que esteja em dois desses conjuntos, certamente pode estar em qualquer um desses sete conjuntos.
- C) qualquer elemento de G, que não esteja em E, certamente estará em A ou em B ou em C
- D) qualquer elemento que esteja em três desses conjuntos, certamente está em C e em D.
- E) há elemento de G que também é elemento de A, mas não é elemento de B.

#### Comentários:

Vamos verificar alternativa por alternativa

- A) há elemento de G que é também elemento de A e C.

**Alternativa incorreta.** Observe que *A* e *C* são conjuntos disjuntos, isto é, não possuem elementos em comum e por isso não há intersecção entre os dois. Se *A* e *C* são conjuntos disjuntos, não pode existir um elemento em *G* que seja ao mesmo tempo elemento de *A* e de *C*, pois isso implicaria em um elemento comum aos três simultaneamente.

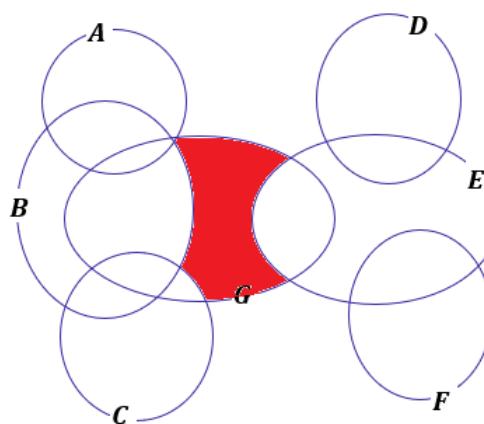
- B) qualquer elemento que esteja em dois desses conjuntos, certamente pode estar em qualquer um desses sete conjuntos.

**Alternativa correta.** Todos os conjuntos fazem intersecção com pelo menos um outro conjunto! Dessa forma, haverá sempre um elemento de qualquer conjunto que também pertencerá a outro!

- C) qualquer elemento de G, que não esteja em E, certamente estará em A ou em B ou em C

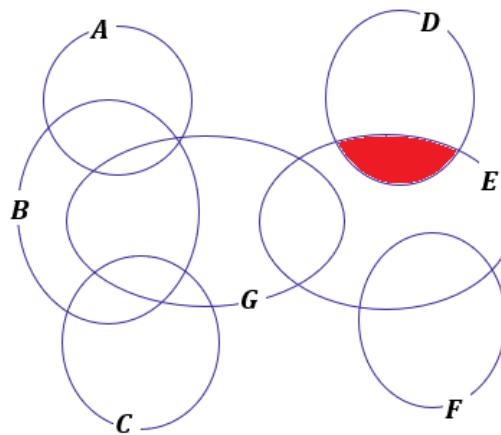
**Alternativa incorreta.** Mesmo não estando em *E*, um elemento em *G* pode estar somente em *G*.

Não podemos afirmar necessariamente que estará em *A* ou em *B* ou em *C*. Veja a região destacada abaixo.



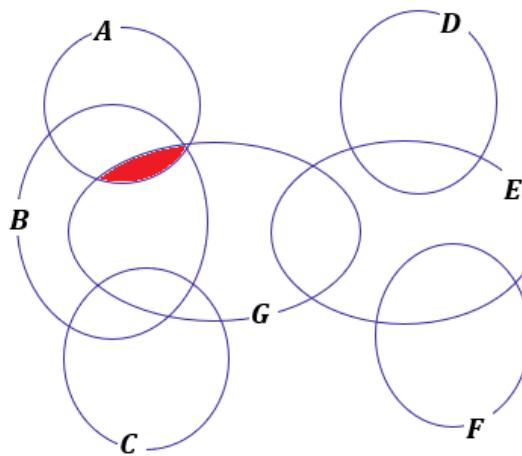
- D) qualquer elemento que esteja em três desses conjuntos, certamente está em C e em D.

**Alternativa incorreta.** *D* só faz intersecção com *E*. Desse modo, um elemento de *D* só poder estar, no máximo, em dois conjuntos.



E) há elemento de G que também é elemento de A, mas não é elemento de B.

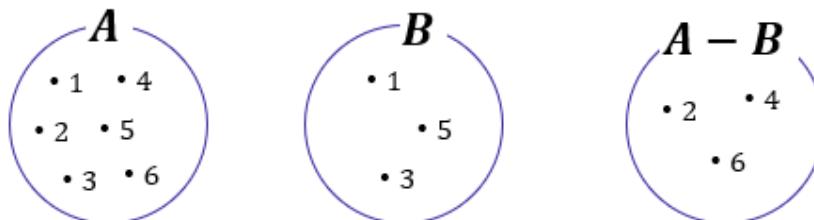
**Alternativa incorreta.** Todo elemento de G que também é elemento de A também pertence a B.



**Gabarito:** Letra B.

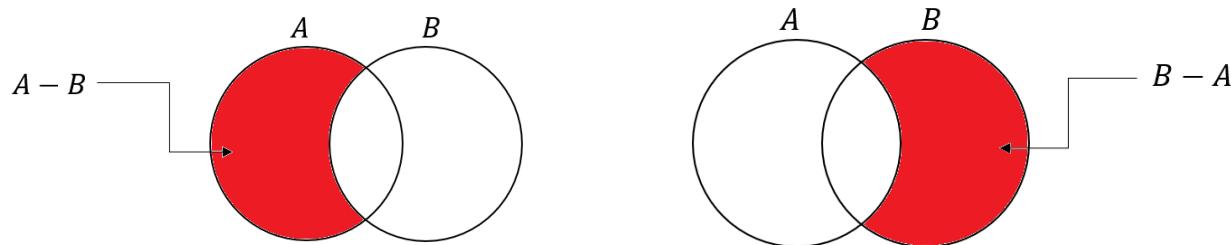
## Diferença

Existe uma outra operação que é muito importante para a sua prova! Essa operação **é a diferença ou, como também é conhecida, a subtração de conjuntos!** O conjunto diferença é representado por  $A - B$  e é formado por **todos os elementos de A que não são elementos de B!** Por exemplo, considere os conjuntos:

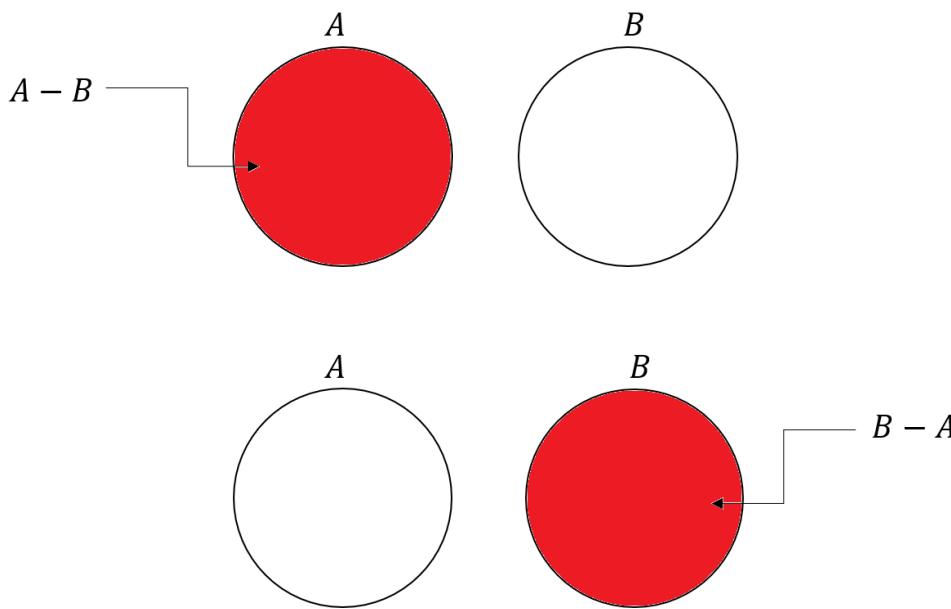


Observe que  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  e  $B = \{1, 3, 5\}$ . Para encontrar  $A - B$ , devemos selecionar **os elementos de A que não são elementos de B!** Ou seja, aqueles elementos que são apenas elementos de A! Observe

que  $A$  e  $B$  possuem em comum os seguintes elementos:  $A \cap B = \{1, 3, 5\}$ . Logo, se  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ , então o  $A - B = \{2, 4, 6\}$ . Em diagramas, também é possível representar o conjunto diferença.



Um detalhe importante é que se  $A$  e  $B$  são **conjuntos disjuntos**, então  $A - B = A$  e  $B - A = B$ . Veja como essa informação pode ser representada:



Vamos fazer alguns **exemplos numéricos** para visualizar ainda melhor essa última situação.

Considere os conjuntos  $A = \{10, 20, 30\}$  e  $B = \{40, 50\}$ . Primeiramente, note que os conjuntos são disjuntos. *Mas qual é o motivo mesmo para eles serem disjuntos, professor?*

**A e B são disjuntos pois não possuem elementos em comum!** Nenhum sequer!! São totalmente diferentes um outro. *Tudo bem?!* Agora, lembre-se que  **$A - B$  é o conjunto de elementos formados por todos os elementos de A que não são elementos de B.**

Ora, nesse nosso exemplo, **todos os elementos de A não são elementos de B!!** Sendo assim, podemos escrever que:

$$A - B = \{10, 20, 30\} = A$$



**(PREF. LINHARES/2020)** Dados os três conjuntos numéricos:

$$A = \{1,2,3,4,5,6\},$$

$$B = \{0,2,4,6\},$$

$$C = \{1,3,5,7,9\}.$$

O resultado de  $(A - B) \cap C$  é igual a:

A)  $\{1,3,5\}$

B)  $\{1,3,5,7,9\}$

C)  $\{0,1,3,5,7,9\}$

D)  $\{2,4,6\}$

E)  $\{0\}$

#### Comentários:

Primeiramente, devemos **fazer a diferença entre o conjunto A e B**. Lembre-se, quando tivermos a diferença entre dois conjuntos, por exemplo,  $A - B$ , estamos procurando **o conjunto dos elementos de A que não são elementos de B**. Na nossa questão, temos que:

$$A = \{1,2,3,4,5,6\}$$

$$B = \{0,2,4,6\}$$

**Primeira pergunta:** quais elementos estão ao mesmo tempo em A e em B? Observe que **2, 4 e 6** são os três **elementos comuns** aos dois conjuntos. **Segunda pergunta:** que conjunto é formado quando eu removo esses elementos em comum do conjunto A? **É exatamente o conjunto diferença!**

$$A = \{1, \mathbf{2}, 3, \mathbf{4}, 5, \mathbf{6}\}$$

$$A - B = \{1, 3, 5\}$$

A questão não termina aqui. Ainda devemos fazer a intersecção desse conjunto com o C. **Note que C possui todos os três elementos do nosso conjunto diferença.** Portanto, **coincidentemente**, vamos ter que:

$$(A - B) \cap C = \{1, 3, 5\}$$

**Gabarito:** Letra A.

(PREF. SÃO GONÇALO/2022) Sejam A e B conjuntos definidos da seguinte maneira:

A = {pessoas que moram em São Gonçalo}

B = {pessoas que trabalham em Niterói}

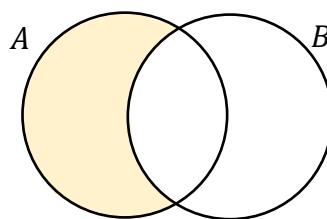
O conjunto  $A - (A - B)$  representa o conjunto cujos elementos são pessoas que:

- A) moram em São Gonçalo e trabalham em Niterói
- B) moram em Niterói e trabalham em São Gonçalo
- C) moram em São Gonçalo e não trabalham em Niterói
- D) moram em Niterói e não trabalham em São Gonçalo

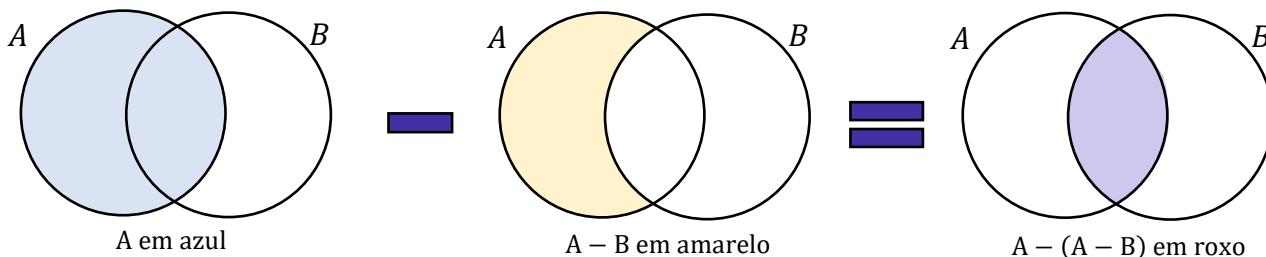
#### Comentários:

Você lembra que  $A - B$  é o conjunto formado por **todos os elementos de A que não são elementos de B**.

Por meio de diagramas, podemos representar esse conjunto como a seguinte região:



A questão pede o conjunto  $A - (A - B)$ . Vamos encontrá-lo por meio de diagramas.



Com isso, observe que o conjunto  $A - (A - B)$  corresponde exatamente à **intersecção dos dois conjuntos**.

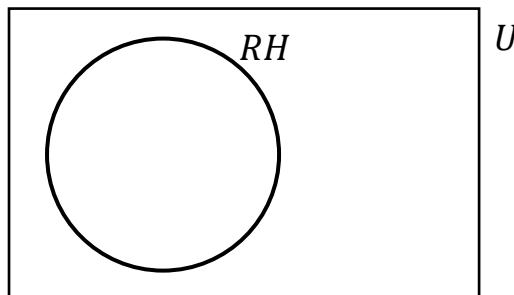
Se A é composto pelas pessoas que **moram em São Gonçalo** e B é composto pelas pessoas que **trabalham em Niterói**, então  $A - (A - B)$  é o conjunto formado pelas pessoas que moram em São Gonçalo **e** trabalham em Niterói.

**Gabarito:** LETRA A.

## Complementar

Quando falamos de um determinado conjunto, normalmente **estamos destacando determinado grupo dentro de um universo maior**. Por exemplo, podemos formar um conjunto dos funcionários especializados

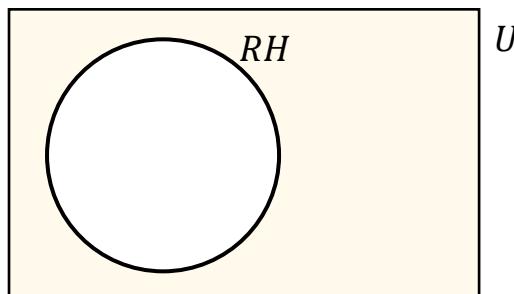
em RH de uma empresa. Esse grupo de funcionários foi retirado de um conjunto maior: **o conjunto formado por todos os funcionários da empresa**. Acompanhe o diagrama abaixo.



Observe que o conjunto formado por aqueles especializados em RH está contido dentro de um conjunto  $U$ . **Esse conjunto maior é frequentemente chamado de conjunto universo** e, nesse exemplo, poderia representar **o conjunto de todos os funcionários da empresa**.

Quer um outro exemplo? Imagine um conjunto formado por todas as vogais:  $V = \{a, e, i, o, u\}$ . Em um problema que estamos trabalhando com esse conjunto, qual seria o conjunto universo? O conjunto universo nessa situação seria o conjunto formado por todas as letras do alfabeto:  $U = \{a, b, c, d, e, f, \dots, x, y, z\}$ .

Quando estamos falando de conjunto universo, um novo conceito surge: **o conjunto complementar**. Lembre-se do conjunto que inventamos com os funcionários de uma empresa especializados em RH. **Qual o complementar desse conjunto?** Seria o conjunto formado por **todos os outros funcionários da empresa que não são especializados em RH!** Vamos mostrar no diagrama.



O complementar do conjunto RH é representado pela **parte pintada em amarelo**. *E no nosso exemplo das letras?* Qual o complementar do conjunto formado apenas pelas vogais? Ora, é **o conjunto formado por todas as outras letras que não são vogais, isto é, o conjunto das consoantes!** Para determinar o complementar de qualquer conjunto, **é de fundamental importância conseguir identificar qual é o conjunto universo**.

A notação utilizada para representar o complementar de um conjunto  $X$  é  **$X^C$  ou  $\bar{X}$** . Representamos o conjunto complementar com esse "expoente"  $C$  ou uma barra em cima. Ademais, podemos definir o conjunto complementar utilizando o que acabamos de ver **sobre conjunto diferença**.

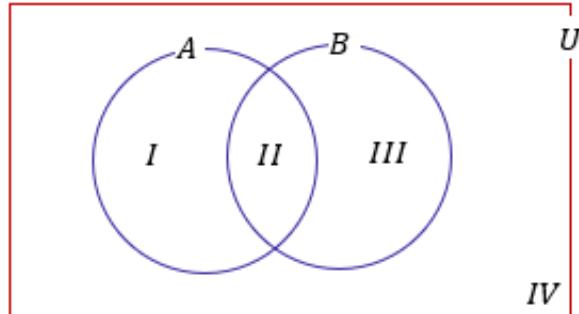


$$\bar{X} = X^C = U - X$$

Veja que utilizando a definição acima, temos que o conjunto complementar  $X^C$  é formado por **tudo que está no conjunto universo, mas não está em  $X$** . Vamos fazer algumas questões para aplicar o que acabamos de ver?



**(PREF. NOVO HAMBURGO/2020)** A é o conjunto de todas as pessoas que dominam o idioma espanhol e B é o conjunto de todas as pessoas que dominam o idioma inglês, conforme representado no diagrama:



Com base nessas informações, é correto afirmar que

- A) a região I representa o conjunto de todas as pessoas que dominam o idioma inglês, mas não dominam o idioma espanhol.
- B) a região II representa o conjunto de todas as pessoas que dominam os dois idiomas.
- C) a região III representa o conjunto de todas as pessoas que dominam o idioma espanhol, mas não dominam o idioma inglês.
- D) a região IV representa o conjunto de todas as pessoas que dominam os dois idiomas.
- E) U representa o conjunto de todas as pessoas que não dominam nenhum desses dois idiomas.

#### Comentários:

Vamos analisar cada uma das alternativas tendo em mente que:

- A é o conjunto das pessoas que **dominam ESPANHOL**;

- $B$  é o conjunto das pessoas que **dominam INGLÊS**.

A) a região I representa o conjunto de todas as pessoas que dominam o idioma inglês, mas não dominam o idioma espanhol.

**Alternativa incorreta.** A região I representa o conjunto de todas as pessoas que **dominam o idioma ESPANHOL**, mas **não dominam o idioma INGLÊS**.

B) a região II representa o conjunto de todas as pessoas que dominam os dois idiomas.

**Alternativa correta.** A região comum aos 2 conjuntos representa **as pessoas que dominam os dois idiomas**.

C) a região III representa o conjunto de todas as pessoas que dominam o idioma espanhol, mas não dominam o idioma inglês.

**Alternativa incorreta.** A região III representa o conjunto de todas as pessoas que **dominam o idioma INGLÊS**, mas **não dominam o idioma ESPANHOL**.

D) a região IV representa o conjunto de todas as pessoas que dominam os dois idiomas.

**Alternativa incorreta.** A região IV é **toda área fora dos dois conjuntos**. Isso significa que ela representa aqueles **não dominam nenhum dos dois idiomas**.

E)  $U$  representa o conjunto de todas as pessoas que não dominam nenhum desses dois idiomas.

**Alternativa incorreta.**  $U$  é o **conjunto universo** e representa todos aqueles que **dominam ou não os idiomas**.

**Gabarito:** Letra B.

## Princípio da Inclusão-Exclusão

Pessoal, muitas vezes vamos precisar **determinar o número de elementos de um conjunto**. Essa tarefa de contar **pode ficar um pouco complicada quando temos elementos que pertencem a mais de um conjunto**, pois, nesses casos, **devemos eliminar as repetições** para não contar o mesmo elemento duas vezes.

Nesse sentido, surge o Princípio da Inclusão-Exclusão (PIE). Esse princípio possibilita uma contagem exata da quantidade de elementos **de um conjunto formado pela união de vários outros, mesmo que contenham intersecções**.

### ➤ 2 Conjuntos

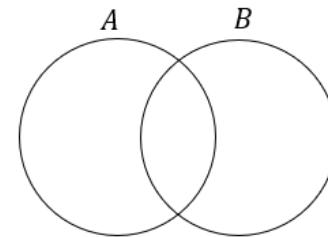
Imagine **dois conjuntos A e B com elementos em comum**. Se  $n(A)$  é o número de elementos de  $A$  e  $n(B)$  é o número de elementos de  $B$ , quanto vale  $n(A \cup B)$ ?



$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

Vamos tentar entender o caminho das pedras para chegar na relação acima. Considere os conjuntos:

- $A = \{1, 2, 3\} \Rightarrow n(A) = 3$
- $B = \{3, 4, 5\} \Rightarrow n(B) = 3$
- $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\} \Rightarrow n(A \cup B) = 5$
- $A \cap B = \{3\} \Rightarrow n(A \cap B) = 1$



Observe que **apesar da união entre A e B ser uma espécie de fusão entre os dois conjuntos**, o número de elementos na união, na maioria dos casos, **não é a soma direta do número de elementos de A com o número de elementos de B**.

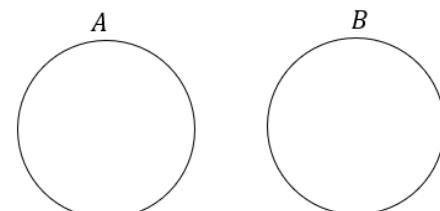
Perceba que **o elemento 3 aparece tanto em A como em B** e ao somar o número de elementos dos dois conjuntos **devemos considerar que estamos somando o mesmo elemento duas vezes!** É por isso esse motivo que devemos subtrair a quantidade de elementos que estão na intersecção. Já para **conjuntos disjuntos** temos que:



$$n(A \cup B) = n(A) + n(B)$$

pois:

$$n(A \cap B) = 0.$$





**(PREF. SÃO GONÇALO/2022)** Em uma empresa na qual trabalham 116 pessoas, sabe-se que:

- 72 têm ensino médio completo;
- 64 sabem usar o EXCEL;
- 35 têm ensino médio completo e sabem usar o EXCEL.

O número de funcionários dessa empresa que não têm ensino médio completo e não sabem usar o EXCEL é:

- A) 13
- B) 14
- C) 15
- D) 16

**Comentários:**

Vamos usar o **Princípio da Inclusão-Exclusão** para resolver esse problema. Inicialmente, considere "**M**" como o conjunto formado por todos aqueles que têm o ensino médio. Além disso, considere "**X**" como o conjunto formado por todos aqueles que sabem usar o EXCEL. Com as informações do enunciado, temos que:

$$n(M) = 72 \quad n(X) = 64 \quad n(M \cap X) = 35$$

Do princípio da inclusão-exclusão, sabemos que:

$$n(M \cup X) = n(M) + n(X) - n(M \cap X)$$

Substituindo as informações que temos,

$$n(M \cup X) = 72 + 64 - 35 \quad \rightarrow \quad \boxed{n(M \cup X) = 101}$$

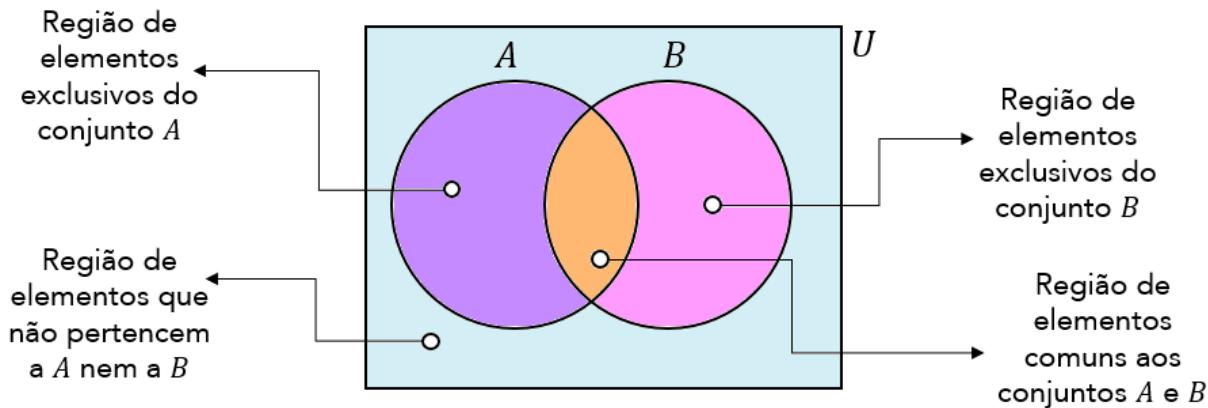
Note que a união desses dois conjuntos tem 101 pessoas. Por sua vez, o enunciado disse que **o número total de funcionários dessa empresa é 116**. Com isso, a quantidade de funcionários que não possuem ensino médio e não sabem usar o EXCEL é exatamente **a diferença entre o total de funcionários e  $n(M \cup X)$** . Assim,

$$116 - 101 = 15$$

**Gabarito:** LETRA C.

A verdade é que **não precisamos decorar fórmulas** para responder questões que envolvam esse princípio. Utilizando **um pouco de lógica e diagramas de Venn**, podemos encontrar a quantidade de elementos de cada

conjunto envolvido em um problema típico de Princípio da Inclusão-Exclusão. Antes disso, quero deixar claro para vocês **o significado de cada uma das regiões** no seguinte diagrama:

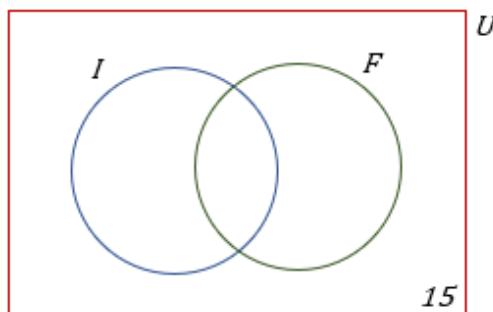


**(CLDF/2018)** Em uma escola com 150 alunos, são oferecidos cursos de Inglês e Francês. Conforme um levantamento, 15 alunos desta escola não estão frequentando estes cursos e 90 frequentam o curso de Inglês. Se 72 alunos frequentam o curso de Francês, então o número de alunos que frequenta um e somente um dos cursos é igual a

- A) 144.
- B) 138.
- C) 132.
- D) 108.
- E) 126.

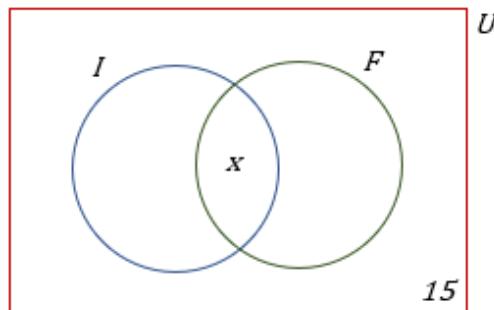
#### Comentários:

O **conjunto universo** da nossa questão é formado pelos **150 alunos da escola**. Esses 150 alunos **podem fazer 2 cursos ou não fazer nenhum**. A primeira informação que temos é que **15 alunos não frequentam nenhum dos cursos**. Em diagramas, podemos representar essa informação da seguinte maneira:

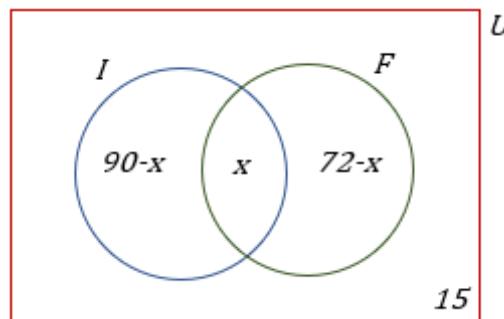


Observe que a **questão não informou** a quantidade de alunos que fazem **os dois cursos simultaneamente**.

Portanto, vamos chamá-la de  $x$  e colocá-la no diagrama.



Se 90 frequentam o curso de inglês, então  $90 - x$  frequentam **APENAS o curso de inglês**. Se 72 alunos frequentam o curso de Francês, então  $72 - x$  frequentam **APENAS o curso de Francês**.



Nosso diagrama **está completamente preenchido**. Você concorda que **ao somar individualmente as quantidades acima**, deveremos obter o total de alunos dessa escola, isto é, 150?

$$(90 - x) + (72 - x) + x + 15 = 150 \rightarrow 177 - x = 150 \rightarrow x = 27$$

A questão não quer saber quantos alunos fazem os dois cursos simultaneamente. **Elá pede a quantidade de alunos que fazem APENAS um único curso**. Logo,

$$(90 - x) + (72 - x) = 63 + 45 = 108$$

**Gabarito:** Letra D.

E usando a fórmula? Como ficaria? **Seja I o conjunto daqueles que fazem o curso de inglês e F o conjunto formado por aqueles que fazem o curso de francês**. Se a escola tem 150 alunos e foi dito que **15 alunos não fazem nenhum dos cursos**, então:

$$n(I \cup F) = 150 - 15 = 135$$

São 135 alunos que fazem **pelo menos um dos cursos**. A questão diz ainda que:  $n(I) = 90$  e  $n(F) = 72$ .

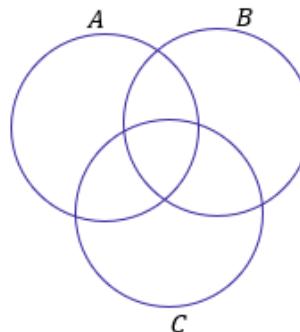
$$n(I \cup F) = n(I) + n(F) - n(I \cap F) \rightarrow 135 = 90 + 72 - n(I \cap F) \rightarrow n(I \cap F) = 27$$

Com isso, descobrimos que **27 pessoas fazem simultaneamente o curso de inglês e de francês**. A questão pede a quantidade de alunos que fazem **apenas um dos cursos**. Se 27 dos que fazem inglês também fazem francês, então  **$90 - 27 = 63$  fazem apenas inglês**. Analogamente,  **$72 - 27 = 45$  fazem apenas francês**.

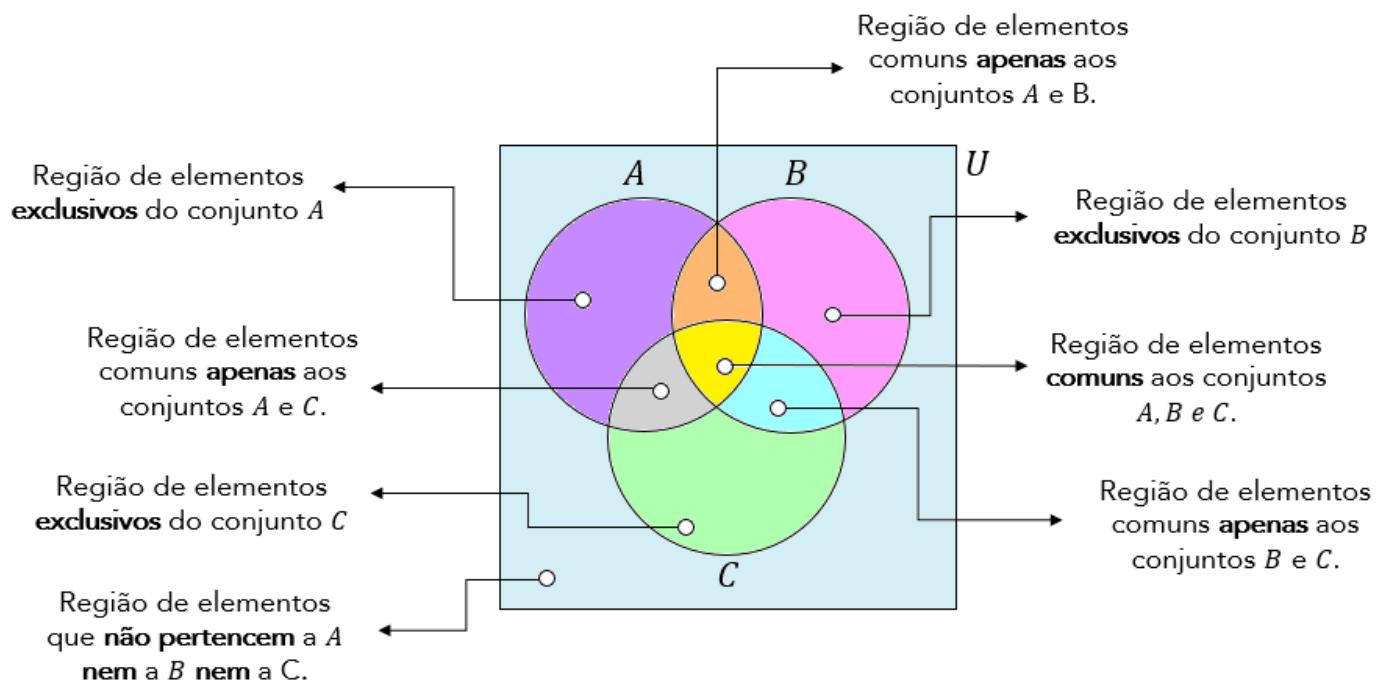
$$63 + 45 = 108 \text{ alunos}$$

## ➤ 3 Conjuntos

Imagine que você tem 3 conjuntos, **cada conjunto possui elementos em comum com os outros dois**. A situação **mais completa** que podemos imaginar está representada pelo diagrama abaixo.



Vamos fazer **uma leitura** de cada uma das regiões da figura acima?



Observe que **o número de regiões com três conjuntos aumenta bastante** em relação à análise anteriormente feita com dois. Agora, considere que **você conhece a quantidade** de elementos de cada um dos conjuntos cima, isto é,  $n(A)$ ,  $n(B)$  e  $n(C)$ .

*Como você faria para encontrar  $n(A \cup B \cup C)$  ? Será que é só somar as três quantidades? A resposta para essa pergunta é não!* Precisamos ter atenção aos **elementos que podem pertencer a mais de um conjunto**.

Segundo o Princípio da Inclusão- Exclusão, a fórmula geral que permite calcular a quantidade de elementos de um **conjunto formado pela união de outros três** é dada por:



$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

*Vamos tentar entender com ela surge?* Note que para achar a quantidade de elementos do conjunto união, primeiro **somamos individualmente as quantidades de cada um dos conjuntos**.

$$n(A) + n(B) + n(C)$$

No entanto, nós vimos que, ao fazer isso, **não estamos considerando os elementos que podem pertencer a mais de um conjunto**. Essa soma dará, certamente, uma quantidade de elementos maior do que a quantidade real. *Mas, então, o que fazer?* É preciso subtrair as quantidades dos elementos que estão nas **intersecções, evitando assim a dupla contagem**.

$$n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C)$$

Perceba que a fórmula ainda não está completa. Imagine um elemento que é **comum a todos os 3 conjuntos**, isto é, pertence a  $A \cap B \cap C$ . Esse elemento pertence tanto a  $A$ , quanto a  $B$  e a  $C$ . Quando fizemos a soma  $n(A) + n(B) + n(C)$ , **contamos ele três vezes!**

Quando fizemos a subtração  $-n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C)$  estamos **tirando ele três vezes!** **Resultado: não estamos contando os elementos de  $A \cap B \cap C$ .** Por esse motivo, **adicionamos  $n(A \cap B \cap C)$** . Logo,

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

Eu sei que a fórmula **pode parecer um pouco complicada**, mas garanto que com **um pouco de paciência e resolução de exercícios**, ela se tornará **mais amigável e bastante intuitiva!** Além disso, também ensinarei

um jeito que vocês poderão utilizar **caso não lembrem da fórmula**. Algumas vezes, no entanto, **a questão pode exigir a aplicação direta dela**. Confira o exercício abaixo.



**(IFF/2018)** Para um conjunto qualquer  $X$ ,  $n(X)$  representa a quantidade de elementos de  $X$ . Nesse sentido, considere que os conjuntos  $A$ ,  $B$  e  $C$  tenham as seguintes propriedades:

$$\begin{aligned} n(A) &= n(B) = n(C) = 50; \\ n(A \cap B) &= n(A \cap C) = n(B \cap C) = 10; \\ n(A \cap B \cap C) &= 0. \end{aligned}$$

Nessa situação,  $n(A \cup B \cup C)$  é igual a

- A) 100.
- B) 110.
- C) 120.
- D) 130.
- E) 140.

#### Comentários:

Percebam que essa questão exige apenas **a aplicação direta da fórmula** que acabamos de ver.

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

$$n(A \cup B \cup C) = 50 + 50 + 50 - 10 - 10 - 10 + 0$$

$$n(A \cup B \cup C) = 120$$

**Gabarito:** Letra C.

**(ISS-BH/2022)** Uma empresa do ramo de turismo abriu processo para a seleção de agentes de viagens. Dos 180 candidatos inscritos, 12 foram eliminados logo no início do processo por não falarem um segundo idioma, o que era pré-requisito na seleção. Dos que ficaram, sabe-se que 78 falam inglês, 20 falam inglês e espanhol, 17 falam inglês e francês, 15 falam francês e espanhol e 5 falam os três idiomas. Sendo assim, assinale a alternativa correta.

- A) A quantidade de candidatos que falam espanhol é igual a quantidade de candidatos que falam francês.
- B) 50 candidatos falam somente inglês.

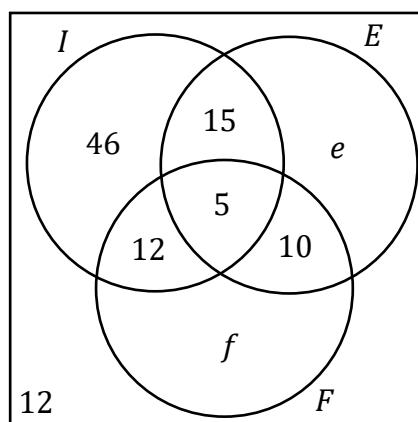
- C) 46 candidatos falam pelo menos dois idiomas.  
 D) 49 candidatos falam francês.  
 E) 126 candidatos falam somente um dos idiomas.

**Comentários:**

Primeiramente, vamos convencionar algumas coisas. Chamemos de "I" o conjunto formado por aqueles que falam inglês, de "F" o conjunto formado por aqueles que falam francês e de "E" o conjunto formado por aqueles que falam espanhol. Dito isso, vamos extrair algumas informações do enunciado.

- **78 falam inglês:**  $n(I) = 78$
- **20 falam inglês e espanhol:**  $n(I \cap E) = 20$
- **17 falam inglês e francês:**  $n(I \cap F) = 17$
- **15 falam francês e espanhol:**  $n(F \cap E) = 15$
- **5 falam os três idiomas:**  $n(F \cap E \cap I) = 5$
- **12 não falam um segundo idioma.**

Agora, vamos passar essas informações para um diagrama.



Observe que existem **algumas quantidades que não conseguimos determinar** pois o enunciado não nos forneceu essas informações de forma direta. "e" representa quantas pessoas falam **apenas espanhol** (como segundo idioma) e "f", quantas falam **apenas francês** (como segundo idioma). Ademais, sabemos que quando somamos todas essas regiões, devemos ter o total de candidatos (180).

$$46 + 5 + 15 + 12 + 10 + e + f + 12 = 180 \quad \rightarrow \quad e + f = 80$$

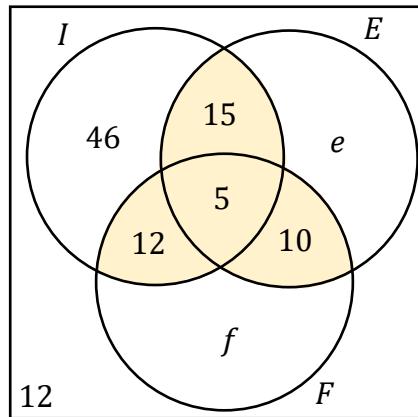
Com essas informações, vamos analisar as alternativas.

- A) A quantidade de candidatos que falam espanhol é igual a quantidade de candidatos que falam francês.  
**Errado.** Não temos informações suficientes que nos permitam concluir isso.
- B) 50 candidatos falam somente inglês.

**Errado.** Pelo diagrama que desenhamos, vemos que 46 candidatos falam apenas inglês.

C) 46 candidatos falam pelo menos dois idiomas.

**Errado.** Vamos destacar no diagrama as regiões de interesse.



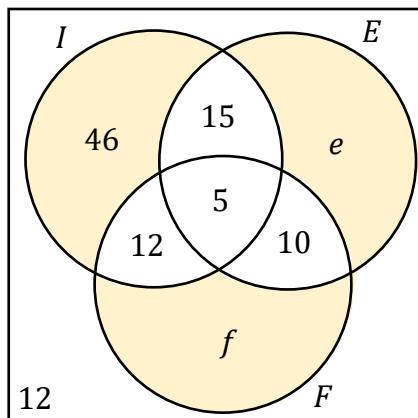
Assim, a quantidade de candidatos que falam pelo menos dois idiomas é:  $5+15+12+10=42$ .

D) 49 candidatos falam francês.

**Errado.** Pessoal, não temos informações suficientes para "cravar" quantos candidatos falam francês.

E) 126 candidatos falam somente um dos idiomas.

**Certo.** Essa aqui é nossa resposta, pessoal. Vamos destacar no diagrama as regiões que retratam a quantidade de candidatos que falam apenas um idioma.



Ora, sendo assim, a quantidade de candidatos que falam apenas um idioma é dada pela soma:  $46 + e + f$ .

Note que, apesar de não termos os valores de "e" e "f" individualmente, sabemos o valor da soma " $e + f$ ", pois já a calculamos anteriormente. Assim,  $46 + 80 = 126$ . Logo, são 126 candidatos que falam apenas 1 idioma.

**Gabarito:** LETRA E.

Em algumas questões **não precisaremos aplicar diretamente a fórmula acima**. Será necessário um trabalho mais braçal da nossa parte, para chegar à resposta. Muitas vezes a questão pede valores específicos que vão surgir de uma maneira mais fácil **se a gente for completando o diagrama de Venn** com as quantidades.

Por favor, **dê mais olhada naquele "mapa" que mostrei logo no início desse tópico**, destacando as regiões e o seu significado.



Para contar elementos em um diagrama de Venn, o primeiro passo é sempre inserir a quantidade de elementos que possui a intersecção dos três conjuntos! Depois, **partimos para as intersecções duplas** e, por fim, analisamos a quantidade de elementos exclusivos de cada conjunto. Vamos ver na prática como fazemos isso?



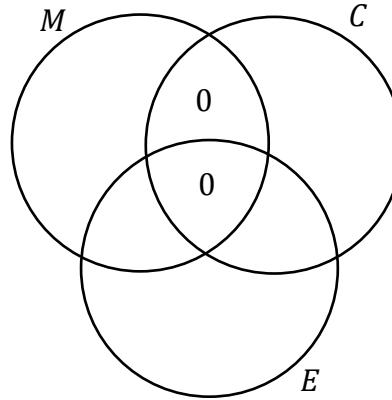
**(TRF-3/2019)** O número de matriculados nas disciplinas de Cálculo, Estatística e Microeconomia é 150. Sabe-se que 12 deles cursam simultaneamente Microeconomia e Estatística, e que 80 deles cursam somente Cálculo. Os alunos matriculados em Microeconomia não cursam Cálculo. Se a turma de Cálculo tem 96 alunos e a de Estatística, 35, o número de alunos na turma de Microeconomia é

- A) 12.
- B) 47.
- C) 7.
- D) 28.
- E) 23.

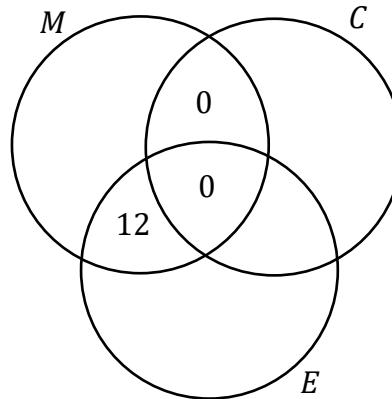
#### Comentários:

Nosso **conjunto universo é formado por 150 alunos** que estão matriculados em três disciplinas: Cálculo ( $C$ ), Estatística ( $E$ ) e Microeconomia ( $M$ ). Lembre-se de que nesse tipo de questão, nossa abordagem sempre é **começar pela intersecção dos três conjuntos**, depois, partimos para **as intersecções dois a dois** e por fim, para as regiões isoladas. Comece se perguntando: *qual a quantidade de alunos que cursam as 3 disciplinas?*

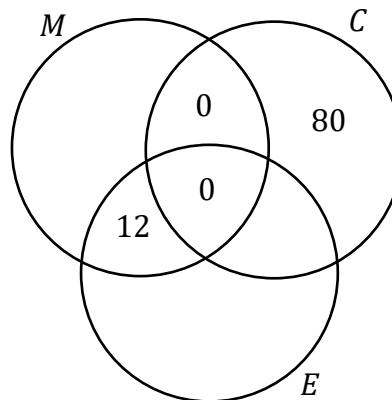
**A resposta será zero!** Veja que, de acordo com o enunciado, **não existem alunos que são matriculados em Microeconomia e Cálculo ao mesmo tempo**. Sendo assim, se não existe aluno matriculado nas duas, **não pode ter aluno matriculado nas 3**.



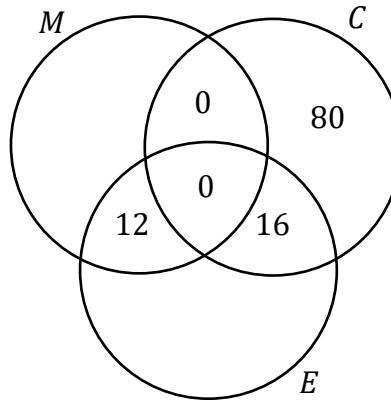
Sabemos ainda que **12 deles cursam simultaneamente Microeconomia e Estatística.**



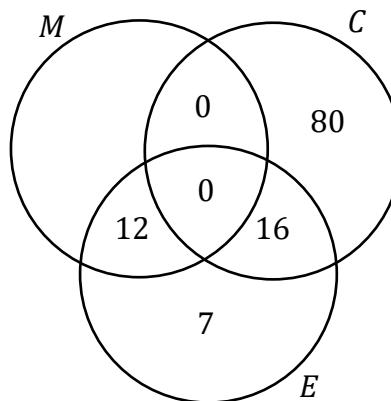
**80 deles cursam SOMENTE cálculo.**



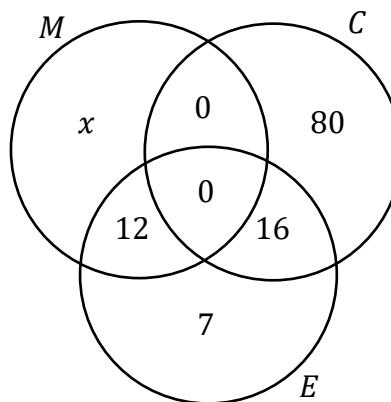
Como temos 80 alunos que fazem somente Cálculo, então **devemos ter 16 alunos que fazem Cálculo e Estatística para poder completar os 96 alunos da turma.**



São **35 alunos de Estatística** e no diagrama temos  $12 + 16 = 28$ . Logo, **7 alunos cursam somente Estatística**.



Seja  $x$  a quantidade de alunos que fazem **apenas Microeconomia**.



A quantidade de alunos elencadas nos diagramas acima deve **totalizar os 150 alunos dos 3 cursos**.

$$x + 12 + 0 + 0 + 7 + 16 + 80 = 150$$

$$x + 115 = 150$$

$$x = 35$$

Cuidado aqui! **35 é a quantidade de alunos que fazem APENAS Microeconomia.** Para descobrir o total de alunos de Microeconomia devemos somar com aqueles que também fazem Estatística (12). Logo,

$$n(M) = 35 + 12 \quad \rightarrow \quad n(M) = 47$$

**Gabarito:** Letra B.

# QUESTÕES COMENTADAS

## Introdução à Teoria dos Conjuntos

### FGV

**1. (FGV/PREF. SALVADOR/2019)** Em uma classe de 20 estudantes, 12 são meninas. Além disso, dos 20 estudantes, 15 gostam de Matemática. É correto concluir que

- a) nenhuma menina gosta de Matemática.
- b) todas as meninas gostam de Matemática.
- c) no máximo 7 meninas gostam de Matemática.
- d) no mínimo 7 meninas gostam de Matemática.
- e) exatamente 7 meninas gostam de Matemática.

#### Comentários:

Temos 20 estudantes e 12 são meninas. **Consequentemente, 8 serão meninos.** Depois, o enunciado afirma que 15 estudantes gostam de matemática. Vamos fazer uma análise item a item.

- a) nenhuma menina gosta de Matemática.

**ERRADO.** Galera, temos 15 estudantes que gostam de matemática e apenas 8 meninos. Com isso, certamente há meninas que gostam de matemática.

- b) todas as meninas gostam de Matemática.

**ERRADO.** Não conseguimos concluir isso com as informações do enunciado. Veja que temos 15 estudantes de que gostam de matemática e 12 meninas. Logo, poderíamos ter as 12 meninas gostando de matemática mais 3 meninos. Acontece que, **isso não é necessariamente verdade.** Note que não há problema algum serem também 10 meninas e 5 meninos, por exemplo.

- c) no máximo 7 meninas gostam de Matemática.

**ERRADO.** Podemos inclusive ter as 12 meninas gostando de matemática. **Não há essa restrição superior.**

- d) no mínimo 7 meninas gostam de Matemática.

**CERTO.** Imagine que apenas 6 meninas gostem de matemática. Com isso, **precisaríamos de 9 meninos (para fechar os 15 que gostam).** Sabemos, no entanto, que **só temos 8 meninos.** Logo, a quantidade mínima de meninas que gostam de matemática **deve ser 7.** Assim, ficamos na condição limite em que todos os meninos gostam de matemática. Tudo certo?!

- e) exatamente 7 meninas gostam de Matemática.

**ERRADO.** Há um limite mínimo de meninas, mas **não temos informação suficiente** para falar exatamente quantas meninas gostam de matemática.

**Gabarito:** LETRA D.

**2. (FGV/PREF. OSASCO/2014)** Na matemática, as coleções são chamadas de conjuntos. Se uma coleção tem apenas um elemento, ela é dita um conjunto unitário. Um exemplo de conjunto unitário é a coleção formada pelos números que são:

- a) ao mesmo tempo, divisores de 4 e 9;
- b) divisores de 4;
- c) divisores de 9;
- d) maiores que 4 e menores que 9;
- e) formados pelos algarismos 4 e 9.

**Comentários:**

Queremos um conjunto que possua apenas um elemento. Vamos analisar cada uma das alternativas.

- a) ao mesmo tempo, divisores de 4 e 9;

**CERTO.** O único número que é divisor, ao mesmo tempo de 4 e 9, **é o número 1**. Portanto, esse conjunto tem apenas um elemento e é considerado unitário.

- b) divisores de 4;

**ERRADO.** São divisores de 4:  $D(4) = \{1, 2, 4\}$ . Note que **temos 3 elementos**, portanto, não é o conjunto unitário que estamos procurando.

- c) divisores de 9;

**ERRADO.** São divisores de 9:  $D(9) = \{1, 3, 9\}$ . Note que **temos 3 elementos**, portanto, não é o conjunto unitário que estamos procurando.

- d) maiores que 4 e menores que 9;

**ERRADO.** Se considerarmos apenas **os números inteiros entre 4 e 9**, vamos ter:  $\{5, 6, 7, 8\}$ . Portanto, está longe de ser o conjunto unitário que estamos procurando.

- e) formados pelos algarismos 4 e 9.

**ERRADO.** Pessoal, **podemos formar infinitos números com os algarismos 4 e 9**. Entre eles, posso citar 49, 94, 449, 494, etc.

**Gabarito:** LETRA A.

**3. (FGV/PREF. OSASCO/2014) Conjunto é o nome dado, na Matemática, a qualquer coleção. Entretanto, uma coleção pode não ter elementos. Nesse caso, diz-se que esse é um conjunto vazio. Um exemplo de conjunto vazio é a coleção:**

- a) de meses do ano que começam pela letra J;
- b) de dias da semana que começam pela letra T;
- c) dos números que são, ao mesmo tempo, pares e ímpares;
- d) dos números menores que 10 e maiores que 6;
- e) das pessoas brasileiras que são casadas.

**Comentários:**

Vamos procurar uma coleção que não possua elementos. Devemos analisar alternativa por alternativa.

- a) de meses do ano que começam pela letra J;

**ERRADO.** Temos vários meses que começam pela letra J: **Janeiro, Junho e Julho.**

- b) de dias da semana que começam pela letra T;

**ERRADO.** Terça-feira é um dia da semana que começa pela letra T. Portanto, uma coleção formada por esses dias **não é vazia**.

- c) dos números que são, ao mesmo tempo, pares e ímpares;

**CERTO.** Não existe nenhum número que seja ao mesmo tempo par ou ímpar. **Ou é ímpar, ou é par.** Portanto, um conjunto formado por esses números seria vazio.

- d) dos números menores que 10 e maiores que 6;

**ERRADO.** Considerando apenas o conjunto dos inteiros, os números que são menores que 10 e maiores que 6 são: **7, 8 e 9.** Portanto, **não é um conjunto vazio.**

- e) das pessoas brasileiras que são casadas.

**ERRADO.** Muitos brasileiros são casados. Portanto, **não seria um conjunto vazio.**

**Gabarito:** LETRA C.

**4. (FGV/CODEBA/2010) Sejam  $A = \{0, 1, 2, 3\}$  e  $B = \{0, 2, 4\}$  dois conjuntos. Com relação aos conjuntos A e B, analise as afirmativas a seguir:**

- I.  $B \subset A$
- II.  $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$
- III.  $A \cap B = \{0, 2\}$

**Está(ão) correta(s) somente**

- a) I.

- b) II.
- c) III.
- d) I e II.
- e) II e III.

#### Comentários:

Devemos analisar cada afirmativa.

I.  $B \subset A$

**ERRADO.** Para que B estivesse contido em A, **todos os seus elementos também devem ser elementos de A.**

Note que **B possui o elemento 4, enquanto A não possui**. Logo, B não pode estar contido em A.

II.  $A \cup B = \{0,1,2,3,4\}$

**CERTO.** A união dos dois conjuntos é a **reunião de seus elementos**. Assim, quando juntamos "todo mundo", realmente ficamos com  $A \cup B = \{0,1,2,3,4\}$ .

III.  $A \cap B = \{0,2\}$

**CERTO.** A intersecção é formada pelos **elementos em comum dos dois conjuntos**. Perceba que o 0 e o 2 são os elementos que estão nos dois conjuntos, ao mesmo tempo. Portanto, é correto dizer que  $A \cap B = \{0,2\}$ .

**Gabarito:** LETRA E.

**5. (FGV/BADESC/2010)** Dado um conjunto A, chamamos subconjunto próprio não vazio de A a qualquer conjunto que pode ser formado com parte dos elementos do conjunto A, desde que:

- algum elemento de A seja escolhido;
- não sejam escolhidos todos os elementos de A.

**Sabemos que a quantidade de subconjuntos próprios não vazios de A é 14. A quantidade de elementos de A é igual a:**

- a) 4
- b) 5
- c) 6
- d) 7
- e) 8

#### Comentários:

Estudamos que o número de subconjuntos é dado por uma relação bem conhecida:

$$\text{Número de Subconjuntos de } B = 2^n$$

Aqui,  $n$  representa a quantidade de elementos de  $A$ . Por exemplo! Considere que  $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ . Nessa situação, **o conjunto A tem 5 elementos**, portanto, o número de subconjuntos seria:

$$\text{Número de Subconjuntos de } B = 2^n$$

$$\text{Número de Subconjuntos de } B = 2^5$$

$$\text{Número de Subconjuntos de } B = 32$$

Logo,  $A$  tem 32 subconjuntos. Agora, vamos entender a questão em si. O enunciado fala de subconjunto próprio. Esse subconjunto obedece duas propriedades.

**- algum elemento de  $A$  seja escolhido;**

Em outras palavras, o enunciado está dizendo que para ser um subconjunto próprio, o subconjunto não pode estar vazio, é preciso ter pelo menos um elemento.

**- não sejam escolhidos todos os elementos de  $A$ .**

Em outras palavras, o enunciado está dizendo que para ser um subconjunto próprio, o subconjunto não pode coincidir com o  $A$ .

Logo, se temos 14 subconjuntos próprios **devemos somar mais 2 subconjuntos, para obter a quantidade total, calculada pela fórmula**. Se  $A$  tem 14 subconjuntos próprios, então ele tem  $14 + 2 = 16$  subconjuntos ao total. Assim,

$$\text{Número de Subconjuntos de } A = 2^n$$

$$16 = 2^n$$

$$n = 4.$$

Assim,  $A$  tem 4 elementos.

**Gabarito:** LETRA A.

**6. (FGV/ALESP/2002)** São dados os conjuntos:  $D$  = divisores de 24 (divisores positivos),  $M$  = múltiplos de 3 (múltiplos positivos),  $S = D \cap M$  e  $n$  = números de subconjuntos de  $S$ . Portanto,  $n$  é igual a:

- a) 64
- b) 16
- c) 32
- d) 8

**Comentários:**

Vamos listar os divisores de 24:

$$D(24) = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$$

Agora, vamos começar a listar os múltiplos positivos de 3.

$$M(3) = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, \dots\}$$

Note que já deixei marcado os **elementos em comum aos dois conjuntos**. Assim,

$$S = D \cap M = \{3, 6, 12, 24\}$$

Portanto, S tem 4 elementos. Na teoria, vimos que **o número de subconjuntos** de um conjunto é dado por:

$$\text{Número de subconjuntos de } S = 2^{n(S)}$$

$$\text{Número de subconjuntos de } S = 2^4$$

$$\text{Número de subconjuntos de } S = 16$$

**Gabarito:** LETRA B.

## QUESTÕES COMENTADAS

### União, Intersecção, Complementar e Diferença

#### CEBRASPE

1. (CESPE/COGE-CE/2019) Segundo o portal [cearatransparente.ce.gov.br](http://cearatransparente.ce.gov.br), em 2018, dos 184 municípios do estado do Ceará, 4 celebraram exatamente 1 convênio com o governo estadual, 22 celebraram exatamente 2 convênios com o governo estadual, e 156 celebraram 3 ou mais convênios com o governo estadual. De acordo com o texto, se, para cada  $j = 0, 1, 2, \dots, M_j$  for o conjunto dos municípios cearenses que celebraram, pelo menos,  $j$  convênios com o governo estadual, então o conjunto dos municípios que não celebraram nenhum convênio com o governo do estado será representado pelo conjunto

- A)  $M_0$
- B)  $M_1 - M_0$
- C)  $M_1 \cap M_0$
- D)  $M_0 - M_1$
- E)  $M_0 \cup M_1$

#### Comentários:

Se  $M_j$  representa o conjunto dos municípios que celebraram, pelo menos,  $j$  convênios,  **$M_0$  é o conjunto dos municípios que celebram, pelo menos, "zero convênios**. Em outras palavras, basicamente todos os municípios estão inseridos nesse conjunto, pois **incluem aqueles que não fazem nenhum convênio e aqueles que fazem qualquer número**.

Para obter o conjunto dos municípios que não celebraram nenhum convênio, **devemos retirar do conjunto  $M_0$  todos os municípios que celebram 1 ou mais convênios**. Isso é representado por  $M_0 - M_1$ .

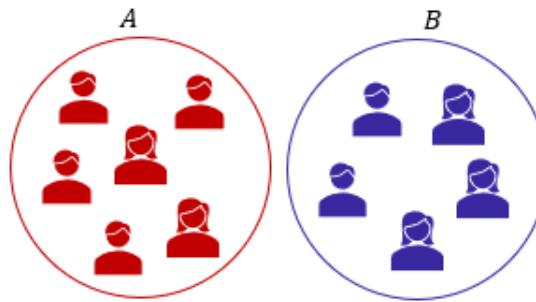
**Gabarito:** LETRA D.

2. (CESPE/TRF-1/2017) Em uma reunião de colegiado, após a aprovação de uma matéria polêmica pelo placar de 6 votos a favor e 5 contra, um dos 11 presentes fez a seguinte afirmação: "Basta um de nós mudar de ideia e a decisão será totalmente modificada." Considerando a situação apresentada e a proposição correspondente à afirmação feita, julgue o próximo item.

Se A for o conjunto dos presentes que votaram a favor e B for o conjunto dos presentes que votaram contra, então o conjunto diferença  $A \setminus B$  terá exatamente um elemento.

#### Comentários:

É possível representar os conjuntos A e B conforme o diagrama abaixo.



Observe que **não há intersecção entre A e B**, pois, **uma mesma pessoa não pode pertencer aos dois conjuntos**. Isso ocorre devido a impossibilidade de se votar a favor e contra simultaneamente. Portanto, sabemos que quando **A e B são disjuntos, então temos que  $A \setminus B = A$** . Como A tem seis elementos, então  $A \setminus B$  terá também seis elementos e **não apenas um**, como indica o item.

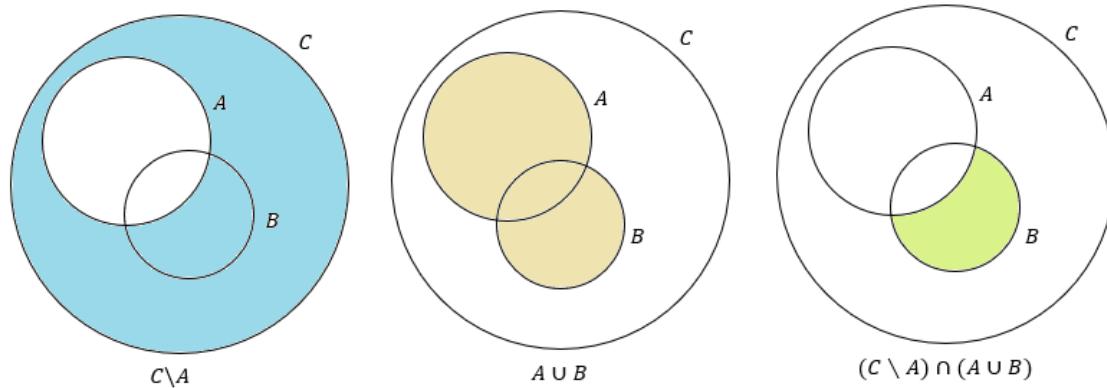
**Gabarito:** ERRADO.

**3. (CESPE/INSS/2015) Julgue o item a seguir, relativos a raciocínio lógico e operações com conjuntos.**

Se  $A, B$  e  $C$  forem conjuntos quaisquer tais que  $A, B \subset C$ , então  $(C \setminus A) \cap (A \cup B) = C \cap B$ .

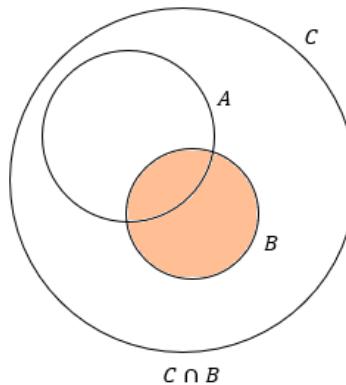
**Comentários:**

Na minha opinião, a melhor forma de resolver esse tipo de exercício é por meio de desenhos. No entanto, antes de trazer qualquer imagem, gostaria de lembrar que  $C \setminus A$  é a mesma coisa que  $C - A$ . Logo, **são os elementos de C que não são elementos de A**.



Olhem a figura acima. Veja que **A e B estão dentro de C pois o enunciado informa que  $A, B \subset C$** . Como o enunciado não fala se A e B são disjuntos, podemos considerar que eles possuem uma intersecção entre si, conforme a imagem. **A região pintada corresponde exatamente ao resultado da operação.**

Por exemplo,  **$C \setminus A$  está representada por toda região de azul.**  $A \cup B$  por toda a região marrom. Por fim, quando tiramos a intersecção desses dois conjuntos, ficamos com a área verde. Esse é o lado esquerdo da equação do enunciado. Para que a equação seja verdadeira, **o lado direito deve representar exatamente a mesma região.** No entanto, note que:



Veja que **as regiões são diferentes** e, portanto, **a equação não bate**. Logo, o item está incorreto.

**Obs.:** Para a equação ser verdadeira **A e B devem ser disjuntos.** Como exercício, mostre esse fato! Basta observar as áreas, considerando que A e B não possuem intersecção.

**Gabarito:** ERRADO.

**(SUFRAMA/2014) Texto para as próximas questões**

Para o conjunto  $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ , se A for um subconjunto de  $\Omega$ , indique por  $S(A)$  a soma dos elementos de A e considere  $S(\emptyset) = 0$ . Nesse sentido, julgue o item a seguir.

**4. (CESPE/SUFRAMA/2014) Se A e B forem subconjuntos de  $\Omega$ , tais que  $A \subset B$ , então  $0 \leq S(A) \leq S(B) \leq 55$ .**

**Comentários:**

$S(A)$  representa **a soma dos elementos de A**. Por exemplo, se  $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ , então:

$$S(\Omega) = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 55$$

Você concorda que qualquer subconjunto de  $\Omega$  vai apresentar uma soma menor ou igual a 55? Por exemplo, considere que  $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ . Note que B é um subconjunto de  $\Omega$ . Assim,

$$S(B) = 1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25$$

**Não tem como** escolher um subconjunto de  $\Omega$  e a soma dos elementos dele **fornecer um resultado maior** que a soma dos elementos de  $\Omega$ . Concorda? Da mesma forma, se pegarmos um subconjunto de B, digamos A, **a soma dos elementos de A vai ser menor ou igual a soma dos elementos de B**. Por exemplo, se  $A = \{1, 3\}$ , então:

$$S(A) = 1 + 3 = 4$$

Veja que é bem menor que 25. Com esse raciocínio, é possível ver que o enunciado trouxe um desigualdade verdadeira. Note que **se houvessem números negativos em  $\Omega$** , não poderíamos ter feito as conclusões que fizemos aqui. Logo, item correto.

**Gabarito:** CERTO.

**5. (CESPE/SUFRAMA/2014)** Se  $A \subset \Omega$ , e se  $\Omega \setminus A$  é o complementar de A em  $\Omega$ , então  $S(\Omega \setminus A) = S(\Omega) - S(A)$ .

**Comentários:**

Gostaria de chamar atenção ao fato de que A é um subconjunto de  $\Omega$ . Se  $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ , então o conjunto A poderá ser  $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ . Assim, **o complementar de A em  $\Omega$  será os elementos de  $\Omega$  que não estão em A**, isto é:

$$\Omega \setminus A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

Se **S(A)** é a soma dos elementos de A, ficamos com

$$S(\Omega) = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 55$$

$$S(A) = 2 + 4 + 6 + 8 + 10 = 30$$

$$S(\Omega \setminus A) = 1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25$$

Logo, veja que:

$$S(\Omega \setminus A) = S(\Omega) - S(A)$$

Conforme o item trouxe.

**Gabarito:** CERTO.

**6. (CESPE/SUFRAMA/2014)** É possível encontrar conjuntos A e B, subconjuntos de  $\Omega$ , disjuntos, tais que  $A \cup B = \Omega$  e  $S(A) = S(B)$ .

**Comentários:**

Nada disso, pessoal. O primeiro passo é perceber que a  $S(\Omega) = 55$  é um número ímpar. Dessa forma, como queremos quebrar  $\Omega$  em dois subconjuntos A e B, tais que  $A \cup B = \Omega$  e  $S(A) = S(B)$ . Então, teríamos que ter:

$$\begin{aligned} S(A) + S(B) &= S(\Omega) = 55 \\ S(A) + S(A) &= 55 \\ 2 \cdot S(A) &= 55 \quad \rightarrow \quad S(A) = 27,5 \end{aligned}$$

Veja que a soma dos elementos de A, **teria que dar um número "quebrado"**. O problema é que A é um subconjunto de  $\Omega$  e  $\Omega$  é formado só por números naturais!! Não tem como somar números naturais e obter um número quebrado, concorda? Logo, **não é possível**.

**Gabarito:** ERRADO.

**(PF/2014) Texto para as próximas questões**

Considere que, em um conjunto S de 100 servidores públicos admitidos por concurso público, para cada  $x = 1, 2, 3, \dots$ ,  $S_x$  seja o subconjunto de S formado pelos servidores que prestaram exatamente x concursos até que no concurso de número x foram aprovados pela primeira vez; considere, ainda, que  $N_x$  seja a quantidade de elementos de  $S_x$ . A respeito desses conjuntos, julgue os itens a seguir.

**7. (CESPE/PF/2014) O conjunto  $S_1 \cup S_2 \cup S_3 \cup \dots$  contém todos os servidores do conjunto S.****Comentários:**

Pessoal, eu sei que o enunciado pode ser um pouco confuso mesmo. Mas, vamos esclarecer-lo, dando nomes aos bois. **S é um conjunto de 100 servidores**.  $S_x$  é um subconjunto de S que contém aqueles que prestaram exatamente x concursos até serem aprovados. Por exemplo,

- Ana passou no seu **primeiro concurso**. Logo,  $Ana \in S_1$
- Beatriz passou depois de ter feito **dois concursos**. Logo,  $Beatriz \in S_2$ .
- Clara passou em seu **terceiro concurso**. Logo,  $Clara \in S_3$ .
- E assim, sucessivamente...

Veja que **cada servidor está necessariamente em um desses conjuntos**. Cada um possui sua história e sabe quantos concursos teve que fazer para ser aprovado. Assim, concorda que **quando fizermos a união de todos esses conjuntos vamos ter a totalidade de servidores?**

Alguns servidores passaram no primeiro concurso, outros no segundo, outros terceiro... Quando juntamos todo mundo devemos ter a totalidade dos servidores. Dessa forma, **o item encontra-se correto**.

**Gabarito:** CERTO.

**8. (CESPE/PF/2014)** Existem dois números inteiros,  $a$  e  $b$ , distintos e positivos, tais que  $S_a \cap S_b$  é não vazio.

**Comentários:**

Galera,  $S_x$  é um subconjunto de  $S$  que contém aqueles que prestaram **exatamente**  $x$  concursos até serem aprovados. A palavra "exatamente" desempenha um papel muito importante. Pois, se Ana passou no primeiro concurso que fez, **ela pertencerá a  $S_1$  e somente  $S_1$** .

Ana não pode pertencer a  $S_2$ , uma vez que esse conjunto contém apenas aqueles que passaram depois de terem feito **exatamente 2 concursos**. Ana não é um desses casos. Portanto, perceba que **nunca teremos um servidor que estará em dois ou mais subconjuntos  $S_x$** . Sendo assim, **a intersecção deles será sempre vazia**, contrariando as informações do enunciado.

**Gabarito:** ERRADO.

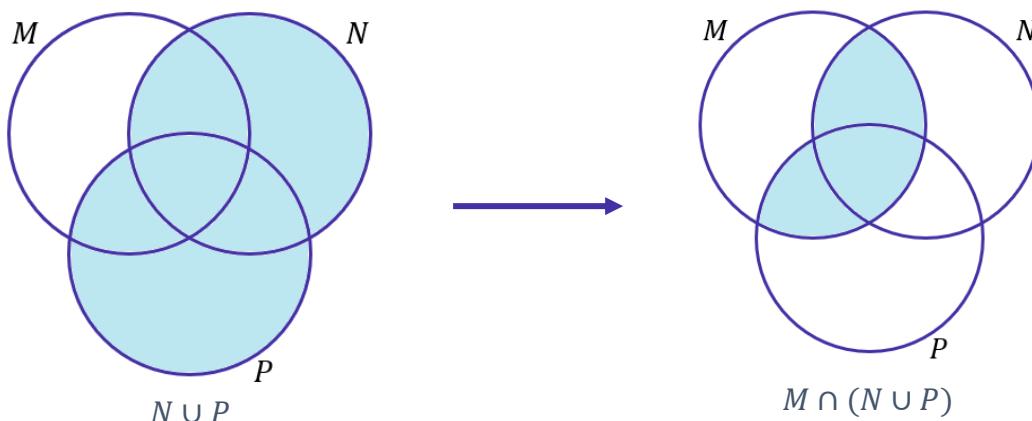
## CESGRANRIO

**9. (CESGRANRIO/BR/2015)** Dados três conjuntos  $M$ ,  $N$  e  $P$ , tem-se que o conjunto  $M \cap (N \cup P)$  é igual ao conjunto

- a)  $M \cap (N \cap P)$
- b)  $M \cap (N \cup P)$
- c)  $M \cup (N \cap P)$
- d)  $(M \cap N) \cup (M \cap P)$
- e)  $(M \cup N) \cap (M \cup P)$

**Comentários:**

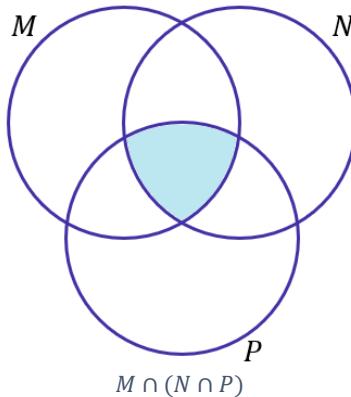
Vamos resolver o problema desenhando diagramas. Para começar, desenhe a região que o conjunto do enunciado representa. Depois, compare ela com cada um dos conjuntos do enunciado.



A região da direita é a que vamos buscar nas alternativas. Observe que primeiro desenhamos NUP, para depois desenhar  $M \cap (N \cap P)$ . Fomos por partes, e, sempre que possível, procederemos assim.

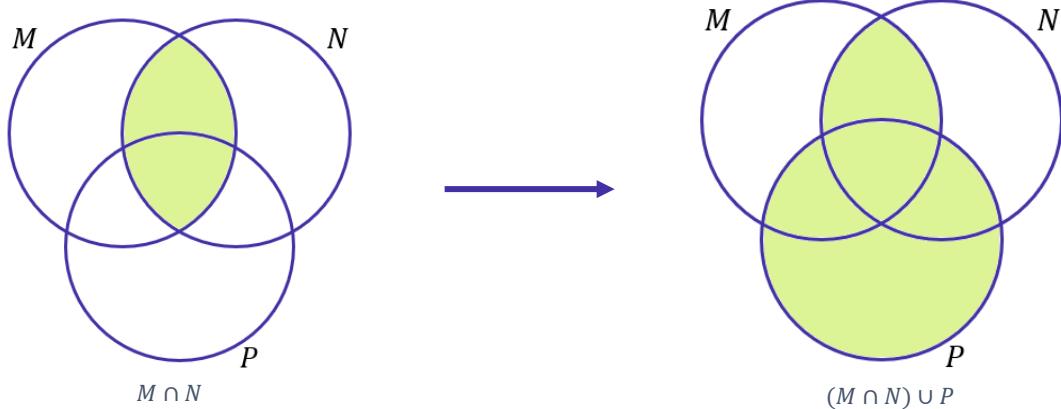
a)  $M \cap N \cap P$

Alternativa incorreta. Note que  $M \cap N \cap P$  é exatamente a intersecção dos três conjuntos.



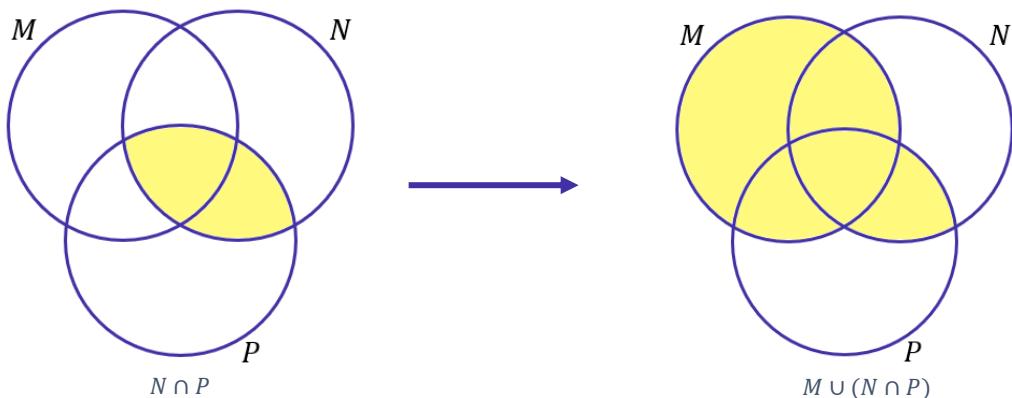
b)  $(M \cap N) \cup P$

Alternativa incorreta.



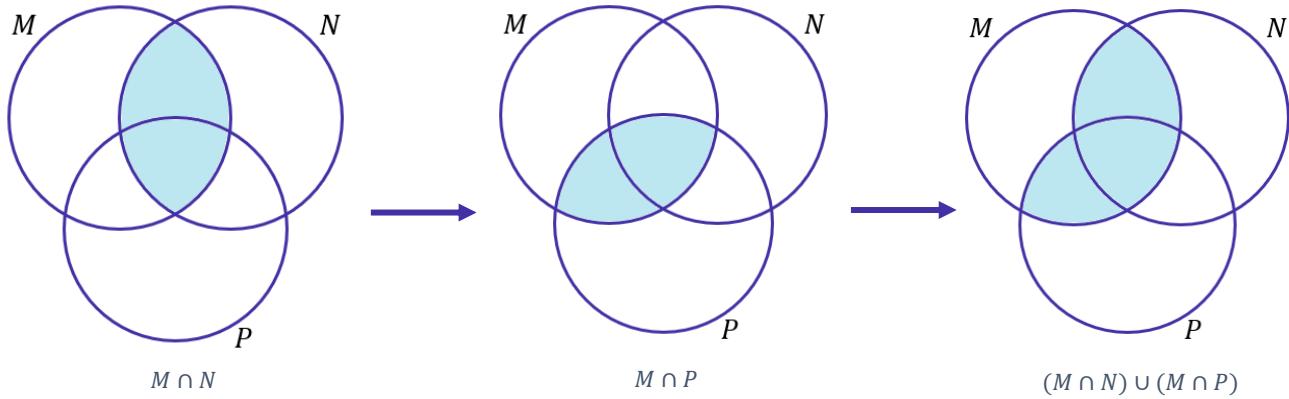
c)  $M \cup (N \cap P)$

Alternativa incorreta.



d)  $(M \cap N) \cup (M \cap P)$

Alternativa correta.

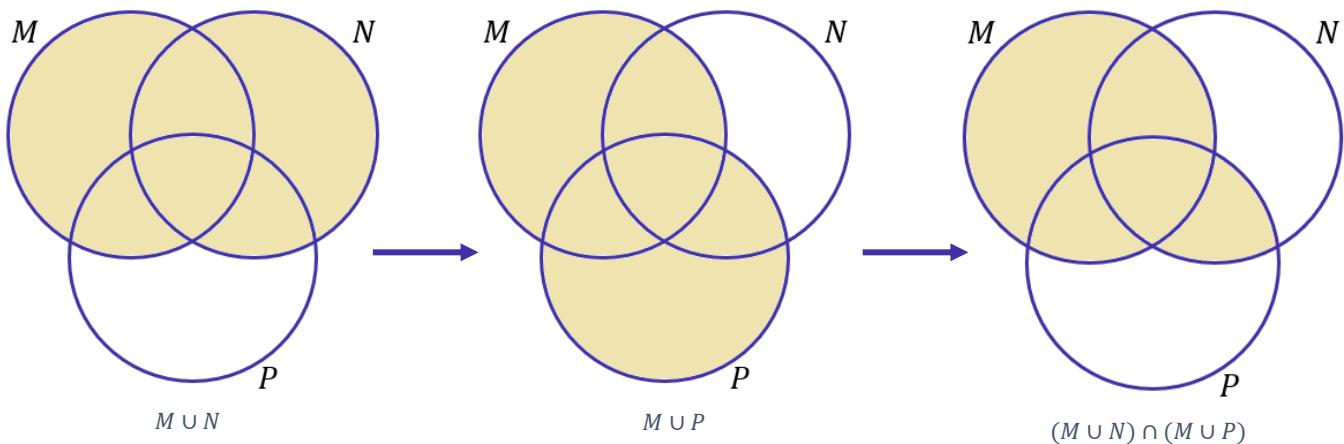


Veja que após os desenhos, a região obtida é igual ao conjunto proposto do enunciado. Desse modo, podemos escrever sem receio que:

$$M \cap (N \cup P) = (M \cap N) \cup (M \cap P)$$

e)  $(M \cup N) \cap (M \cup P)$

Alternativa incorreta.



Gabarito: LETRA D.

10. (CESGRANRIO/BASA/2014) O conjunto diferença  $X - Y$ , entre dois subconjuntos  $X$  e  $Y$  de um mesmo conjunto universo  $U$ , é definido por:

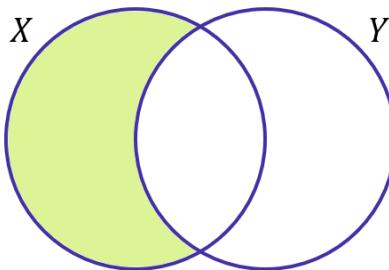
$$X - Y = \{u \in U / u \in X \text{ e } u \notin Y\}$$

Considere três subconjuntos,  $A$ ,  $B$  e  $C$ , do mesmo conjunto Universo  $U$ . O conjunto  $A - (B \cap C)$  é igual ao conjunto

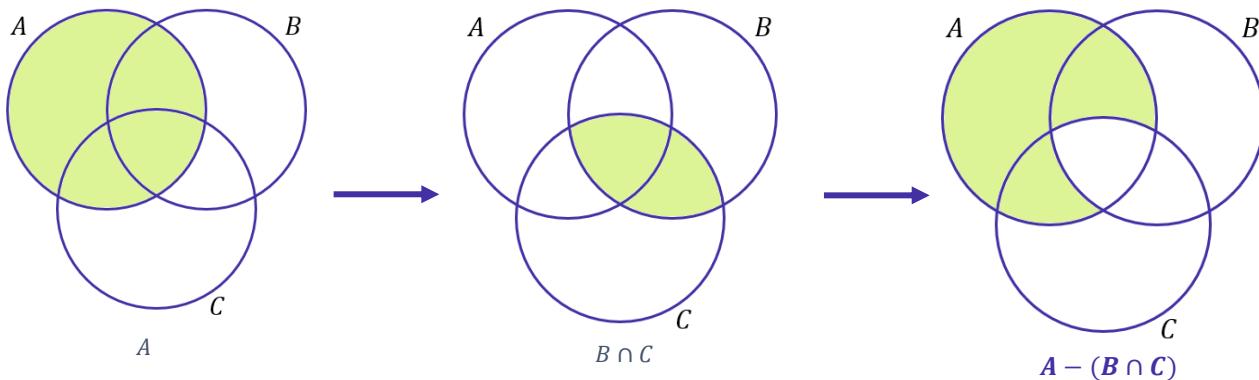
- a)  $(A - B) \cap (A - C)$ .
- b)  $(A - B) \cup (A - C)$ .
- c)  $(A - B) \cap C$ .
- d)  $(A - B) \cup C$ .
- e)  $(A - B) - C$ .

**Comentários:**

Essa é uma questão parecida com a anterior, mas que envolve o conjunto diferença. O conjunto  $X - Y$  vai trazer todos aqueles elementos que são de  $X$  mas não são de  $Y$ . Em diagramas, ele é representado por:



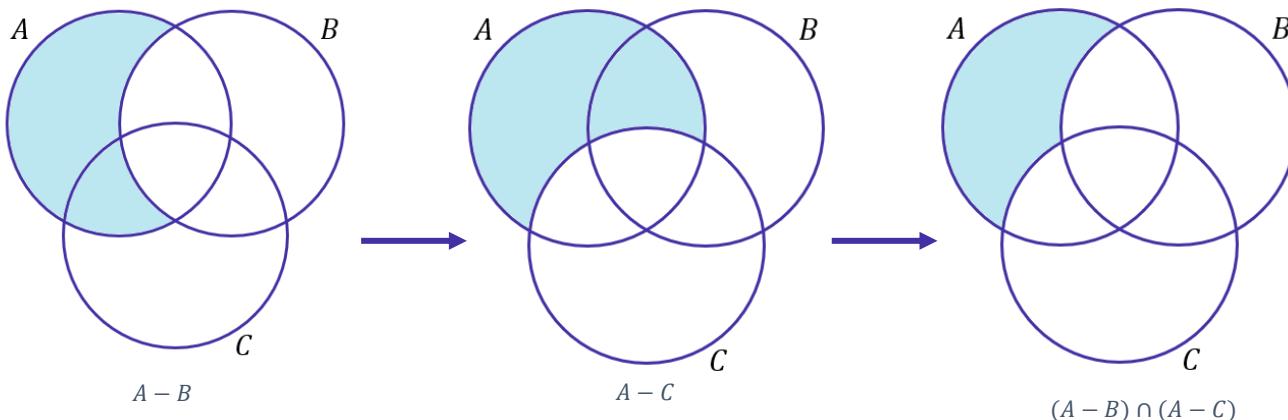
Vamos proceder de forma muito semelhante à questão anterior. Primeiro, identificando a região representativa do conjunto do enunciado, depois vamos analisar as alternativas em busca de uma igual. O enunciado trouxe o conjunto  $A - (B \cap C)$ .



Agora vamos analisar as alternativas.

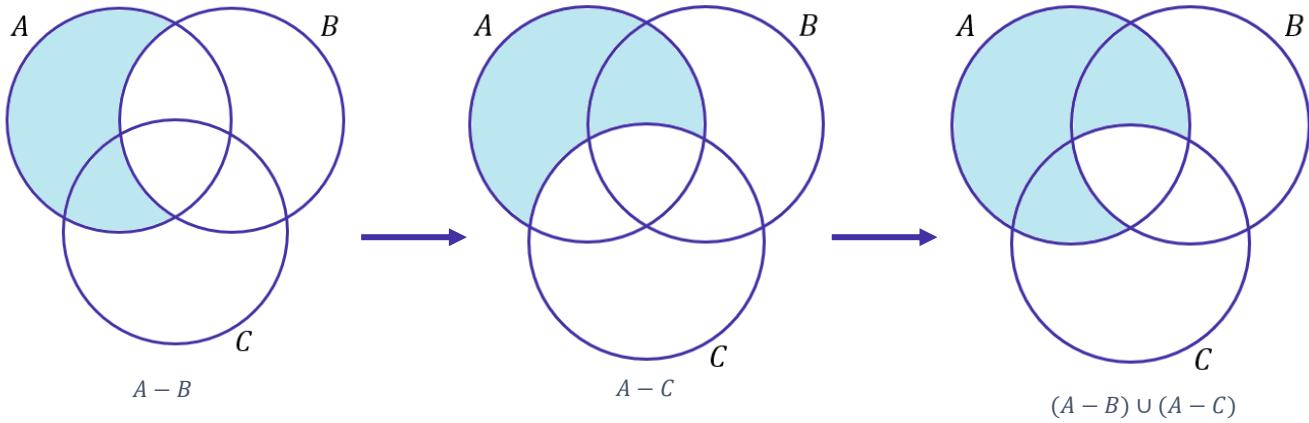
a)  $(A - B) \cap (A - C)$ .

Alternativa incorreta.



b)  $(A - B) \cup (A - C)$ .

Alternativa correta.

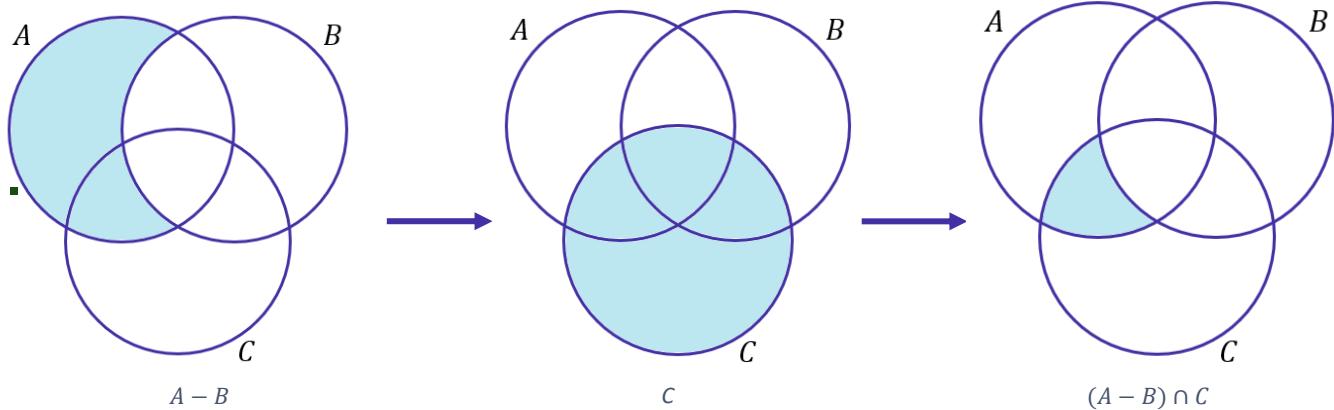


Veja que é exatamente a mesma região do enunciado e, por esse motivo, podemos escrever que:

$$A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C).$$

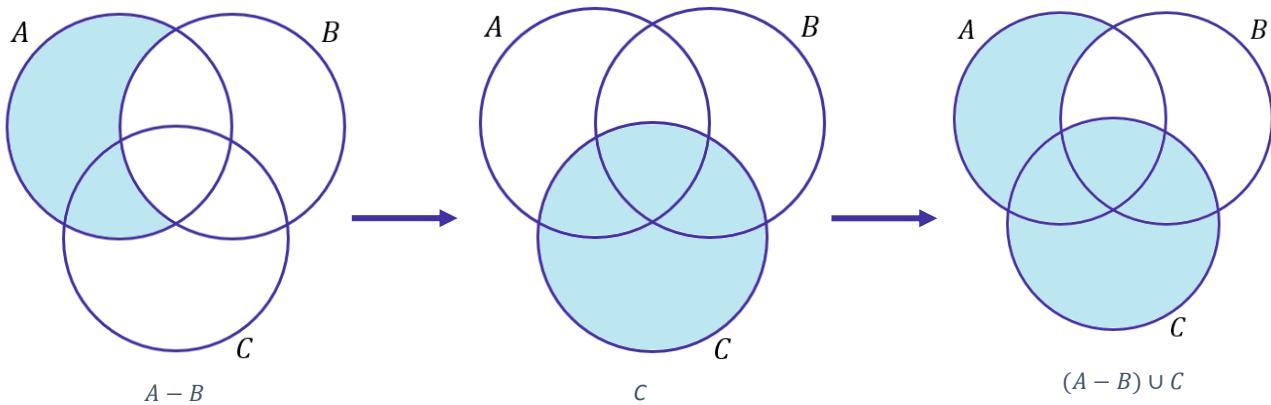
c)  $(A - B) \cap C$ .

Alternativa incorreta.



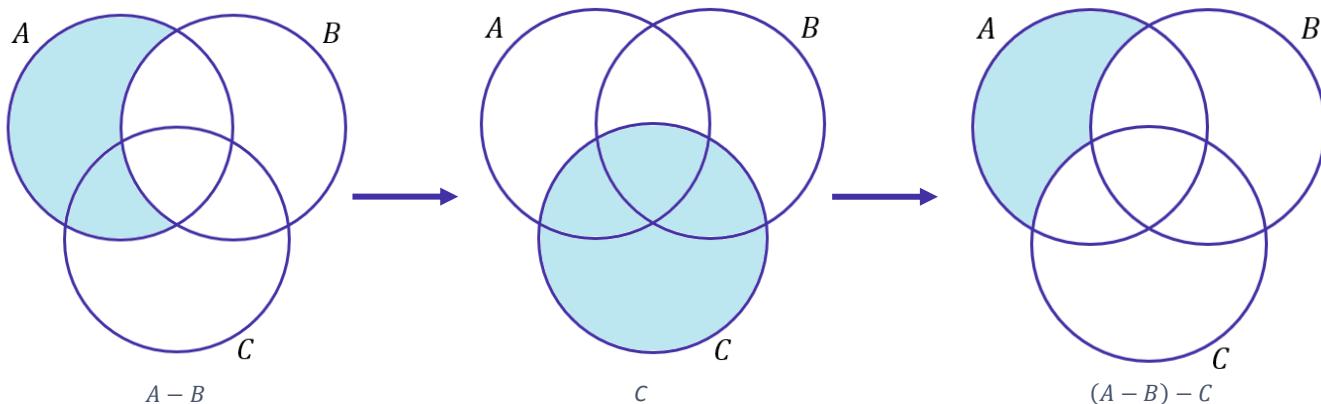
d)  $(A - B) \cup C$ .

Alternativa incorreta.



e)  $(A - B) - C$ .

Alternativa incorreta.

**Gabarito:** LETRA B.

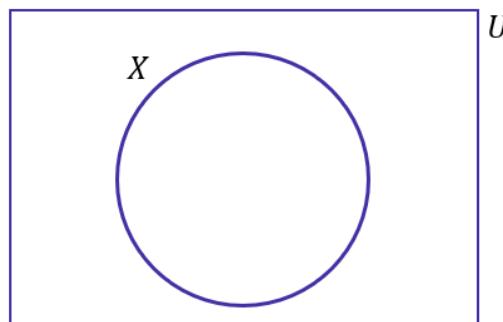
11. (CESGRANRIO/TRANSPETRO/2011) Considere um conjunto  $U$ , do qual  $X$  é um subconjunto não vazio e próprio. Seja  $Y$  o complemento do complemento de  $X$  (os complementos sendo considerados em relação a  $U$ ). Então, a

- a) união de  $X$  e  $Y$  é igual a  $U$ .
- b) diferença de  $X$  e  $Y$  é igual a  $U$ .
- c) intercessão de  $X$  e  $Y$  é vazia.
- d) intercessão de  $X$  e  $Y$  é igual a  $U$ .
- e) intercessão de  $X$  e  $Y$  é igual a  $X$ .

#### Comentários:

Essa é uma questão bem estilo pegadinha. O aluno com certeza ficaria com uma pulga atrás da orelha (rsrs).

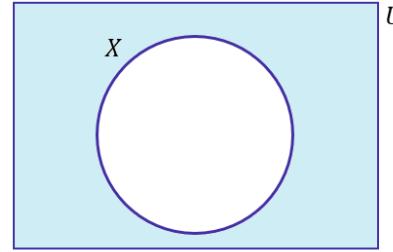
Nós **temos o conjunto universo  $U$  e um subconjunto  $X$** . Em diagramas, seria algo como a situação a seguir:



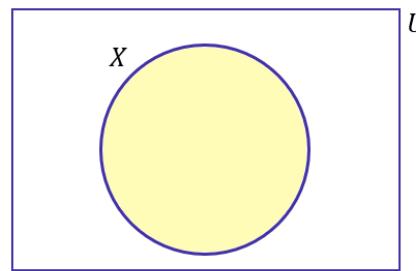
Quem é o complemento de  $X$ ? Ora, **o complemento de  $X$  é o conjunto formado por todos aqueles elementos que pertencem ao conjunto  $U$ , mas não pertencem a  $X$** . Em termos matemáticos,

$$X^C = U - X$$

No diagrama, seria a região representada abaixo:



Agora, quem seria o complemento do complemento de X? Ora, seria o conjunto formado por todos aqueles elementos que pertencem ao conjunto U mas não pertencem ao complemento de X. Em diagramas,



**Veja que é o próprio conjunto X!** A conclusão que chegamos é que o complementar do complementar de um conjunto é o próprio conjunto! Matematicamente,

$$(X^c)^c = X$$

Portanto, **se Y é o complementar do complementar de X, então Y é o próprio X**. Tudo bem, pessoal?! Vamos analisar as alternativas.

a) união de X e Y é igual a U.

**Alternativa incorreta.** A união de X e Y é o próprio X, afinal  $X=Y$ .

b) diferença de X e Y é igual a U.

**Alternativa incorreta.** Se  $X=Y$ , então a diferença de X e Y não pode ser igual a U. Na verdade, é o conjunto  $\emptyset$ .

c) intercessão de X e Y é vazia.

**Alternativa incorreta.** Se  $X=Y$ , então a intercessão de X e Y é o próprio X.

d) intercessão de X e Y é igual a U.

**Alternativa incorreta.** Se  $X=Y$ , então a intercessão de X e Y é o próprio X.

e) intercessão de X e Y é igual a X.

**Alternativa correta.** É exatamente isso moçada, afinal,  $X=Y$ . Assim, a intercessão de X com ele mesmo fornece o próprio conjunto X.

**Gabarito:** LETRA E.

## FGV

12. (FGV/SSP-AM/2022) Sobre dois conjuntos A e B sabe-se que:

- A união de A e B tem 130 elementos.
- A diferença  $B - A$  tem 50 elementos.
- A diferença  $A - B$  tem 60 elementos.

Sendo x o número de elementos de A e y o número de elementos de B, o valor de  $x + y$  é igual a

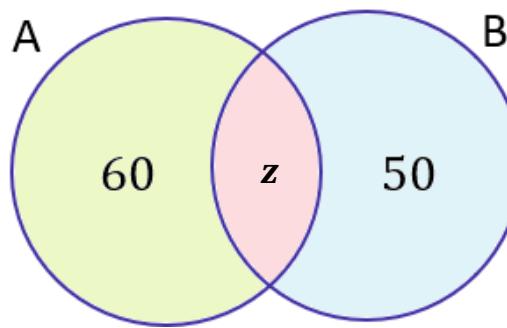
- A) 110.
- B) 120.
- C) 130.
- D) 140.
- E) 150.

**Comentários:**

Primeiramente, vamos relembrar o que significa os conjuntos diferenças apontados no enunciado.

- 1)  $B - A$  é o conjunto formado por **todos os elementos de B que não são elementos de A**.
- 2) Analogamente,  $A - B$  é o conjunto formado por **todos os elementos de A que não são elementos de B**.

Agora, visualize esses conjuntos para melhor compreensão.



O conjunto  $A - B$  está representado pela região verde. Note que é **tudo de A menos a parte vermelha**. Essa parte vermelha **representa os elementos de A que também são elementos de B**, ou seja, a intersecção dos dois conjuntos. Por sua vez, a região azul representa o conjunto  $B - A$ .

Observe que já colocamos as quantidades de cada desses conjuntos. Como não sabemos quantos elementos pertencem a A e a B **simultaneamente**, então vamos chamar essa quantidade de "z".

O enunciado nos diz que a união desses dois conjuntos possui **130 elementos**. Na prática, isso significa que se somamos todas as regiões destacadas no diagrama de Venn acima, então devemos obter esses 130 elementos. *Vamos fazer isso?*

$$60 + z + 50 = 130 \rightarrow z = 130 - 110 \rightarrow \boxed{z = 20}$$

Pronto, temos "z". Com ele, podemos determinar quantos elementos possui cada um dos conjuntos.

$$n(A) = 60 + z \rightarrow n(A) = 60 + 20 \rightarrow \boxed{n(A) = 80}$$

$$n(B) = 50 + z \rightarrow n(B) = 50 + 20 \rightarrow \boxed{n(B) = 70}$$

**Gabarito:** LETRA E.

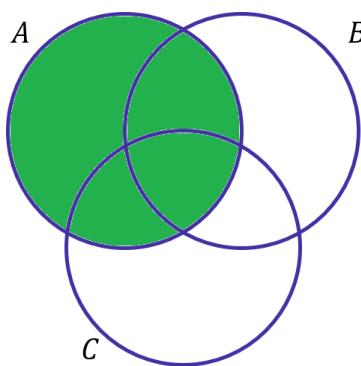
**13. (FGV/SEFAZ-MS/2006) Os conjuntos A, B e C satisfazem  $A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C)$ :**

- a) nunca.
- b) se e somente se  $A = B = C$ .
- c) se e somente se  $B = C$ .
- d) se e somente se  $B \cap C = \emptyset$ .
- e) sempre.

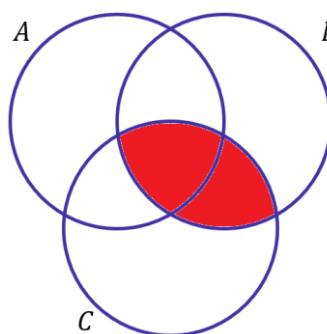
**Comentários:**

Na minha opinião, o melhor jeito de resolver essas questões é desenhando o diagrama. Vamos primeiros identificar o que significa cada lado da equação:

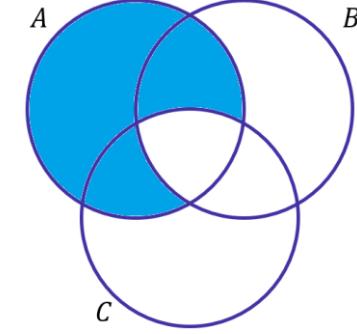
- **$A - (B \cap C)$ :** Elementos de A que não são elementos da intersecção de B com C.



Conjunto A

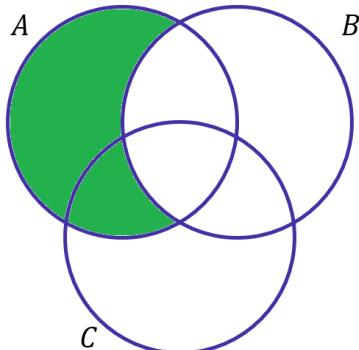
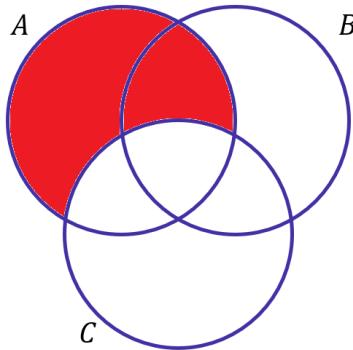
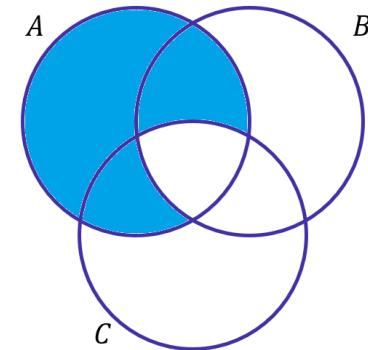


Conjunto  $B \cap C$



Conjunto  $A - (B \cap C)$

- **$(A - B) \cup (A - C)$ :** Elementos de A que não são elementos de B ou Elementos de A que não são elementos de C.

Conjunto  $A - B$ Conjunto  $A - C$ Conjunto  $(A - B) \cup (A - C)$ 

Observe que quando desenhamos as duas regiões, percebemos que elas são iguais. Logo, a igualdade é sempre verdade.

**Gabarito:** LETRA E.

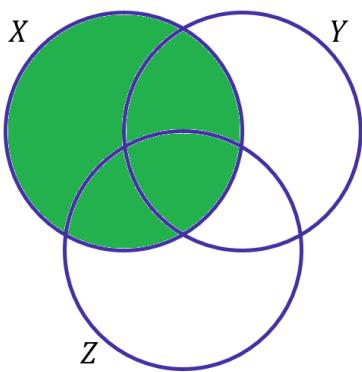
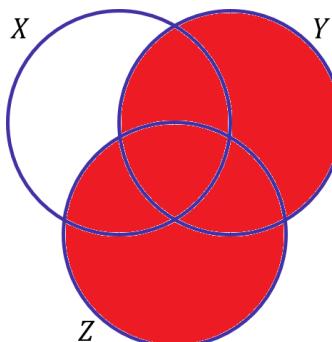
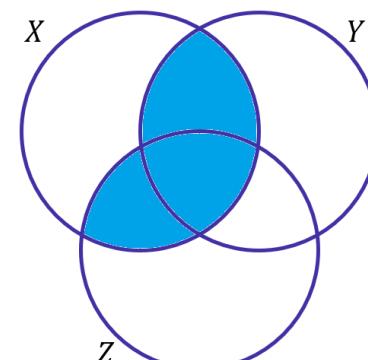
**14. (FGV/SEFAZ-MS/2006) Se  $X$ ,  $Y$  e  $Z$  são conjuntos,  $X \cap (Y \cup Z) = (X \cap Y) \cup Z$ :**

- a) nunca.
- b) se e somente se  $X = Y = Z$ .
- c) se e somente se  $Z \subset X$
- d) se e somente se  $Z \subset Y$
- e) sempre.

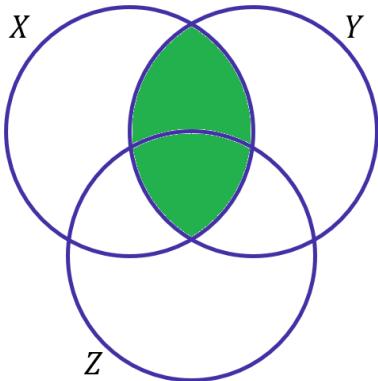
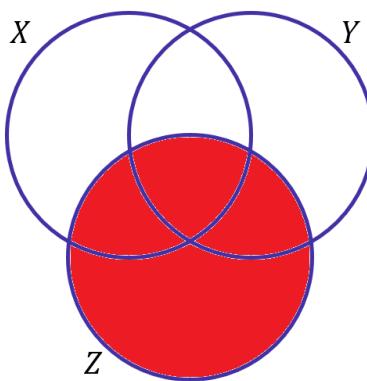
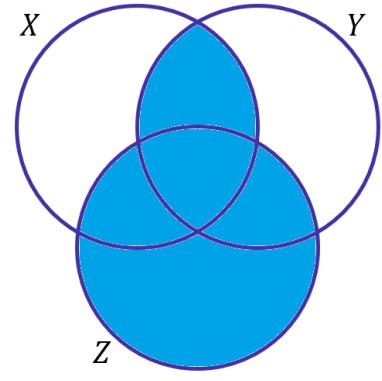
**Comentários:**

Novamente, vamos recorrer aos diagramas. No entanto, primeiro devemos entender o que cada uma das regiões expressa.

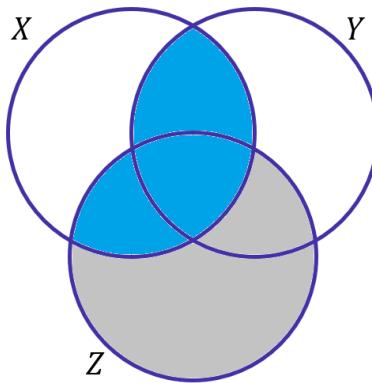
- $X \cap (Y \cup Z)$ : Elementos que  $X$  tem em comum com a união de  $Y$  e  $Z$ .

Conjunto  $X$ Conjunto  $Y \cup Z$ Conjunto  $X \cap (Y \cup Z)$ 

- $(X \cap Y) \cup Z$ : Elementos de  $X \cap Y$  reunidos com os elementos de  $Z$ .

Conjunto  $X \cap Y$ Conjunto  $Z$ Conjunto  $(X \cap Y) \cup Z$ 

Dessa vez, as regiões que desenhamos não ficaram iguais. Mas, o que devemos fazer para que elas fiquem? Ora devemos retirar toda a região diferente:



Nessa situação, percebemos que **não podem haver elementos de Z que não sejam elementos de X**. O que implica que Z deve ser um subconjunto de X.

**Gabarito:** LETRA C

## Bancas Menores

**15. (IDIB/GOINFRA/2022)** Seja o conjunto  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$  e  $B = \{2, 4, 6, 8\}$ . Determine a quantidade de subconjuntos do conjunto  $C = (A \cap B) \cup \{1\}$ .

- A) 32
- B) 26
- C) 30
- D) 64
- E) 2

**Comentários:**

Primeiramente, vamos determinar a intersecção entre A e B. Lembre-se que  $A \cap B$  é o conjunto formado por **todos os elementos de A que também são elementos de B**, ou seja, elementos que pertencem aos dois conjuntos simultaneamente.

$$A = \{1, \mathbf{2}, 3, \mathbf{4}, 5, \mathbf{6}, 7, \mathbf{8}\}$$

$$B = \{\mathbf{2}, \mathbf{4}, \mathbf{6}, \mathbf{8}\}$$

Note que todos os elementos de B estão também em A. Sendo assim, **a intersecção** entre os dois conjuntos será igual ao B.

$$A \cap B = \{2, 4, 6, 8\}$$

O enunciado fala no conjunto  $C = (A \cap B) \cup \{1\}$ . Com isso, vamos fazer **a união** do conjunto acima com o conjunto  $\{1\}$ .

$$C = \{1, 2, 4, 6, 8\}$$

O resultado é um conjunto C com **5 (cinco) elementos**. Na teoria, vimos que **o número de subconjuntos** que conseguimos formar a partir de um conjunto com  **$n$  elementos é igual a  $2^n$** . Logo,

$$\text{Número de subconjuntos de } C = 2^5$$

$\text{Número de subconjuntos de } C = 32$

**Gabarito:** LETRA A.

**16. (SELECON/PREF. SÃO GONÇALO/2022) Sejam A e B conjuntos definidos da seguinte maneira:**

$$A = \{\text{pessoas que moram em São Gonçalo}\}$$

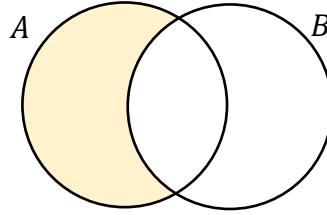
$$B = \{\text{pessoas que trabalham em Niterói}\}$$

**O conjunto  $A - (A - B)$  representa o conjunto cujos elementos são pessoas que:**

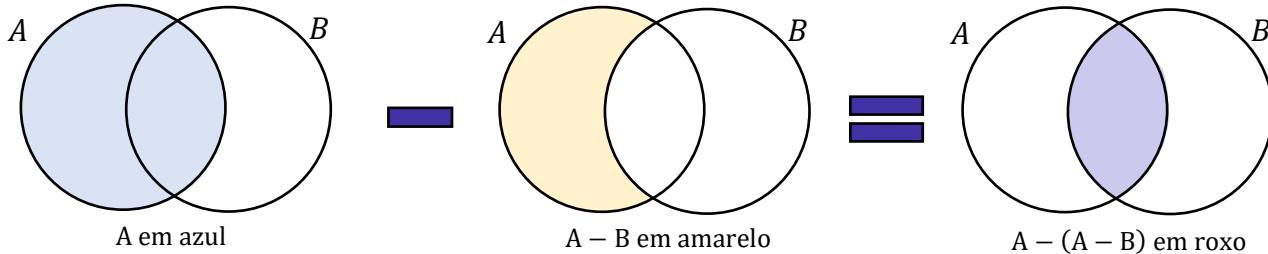
- A) moram em São Gonçalo e trabalham em Niterói
- B) moram em Niterói e trabalham em São Gonçalo
- C) moram em São Gonçalo e não trabalham em Niterói
- D) moram em Niterói e não trabalham em São Gonçalo

**Comentários:**

Você lembra que  $A - B$  é o conjunto formado por **todos os elementos de A que não são elementos de B**. Por meio de diagramas, podemos representar esse conjunto como a seguinte região:



A questão pede o conjunto  $A - (A - B)$ . Vamos encontrá-lo por meio de diagramas.



Com isso, observe que o conjunto  $A - (A - B)$  corresponde exatamente à **intersecção dos dois conjuntos**. Se A é composto pelas pessoas que **moram em São Gonçalo** e B é composto pelas pessoas que **trabalham em Niterói**, então  $A - (A - B)$  é o conjunto formado pelas pessoas que moram em São Gonçalo **e** trabalham em Niterói.

**Gabarito:** LETRA A.

**17. (MPE-GO/MPE-GO/2022)** Sejam x e y números tais que os conjuntos  $\{0, 8, 2\}$  e  $\{x, y, 2\}$  são iguais, podemos afirmar que:

- A)  $x = 0$  e  $y = 8$
- B)  $x + y = 8$
- C)  $x < y$
- D)  $x + 2y = 8$

**Comentários:**

Para que os dois conjuntos sejam iguais, **seus elementos devem ser iguais**. Note que o "2" já aparece nos dois conjuntos, então não vamos nos preocupar com ele.

$$\{0, 8, 2\}$$

$$\{x, y, 2\}$$

Com isso, observe que **podemos ter duas situações**.

1ª situação)  $x = 0$  e  $y = 8$

2ª situação)  $x = 8$  e  $y = 0$

Sabendo disso, vamos analisar as alternativas.

A)  $x = 0$  e  $y = 8$

**Errado.** Essa é a nossa primeira situação, que não é necessariamente verdade. Também é uma possibilidade o caso em que  $x = 8$  e  $y = 0$ .

B)  $x + y = 8$

**Correto.** Esse é nosso gabarito, pessoal. Verifique que **independentemente da situação**, sempre vamos ter  $x + y = 8$ . Afinal, sempre um vai ser 0 (zero) e o outro será 8 (oito), de forma que a soma é sempre 8 (oito).

C)  $x < y$

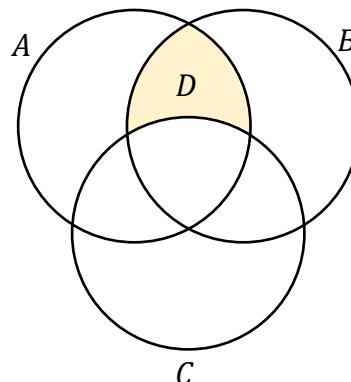
**Errado.** Essa afirmação é verdade apenas para a primeira situação. Como podemos ter o caso em que  $x = 8$  e  $y = 0$ , tem-se também que  $x$  pode ser maior que  $y$ .

D)  $x + 2y = 8$

**Errado.** Essa equação é válida apenas para a segunda situação. No caso em que  $x = 0$  e  $y = 8$ , já é possível verificar que ela é inválida.

**Gabarito:** LETRA B.

18. (IDIB/GOINFRA/2022) Sejam  $A$ ,  $B$  e  $C$  conjuntos dados na figura a seguir. É correto o que se afirma na alternativa que corresponde ao conjunto  $D$  hachurado na figura.



A)  $D = (A \cap B) - (A \cap B \cap C)$

B)  $D = A \cap B$

C)  $D = A \cap B \cap C$

D)  $D = (A \cap B) - B$

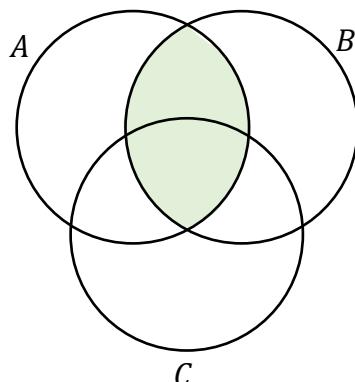
E)  $D = (A \cap C) - B$

**Comentários:**

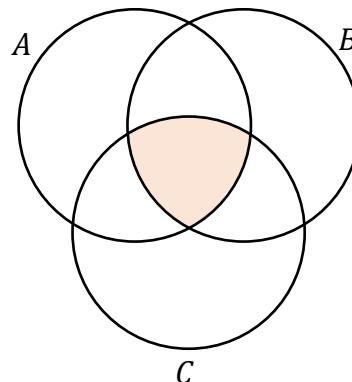
Vamos desenhar as regiões de todas as alternativas!

A)  $D = (A \cap B) - (A \cap B \cap C)$

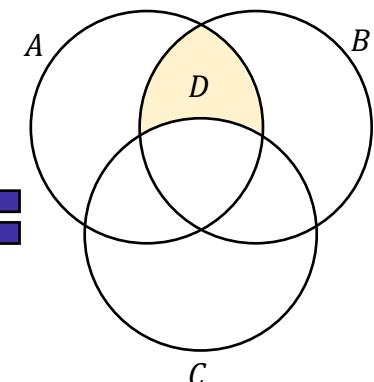
**Correto.** Já é o nosso gabarito, pessoal.



Conjunto  $A \cap B$



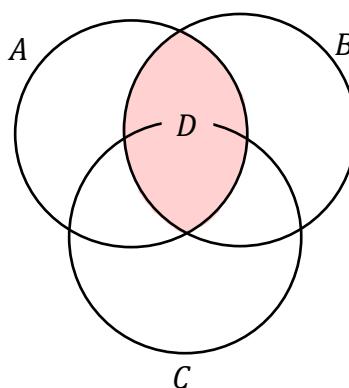
Conjunto  $A \cap B \cap C$



Conjunto  $D = (A \cap B) - (A \cap B \cap C)$

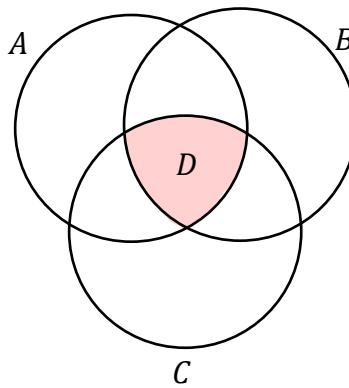
B)  $D = A \cap B$

**Errado.**



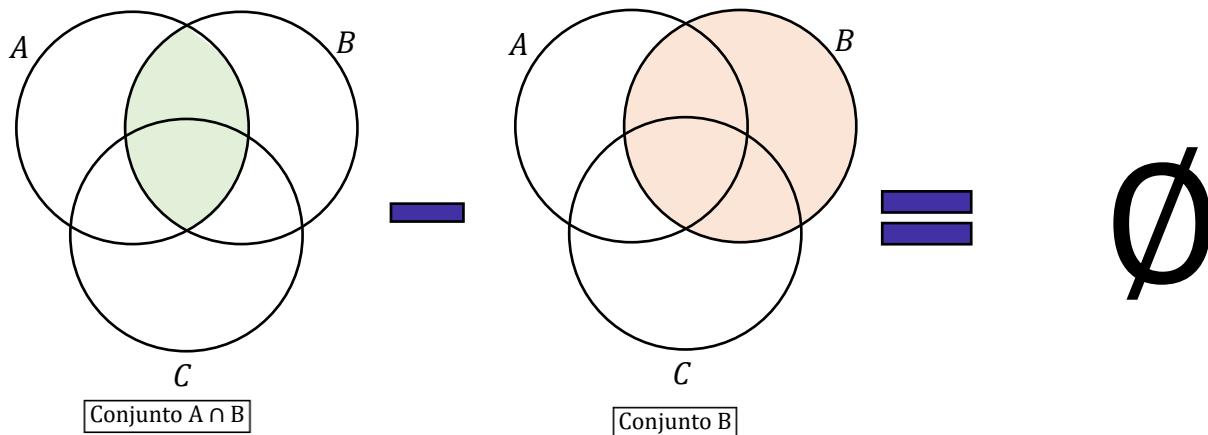
C)  $D = A \cap B \cap C$

**Errado.**



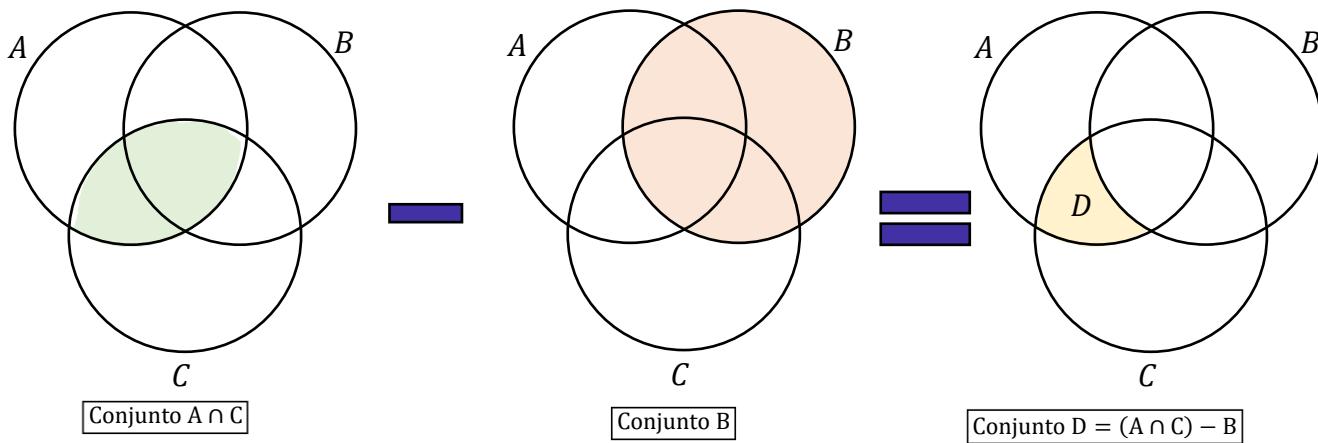
D)  $D = (A \cap B) - B$

**Errado.**



E)  $D = (A \cap C) - B$

Errado.



Gabarito: LETRA A.

19. (FUNDATÉC/BM-RS/2022) Considere os conjuntos:

$$A = \{1, 2, 3, 18\}$$

$$B = \{1, 2, 3, \dots, 18\} = \{x \in N \mid 0 < x < 19\}$$

É possível afirmar que  $A \cap B$  é dado por:

- A)  $A$
- B)  $B$
- C)  $A \cup B$
- D)  $A \setminus B$
- E)  $B \setminus A$

Comentários:

Lembrem-se que o conjunto  $A \cap B$  é o conjunto da intersecção entre A e B. Na prática, significa o conjunto formado por todos os elementos que são, simultaneamente, elementos de A e de B. Do enunciado, temos:

$$A = \{1, 2, 3, 18\}$$

$$B = \{1, 2, 3, \dots, 18\} = \{x \in N \mid 0 < x < 19\}$$

Note que B está abreviado, mas basicamente é formado por todos os números naturais entre 0 e 19, não incluindo esses extremos.

$$A = \{1, 2, 3, 18\}$$

$$B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18\}$$

Sendo assim, podemos escrever que:

$$A \cap B = \{1, 2, 3, 18\}$$

Observe que o conjunto encontrado é igual ao próprio A. Logo, podemos marcar a letra A.

**Gabarito:** LETRA A.

## QUESTÕES COMENTADAS

### Princípio da Inclusão-Exclusão

#### CEBRASPE

1. (CESPE/FUNPRESP-EXE/2022) A seguir, são apresentadas informações obtidas a partir de uma pesquisa realizada com 1.000 pessoas.

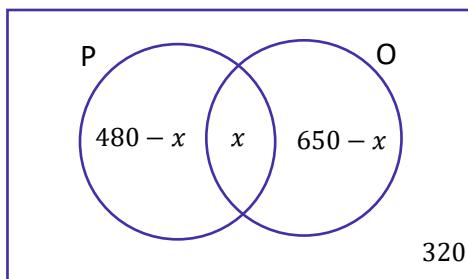
- 480 possuem plano de previdência privada;
- 650 possuem aplicações em outros tipos de produtos financeiros;
- 320 não possuem aplicação em nenhum produto financeiro.

Com base nessa situação hipotética, julgue o item seguinte.

Há mais pessoas que não possuem aplicações em nenhum produto financeiro que pessoas que possuem simultaneamente plano de previdência privada e aplicações em outros produtos financeiros.

#### Comentários:

Vamos desenhar os diagramas, moçada!



Para a compreensão do diagrama, considere "P" o conjunto formado por aquelas pessoas que possuem plano de **previdência privada**. Por sua vez, "O" é o conjunto formado por aquelas pessoas que possuem aplicação em **outros** tipos de produtos financeiros. Além disso, observe que:

- 1) "x" representa a quantidade de pessoas que possuem **tanto a previdência privada quanto outros tipos de produto financeiro**.
- 2) Se **480** é o total de elementos do conjunto "P", então podemos concluir que " $480 - x$ " é o número de pessoas que possuem **apenas a previdência privada**.
- 3) Da mesma forma, se **650** é o total de elementos do conjunto "O", então podemos concluir que " $650 - x$ " é o número de pessoas que possuem **apenas outros tipos de produtos financeiros**.

4) Por fim, temos 320 "fora" dos dois conjuntos, indicando quantas pessoas **não possuem nenhuma das aplicações financeiras**.

A pesquisa foi realizada com **1.000 pessoas**. Sendo assim, quando somamos cada uma das regiões do diagrama que desenhamos, devemos obter **exatamente** esse número. Logo,

$$(480 - x) + x + (650 - x) + 320 = 1000$$

$$1450 - x = 1000$$

$$\boxed{x = 450}$$

Pronto, 450 é o número de pessoas que aplicam **tanto na previdência privada quanto em outros produtos financeiros**.

O item diz que a quantidade de pessoas que **não possuem aplicações em nenhum produto** (320) **é maior** que a quantidade de pessoas que **possuem simultaneamente os dois produtos** (450).

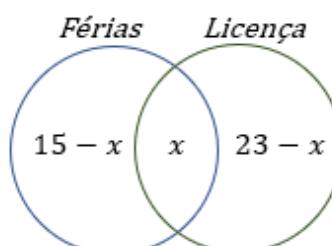
Com isso, podemos concluir que **tal afirmação está equivocada**, uma vez que se tem 450 pessoas que possuem os dois produtos, enquanto apenas 320 **não usam nenhum dos dois**.

**Gabarito:** ERRADO.

**2. (CESPE/ME/2020)** O setor de gestão de pessoas de determinada empresa realiza regularmente a análise de pedidos de férias e de licenças dos seus funcionários. Os pedidos são feitos em processos, em que o funcionário solicita apenas férias, apenas licença ou ambos (férias e licença). Em determinado dia, 30 processos foram analisados, nos quais constavam 15 pedidos de férias e 23 pedidos de licenças. Com base nessa situação hipotética, julgue o item que se segue. A quantidade de processos analisados nesse dia que eram referentes apenas a pedido de férias é igual a 8.

**Comentários:**

É uma questão típica de Diagrama de Venn. Nesses casos, a primeira informação que devemos procurar é **a quantidade de elementos na intersecção dos conjuntos**, nesse caso, quantas pessoas pediram **férias e licença, simultaneamente**. Como a questão não informou esse valor, suponha que seja  $x$ . O diagrama, portanto, é o seguinte:



15 –  $x$  representa a quantidade de pessoas que pediram **APENAS férias**. 23 –  $x$  representa a quantidade de pessoas que pediram **APENAS licença**. A questão informou que **o total de processos analisados foram 30**. Logo, a soma dos valores discriminados acima deve ser 30.

$$(15 - x) + x + (23 - x) = 30 \rightarrow 38 - x = 30 \rightarrow x = 8$$

Note que **8 é o número de pessoas que tiraram férias e pediram licença**. Para descobrir o número de processos analisados referentes apenas a pedido de férias, devemos pegar **o total de pedidos de férias e subtrair o valor de processos que pediram férias e licença**, simultaneamente.

$$SÓ FERIAS = 15 - x = 15 - 8 = 7$$

**7 pessoas fizeram APENAS o pedido de férias.**

**Gabarito:** ERRADO.

**3. (CESPE/PREF. B dos COQUEIROS/2020)** Em uma pesquisa feita com um grupo de 100 turistas que visitavam Aracaju, verificou-se que todos eles tinham visitado pelo menos duas das seguintes praias: Atalaia, Aruana e da Costa. A tabela a seguir mostra quantos desses turistas visitaram as referidas praias.

Praias Visitadas	Número de Turistas
Atalaia e Aruana	40
Atalaia e da Costa	40
Aruana e da Costa	40

Com base nessas informações, julgue os itens seguintes.

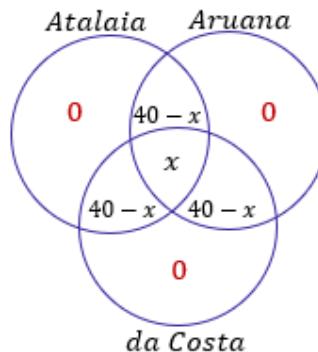
- Menos de 40 turistas visitaram a praia de Atalaia.
- Nenhum dos turistas participantes da pesquisa visitou apenas uma das praias citadas.
- Nenhum dos turistas participantes da pesquisa visitou todas as três praias citadas.

**Assinale a opção correta.**

- Apenas o item II está certo.
- Apenas o item III está certo.
- Apenas os itens I e II estão certos.
- Apenas os itens I e III estão certos.
- Todos os itens estão certos.

**Comentários:**

Não esqueça que, nesse tipo de questão, a **primeira coisa** que você deve se perguntar é: *qual a quantidade de elementos na intersecção dos três conjuntos em questão?* Se **não** for fornecido esse valor, você deve chamá-lo de  $x$ . Observe como fica o diagrama para essa questão.



Observe que também preenchemos  $40 - x$  nas intersecções dois a dois. Quando o enunciado diz que 40 pessoas visitaram a praia A e a praia B, ele **não está dizendo que 40 visitaram apenas a praia A e a praia B. Dentro dessas 40 pessoas pode ter tido 10 que também foram para a praia C.**

Se estamos nos perguntando a quantidade de pessoas que visitaram **APENAS** as **praias A e B**, devemos **subtrair** a quantidade de pessoas que **além das praias A e B, também visitou a C**. Ficou claro, pessoal?!

Uma informação muito importante dada no enunciado é que: **todos os turistas tinham visitado pelo menos duas das praias**. Com isso, foi possível colocar o 0, indicando que **não houve quem visitou uma única praia**. Com o nosso diagrama montado e sabendo que **100 turistas visitaram as praias**, sabemos que ao somar os elementos discriminados acima, devemos obter exatamente o valor total de turistas.

$$(40 - x) + (40 - x) + (40 - x) + x = 100 \\ 120 - 2x = 100 \quad \rightarrow \quad 2x = 20 \quad \rightarrow \quad x = 10$$

Esse valor encontrado indica que **10 pessoas visitaram as três praias!** Com isso, **30 pessoas visitaram APENAS Atalaia e Aruana, 30 pessoas visitaram APENAS Aruana e da Costa e 30 pessoas visitaram APENAS Atalaia e da Costa**. Podemos agora analisar os itens.

I. Menos de 40 turistas visitaram a praia de Atalaia.

**ERRADO.** Vimos que 30 pessoas visitaram Atalaia e Aruana, outras 30 visitaram Atalaia e da Costa e 10 pessoas visitaram as 3 praias. Com isso,  $30 + 30 + 10 = 70$  pessoas visitaram a praia de Atalaia.

II. Nenhum dos turistas participantes da pesquisa visitou apenas uma das praias citadas.

**CORRETO.** Essa informação está no próprio enunciado, quando ele diz que **os turistas visitaram pelo menos duas das praias**.

III. Nenhum dos turistas participantes da pesquisa visitou todas as três praias citadas.

**ERRADO.** De acordo com o que desenvolvemos, **10 pessoas visitaram as três praias.**

**Gabarito:** LETRA A.

**4. (CESPE/TJ-PR/2019)** Em determinado tribunal, os conselheiros atuam nos conselhos I, II e III, podendo atuar em apenas um, em dois ou em todos os conselhos, como mostra a tabela seguinte.

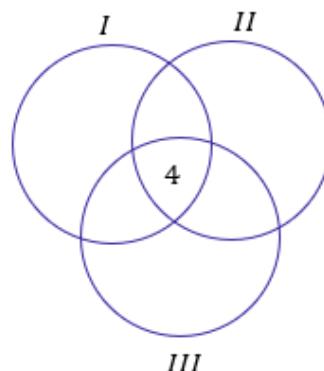
Quantidade de Conselheiros	Conselho de Atuação
35	I
25	II
24	III
10	I e II
12	I e III
8	II e III
4	I, II e III

Nesse caso, a quantidade de conselheiros que atuam em, no máximo, um dos conselhos é igual a

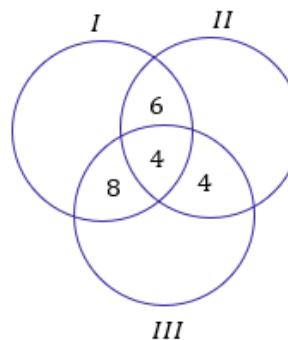
- A) 26.
- B) 36.
- C) 50.
- D) 58.
- E) 84.

**Comentários:**

Temos **três conselhos de atuação**, sendo que os conselheiros podem atuar em **apenas um, em dois ou em todos os conselhos**. É uma questão clássica de diagrama de Venn e PIE. Nesse tipo de questão, devemos sempre começar com a quantidade de elementos na intersecção dos três conjuntos. De acordo com a tabela, temos **4 conselheiros que atuam nos três conselhos**.

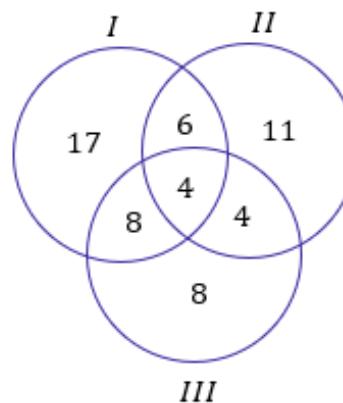


Uma vez com a quantidade de elementos da intersecção dos três conjuntos, **partimos para a análise dos elementos das intersecções de dois conjuntos**. Por exemplo, da tabela é possível ver que 10 conselheiros atuam nos conselhos I e II. Como já contamos 4 deles na intersecção, temos que  $10 - 4 = 6$  conselheiros atuam **APENAS nos conselhos I e II**. Podemos usar esse raciocínio para as demais intersecções.



Agora que achamos as quantidades das intersecções, devemos partir para a análise das quantidades de conselheiros que atuam **APENAS um único conselho**. A tabela diz que 35 conselheiros atuam no conselho I, nosso diagrama mostra que  $6 + 4 + 8 = 18$  estão conselheiros estão atuando no conselho I **mas também em outros conselhos**.

Portanto, devemos fazer  $35 - 18 = 17$  para obter a quantidade de conselheiros que estão atuando apenas no conselho I. Analogamente, se o conselho II possui 25 conselheiros e contabilizamos  $6 + 4 + 4 = 14$ , então sobra que **11 conselheiros que atuam somente no conselho II**. Por fim, dos 24 conselheiros de III, já temos contabilizados  $8 + 4 + 4 = 16$  no diagrama. Logo, **8 atuam apenas em III**.



Com o nosso diagrama completo, podemos analisar o que a questão pede. O examinador quer **o número de conselheiros que atuam em apenas um dos conselhos**.

$$N = 17 + 11 + 8 \quad \rightarrow \quad N = 36$$

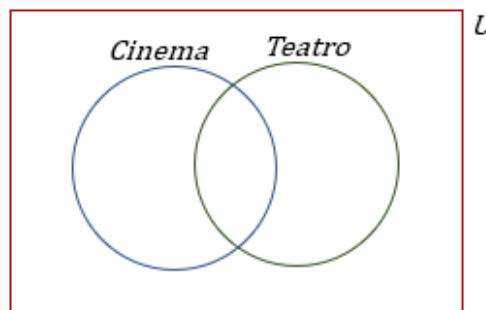
**Gabarito:** LETRA B.

5. (CESPE/IFF/2018) Em uma consulta a 600 estudantes de uma escola acerca da preferência deles entre teatro ou cinema, apenas 50 deles não gostam de cinema nem de teatro. Entre os demais, 370 gostam de teatro e 420 gostam de cinema. Nesse caso, a quantidade desses estudantes que gostam de teatro e cinema é igual a

- A) 50.
- B) 130.
- C) 180.
- D) 240.
- E) 370.

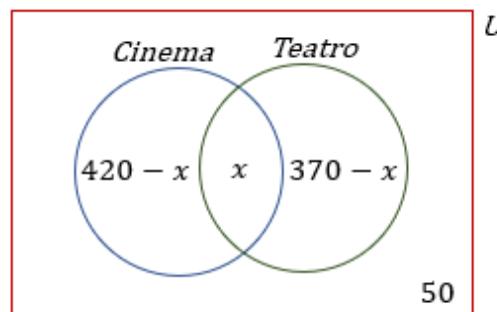
**Comentários:**

O **conjunto universo** é representado pelo 600 estudantes dessa escola. O diagrama que é interessante desenhar para a resolução do exercício é o seguinte:



Devemos inserir no desenho acima as informações que foram passadas pelo enunciado. O primeiro ponto a ser levado em consideração é **a quantidade de elementos na intersecção dos conjuntos**. No nosso caso, é exatamente **a quantidade de estudantes que gostam tanto de teatro e de cinema**.

No entanto, esse valor é exatamente o que é pedido no enunciado e **ainda não sabemos quanto vale**. Vamos chamá-lo de  $x$ . Como 370 alunos gostam de teatro, então  $370 - x$  gostam APENAS de teatro. Além disso, se 420 gostam de cinema,  $420 - x$  gostam APENAS de cinema. Note que 50 não gosta de nenhum dos dois.



Veja que foi possível completarmos nosso diagrama com as informações analisadas. Como nosso conjunto universo é formado por 600 estudantes, a soma das quantidades de cada uma das partes do diagrama deve totalizar esse mesmo número.

$$\begin{aligned}(420 - x) + x + (370 - x) + 50 &= 600 \\ 840 - x &= 600 \\ x &= 240\end{aligned}$$

**Gabarito:** LETRA D.

**6. (CESPE/IFF/2018)** Para um conjunto qualquer  $X$ ,  $n(X)$  representa a quantidade de elementos de  $X$ . Nesse sentido, considere que os conjuntos  $A$ ,  $B$  e  $C$  tenham as seguintes propriedades:

$$n(A) = n(B) = n(C) = 50;$$

$$n(A \cap B) = n(A \cap C) = n(B \cap C) = 10;$$

$$n(A \cap B \cap C) = 0.$$

Nessa situação,  $n(A \cup B \cup C)$  é igual a:

- A) 100.
- B) 110.
- C) 120.
- D) 130.
- D) 140.

**Comentários:**

Essa questão é uma **aplicação direta do Princípio da Inclusão-Exclusão**.

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

Aplicando os valores do enunciado, ficamos com:

$$n(A \cup B \cup C) = 50 + 50 + 50 - 10 - 10 - 10 + 0 \rightarrow n(A \cup B \cup C) = 120$$

**Gabarito:** LETRA C.

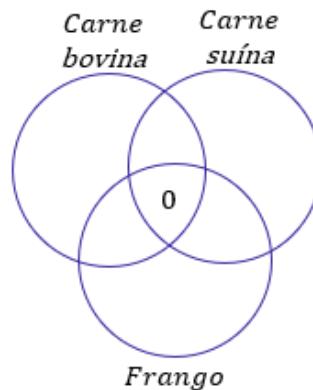
**Texto para as próximas questões**

**Determinado porto** recebeu um grande carregamento de frango congelado, carne suína congelada e carne bovina congelada, para exportação. Esses produtos foram distribuídos em 800 contêineres, da seguinte forma: nenhum contêiner foi carregado com os três produtos; 300 contêineres foram carregados com carne bovina; 450, com carne suína; 100, com frango e carne bovina; 150, com carne suína e carne bovina; 100, com frango e carne suína.

**Comentários Iniciais:**

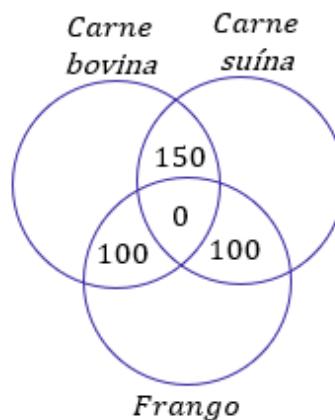
Antes de julgar as questões, vamos fazer alguns comentários iniciais. É preciso desenvolver o diagrama de Venn. Observe que temos **800 contêineres** que vamos distribuir frango, carne suína e carne bovina.

A primeira coisa que devemos procurar é **quantos contêineres abrigarão os 3 tipos de carne**, o enunciado fornece essa informação quando diz que **nenhum contêiner foi carregado com os três produtos**.



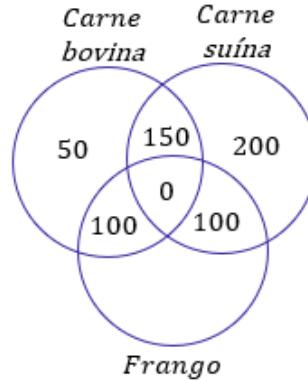
Agora, vamos olhar **as intersecções de dois conjuntos**. O enunciado disse que **100 foram carregados com frango e carne bovina**, **150 com carne suína e carne bovina** e **100 com frango e carne suína**.

Como não houveram nenhum contêiner com os três tipos de carnes, **não há nada para ser descontado** e podemos levar esses valores diretos para o diagrama.



Por fim, sabemos que **300 contêineres** foram carregados com carne bovina, mas nosso diagrama já está contabilizando  $150 + 100 = 250$  contêineres de carne bovina. Assim, **os 50 contêineres que faltam para fechar os 300 estão APENAS com carne bovina**.

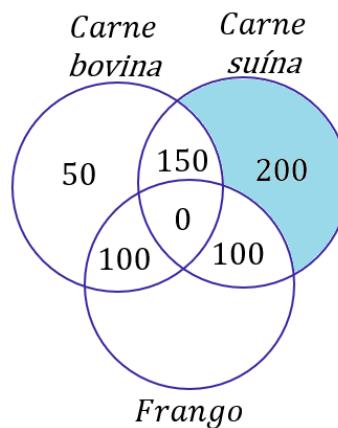
Ademais, é fornecido que **450 contêineres estão com carne suína**. Nosso diagrama também já está contabilizando  $150 + 100 = 250$  contêineres com carne suína. Isso significa que temos **200 contêineres APENAS com carne suína**.



7. (CESPE/EMAP/2018) Nessa situação hipotética, 250 contêineres foram carregados somente com carne suína.

**Comentários:**

O item trouxe **250 contêineres** carregados com **apenas carne suína**. No entanto, quando olhamos o diagrama desenvolvido nos comentários iniciais, vemos que **foram apenas 200**.

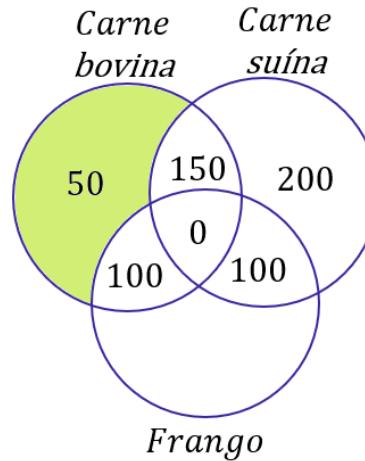


**Gabarito:** ERRADO.

8. (CESPE/EMAP/2018) Nessa situação, 50 contêineres foram carregados somente com carne bovina.

**Comentários:**

Observando o diagrama que desenvolvemos nos comentários iniciais, veja que realmente **temos 50 contêineres carregados apenas com carne bovina**.

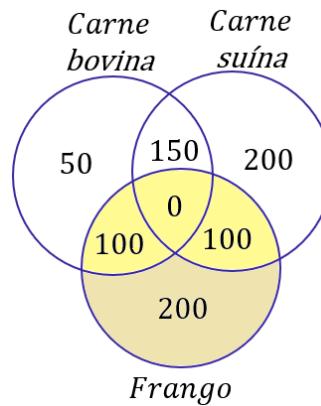


**Gabarito:** CERTO.

**9. (CESPE/EMAP/2018)** Nessa situação hipotética, a carga de 400 contêineres continha frango congelado.

**Comentários:**

Veja que o nosso diagrama já contabilizou  $50 + 150 + 100 + 100 + 200 = 600$  contêineres. O enunciado informou que são, ao total, **800 contêineres**. Logo, essa diferença (200) certamente é o número que está faltando: a **quantidade de contêineres com APENAS frango**.



Quando somamos os valores dos contêineres com frango, encontramos  $100 + 100 + 200 = 400$ . Logo, o **item encontra-se correto** ao afirmar que existem 400 contêineres com frango congelado.

**Gabarito:** CERTO.

**(PF/2018) Texto para as próximas questões**

Em um aeroporto, 30 passageiros que desembarcaram de determinado voo e que estiveram nos países A, B ou C, nos quais ocorre uma epidemia infecciosa, foram selecionados para ser examinados. Constatou-se que exatamente 25 dos passageiros selecionados estiveram em A ou em B, nenhum desses 25 passageiros

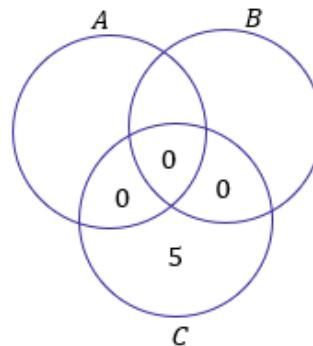
esteve em C e 6 desses 25 passageiros estiveram em A e em B. Com referência a essa situação hipotética, julgue os itens a seguir.

10. (CESPE/PF/2018) Se 11 passageiros estiveram em B, então mais de 15 estiveram em A.

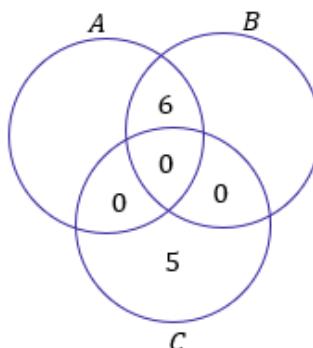
**Comentários:**

Nosso **conjunto universo é composto pelos 30 passageiros** que foram selecionados para fazer os exames. Para nos auxiliar no desenvolvimento da questão, é necessário desenhar o diagrama de Venn. Vamos primeiro utilizar as informações do enunciado para concluir algumas coisas importantes.

Note que **se 25 dos 30 passageiros estiveram em A ou em B, então 5 passageiros estiveram SOMENTE em C**. Além disso, como nenhum desses 25 passageiros que esteve em A ou em B esteve em C, então **o número de elementos na intersecção dos três conjuntos é nulo**, bem como qualquer intersecção com C.

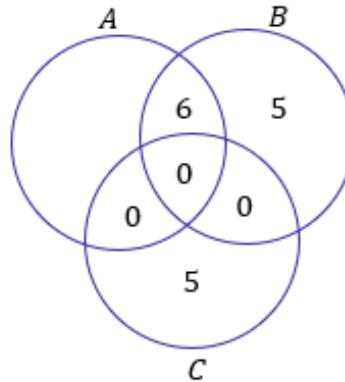


O enunciado ainda fala que **6 dos 25 passageiros estiveram em A e em B**.

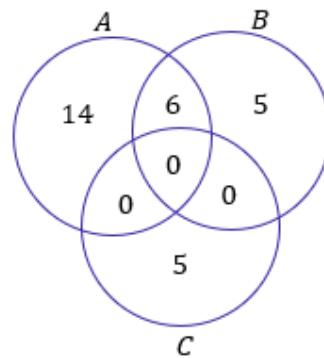


Pronto, nesse momento utilizamos todas as informações do enunciado que poderíamos usar para compor o diagrama. Agora, vamos analisar o item propriamente dito. O examinador diz que **se 11 passageiros estiveram em B, então mais de 15 estiveram em A**.

Note, do nosso último diagrama, que já marcamos 6 pessoas que visitaram B. Se o examinador diz que foi 11, então sobra **5 pessoas que visitaram APENAS o país B**.



Sabemos que 25 pessoas visitaram A ou B e que já contabilizamos 11 delas no diagrama. As 14 pessoas que estão faltando para completar essas 25 pessoas são aquelas que estiveram APENAS no país A.



Por fim, podemos ver que  $14 + 6 = 20$  pessoas estiverem em A e, portanto, o item está correto.

**Gabarito:** CERTO.

#### Texto para as próximas questões

O resultado de uma pesquisa acerca da satisfação de 200 papiloscopistas, no que diz respeito às tarefas por eles executadas de identificação de vítimas e de descobertas de crimes de falsificação, foi o seguinte:

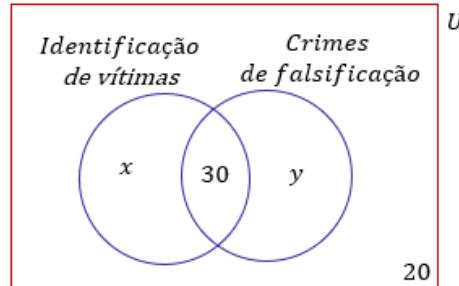
- I. 30 papiloscopistas sentem-se igualmente satisfeitos ao executar qualquer uma dessas tarefas;
- II. 180 papiloscopistas sentem-se satisfeitos ao executar pelo menos uma dessas tarefas.

Considerando que todos os 200 papiloscopistas responderam à pesquisa, julgue o item seguinte.

11. (CESPE/PF/2018) A quantidade de papiloscopistas que se sentem satisfeitos ao executar exatamente uma das referidas tarefas é superior a 100.

#### Comentários:

Vamos dividir o grupo de **200 papiloscopistas** (que será o conjunto universo) em dois outros conjuntos: **um daqueles que se sentem satisfeitos com a identificação de vítimas** e outro **daqueles que se sentem satisfeitos com a descoberta de crimes de falsificação.**



Note que **30 pessoas se sentem satisfeitas trabalhando em qualquer uma das tarefas**. Além disso, o enunciado mostra que **180 dos 200 papiloscopistas sentem-se satisfeitos ao executar pelo menos uma delas**.

Com isso, sobra **20 papiloscopistas que não se sentem satisfeitos identificando vítimas ou descobrindo crimes de falsificação**. A quantidade de papiloscopistas que se sentem satisfeitos apenas com uma tarefa é dada por  $x + y$ . Sabemos, no entanto, que  $x + y + 30 = 180$ . Logo,

$$x + y = 150$$

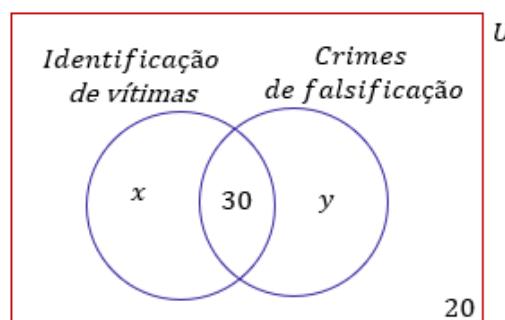
Como essa quantidade é superior a 100, o gabarito está correto.

**Gabarito: CERTO.**

**12. (CESPE/PF/2018)** Nessa situação, as informações dadas permitem inferir que exatamente 75 papiloscopistas sentem-se satisfeitos ao executarem a tarefa de identificação de vítimas.

**Comentários:**

Vamos dividir o grupo de **200 papiloscopistas** (que será o conjunto universo) em dois outros conjuntos: **um daqueles que se sentem satisfeitos com a identificação de vítimas** e outro **daqueles que se sentem satisfeitos com a descoberta de crimes de falsificação**.



Note que **30 pessoas se sentem satisfeitas trabalhando em qualquer uma das tarefas**. Além disso, o enunciado mostra que **180 dos 200 papiloscopistas sentem-se satisfeitos ao executar pelo menos uma delas**.

Com isso, sobra **20 papiloscopistas que não se sentem satisfeitos identificando vítimas ou descobrindo crimes de falsificação**. Não há mais informações que possibilitem concluir exatamente o número de papiloscopistas que se sentem satisfeitos com a tarefa de identificação de vítimas.

**Gabarito:** ERRADO.

**13. (CESPE/SEFAZ-RS/2018)** Em determinado dia, os órgãos responsáveis atenderam 50 contribuintes para resolver pendências relativas ao IPTU, ao IPVA e a outros tributos. Sabe-se que foram atendidos:

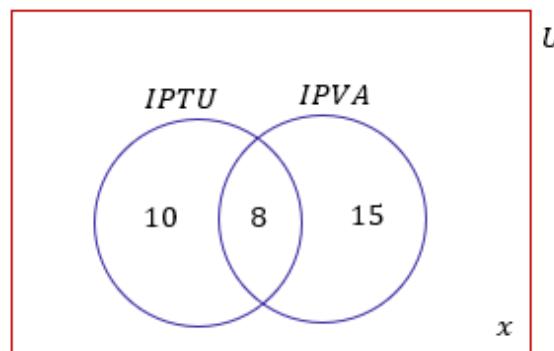
- I. 18 contribuintes com pendências de IPTU;
- II. 23 contribuintes com pendências de IPVA;
- III. 8 contribuintes com pendências de IPTU e IPVA.

Nesse caso, a quantidade de contribuintes atendidos cujas pendências não se referiam a IPTU nem a IPVA foi igual a

- A) 15.
- B) 17.
- C) 25.
- D) 9.
- E) 10.

**Comentários:**

O conjunto universo dessa questão é constituído dos **50 contribuintes**.



O primeiro fato que devemos levar em consideração é que **8 contribuintes tinham pendências de IPTU e IPVA**. Sendo assim, se **18 contribuintes tiveram pendência de IPTU, podemos descontar esses 8 para obter aquele que tiverem pendências APENAS com IPTU**. Analogamente, descontando **8 dos 23 que tiverem pendência de IPVA, obtemos aqueles que tiverem pendências APENAS com IPVA**.

Queremos, no entanto, descobrir **quanto desses 50 não tiveram problema com nenhum desses dois impostos**. Vamos chamar essa quantidade de  $x$ . Se somarmos todos os valores que estão presentes no diagrama que desenharmos, **essa soma deve totalizar os 50 contribuintes do nosso conjunto universo**.

$$10 + 8 + 15 + x = 50 \rightarrow 33 + x = 50 \rightarrow x = 17$$

**Gabarito:** LETRA B.

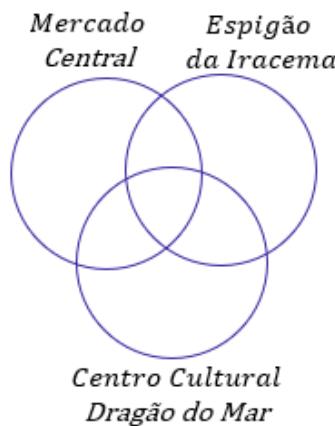
### Texto para as próximas questões

Um banco comercial realizou um evento de negócios na cidade de Fortaleza – CE. Após as reuniões, os participantes do evento visitaram pontos turísticos da cidade: 95 dos participantes visitaram o Mercado Central, 80 visitaram o Espigão de Iracema e 90 visitaram o Centro Cultural Dragão do Mar. Do total de participantes, 30 visitaram somente o Mercado Central, 50 visitaram o Espigão de Iracema e o Centro Cultural Dragão do Mar, 35 visitaram o Mercado Central e o Espigão de Iracema, e 20 visitaram esses três pontos turísticos. Considerando que todos os participantes tenham visitado, pelo menos, um desses três pontos turísticos, julgue os itens a seguir.

### Comentários Iniciais:

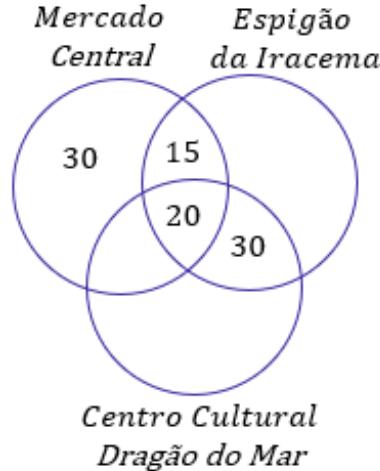
Para **evitarmos repetir a solução** nos itens seguintes, vamos primeiro fazer uma resolução inicial, que **será aproveitada para julgar** todos os exercícios que envolvam o texto anterior. Tudo bem?

Essa questão envolve um diagrama de Venn **com três conjuntos**: um representando aqueles que visitaram o Mercado Central, outro representando aqueles que visitaram o Espigão de Iracema e mais um representando aqueles que visitaram o Centro Cultural Dragão do Mar.

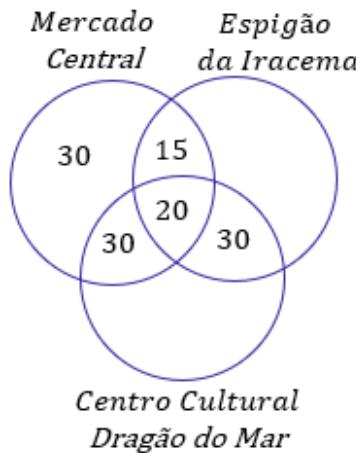


A primeira informação que devemos buscar no enunciado é **quantos visitaram os três pontos turísticos**. Ao procurar, encontramos que **foram 20 pessoas**. O enunciado diz ainda que **35 visitaram o Mercado Central e o Espigão de Iracema**. Como sabemos que 20 visitaram os três, concluímos que **15 visitaram APENAS esses dois pontos turísticos**.

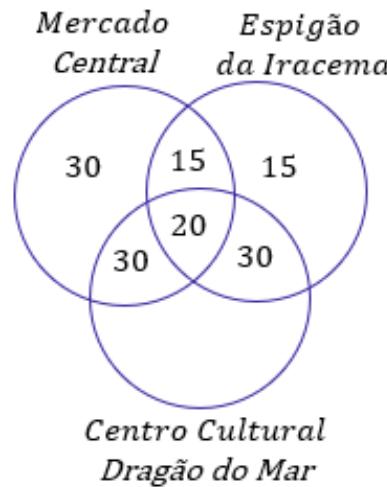
Analogamente, **50 visitaram o Espigão e o Dragão do Mar**, já contabilizamos 20 deles quando consideremos aqueles que visitaram os 3 pontos. Logo, **30 pessoas visitaram APENAS esses dois outros pontos**. Foi dito, ainda, que **30 visitaram apenas o Mercado Central**.



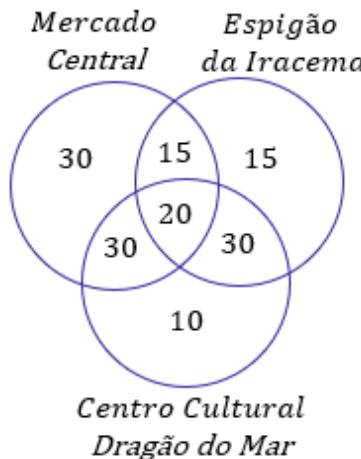
Observe que disseram que **95 visitaram o Mercado Central** e contabilizamos  $30 + 15 + 20 = 65$ . A diferença de 30 é o número de pessoas que visitaram APENAS o Mercado Central e o Dragão do Mar.



Sabemos ainda que **80 participantes visitaram o Espigão de Iracema**. No diagrama, temos contabilizados  $15 + 20 + 30 = 65$ . Então, **15 é quantidade de pessoas que visitaram APENAS o Espigão de Iracema**.



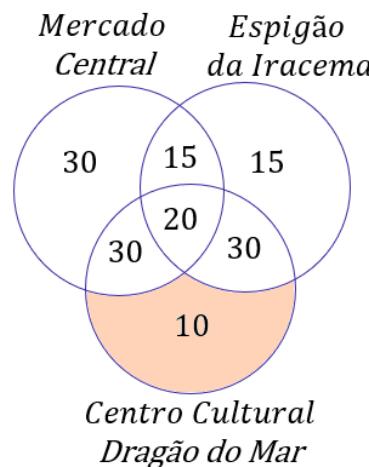
Por último, **90 visitaram o Centro Cultural Dragão do Mar**. No diagrama, temos contabilizados  $30 + 20 + 30 = 80$ . Logo, faltam **10 pessoas para totalizar os 90**. Esses 10 participantes restantes **são aqueles que visitaram APENAS o Dragão do Mar**.



**14. (CESPE/BNB/2018) Mais de 15 dos participantes do evento visitaram somente o Centro Cultural Dragão do Mar.**

**Comentários:**

Com o diagrama que desenvolvemos nos comentários iniciais acima, vemos que a quantidade de pessoas que visitaram **apenas o Dragão do Mar é 10** e não 15.

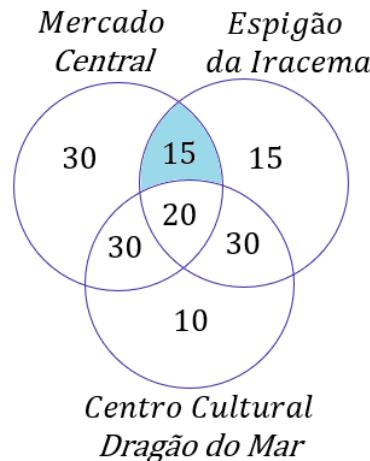


**Gabarito: ERRADO.**

**15. (CESPE/BNB/2018) Menos de 12 dos participantes do evento visitaram somente o Espigão de Iracema e o Mercado Central.**

**Comentários:**

Com a análise do diagrama que chegamos nos comentários iniciais da questão, é possível ver que **15 pessoas visitaram somente o Mercado Central e o Espigão de Iracema**. Logo, item errado.

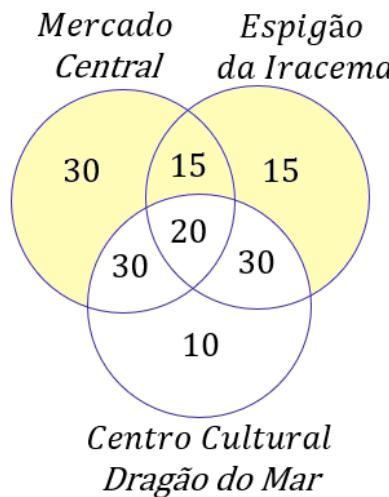


**Gabarito:** ERRADO.

**16. (CESPE/BNB/2018) Mais de 50 dos participantes do evento não visitaram o Centro Cultural Dragão do Mar.**

**Comentários:**

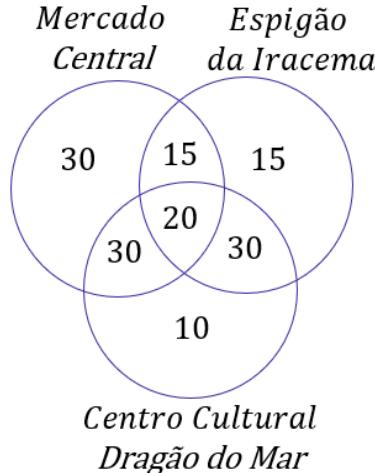
Com o diagrama completo, podemos olhar para **os números fora do conjunto do Centro Cultural Dragão do Mar**. O número de pessoas que não visitaram esse ponto turístico é dado por  $30 + 15 + 15 = 60$ . O item afirma que **mais de 50 pessoas não visitaram o Dragão do Mar**, portanto, está correto.



**Gabarito:** CERTO.

**17. (CESPE/BNB/2018) Menos de 180 pessoas participaram do evento.**

**Comentários:**



Para obter o total de pessoas que compareceram ao evento, **basta somarmos as quantidades** discriminadas em nosso diagrama completamente preenchido.

$$TOTAL\ DE\ PESSOAS = 30 + 30 + 15 + 20 + 15 + 30 + 10 \rightarrow TOTAL\ DE\ PESSOAS = 150$$

O item afirma que **menos de 150 pessoas participaram do evento**, logo, encontra-se correto.

**Gabarito: CERTO.**

## CESGRANRIO

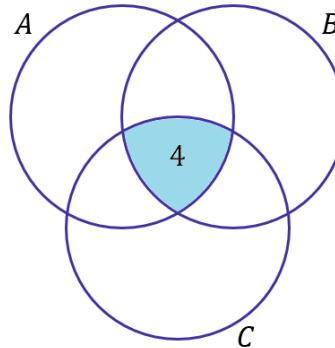
18. (CESGRANRIO/TRANSPETRO/2018) Um grupo de fornecedores foi dividido em três conjuntos, de acordo com o atendimento a três critérios de qualidade, denominados critérios A, B e C. Após uma análise, observou-se que apenas quatro empresas atendem aos três critérios; seis empresas atendem aos critérios B e C; dez empresas atendem ao critério C, mas não atendem ao A; doze empresas atendem ao critério B, mas não atendem ao A, e vinte e três empresas atendem a, pelo menos, um dos critérios A ou B. Considerando-se que nesse grupo de fornecedores não existe empresa que não atenda a, pelo menos, um dos três critérios, o número total de empresas desse grupo, isto é,  $n(A \cup B \cup C)$ , é igual a

- a) 21
- b) 25
- c) 27
- d) 29
- e) 31

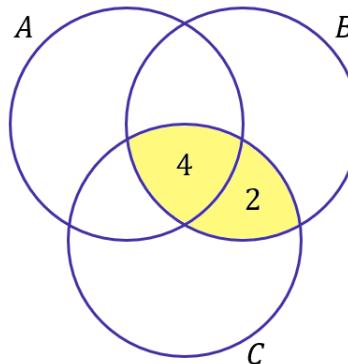
### Comentários:

Galera, um jeito legal de resolver esse exercício é **por meio dos diagramas** que vimos ao longo da aula. Pegamos cada uma das informações passadas no enunciado e tentamos encaixá-las no desenho. Veja.

- quatro empresas atendem aos três critérios.

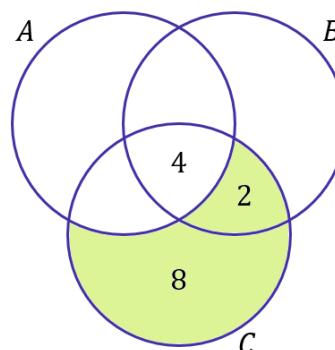


- **seis empresas** atendem aos critérios B e C.



Devemos perceber que a informação não nos diz que as empresas atendem APENAS aos critérios B e C. Dessa forma, **uma empresa que atende aos três critérios está inserida nessa conta**. Por isso, para completar os seis, adicionamos apenas mais duas empresas na região de intersecção dos dois critérios.

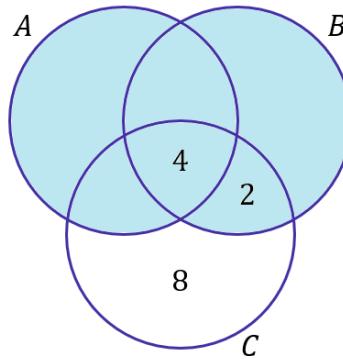
- dez empresas atendem ao critério C, mas não atendem a A.



A região verde representa as empresas que atendem ao critério C, mas não atendem ao A. Nessa parte do diagrama, **já tínhamos contabilizado duas empresas** no item anterior. Portanto, faltou apenas oito empresas que contabilizamos na região das empresas que atendem apenas ao critério C.

- vinte e três empresas atendem a, **pelo menos**, um dos critérios A ou B.

Essa informação é, talvez, a mais importante. Na prática, o enunciado está nos dizendo que toda a região marcada abaixo contabiliza **23 pessoas**:



Como sabemos que todas as empresas **cumprem ao menos um dos critérios**, então o total de empresas é a soma dessas 23 com as 8 que ficaram de fora (aqueles empresas que apenas atenderam ao critério C).

$$n(A \cup B \cup C) = 23 + 8 \rightarrow n(A \cup B \cup C) = 31$$

**Gabarito:** LETRA E.

**19. (CESGRANRIO/PETROBRAS/2017)** Os conjuntos P e Q têm p e q elementos, respectivamente, com  $p + q = 13$ . Sabendo-se que a razão entre o número de subconjuntos de P e o número de subconjuntos de Q é 32, quanto vale o produto  $pq$ ?

- a) 16
- b) 32
- c) 36
- d) 42
- e) 46

**Comentários:**

Na teoria, vimos que o número de subconjuntos depende da quantidade de elementos do conjunto principal. Por exemplo, **se um conjunto tem 3 elementos, então ele terá  $2^3 = 8$  subconjuntos**. Lembre-se da fórmula:

$$nS_A = 2^{n(A)}$$

**$nS_A$  representa o número de subconjuntos de A e  $n(A)$  é o número de elementos de A.** Como o conjunto P tem p elementos e o conjunto Q tem q, podemos escrever:

$$nS_P = 2^{n(P)} \rightarrow nS_P = 2^p$$

$$nS_Q = 2^{n(Q)} \rightarrow nS_Q = 2^q$$

O enunciado diz que a razão entre o número de subconjuntos de P e o número de subconjuntos de Q é 32. Assim,

$$\frac{nS_P}{nS_Q} = \frac{2^p}{2^q} = 32 \quad \rightarrow \quad 2^{p-q} = 32 \quad \rightarrow \quad 2^{p-q} = 2^5 \quad \rightarrow \quad p - q = 5$$

Veja que o enunciado também informou que  $p + q = 13$ . Temos duas equações e duas incógnitas. Podemos montar um sistema de equações.

$$\begin{cases} p + q = 13 & (1) \\ p - q = 5 & (2) \end{cases}$$

Podemos isolar "p" na equação (2):

$$p = q + 5$$

Agora, devemos substituir p na equação (1).

$$(q + 5) + q = 13 \quad \rightarrow \quad 2q + 5 = 13 \quad \rightarrow \quad 2q = 8 \quad \rightarrow \quad q = 4$$

Encontramos o valor de q. Agora, podemos substituir em  $p = q + 5$ .

$$p = 4 + 5 \quad \rightarrow \quad p = 9$$

Com os valores de p e q determinados, podemos encontrar o produto.

$$pq = 4 \cdot 9 \quad \rightarrow \quad \mathbf{pq = 36}$$

**Gabarito:** LETRA C.

**20. (CESGRANRIO/IBGE/2014)** Em uma central de telemarketing com 42 funcionários, todos são atenciosos ou pacientes. Sabe-se que apenas 10% dos funcionários atenciosos são pacientes e que apenas 20% dos funcionários pacientes são atenciosos. Quantos funcionários são atenciosos e pacientes?

- a) 1
- b) 3
- c) 9
- d) 12
- e) 27

**Comentários:**

Seja A um conjunto que formado pelos funcionários que são atenciosos. Seja P um conjunto formado pelos funcionários que são pacientes. De acordo com o enunciado, **42 funcionários são atenciosos ou pacientes**. Na prática, ele está nos informando que  $n(A \cup P) = 42$ . Antes de prosseguir, observe que a questão pede quantos funcionários são atenciosos e pacientes,  $n(A \cap P)$ . Beleza?! Vamos lá!

O enunciado afirma que **10% dos funcionários atenciosos são pacientes**. Em outras palavras:

$$n(A \cap P) = 10\% \cdot n(A) = 0,1 \cdot n(A) \quad (1)$$

Por fim, ele também afirma que **20% dos funcionários pacientes são atenciosos**.

$$n(A \cap P) = 20\% \cdot n(P) = 0,2 \cdot n(P) \quad (2)$$

Lembre-se do **Princípio da Inclusão-Exclusão**:

$$n(A \cup P) = n(A) + n(P) - n(A \cap P) \quad (3)$$

Vamos escrever tanto  $n(A)$  como  $n(P)$  em função de  $n(A \cap P)$ . Da equação (1):

$$n(A \cap P) = 0,1 \cdot n(A) \quad \rightarrow \quad n(A) = \frac{n(A \cap P)}{0,1} \quad \rightarrow \quad n(A) = 10 \cdot n(A \cap P)$$

Da equação (2):

$$n(A \cap P) = 0,2 \cdot n(B) \quad \rightarrow \quad n(B) = \frac{n(A \cap P)}{0,2} \quad \rightarrow \quad n(B) = 5 \cdot n(A \cap P)$$

Substituindo esses resultados na equação (3) e usando que  **$n(A \cup P) = 42$** :

$$42 = 10 \cdot n(A \cap P) + 5 \cdot n(A \cap P) - n(A \cap P)$$

$$42 = 14 \cdot n(A \cap P)$$

$$n(A \cap P) = \frac{42}{14} \quad \rightarrow \quad \mathbf{n(A \cap P) = 3}$$

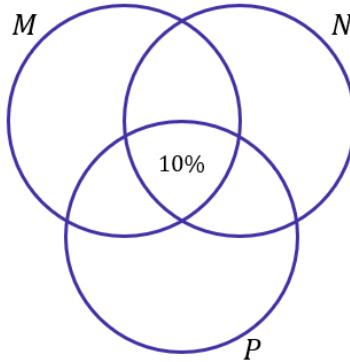
**Gabarito:** LETRA B.

**21. (CESGRANRIO/PETROBRAS/2012)** Numa certa comunidade, 35% de seus habitantes são leitores do jornal M; 40% são leitores do jornal N; 30% são leitores do jornal P; 25% leem os jornais M e N; 15% leem os jornais M e P; 20% leem os jornais N e P; e 10% leem os três jornais. Se o contingente de habitantes dessa comunidade que não leem nenhum dos três jornais está entre 270 e 360, então o contingente de leitores exclusivos do jornal M se situa entre

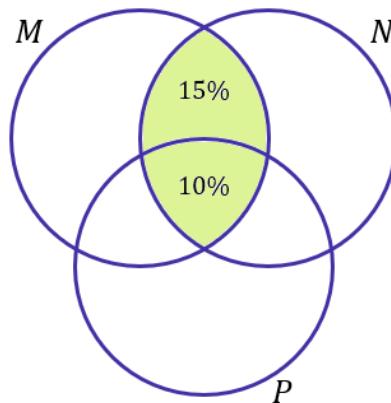
- a) 30 e 50
- b) 20 e 40
- c) 30 e 40
- d) 200 e 300
- e) 210 e 280

**Comentários:**

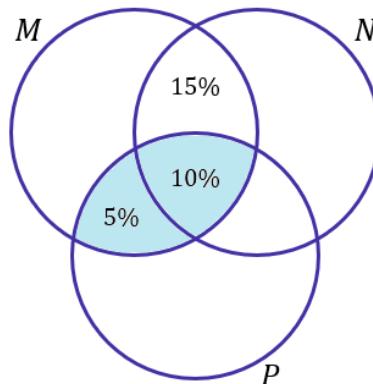
Pessoal, essa é uma questão que devemos usar os diagramas de Venn. Como estudamos, devemos sempre **tentar começar pela intersecção dos três conjuntos**. Nesse caso, a informação que diz que 10% leem os três jornais é o nosso ponto de partida.



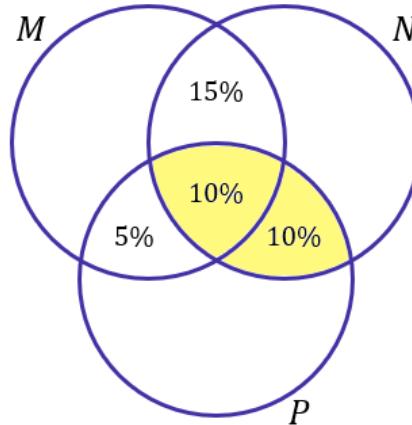
Agora, vamos analisar tudo que tem a ver com dois conjuntos. Por exemplo, a informação que diz que 25% leem os jornais M e N. Note que **já contabilizamos 10% desses 25%**, de modo que precisamos apenas colocar mais 15% na região de intersecção entre M e N.



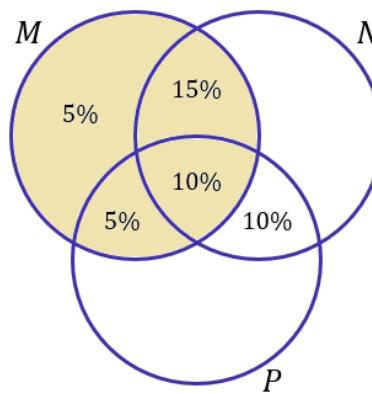
Note que a região destacada corresponde exatamente à intersecção entre M e N e a soma das porcentagens totaliza 25% que o enunciado nos passou ( $10\% + 15\% = 25\%$ ). Vamos prosseguir! A próxima informação é: **15% leem os jornais M e P**. Mais uma vez, já contabilizamos 10% na intersecção tripla (veja a importância de colocar primeiro o valor dela, para impedir contar os valores duas vezes).



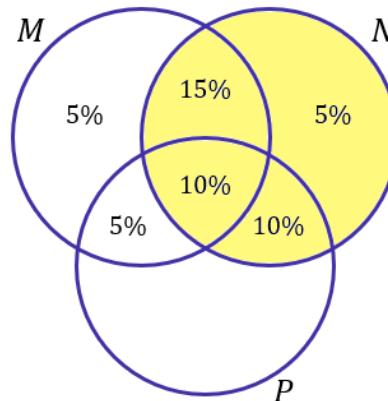
Mais uma vez fiz questão de destacar as duas regiões para que você perceba que a soma das porcentagens é exatamente o que o enunciado trouxe: 15% leem os jornais M e P. A próxima informação a ser considerada é: **20% leem os jornais N e P**. Ficamos então com:



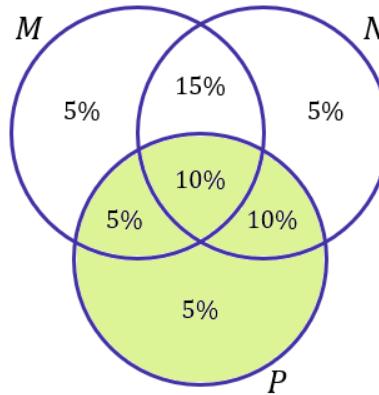
Beleza! Agora vamos avaliar cada conjunto individualmente. O enunciado trouxe que **35% dos habitantes são leitores do jornal M**. Note que no diagrama de M temos  $15\% + 10\% + 5\% = 30\%$  contabilizados. Para fechar os 35%, devemos apenas acrescentar mais 5% na "região disponível".



Some todos os valores da região M e confira que estará tudo coerente e totalizando os 35% dos habitantes. Vamos seguindo! **40% dos leitores são do jornal N**. Assim,



Por último, devemos levar em conta também que **30% são leitores do jornal P**.



Agora que todo o diagrama está preenchido, ao somar suas regiões, **vamos ter a porcentagem da população que lê pelo menos um dos jornais**, concorda? Assim,

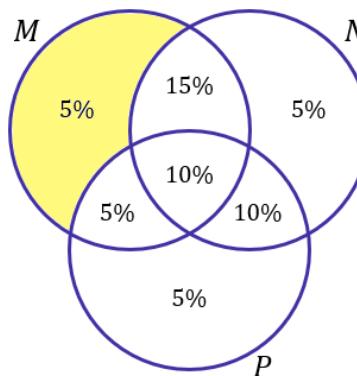
$$5\% + 15\% + 10\% + 5\% + 5\% + 10\% + 5\% = 55\%$$

Veja que **55% da cidade lê pelo menos um dos jornais**. Com isso, 45% (0,45) da população não lê nenhum dos três. Como ele diz a população que não lê nada está entre 270 e 360 habitantes. Podemos calcular o limite mínimo e máximo de habitantes dessa cidade.

$$0,45 \cdot p_{\min} = 270 \rightarrow p_{\min} = \frac{270}{0,45} \rightarrow p_{\min} = 600 \text{ pessoas}$$

$$0,45 \cdot p_{\max} = 360 \rightarrow p_{\max} = \frac{360}{0,45} \rightarrow p_{\max} = 800 \text{ pessoas}$$

Logo, **a população dessa cidade está entre 600 e 800 pessoas**. A questão pede a quantidade de habitantes que leem exclusivamente o jornal M.



Veja que 5% (0,05) dos habitantes leem exclusivamente o jornal M. Assim,

$$M_{\min} = 600 \cdot 0,05 \rightarrow M_{\min} = 30 \text{ pessoas}$$

$$M_{\max} = 800 \cdot 0,05 \rightarrow M_{\max} = 40 \text{ pessoas}$$

Portanto, **a quantidade de leitores exclusivos do jornal M está entre 30 e 40 pessoas**.

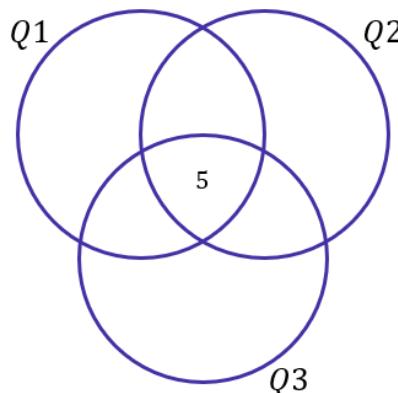
**Gabarito: LETRA C.**

**22. (CESGRANRIO/PETROBRAS/2012)** Cinquenta e dois estudantes foram submetidos a uma prova composta de três questões objetivas. Do total de estudantes, trinta e um acertaram a questão 2, dezessete acertaram as questões 1 e 3, seis acertaram apenas a questão 3 e cinco gabaritaram a prova. Sabendo-se que nenhum estudante obteve nota zero, quantos acertaram somente a questão 1?

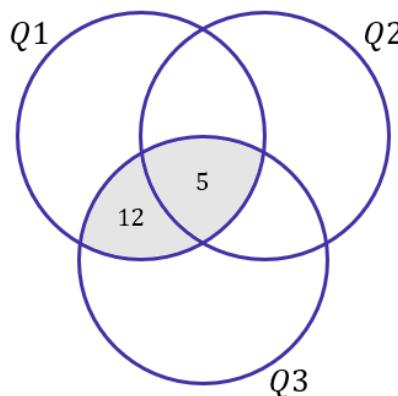
- a) 3
- b) 4
- c) 5
- d) 6
- e) 7

**Comentários:**

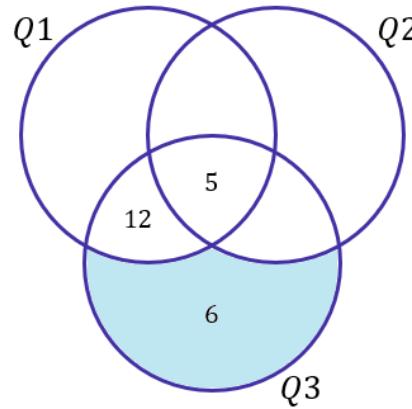
Beleza, moçada! Temos três conjuntos: Q1 formado por aqueles que acertaram a questão 1, Q2 formado por aqueles que acertaram a questão 2 e Q3 formado por aqueles que acertaram a questão 3. Como sempre, **devemos começar analisando a intersecção dos três**, ou seja, quantos gabaritaram a prova. De acordo com o enunciado, cinco acertaram as três questões. Assim,



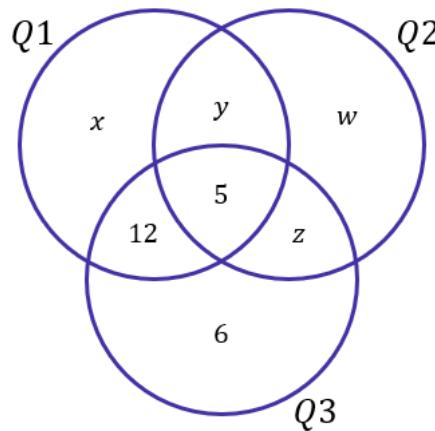
Vamos analisar quem acertou duas questões. Uma das informações do enunciado é que **dezessete acertaram as questões 1 e 3**. Como já contabilizamos 5 no diagrama, faltam apenas mais 12.



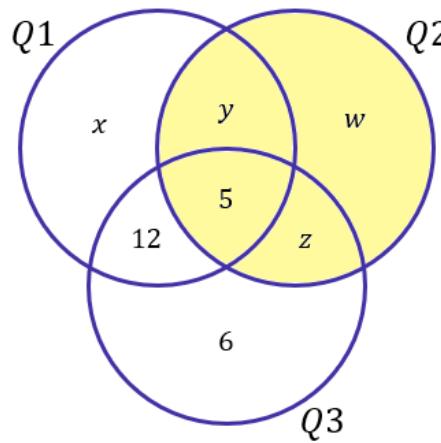
Quando somamos os valores na intersecção de Q1 e Q3, resulta exatamente nos 17 que acertaram as 2 questões. Continuando! A próxima informação que podemos utilizar é: **6 acertaram apenas a questão 3.**



Agora, vamos chamar os valores de cada uma das regiões de uma letra.



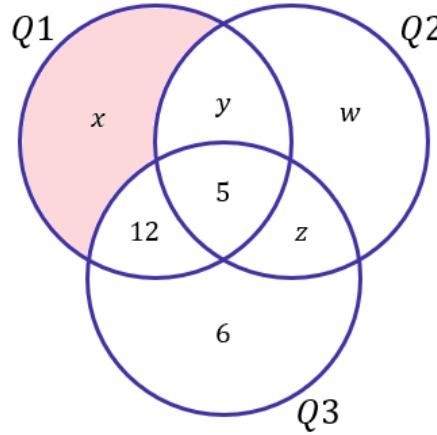
Agora que demos "nomes aos bois", vamos analisar a seguinte informação: trinta e um (31) acertaram a questão 2. No nosso diagrama, a região que representa aqueles que acertaram a questão 2 é:



Assim,

$$y + w + z + 5 = 31 \rightarrow y + w + z = 26$$

A questão quer a quantidade de alunos que acertaram apenas a questão 1, ou seja, o valor de  $x$ .



O número total de estudantes que fizeram a prova é 52. Como nenhum zerou, então **quando somamos os valores que estão nas regiões do diagrama, devemos obter exatamente o total de alunos.**

$$x + (y + w + z) + 12 + 5 + 6 = 52$$

$$x + 26 + 23 = 52$$

$$x + 49 = 52$$

$$x = 3$$

**Gabarito:** LETRA A.

**23. (CESGRANRIO/TRANSPETRO/2012 - Adaptada)** Um grupo de 100 jovens forneceu informações sobre as três redes sociais mais utilizadas no País: Facebook, MSN e Twitter. Os resultados encontrados foram os seguintes:

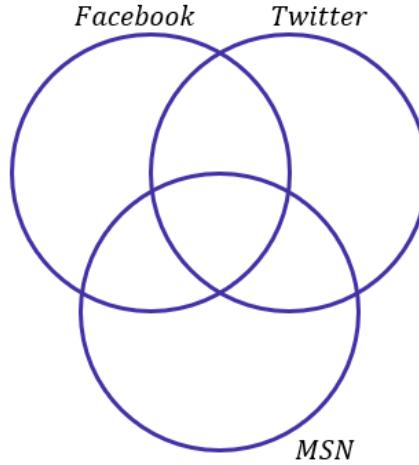
- 20 não utilizam nenhuma rede social.
- 32 só utilizam o Facebook.
- 65 utilizam o Facebook.
- 20 só utilizam o Twitter.
- 2 utilizam o Facebook, o Twitter e o MSN.
- 51 utilizam apenas dois dos três meios de comunicação.

**A quantidade de jovens que utilizam apenas o Twitter e o MSN é**

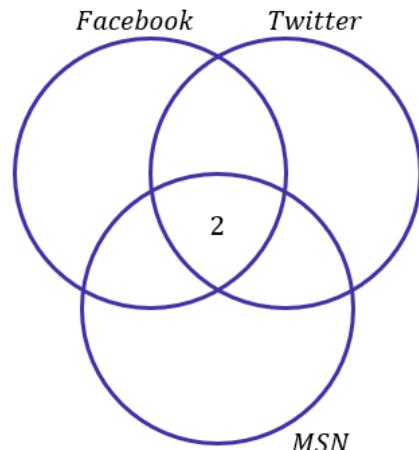
- a) 10
- b) 20
- c) 25
- d) 30
- e) 35

**Comentários:**

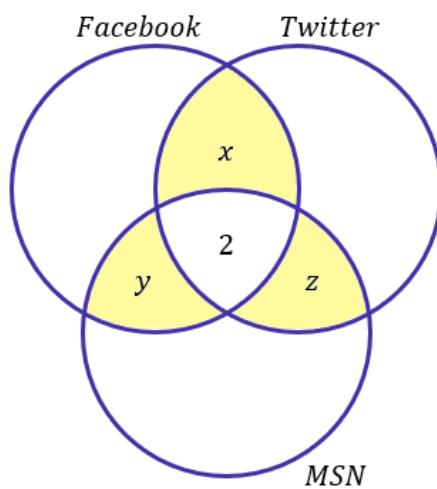
Mais uma vez, **vamos usar diagramas de Venn** para resolver essa questão de conjuntos. O enunciado foi muito bom pois separou as informações para nós de uma maneira que facilita a visualização.



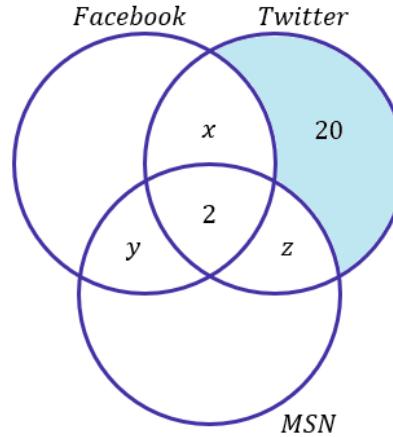
Vamos começar com a intersecção: **2 utilizam o Facebook, o Twitter e o MSN.**



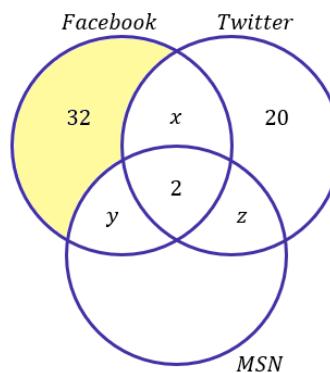
Ademais, o enunciado informou que: **51 utilizam apenas dois dos três meios de comunicação.**



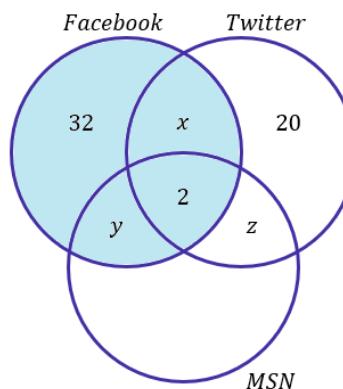
Ou seja,  $x + y + z = 51$ . Vamos manter assim por enquanto. A próxima informação que podemos utilizar é: **20 utilizam apenas o Twitter.**



Prosseguindo: **32 só utilizam o Facebook.**



Vamos para a próxima informação: 65 utilizam Facebook.



Assim,

$$32 + x + y + 2 = 65 \rightarrow x + y = 31$$

Como descobrimos que  $x + y = 31$ , podemos usar o fato que  $x + y + z = 51$  para determinar  $z$ .

$$x + y + z = 51 \rightarrow 31 = z + 51 \rightarrow z = 20$$

Portanto, **20 jovens utilizam apenas o Twitter e o MSN.**

**Gabarito: LETRA B.**

**24. (CESGRANRIO/TRANSPETRO/2012) Sejam  $\#(X)$  o número de elementos de um conjunto finito  $X$  e  $A$ ,  $B$  e  $C$  conjuntos tais que  $\#(A \cup B) = 12$ ,  $\#(B \cup C) = 22$ ,  $\#(A \cup C) = 22$ ,  $\#(A \cup B \cup C) = 24$  e  $\#(A \cap B \cap C) = 5$ . Conclui-se que  $\#(A) + \#(B) + \#(C)$  é igual a**

- a) 31
- b) 32
- c) 34
- d) 36
- e) 37

**Comentários:**

Vocês podem ter achado estranho essa notação que usa o  $\#(A)$ . Ela é bem rara e, hoje em dia, utilizamos  **$n(A)$  para expressar o número de elementos de um conjunto A**. Vamos escrever esses valores utilizando nossa notação, sem prejuízo algum:

- $n(A \cup B) = 12$
- $n(B \cup C) = 22$
- $n(A \cup C) = 22$
- $n(A \cup B \cup C) = 24$
- $n(A \cap B \cap C) = 5$
- $n(A) + n(B) + n(C) = ???$

Vocês perceberam que está parecendo muito com os elementos do **Princípio da Inclusão e Exclusão?** Recorde a fórmula que vimos na teoria:

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(A \cap C) + n(A \cap B \cap C) \quad (1)$$

Para usar essa fórmula, precisamos de  $n(A \cap B)$ ,  $n(B \cap C)$  e  $n(A \cap C)$ . No entanto, o enunciado forneceu  $n(A \cup B)$ ,  $n(A \cup B)$  e  $n(A \cup B)$ . O princípio da inclusão e exclusão permite relacionar as duas quantidades.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \quad \rightarrow \quad n(A \cap B) = n(A) + n(B) - 12$$

Analogamente para os demais conjuntos:

$$n(A \cup C) = n(A) + n(C) - n(A \cap C) \quad \rightarrow \quad n(A \cap C) = n(A) + n(C) - 22$$

$$n(B \cup C) = n(B) + n(C) - n(B \cap C) \quad \rightarrow \quad n(B \cap C) = n(B) + n(C) - 22$$

Dessa forma, podemos aplicar esses resultados na equação (1):

$$24 = n(A) + n(B) + n(C) - (n(A) + n(B) - 12) - (n(A) + n(C) - 22) - (n(B) + n(C) - 22) + 5$$

$$24 = \cancel{n(A)} + \cancel{n(B)} + \cancel{n(C)} - \cancel{n(A)} - \cancel{n(B)} + 12 - \cancel{n(A)} - \cancel{n(C)} + 22 - \cancel{n(B)} - \cancel{n(C)} + 22 + 5$$

$$24 = 61 - n(A) - n(B) - n(C) \rightarrow n(A) + n(B) + n(C) = 37$$

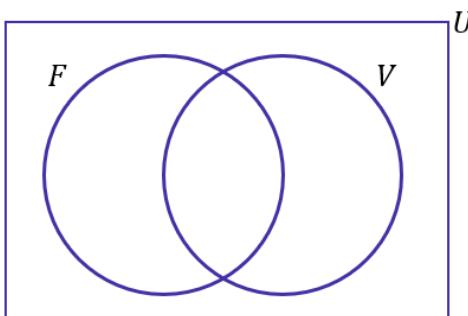
**Gabarito: LETRA E.**

**25. (CESGRANRIO/PETROBRAS/2011)** Conversando com os 45 alunos da primeira série de um colégio, o professor de educação física verificou que 36 alunos jogam futebol, e 14 jogam vôlei, sendo que 4 alunos não jogam nem futebol nem vôlei. O número de alunos que jogam tanto futebol quanto vôlei é

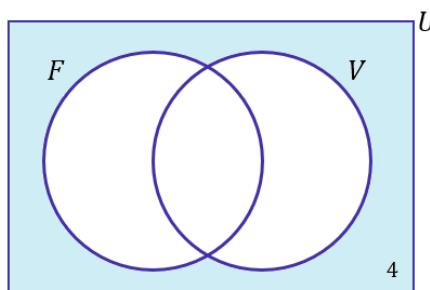
- a) 5.
- b) 7.
- c) 9.
- d) 11.
- e) 13.

**Comentários:**

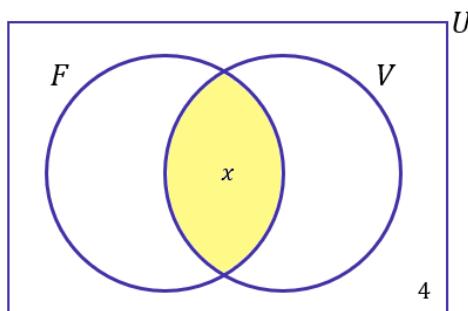
Questão que envolve dois conjuntos principais: um formado por aqueles que jogam futebol ( $F$ ) e um outro formado por aqueles que jogam vôlei ( $V$ ).



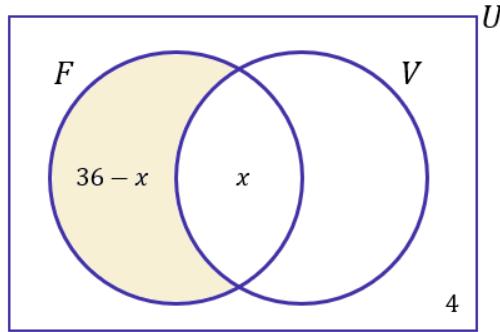
Note que delimitamos nosso conjunto universo, pois há **4 alunos que não jogam nem futebol, nem vôlei**.



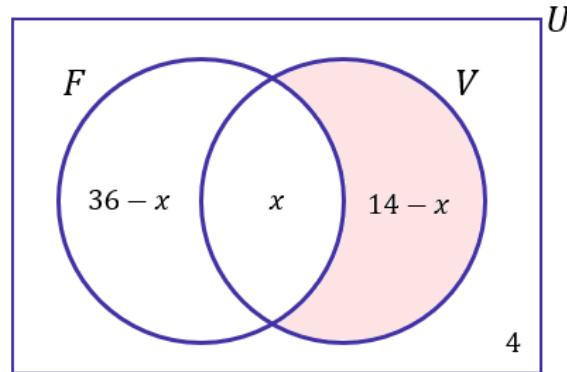
Queremos saber **quantas pessoas jogam futebol e vôlei**. É a nossa intersecção, vamos chamá-la de  $x$ .



Se 36 alunos jogam futebol, então  $36 - x$  jogam **apenas** futebol.



Por fim, se 14 jogam vôlei, então  $14 - x$  jogam apenas vôlei.



Quando somamos todas as regiões, devemos ter o total de alunos (no caso, são 45). Assim,

$$(36 - x) + x + (14 - x) + 4 = 45$$

$$54 - x = 45$$

$$x = 9$$

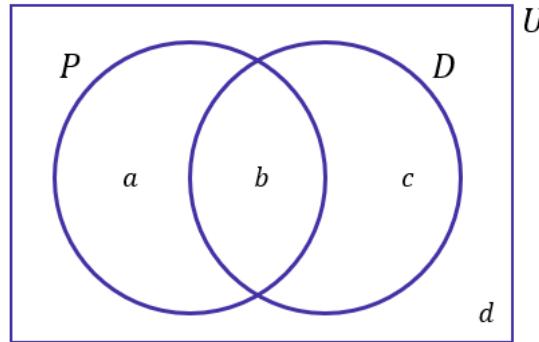
**Gabarito:** LETRA C.

**26. (CESGRANRIO/PETROBRAS/2011)** Em uma fábrica, 70% dos funcionários ou trabalham no setor de Produção ou trabalham no setor de Desenvolvimento, ou seja, nenhum deles trabalha nos dois setores. Um terço dos funcionários que trabalham no setor de Desenvolvimento também trabalha no setor de Produção, e 50% dos funcionários da fábrica não trabalham no setor de Produção. A porcentagem de funcionários da fábrica que trabalha tanto no setor de Desenvolvimento como no setor de Produção é

- a) 5%
- b) 10%
- c) 20%
- d) 25%
- e) 30%

#### Comentários:

Galera, acredito que essa questão esteja em um nível bem acima da média. Exige bastante manipulação e possui sacadas bem peculiares. Para começar, **precisamos dar nomes aos bois**. Vamos colocar primeiro no diagrama poder explicar.



- $P$ : conjunto dos funcionários que trabalham no setor de Produção;
- $D$ : conjunto dos funcionários que trabalham no setor de Desenvolvimento;
- " $a$ ": é a quantidade de funcionários que trabalham **apenas** no setor de produção;
- " $b$ ": é a quantidade de funcionários que trabalham **nos dois setores**;
- " $c$ ": é a quantidade de funcionários que trabalham **apenas** no setor de Desenvolvimento;
- " $d$ ": é a quantidade de funcionários que **não trabalham em nenhum dos dois setores**.

Seja  $N$  o total de funcionários da empresa. Assim,

$$N = a + b + c + d \quad (1)$$

Vamos avaliar as informações que o enunciado passou.

- **70% dos funcionários ou trabalham no setor de Produção ou trabalham no setor de Desenvolvimento, ou seja, nenhum deles trabalha nos dois setores.**

$$\frac{a + c}{N} = 0,7 \quad \rightarrow \quad a + c = 0,7N \quad \rightarrow \quad a = 0,7N - c \quad (2)$$

- **50% dos funcionários da fábrica não trabalham no setor de Produção.**

$$\frac{c + d}{N} = 0,5 \quad \rightarrow \quad c + d = 0,5N \quad \rightarrow \quad d = 0,5N - c \quad (3)$$

- **Um terço dos funcionários que trabalham no setor de Desenvolvimento também trabalha no setor de Produção.**

$$b = \frac{1}{3}(b + c) \quad \rightarrow \quad \frac{2b}{3} = \frac{c}{3} \quad \rightarrow \quad b = \frac{c}{2} \quad (4)$$

A questão pede a **porcentagem de funcionários da fábrica que trabalha tanto no setor de Desenvolvimento como no setor de Produção, ou seja, o valor de  $b/N$** . Para isso, vamos manipular as equações acima de forma a fazer aparecer essa fração. Convenientemente, nós organizamos as equações (2) e (3), isolando as incógnitas  $a$  e  $d$  em função de  $N$  e  $c$ . Vamos substituir (2), (3) e (4) em (1).

$$N = (0,7N - \cancel{c}) + \frac{c}{2} + \cancel{c} + (0,5N - c) \quad \rightarrow \quad N = 1,2N - \frac{c}{2} \quad \rightarrow \quad \frac{c}{2} = 0,2N \quad \rightarrow \quad c = 0,4N$$

Substituindo o que encontramos em (4):

$$b = \frac{0,4N}{2} \rightarrow \frac{b}{N} = 0,2 \text{ (20%)}$$

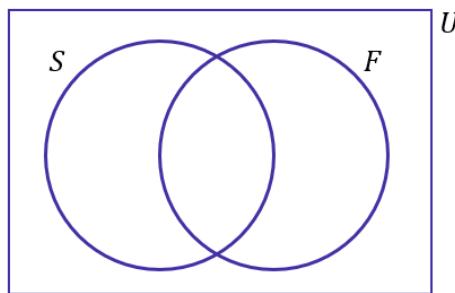
**Gabarito:** LETRA C.

**27. (CESGRANRIO/PETROBRAS/2010)** Mil pessoas responderam a uma pesquisa sobre a frequência do uso de automóvel. Oitocentas e dez pessoas disseram utilizar automóvel em dias de semana, 880 afirmaram que utilizam automóvel nos finais de semana e 90 disseram que não utilizam automóveis. Do total de entrevistados, quantas pessoas afirmaram que utilizam automóvel durante a semana e, também, nos fins de semana?

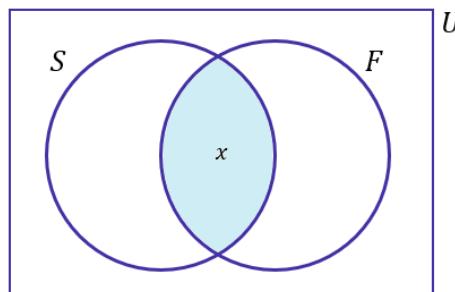
- a) 580
- b) 610
- c) 690
- d) 710
- e) 780

**Comentários:**

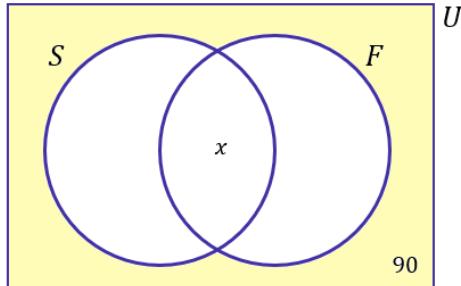
Essa questão envolve **dois conjuntos**: o primeiro formado pelas pessoas que utilizam o automóvel em dias de semana (S) e segundo, formado por aqueles que utilizam o automóvel nos finais de semana (F). Vamos esquematizar os diagramas.



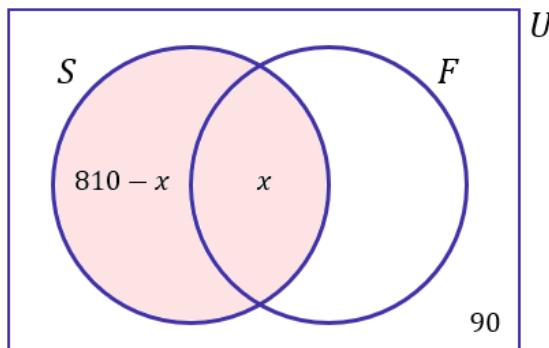
A questão pede justamente a quantidade de pessoas que utilizam o automóvel tanto nos dias de semana, quanto nos finais de semana. Na prática, **é exatamente a intersecção dos 2 conjuntos**. Vamos chamar de x.



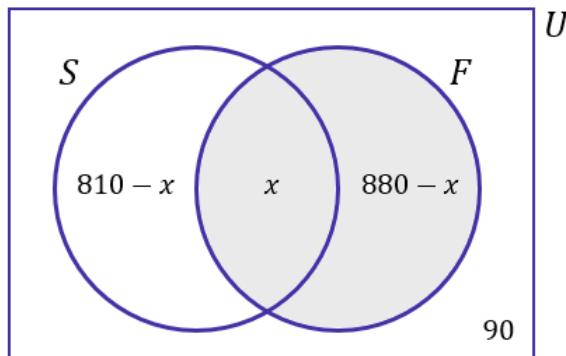
Agora, vamos analisar as informações do enunciado. A primeira informação que podemos aproveitar é que **90 pessoas não utilizam automóveis**.



- Oitocentas e dez pessoas disseram utilizar automóvel em dias de semana.



- 880 afirmaram que utilizam automóvel nos finais de semana.



**1000 responderam à pesquisa.** Logo, quando somamos todas as regiões, devemos totalizar esse número.

$$(810 - x) + x + (880 - x) + 90 = 1000$$

$$1780 - x = 1000$$

$$x = 780$$

**Gabarito:** LETRA E.

# FGV

**28. (FGV/SEFAZ-ES/2022) Em um grupo de 70 pessoas, há 50 capixabas e 40 torcedores do Vasco. Em relação a esse grupo de pessoas, é correto concluir que**

- A) no máximo 20 são capixabas torcedores do Vasco.
- B) no mínimo 20 não são nem capixabas nem torcedores do Vasco.
- C) exatamente 30 são capixabas não torcedores do Vasco.
- D) no máximo 40 são capixabas torcedores do Vasco.
- E) é possível que nenhuma delas seja capixaba torcedor do Vasco.

## Comentários:

Galera, esse tipo de questão está **muito comum** nas provas da FGV. Logo, preste bem atenção no que desen- volveremos aqui! Vou resolver de duas formas com vocês, ok? Uma forma mais **qualitativa** e outra forma usando **diagramas**. Inicialmente, vamos perceber o seguinte:

- 1) São 70 pessoas. 50 são capixabas. Logo, teremos **20 pessoas que não são capixabas**.
- 2) São 70 pessoas. 40 torcedores do Vasco. Logo, teremos **30 pessoas que não são torcedoras do Vasco**.

*Beleza até aqui, pessoal?!*

Agora, imagine que você queira saber a quantidade máxima de pessoas **não são capixabas e não são torcedoras do Vasco**.

Essa situação extrema aconteceria se todas as 20 pessoas que não são capixabas também não torcessem para o Vasco. Logo, nosso "máximo" procurado é 20 pessoas. Guarde essa conclusão: **no máximo, podemos ter 20 pessoas que não são capixabas nem torcedores do Vasco**.

Da mesma forma, imagine que você queira saber o oposto do que vimos acima. No caso, seria a quantidade máxima de pessoas que **são capixabas e torcem para o Vasco**.

Essa outra situação extrema aconteceria se todos os 40 torcedores do Vasco também fossem capixabas. É importante perceber que o **"40" é o número limitante aqui**. Note que não poderíamos ter que todos os 50 capixabas fossem torcedores do Vasco, pois o enunciado é claro ao informar que são apenas 40 torcedores do Vasco.

Com essas duas observações, vamos comentar as alternativas.

A) no máximo 20 são capixabas torcedores do Vasco.

**Errado.** Podemos ter até 40 capixabas torcedores do Vasco.

B) no mínimo 20 não são nem capixabas nem torcedores do Vasco.

**Errado.** O correto seria "no máximo" ao invés de "no mínimo".

C) exatamente 30 são capixabas não torcedores do Vasco.

**Errado.** O enunciado não fornece informações suficientes para concluirmos "exatamente". Com o que foi passado, podemos apenas fazer considerações sobre quantidades máximas e/ou mínimas.

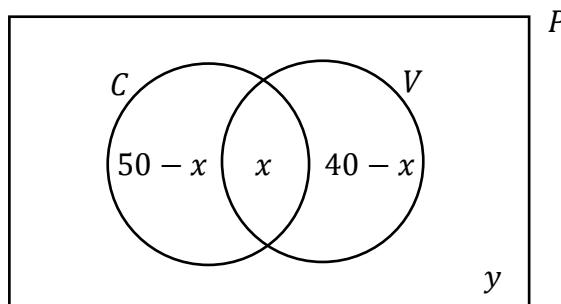
D) no máximo 40 são capixabas torcedores do Vasco.

**Correto**, foi uma das conclusões que chegamos com a resolução do exercício.

E) é possível que nenhuma delas seja capixaba torcedor do Vasco.

**Errado**. Isso seria verdade se a soma das duas quantidades fosse inferior a 70.

Feita essa primeira resolução, vamos desenhar uns diagramas para entender o problema sobre um outro ângulo!



"C" é o conjunto dos capixabas, "V" é o conjunto dos torcedores do Vasco, "P" é o conjunto formado por todas as 70 pessoas (é o **conjunto universo**). Além disso, temos que "x" denota todas as pessoas que são capixabas e também torcem para o Vasco. Por sua vez, "y" é exatamente o contrário, ele denota a quantidade de pessoas que não são capixabas e também não são torcedores do Vasco.

Como o enunciado falou que **o total de pessoas é 70**, quando somamos todas essas quantidades destacadas no diagramas, devemos ter exatamente essas 70 pessoas.

$$(50 - x) + x + (40 - x) + y = 70 \quad \rightarrow \quad y - x = 20 \quad \rightarrow \quad x = 20 + y$$

Note que "x" é tanto maior quanto for "y". Assim, quando "y" for máximo "x" também será.

No começo da solução vimos que **a quantidade máxima de pessoas que não podem ser capixabas nem torcerem para o Vasco é 20**. Sendo assim, o valor máximo para "x", que é a quantidade de pessoas que são capixabas e torcedoras do Vasco é de:

$$x_{max} = 20 + y_{max} \quad \rightarrow \quad x_{max} = 20 + 20 \quad \rightarrow \quad \boxed{x_{max} = 40}$$

Logo, no máximo, **podemos ter 40 pessoas que são capixabas e torcedoras do Vasco**.

**Gabarito:** LETRA D.

**29. (FGV/MPE-GO/2022)** Em um grupo de 48 pessoas, há 35 advogados e 32 policiais. Nesse grupo, o número mínimo de pessoas que são ao mesmo tempo advogados e policiais é

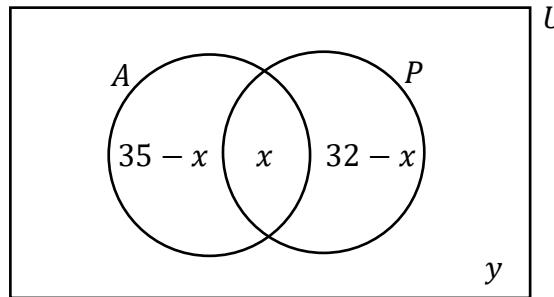
- A) 13.
- B) 16.
- C) 19.

D) 32.

E) 35.

**Comentários:**

Essa questão parece com a anterior, não é verdade? Vamos resolvê-la usando diagramas.



Nessa questão, "A" representa o conjunto dos advogados, "P" o conjunto dos policiais e "U" é o nosso conjunto universo (*compreende todas as 48 pessoas*). Ademais, **"x" representa a quantidade de advogados que também são policiais e "y" é a quantidade de pessoas que não são advogados nem policiais**. Quando somamos todas as quantidades destacadas no nosso diagrama, devemos obter as 48 pessoas.

$$(35 - x) + x + (32 - x) + y = 48 \rightarrow y - x = -19 \rightarrow x = y + 19$$

Observe que encontramos uma relação entre "x" e "y".

A questão pede o valor mínimo de pessoas que são ao mesmo tempo advogadas e policiais, ou seja, o valor mínimo de "x". **Para que "x" seja mínimo, devemos ter que "y" também seja mínimo**. Note que quanto menor "y", menor também será "x".

A pergunta que vem agora é: *qual é o menor valor possível para "y"?*

A situação que minimiza "y" seria aquela em que não existiria ninguém (entre essas 48 pessoas) que não fosse advogado ou policial, ou seja,  $y_{min} = 0$ . Com isso:

$$x_{min} = y_{min} + 19 \rightarrow x_{min} = 0 + 19 \rightarrow x_{min} = 19$$

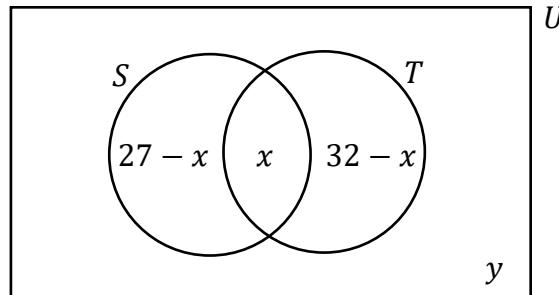
**Gabarito:** LETRA C.

**30. (FGV/SEMSA-MANAUS/2022) Em um grupo de 50 pessoas, 27 gostam de filmes de suspense e 32 gostam de filmes de terror. Com relação a essas 50 pessoas, é correto concluir que**

- A) no máximo 18 delas não gostam de filmes de suspense nem de filmes de terror.
- B) exatamente 9 delas gostam tanto de filmes de suspense como de filmes de terror.
- C) exatamente 18 delas só gostam de filmes de suspense.
- D) exatamente 23 delas só gostam de filmes de terror.
- E) no mínimo 18 delas gostam tanto de filmes de suspense como de filmes de terror.

**Comentários:**

Mais uma nesse estilo! Todas de 2022! Vamos usar os diagramas de novo!



- "S" denota o conjunto formado por aqueles que gostam de filmes de suspense;
- "T" denota o conjunto formado por aqueles que gostam de filmes de terror;
- "U" denota o conjunto universo, **formado por todas as 50 pessoas** mencionadas na questão;
- "x" é a quantidade de pessoas que gostam tanto de filmes de suspense quanto de terror;
- "y" é a quantidade de pessoas que não gostam de filmes de suspense nem de terror.

Quando fazemos o diagrama da forma acima, **a soma** das quantidades destacadas deve totalizar o número de pessoas envolvidas, ou seja:

$$(27 - x) + x + (32 - x) + y = 50 \quad \rightarrow \quad 59 - x + y = 50 \quad \rightarrow \quad \boxed{y = x - 9}$$

Encontramos uma relação entre "x" e "y". Note que **quanto maior "x", maior será "y"**.

Sendo assim, para maximizarmos "y", devemos determinar o valor máximo de "x".

Para isso, note que temos 27 pessoas que gostam de filme de suspense e 32 pessoas que gostam de terror.

Observe que, em uma situação extrema, as 27 pessoas que gostam de suspense podem também gostar de terror. **Essa seria a situação que "x" assumiria seu máximo valor.** **Não** poderíamos ter, por exemplo, 28 pessoas gostando de suspense e terror, já que sabemos que **apenas 27 gostam de suspense**. Tudo bem? **Esse é o "batente" para o "x".** Descoberto isso, podemos usar na expressão que determinamos anteriormente.

$$y_{max} = x_{max} - 9 \quad \rightarrow \quad y_{max} = 27 - 9 \quad \rightarrow \quad \boxed{y_{max} = 18}$$

**Gabarito:** LETRA A.

**31. (FGV/MPE-GO/2022)** Uma empresa possui 32 funcionários que trabalham nos setores A, B e C. Sabe-se que 20 funcionários trabalham no setor A, 14 funcionários trabalham no setor B e 9 funcionários trabalham no setor C. Há funcionários que trabalham simultaneamente nos setores A e B, há funcionários que trabalham simultaneamente nos setores A e C, mas nenhum funcionário trabalha simultaneamente nos setores B e C. O número de funcionários que trabalha apenas no setor A é igual a

- A) 4  
B) 5

- C) 6  
D) 8  
E) 9

**Comentários:**

Questão para usarmos o **Princípio da Inclusão-Exclusão**. Vamos anotar os dados que a questão passa:

- 32 funcionários trabalham nos setores A, B e C.

$$n(A \cup B \cup C) = 32$$

- 20 funcionários trabalham no setor A.

$$n(A) = 20$$

- 14 funcionários trabalham no setor B.

$$n(B) = 14$$

- 9 funcionários trabalham no setor C.

$$n(C) = 9$$

- Nenhum funcionário trabalha simultaneamente nos setores B e C.

$$n(B \cap C) = 0$$

Observe que como não existe funcionário que trabalhe simultaneamente em B e C, consequentemente **não podemos ter funcionário que trabalhe simultaneamente nos três setores**: A, B e C.

$$n(A \cap B \cap C) = 0$$

Pelo Princípio da Inclusão-Exclusão, temos:

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

$$32 = 20 + 14 + 9 - n(A \cap B) - n(A \cap C) - 0 + 0$$

$$n(A \cap B) + n(A \cap C) = 11$$

O enunciado pede o número de funcionários que trabalham apenas no setor A. Para encontrar seu valor, devemos subtrair de  $n(A)$  o número de elementos das intersecções de A com os outros conjuntos. Afinal, queremos a quantidade de elementos que estejam apenas em A.

$$Apenas no Setor A = n(A) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(A \cap B \cap C)$$

$$Apenas no Setor A = 20 - 11 - 0$$

$$Apenas no Setor A = 9$$

**Gabarito:** LETRA E.

**32. (FGV/SEMSA-MANAUS/2022)** Uma pesquisa foi feita com 40 funcionários de uma empresa e entre as perguntas havia as que estão abaixo:

- Você tem filhos?
- Você tem animal de estimação?

20 pessoas responderam SIM para a primeira pergunta.

15 pessoas responderam SIM para a segunda pergunta.

11 pessoas deixaram as duas perguntas em branco.

As instruções da pesquisa estabeleciam que deixar em branco significaria dizer NÃO. Sendo assim, o número de pessoas que possuem filhos e animais de estimação é igual a

- A) 2.
- B) 3.
- C) 4.
- D) 5.
- E) 6.

#### Comentários:

Nós vamos resolver essa questão por meio do Princípio da Inclusão-Exclusão. Inicialmente, considere que "**F**" denota o conjunto formado por aqueles que tem **filhos**. Por sua vez, "**A**" denota o conjunto formado por aqueles que tem **animal de estimação**. Dos 40 funcionários que responderam as perguntas, **11 deixaram as duas perguntas em branco** (na prática, a pesquisa considerou que essas **11 pessoas não possuem filhos nem animal de estimação**). Com isso, podemos escrever:

$$n(A \cup F) = 40 - 11 \quad \rightarrow \quad n(A \cup F) = 29$$

Por sua vez, como **20 responderam que tem filhos**, podemos escrever  $n(F) = 20$ .

E, ainda, como **15 responderam que possuem animal de estimação**,  $n(A) = 15$ .

Com essas três informações, conseguimos encontrar o número de pessoas que possuem filhos e animais de estimação -  $n(A \cap F)$  - por meio da aplicação do **Princípio da Inclusão-Exclusão**:

$$n(A \cup F) = n(A) + n(F) - n(A \cap F)$$

Substituindo os valores,

$$29 = 20 + 15 - n(A \cap F) \quad \rightarrow \quad n(A \cap F) = 35 - 29 \quad \rightarrow \quad \boxed{n(A \cap F) = 6}$$

**Gabarito: LETRA E.**

33. (FGV/PC-RN/2021) Em um grupo de esportistas,  $1/3$  deles só gostam de vôlei e, dos demais,  $2/5$  gostam de vôlei e também de basquete. Todos os esportistas desse grupo gostam de, pelo menos, um desses dois esportes. Em relação ao total de membros desse grupo, a fração daqueles que só gostam de basquete é:

- A)  $2/3$ ;
- B)  $2/5$ ;
- C)  $3/5$ ;
- D)  $4/15$ ;
- E)  $1/15$ .

**Comentários:**

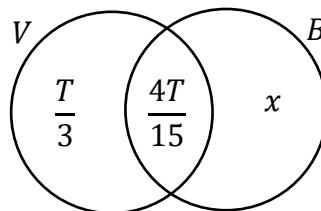
Considere que "V" denota o conjunto daqueles que gostam de Vôlei e "B" denota o conjunto daqueles que gostam de basquete. Por fim, considere que "T" é o total de esportistas desse grupo.

1) Como  $1/3$  desses esportistas só gostam de vôlei, então podemos escrever que **a quantidade dos que só gostam de vôlei é  $T/3$** .

2) **Atenção aqui!!** Depois da informação acima, o enunciado fala: "DOS DEMAIS", ou seja, refere-se aqueles que não gostam só de vôlei ou não gostam de vôlei mesmo. Assim, **essa quantia é  $2T/3$ !** Temos que  **$2/5$  dessa quantidade gostam de vôlei e de basquete**.

$$\frac{2T}{3} \cdot \frac{2}{5} = \frac{4T}{15}$$

No diagrama, ficamos com o seguinte:



Estamos procurando a fração daqueles que só gostam de basquete, ou seja, o valor de "x/T".

Vamos perceber algumas coisas aqui:

1) Todos nesse grupo gostam de, **pelo menos**, um desses dois esportes. Isso significa que **não temos ninguém fora de "V" ou "B"**.

2) Ademais, lembre-se que quando somamos as quantidades destacadas no diagrama, **ela deve totalizar o número de membros desse grupo**.

$$\frac{T}{3} + \frac{4T}{15} + x = T \quad \rightarrow \quad \frac{9T}{15} + x = 1 \quad \rightarrow \quad x = \frac{6T}{15} \quad \rightarrow \quad \boxed{\frac{x}{T} = \frac{2}{5}}$$

**Gabarito: LETRA B.**

**34. (FGV/IMBEL/2021)** Os 38 empregados novos da fábrica de brinquedos BLIME estão passando por um treinamento inicial. Uma das tarefas do treinamento é a de assistir aos filmes A e B sobre o funcionamento de duas partes da fábrica. Em uma reunião com os novos empregados o coordenador perguntou a todos quem já tinha assistido aos filmes recomendados e ele percebeu, pelas respostas, que

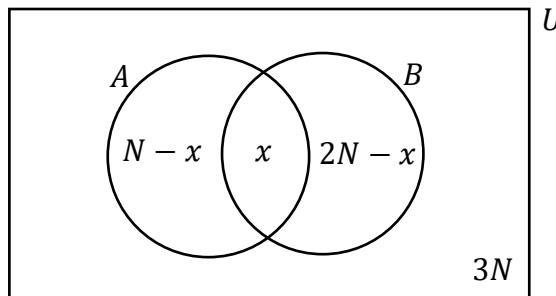
- $N$  pessoas assistiram ao filme A.
- $2N$  pessoas assistiram ao filme B.
- $3N$  pessoas não assistiram a nenhum dos dois filmes.

É correto concluir que o número mínimo de pessoas que assistiu aos dois filmes foi

- A) 1.
- B) 2.
- C) 3.
- D) 4.
- E) 5.

**Comentários:**

Vamos colocar essas informações em um diagrama para uma melhor avaliação do problema.



A soma das quantidades destacadas no diagrama **deve totalizar o número de empregados novos (38)**.

$$(N - x) + x + (2N - x) + 3N = 38$$

$$6N - x = 38 \quad \rightarrow \quad \boxed{x = 6N - 38}$$

Vamos voltar nossa atenção à expressão que destaquei acima. Note que "**x**" e "**N**" são números **naturais**, pois estão mensurando a **quantidade de empregados**. Não podemos ter "1,5" pessoas. Concorda? Além disso, **deve ser uma quantidade maior ou igual a zero**. Não faz sentido encontrarmos "-3" empregados!

Com isso, o **valor mínimo de "x"** é o **primeiro valor em que ele é positivo**. Isso acontece quando  **$N = 7$** .

$$x = 6 \cdot 7 - 38 \quad \rightarrow \quad x = 42 - 38 \quad \rightarrow \quad \boxed{x = 4}$$

Note que para valores de "N" abaixo de 7, o valor de "x" é negativo. Não sendo uma solução possível para o problema.

**Gabarito:** LETRA D.

**35. (FGV/IMBEL/2021)** Trinta estudantes praticam judô, natação e basquete, sendo que todos eles praticam pelo menos um desses esportes. Há 15 que praticam judô, 17 que praticam natação e 12 que praticam basquete. Há 10 estudantes que praticam pelo menos dois esportes. O número de estudantes que praticam os três esportes é

- A) 4.
- B) 5.
- C) 6.
- D) 7.
- E) 8.

**Comentários:**

Vamos resolver essa questão usando o **Princípio da Inclusão-Exclusão**.

- "J" denota o conjunto daqueles que praticam judô;
- "N" denota o conjunto daqueles que praticam natação;
- "B" denota o conjunto daqueles que praticam basquete.

1) Trinta estudantes praticam judô, natação e basquete.

$$n(J \cup N \cup B) = 30$$

2) 15 praticam judô.

$$n(J) = 15$$

3) 17 praticam natação.

$$n(N) = 17$$

4) 12 praticam basquete.

$$n(B) = 12$$

5) Há 10 estudantes que praticam pelo menos dois esportes.

$$n(J \cap B) + n(N \cap B) + n(J \cap N) - 2n(J \cap N \cap B) = 10$$

Aqui está o "pulo do gato", pessoal!

A subtração em vermelho deve ser feita pois **estamos contando a "intersecção tripla" três vezes** quando fazemos a soma  $n(J \cap B) + n(N \cap B) + n(J \cap N)$ . No final, **só queremos contar ela uma única vez!** Por isso,

subtraímos  $2n(J \cap N \cap B)$ . Agora, vamos escrever a expressão acima de uma forma mais conveniente, que você irá entender em breve.

$$n(J \cap B) + n(N \cap B) + n(J \cap N) = 10 + 2n(J \cap N \cap B)$$

Do PIE, temos:

$$n(J \cup N \cup B) = n(J) + n(N) + n(B) - n(J \cap B) - n(N \cap B) - n(J \cap N) + n(J \cap N \cap B)$$

Substituindo as informações,

$$30 = 15 + 17 + 12 - (10 + 2n(J \cap N \cap B)) + n(J \cap N \cap B)$$

$$30 = 15 + 17 + 12 - 10 - 2n(J \cap N \cap B) + n(J \cap N \cap B)$$

$$30 = 34 - n(J \cap N \cap B) \quad \rightarrow \quad \boxed{n(J \cap N \cap B) = 4}$$

**Gabarito:** LETRA A.

## Bancas Menores

**36. (SELECON/PREF. SÃO GONÇALO/2022)** Em uma empresa na qual trabalham 116 pessoas, sabe-se que:

- 72 têm ensino médio completo;
- 64 sabem usar o EXCEL;
- 35 têm ensino médio completo e sabem usar o EXCEL.

O número de funcionários dessa empresa que não têm ensino médio completo e não sabem usar o EXCEL é:

- A) 13
- B) 14
- C) 15
- D) 16

### Comentários:

Vamos usar o **Princípio da Inclusão-Exclusão** para resolver esse problema. Inicialmente, considere "**M**" como o conjunto formado por todos aqueles que têm o ensino médio. Além disso, considere "**X**" como o conjunto formado por todos aqueles que sabem usar o EXCEL. Com as informações do enunciado, temos que:

$$n(M) = 72$$

$$n(X) = 64$$

$$n(M \cap X) = 35$$

Do princípio da inclusão-exclusão, sabemos que:

$$n(M \cup X) = n(M) + n(X) - n(M \cap X)$$

Substituindo as informações que temos,

$$n(M \cup X) = 72 + 64 - 35 \quad \rightarrow \quad \boxed{n(M \cup X) = 101}$$

Note que a união desses dois conjuntos tem 101 pessoas. Por sua vez, o enunciado disse que **o número total de funcionários dessa empresa é 116**. Com isso, a quantidade de funcionários que não possuem ensino médio e não sabem usar o EXCEL é exatamente **a diferença entre o total de funcionário e  $n(M \cup X)$** . Assim,

$$116 - 101 = 15$$

**Gabarito:** LETRA C.

**37. (AOCP/IP PREV/2022) Para conhecer a opinião em relação à possível aplicação de dois fundos de Previdência em um plano aberto de Previdência, identificados por A e B, uma Instituição Financeira aplicou um questionário entre seus conveniados e verificou que:**

- 48% de seus conveniados gostariam que o Fundo de Previdência A fosse aplicado em seus planos;
- 35% de seus conveniados gostariam que o Fundo de Previdência B fosse aplicado em seus planos;
- 12% de seus conveniados gostariam que o Fundo de Previdência A e o Fundo de Previdência B fossem aplicados em seus planos.

**Dessa forma, é correto afirmar que**

- A) mais de 30% dos conveniados não responderam ao questionário ou não manifestaram interesse em qualquer um dos dois Fundos de Previdência.
- B) o percentual de conveniados que gostariam que somente o Fundo de Previdência A fosse aplicado em seus planos foi de 23%.
- C) 71 conveniados gostariam que pelo menos um dos dois Fundos de Previdência fosse aplicado em seus planos.
- D) mais de 14 dos conveniados gostariam que somente o Fundo de Previdência B fosse aplicado em seus planos.
- E) mais de 70% dos conveniados gostariam que pelo menos um dos dois Fundos de Previdência fosse aplicado em seus planos, A ou B ou ambos.

**Comentários:**

Mais uma vez, vamos usar o **Princípio da Inclusão-Exclusão**. Primeiramente, considere o conjunto "A" como o conjunto dos conveniados que gostariam do Fundo de Previdência A. Por sua vez, "B" é o conjunto daqueles que gostariam do Fundo de Previdência B. Com as informações do enunciado, podemos escrever que:

$$n(A) = 48\%$$

$$n(B) = 35\%$$

$$n(A \cap B) = 12\%$$

Por meio do PIE, podemos encontrar, em termos de porcentagem, quantos conveniados preferem **o fundo A ou o fundo B**.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

Substituindo as informações que retiramos do enunciado,

$$n(A \cup B) = 48\% + 35\% - 12\% \rightarrow n(A \cup B) = 71\%$$

Ou seja, **71% dos conveniados preferem o fundo A ou o fundo B**. Sendo assim, os **29% dos conveniados restantes não respondeu** a pesquisa ou **não prefere nenhum dos fundos**. Com essas informações, vamos avaliar as alternativas.

A) mais de 30% dos conveniados não responderam ao questionário ou não manifestaram interesse em qualquer um dos dois Fundos de Previdência.

**Errado.** Pessoal, vimos que a porcentagem de conveniados que não responderam ao questionário ou que não tem interesse em nenhum dos fundos é igual a **29%**, ou seja, **inferior a 30%**.

B) o percentual de conveniados que gostariam que somente o Fundo de Previdência A fosse aplicado em seus planos foi de 23%.

**Errado.** Tem-se que 48% dos conveniados gostariam do fundo A. No entanto, sabemos que 12% deles também preferem o fundo B. Para encontrar os conveniados que **gostariam apenas** do fundo A, basta fazer a diferença:

$$48\% - 12\% = \mathbf{36\%}$$

C) 71 conveniados gostariam que pelo menos um dos dois Fundos de Previdência fosse aplicado em seus planos.

**Errado.** Galera, cuidado aqui. A alternativa trouxe "71 conveniados", não é isso. O correto seria "71% dos conveniados". Estamos trabalhando com **porcentagens**, não **valores absolutos**.

D) mais de 14 dos conveniados gostariam que somente o Fundo de Previdência B fosse aplicado em seus planos.

**Errado.** É a mesma coisa aqui, moçada. A alternativa trouxe "mais de 14 dos conveniados", não é isso. Lembre-se que estamos trabalhando com **porcentagens**, não **valores absolutos**.

E) mais de 70% dos conveniados gostariam que pelo menos um dos dois Fundos de Previdência fosse aplicado em seus planos, A ou B ou ambos.

**Certo.** Encontramos que **71%** dos conveniados gostariam de aplicar o fundo A ou o fundo B em seus planos de previdência.

**Gabarito:** LETRA E.

**38. (FUNDATÉC/SEPOG-RS/2022)** Em uma escola de informática, foram entrevistados 200 alunos. Com a entrevista, pode-se concluir que 61 alunos estudam Matemática, 55 estudam Programação e 50 estudam Raciocínio Lógico. Ainda, 20 alunos estudam Matemática e Programação, 23 estudam Raciocínio Lógico e Programação e 21 estudam Matemática e Raciocínio Lógico. E 12 alunos estudam as três disciplinas, Matemática, Raciocínio Lógico e Programação. Com base nessas informações, é possível concluir que:

- A) 86 alunos não estudam nenhuma das três disciplinas.
- B) 60 alunos estudam apenas uma das três disciplinas.
- C) 34 alunos não estudam nenhuma das três disciplinas.
- D) 30 alunos estudam apenas duas disciplinas.
- E) 23 alunos estudam apenas matemática.

**Comentários:**

Vamos usar o princípio da inclusão-exclusão, dessa vez para **três conjuntos**. Considere "M" o conjunto daqueles que estudam matemática, "P" o conjunto daqueles que estudam programação e "R", daqueles que estudam raciocínio lógico. Com as informações do enunciado, podemos escrever:

- **61 alunos estudam Matemática:**  $n(M) = 61$
- **55 estudam Programação:**  $n(P) = 55$
- **50 estudam Raciocínio Lógico:**  $n(R) = 50$
- **20 alunos estudam Matemática e Programação:**  $n(M \cap P) = 20$
- **23 estudam Raciocínio Lógico e Programação:**  $n(P \cap R) = 23$
- **21 estudam Matemática e Raciocínio Lógico:**  $n(M \cap R) = 21$
- **12 alunos estudam as três disciplinas:**  $n(M \cap P \cap R) = 12$

Por meio do PIE, vamos conseguir encontrar  $n(M \cup P \cup R)$ . O número de elementos da união dos três conjuntos nos informa **quantos alunos gostam de pelo menos uma das matérias**. Vamos lá!

$$n(M \cup P \cup R) = n(M) + n(P) + n(R) - n(M \cap P) - n(M \cap R) - n(P \cap R) + n(M \cap P \cap R)$$

Substituindo os valores extraídos do enunciado,

$$n(M \cup P \cup R) = 61 + 55 + 50 - 20 - 23 - 21 + 12$$

$n(M \cup P \cup R) = 114$

Assim, podemos concluir que **114 alunos estudam pelo menos uma matéria** dentre as três em referência: matemática, programação ou raciocínio lógico. Como **200 alunos foram entrevistados**, temos uma diferença de  $200 - 114 = 86$  alunos que **não estudam nenhuma** das três matérias.

**Gabarito:** LETRA A.

**39. (RBO/ISS-BH/2022)** Uma empresa do ramo de turismo abriu processo para a seleção de agentes de viagens. Dos 180 candidatos inscritos, 12 foram eliminados logo no início do processo por não falarem um segundo idioma, o que era pré-requisito na seleção. Dos que ficaram, sabe-se que 78 falam inglês, 20 falam inglês e espanhol, 17 falam inglês e francês, 15 falam francês e espanhol e 5 falam os três idiomas. Sendo assim, assinale a alternativa correta.

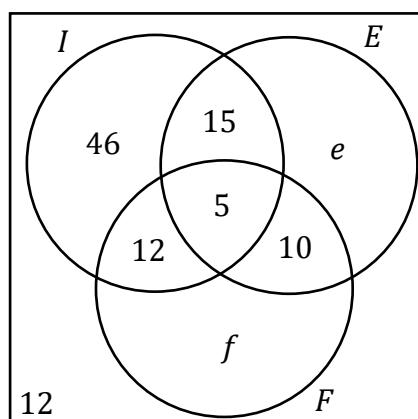
- A) A quantidade de candidatos que falam espanhol é igual a quantidade de candidatos que falam francês.
- B) 50 candidatos falam somente inglês.
- C) 46 candidatos falam pelo menos dois idiomas.
- D) 49 candidatos falam francês.
- E) 126 candidatos falam somente um dos idiomas.

**Comentários:**

Primeiramente, vamos convencionar algumas coisas. Chamemos de "I" o conjunto formado por aqueles que falam inglês, de "F" o conjunto formado por aqueles que falam francês e de "E" o conjunto formado por aqueles que falam espanhol. Dito isso, vamos extrair algumas informações do enunciado.

- **78 falam inglês:**  $n(I) = 78$
- **20 falam inglês e espanhol:**  $n(I \cap E) = 20$
- **17 falam inglês e francês:**  $n(I \cap F) = 17$
- **15 falam francês e espanhol:**  $n(F \cap E) = 15$
- **5 falam os três idiomas:**  $n(F \cap E \cap I) = 5$
- **12 não falam um segundo idioma.**

Agora, vamos passar essas informações para um diagrama.



Observe que existem **algumas quantidades que não conseguimos determinar** pois o enunciado não nos forneceu essas informações de forma direta. "e" representa quantas pessoas falam **apenas espanhol** (como segundo idioma) e "f", quantas falam **apenas francês** (como segundo idioma). Ademais, sabemos que quando somamos todas essas regiões, devemos ter o **total de candidatos** (180).

$$46 + 5 + 15 + 12 + 10 + e + f + 12 = 180 \rightarrow e + f = 80$$

Com essas informações, vamos analisar as alternativas.

A) A quantidade de candidatos que falam espanhol é igual a quantidade de candidatos que falam francês.

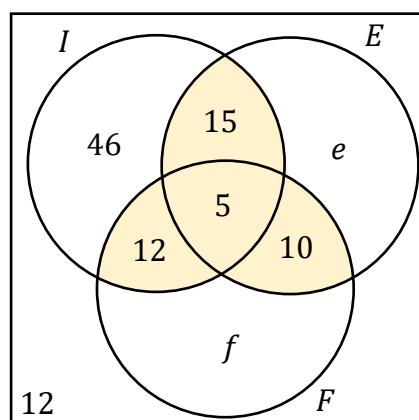
**Errado.** Não temos informações suficientes que nos permitam concluir isso.

B) 50 candidatos falam somente inglês.

**Errado.** Pelo diagrama que desenhamos, vemos que **46 candidatos falam apenas inglês**.

C) 46 candidatos falam pelo menos dois idiomas.

**Errado.** Vamos destacar no diagrama as regiões de interesse.



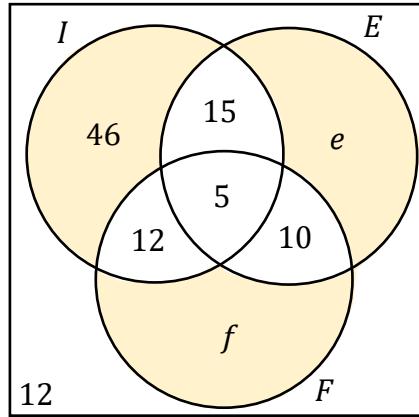
Assim, a quantidade de candidatos que falam **pelo menos dois idiomas** é:  $5 + 15 + 12 + 10 = 42$ .

D) 49 candidatos falam francês.

**Errado.** Pessoal, não temos informações suficientes para "cravar" quantos candidatos falam francês.

E) 126 candidatos falam somente um dos idiomas.

**Certo.** Essa aqui é nossa resposta, pessoal. Vamos destacar no diagrama as regiões que retratam a quantidade de candidatos que **falam apenas um idioma**.



Ora, sendo assim, a quantidade de candidatos que falam apenas um idioma é dada pela soma:  $46 + e + f$ .

Note que, apesar de não termos os valores de "e" e "f" individualmente, **sabemos o valor da soma "e + f"**, pois já calculamos anteriormente. Assim,  $46 + 80 = 126$ .

Logo, **são 126 candidatos que falam apenas 1 idioma**.

**Gabarito:** LETRA E.

**40. (SELECON/PREF. SÃO GONÇALO/2022)** Para implantar o ensino a distância, uma escola fez uma pesquisa com todos os seus alunos e foram obtidas as seguintes informações sobre 2 tipos de equipamentos:

- 50% têm notebook;
- 65% têm tablet;
- 20% têm tablet e também notebook.

Sabendo que nessa escola há exatamente 32 alunos que não têm nenhum desses 2 equipamentos, o número total de alunos dessa escola é igual a:

- A) 500
- B) 540
- C) 640
- D) 680

#### **Comentários:**

Nessa questão, vamos usar o princípio da inclusão-exclusão. Para isso, considere que "N" representa o conjunto formado por aqueles alunos que possuem notebook. Por sua vez, "T" representa o conjunto formado por aqueles alunos que tem tablet. Com as informações do enunciado, podemos escrever que:

$$n(N) = 50\%$$

$$n(T) = 65\%$$

$$n(N \cap T) = 20\%$$

Do **princípio da inclusão-exclusão**:

$$n(N \cup T) = n(N) + n(T) - n(N \cap T)$$

Assim,

$$n(N \cup T) = 50\% + 65\% - 20\% \rightarrow n(N \cup T) = 95\%$$

Observe que 95% dos alunos possuem um notebook ou um tablet. Os **5% restantes representam os alunos que não possuem nenhum dos dois aparelhos**. O enunciado disse que essa quantidade corresponde a **32 alunos**. Considere que T seja o total de alunos dessa escola. Com isso:

$$0,05 \cdot T = 32 \rightarrow T = \frac{32}{0,05} \rightarrow T = 640$$

Logo, essa escola possui **640 alunos**.

**Gabarito:** LETRA C.

**41. (UFMT/CBM-MT/2022)** De um grupo de 21 policiais, 9 participaram da operação Delta, 11 da operação Águia, 8 da operação Brasa, 4 das operações Delta e Águia, 3 das operações Águia e Brasa, 2 das operações Delta e Brasa e 1 não participou de qualquer das três operações. A partir dessas informações, assinale a alternativa que apresenta o número de policiais que participaram apenas da operação Brasa.

- A) 1
- B) 3
- C) 2
- D) 4
- E) 0

**Comentários:**

Seja "D" o conjunto formado pelos policiais que participaram da operação Delta. Por sua vez, "A" é o conjunto com os policiais que participaram da operação Águia e "B" é conjunto com os policiais que participaram da operação Brasa. Ademais, sabemos que dos **21 policiais do grupo**, apenas **1 ficou de fora dessas três operações**. Sendo assim,

$$n(A \cup B \cup D) = 20$$

Dito isso, vamos extrair mais algumas informações do enunciado.

- 9 participaram da operação Delta:  $n(D) = 9$
- 11 da operação Águia:  $n(A) = 11$
- 8 da operação Brasa:  $n(B) = 8$
- 4 das operações Delta e Águia:  $n(A \cap D) = 4$
- 3 das operações Águia e Brasa:  $n(A \cap B) = 3$
- 2 das operações Delta e Brasa:  $n(D \cap B) = 2$

Com essas informações, conseguimos encontrar o número de policiais que participaram das três operações. Para isso, vamos usar o princípio da inclusão-exclusão.

$$n(A \cup B \cup D) = n(A) + n(B) + n(D) - n(A \cap D) - n(A \cap B) - n(D \cap B) + n(A \cap B \cap D)$$

$$20 = 11 + 8 + 9 - 4 - 3 - 2 + n(A \cap B \cap D)$$

$$20 = 19 + n(A \cap B \cap D) \rightarrow n(A \cap B \cap D) = 1$$

Ou seja, apenas 1 policial do grupo participou das três operações. Para encontrar a quantidade de policial que participou apenas da operação Brasa, vamos pensar assim:

- 1) Temos que  $n(B) = 8$ . Essa é a quantidade de policiais que participaram da operação Brasa.
- 2) Agora, vamos descontar os policiais que participaram da **operação Brasa e da Águia**. Assim,

$$8 - 3 = 5$$

- 3) Dessa vez, falta descontar os policiais que participaram da **operação Brasa e da Delta**. Logo,

$$5 - 2 = 3$$

- 4) *Terminamos?* Não! Isso, pois, quando fizemos os dois descontos acima, **descontamos aquele policial que participou das três operações duas vezes!** Por isso, vamos somá-lo uma vez, para reverter esse desconto a mais:

$$3 + 1 = 4$$

Pronto, agora sim! **Temos 4 policiais que participaram apenas da operação Brasa.**

**Gabarito:** LETRA D.

# LISTA DE QUESTÕES

## Introdução à Teoria dos Conjuntos

### FGV

**1. (FGV/PREF. SALVADOR/2019)** Em uma classe de 20 estudantes, 12 são meninas. Além disso, dos 20 estudantes, 15 gostam de Matemática. É correto concluir que

- a) nenhuma menina gosta de Matemática.
- b) todas as meninas gostam de Matemática.
- c) no máximo 7 meninas gostam de Matemática.
- d) no mínimo 7 meninas gostam de Matemática.
- e) exatamente 7 meninas gostam de Matemática.

**2. (FGV/PREF. OSASCO/2014)** Na matemática, as coleções são chamadas de conjuntos. Se uma coleção tem apenas um elemento, ela é dita um conjunto unitário. Um exemplo de conjunto unitário é a coleção formada pelos números que são:

- a) ao mesmo tempo, divisores de 4 e 9;
- b) divisores de 4;
- c) divisores de 9;
- d) maiores que 4 e menores que 9;
- e) formados pelos algarismos 4 e 9.

**3. (FGV/PREF. OSASCO/2014)** Conjunto é o nome dado, na Matemática, a qualquer coleção. Entretanto, uma coleção pode não ter elementos. Nesse caso, diz-se que esse é um conjunto vazio. Um exemplo de conjunto vazio é a coleção:

- a) de meses do ano que começam pela letra J;
- b) de dias da semana que começam pela letra T;
- c) dos números que são, ao mesmo tempo, pares e ímpares;
- d) dos números menores que 10 e maiores que 6;
- e) das pessoas brasileiras que são casadas.

**4. (FGV/CODEBA/2010)** Sejam  $A = \{0, 1, 2, 3\}$  e  $B = \{0, 2, 4\}$  dois conjuntos. Com relação aos conjuntos A e B, analise as afirmativas a seguir:

- I.  $B \subset A$
- II.  $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$
- III.  $A \cap B = \{0, 2\}$

Está(ão) correta(s) somente

- a) I.
- b) II.
- c) III.
- d) I e II.
- e) II e III.

**5. (FGV/BADESC/2010)** Dado um conjunto A, chamamos subconjunto próprio não vazio de A a qualquer conjunto que pode ser formado com parte dos elementos do conjunto A, desde que:

- algum elemento de A seja escolhido;
- não sejam escolhidos todos os elementos de A.

Sabemos que a quantidade de subconjuntos próprios não vazios de A é 14. A quantidade de elementos de A é igual a:

- a) 4
- b) 5
- c) 6
- d) 7
- e) 8

**6. (FGV/ALESP/2002)** São dados os conjuntos: D = divisores de 24 (divisores positivos), M = múltiplos de 3 (múltiplos positivos), S = D  $\cap$  M e n = números de subconjuntos de S. Portanto, n é igual a:

- a) 64
- b) 16
- c) 32
- d) 8

## GABARITO

1. LETRA D
2. LETRA A
3. LETRA C
4. LETRA E
5. LETRA A
6. LETRA B

## LISTA DE QUESTÕES

### União, Intersecção, Complementar e Diferença

#### CEBRASPE

**1. (CESPE/COGE-CE/2019)** Segundo o portal [cearatransparente.ce.gov.br](http://cearatransparente.ce.gov.br), em 2018, dos 184 municípios do estado do Ceará, 4 celebraram exatamente 1 convênio com o governo estadual, 22 celebraram exatamente 2 convênios com o governo estadual, e 156 celebraram 3 ou mais convênios com o governo estadual. De acordo com o texto, se, para cada  $j = 0, 1, 2, \dots, M_j$  for o conjunto dos municípios cearenses que celebraram, pelo menos,  $j$  convênios com o governo estadual, então o conjunto dos municípios que não celebraram nenhum convênio com o governo do estado será representado pelo conjunto

- A)  $M_0$
- B)  $M_1 - M_0$
- C)  $M_1 \cap M_0$
- D)  $M_0 - M_1$
- E)  $M_0 \cup M_1$

**2. (CESPE/TRF-1/2017)** Em uma reunião de colegiado, após a aprovação de uma matéria polêmica pelo placar de 6 votos a favor e 5 contra, um dos 11 presentes fez a seguinte afirmação: “Basta um de nós mudar de ideia e a decisão será totalmente modificada.” Considerando a situação apresentada e a proposição correspondente à afirmação feita, julgue o próximo item.

Se  $A$  for o conjunto dos presentes que votaram a favor e  $B$  for o conjunto dos presentes que votaram contra, então o conjunto diferença  $A \setminus B$  terá exatamente um elemento.

**3. (CESPE/INSS/2015)** Julgue o item a seguir, relativos a raciocínio lógico e operações com conjuntos.

Se  $A$ ,  $B$  e  $C$  forem conjuntos quaisquer tais que  $A, B \subset C$ , então  $(C \setminus A) \cap (A \cup B) = C \cap B$ .

**(SUFRAMA/2014)** Texto para as próximas questões

Para o conjunto  $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ , se  $A$  for um subconjunto de  $\Omega$ , indique por  $S(A)$  a soma dos elementos de  $A$  e considere  $S(\emptyset) = 0$ . Nesse sentido, julgue o item a seguir.

**4. (CESPE/SUFRAMA/2014)** Se  $A$  e  $B$  forem subconjuntos de  $\Omega$ , tais que  $A \subset B$ , então  $0 \leq S(A) \leq S(B) \leq 55$ .

**5. (CESPE/SUFRAMA/2014)** Se  $A \subset \Omega$ , e se  $\Omega \setminus A$  é o complementar de  $A$  em  $\Omega$ , então  $S(\Omega \setminus A) = S(\Omega) - S(A)$ .

6. (CESPE/SUFRAMA/2014) É possível encontrar conjuntos A e B, subconjuntos de  $\Omega$ , disjuntos, tais que  $A \cup B = \Omega$  e  $S(A) = S(B)$ .

(PF/2014) Texto para as próximas questões

Considere que, em um conjunto S de 100 servidores públicos admitidos por concurso público, para cada  $x = 1, 2, 3, \dots$ ,  $S_x$  seja o subconjunto de S formado pelos servidores que prestaram exatamente x concursos até que no concurso de número x foram aprovados pela primeira vez; considere, ainda, que  $N_x$  seja a quantidade de elementos de  $S_x$ . A respeito desses conjuntos, julgue os itens a seguir.

7. (CESPE/PF/2014) O conjunto  $S_1 \cup S_2 \cup S_3 \cup \dots$  contém todos os servidores do conjunto S.

8. (CESPE/PF/2014) Existem dois números inteiros, a e b, distintos e positivos, tais que  $S_a \cap S_b$  é não vazio.

## CESGRANRIO

9. (CESGRANRIO/BR/2015) Dados três conjuntos M, N e P, tem-se que o conjunto  $M \cap (N \cup P)$  é igual ao conjunto

- a)  $M \cap (N \cap P)$
- b)  $M \cap (N \cup P)$
- c)  $M \cup (N \cap P)$
- d)  $(M \cap N) \cup (M \cap P)$
- e)  $(M \cup N) \cap (M \cup P)$

10. (CESGRANRIO/BASA/2014) O conjunto diferença  $X - Y$ , entre dois subconjuntos X e Y de um mesmo conjunto universo U, é definido por:

$$X - Y = \{u \in U \mid u \in X \text{ e } u \notin Y\}$$

Considere três subconjuntos, A, B e C, do mesmo conjunto Universo U. O conjunto  $A - (B \cap C)$  é igual ao conjunto

- a)  $(A - B) \cap (A - C)$ .
- b)  $(A - B) \cup (A - C)$ .
- c)  $(A - B) \cap C$ .
- d)  $(A - B) \cup C$ .
- e)  $(A - B) - C$ .

11. (CESGRANRIO/TRANSPETRO/2011) Considere um conjunto U, do qual X é um subconjunto não vazio e próprio. Seja Y o complemento do complemento de X (os complementos sendo considerados em relação a U). Então, a

- a) união de X e Y é igual a U.
- b) diferença de X e Y é igual a U.

- c) intercessão de X e Y é vazia.
- d) intercessão de X e Y é igual a U.
- e) intercessão de X e Y é igual a X.

## FGV

**12. (FGV/SSP-AM/2022) Sobre dois conjuntos A e B sabe-se que:**

- A união de A e B tem 130 elementos.
- A diferença B – A tem 50 elementos.
- A diferença A – B tem 60 elementos.

**Sendo x o número de elementos de A e y o número de elementos de B, o valor de x + y é igual a**

- A) 110.
- B) 120.
- C) 130.
- D) 140.
- E) 150.

**13. (FGV/SEFAZ-MS/2006) Os conjuntos A, B e C satisfazem  $A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C)$ :**

- a) nunca.
- b) se e somente se  $A = B = C$ .
- c) se e somente se  $B = C$ .
- d) se e somente se  $B \cap C = \emptyset$ .
- e) sempre.

**14. (FGV/SEFAZ-MS/2006) Se X, Y e Z são conjuntos,  $X \cap (Y \cup Z) = (X \cap Y) \cup Z$ :**

- a) nunca.
- b) se e somente se  $X = Y = Z$ .
- c) se e somente se  $Z \subset X$
- d) se e somente se  $Z \subset Y$
- e) sempre.

## Bancas Menores

**15. (IDIB/GOINFRA/2022) Seja o conjunto  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$  e  $B = \{2, 4, 6, 8\}$ . Determine a quantidade de subconjuntos do conjunto  $C = (A \cap B) \cup \{1\}$ .**

- A) 32
- B) 26

- C) 30  
D) 64  
E) 2

**16. (SELECON/PREF. SÃO GONÇALO/2022)** Sejam A e B conjuntos definidos da seguinte maneira:

$$A = \{\text{pessoas que moram em São Gonçalo}\} \quad \text{e} \quad B = \{\text{pessoas que trabalham em Niterói}\}$$

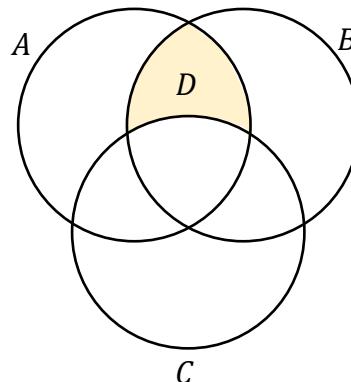
O conjunto  $A - (A - B)$  representa o conjunto cujos elementos são pessoas que:

- A) moram em São Gonçalo e trabalham em Niterói  
B) moram em Niterói e trabalham em São Gonçalo  
C) moram em São Gonçalo e não trabalham em Niterói  
D) moram em Niterói e não trabalham em São Gonçalo

**17. (MPE-GO/MPE-GO/2022)** Sejam x e y números tais que os conjuntos  $\{0, 8, 2\}$  e  $\{x, y, 2\}$  são iguais, podemos afirmar que:

- A)  $x = 0$  e  $y = 8$   
B)  $x + y = 8$   
C)  $x < y$   
D)  $x + 2y = 8$

**18. (IDIB/GOINFRA/2022)** Sejam A, B e C conjuntos dados na figura a seguir. É correto o que se afirma na alternativa que corresponde ao conjunto D hachurado na figura.



- A)  $D = (A \cap B) - (A \cap B \cap C)$   
B)  $D = A \cap B$   
C)  $D = A \cap B \cap C$   
D)  $D = (A \cap B) - B$   
E)  $D = (A \cap C) - B$

**19. (FUNDATEC/BM-RS/2022)** Considere os conjuntos:

$$A = \{1, 2, 3, 18\}$$

$$B = \{1, 2, 3, \dots, 18\} = \{x \in N \mid 0 < x < 19\}$$

É possível afirmar que  $A \cap B$  é dado por:

- A)  $A$
- B)  $B$
- C)  $A \cup B$
- D)  $A \setminus B$
- E)  $B \setminus A$

## GABARITO

- |              |             |
|--------------|-------------|
| 1. LETRA D   | 11. LETRA E |
| 2. ERRADO    | 12. LETRA E |
| 3. ERRADO    | 13. LETRA E |
| 4. CERTO     | 14. LETRA C |
| 5. CERTO     | 15. LETRA A |
| 6. ERRADO    | 16. LETRA A |
| 7. CERTO     | 17. LETRA B |
| 8. ERRADO    | 18. LETRA A |
| 9. LETRA D.  | 19. LETRA A |
| 10. LETRA B. |             |

## LISTA DE QUESTÕES

### Princípio da Inclusão-Exclusão

#### CEBRASPE

**1. (CESPE/FUNPRES-P/2022)** A seguir, são apresentadas informações obtidas a partir de uma pesquisa realizada com 1.000 pessoas.

- 480 possuem plano de previdência privada;
- 650 possuem aplicações em outros tipos de produtos financeiros;
- 320 não possuem aplicação em nenhum produto financeiro.

Com base nessa situação hipotética, julgue o item seguinte.

Há mais pessoas que não possuem aplicações em nenhum produto financeiro que pessoas que possuem simultaneamente plano de previdência privada e aplicações em outros produtos financeiros.

**2. (CESPE/ME/2020)** O setor de gestão de pessoas de determinada empresa realiza regularmente a análise de pedidos de férias e de licenças dos seus funcionários. Os pedidos são feitos em processos, em que o funcionário solicita apenas férias, apenas licença ou ambos (férias e licença). Em determinado dia, 30 processos foram analisados, nos quais constavam 15 pedidos de férias e 23 pedidos de licenças. Com base nessa situação hipotética, julgue o item que se segue. A quantidade de processos analisados nesse dia que eram referentes apenas a pedido de férias é igual a 8.

**3. (CESPE/PREF. B dos COQUEIROS/2020)** Em uma pesquisa feita com um grupo de 100 turistas que visitavam Aracaju, verificou-se que todos eles tinham visitado pelo menos duas das seguintes praias: Atalaia, Aruana e da Costa. A tabela a seguir mostra quantos desses turistas visitaram as referidas praias.

Praias Visitadas	Número de Turistas
Atalaia e Aruana	40
Atalaia e da Costa	40
Aruana e da Costa	40

Com base nessas informações, julgue os itens seguintes.

- I. Menos de 40 turistas visitaram a praia de Atalaia.
- II. Nenhum dos turistas participantes da pesquisa visitou apenas uma das praias citadas.

**III. Nenhum dos turistas participantes da pesquisa visitou todas as três praias citadas.**

**Assinale a opção correta.**

- A) Apenas o item II está certo.
- B) Apenas o item III está certo.
- C) Apenas os itens I e II estão certos.
- D) Apenas os itens I e III estão certos.
- E) Todos os itens estão certos.

**4. (CESPE/TJ-PR/2019) Em determinado tribunal, os conselheiros atuam nos conselhos I, II e III, podendo atuar em apenas um, em dois ou em todos os conselhos, como mostra a tabela seguinte.**

Quantidade de Conselheiros	Conselho de Atuação
35	I
25	II
24	III
10	I e II
12	I e III
8	II e III
4	I, II e III

**Nesse caso, a quantidade de conselheiros que atuam em, no máximo, um dos conselhos é igual a**

- A) 26.
- B) 36.
- C) 50.
- D) 58.
- E) 84.

**5. (CESPE/IFF/2018) Em uma consulta a 600 estudantes de uma escola acerca da preferência deles entre teatro ou cinema, apenas 50 deles não gostam de cinema nem de teatro. Entre os demais, 370 gostam de teatro e 420 gostam de cinema. Nesse caso, a quantidade desses estudantes que gostam de teatro e cinema é igual a**

- A) 50.
- B) 130.
- C) 180.
- D) 240.
- E) 370.

6. (CESPE/IFF/2018) Para um conjunto qualquer  $X$ ,  $n(X)$  representa a quantidade de elementos de  $X$ . Nesse sentido, considere que os conjuntos  $A$ ,  $B$  e  $C$  tenham as seguintes propriedades:

$$n(A) = n(B) = n(C) = 50;$$

$$n(A \cap B) = n(A \cap C) = n(B \cap C) = 10;$$

$$n(A \cap B \cap C) = 0.$$

Nessa situação,  $n(A \cup B \cup C)$  é igual a:

- A) 100.
- B) 110.
- C) 120.
- D) 130.
- D) 140.

**Texto para as próximas questões**

Determinado porto recebeu um grande carregamento de frango congelado, carne suína congelada e carne bovina congelada, para exportação. Esses produtos foram distribuídos em 800 contêineres, da seguinte forma: nenhum contêiner foi carregado com os três produtos; 300 contêineres foram carregados com carne bovina; 450, com carne suína; 100, com frango e carne bovina; 150, com carne suína e carne bovina; 100, com frango e carne suína.

7. (CESPE/EMAP/2018) Nessa situação hipotética, 250 contêineres foram carregados somente com carne suína.

8. (CESPE/EMAP/2018) Nessa situação, 50 contêineres foram carregados somente com carne bovina.

9. (CESPE/EMAP/2018) Nessa situação hipotética, a carga de 400 contêineres continha frango congelado.

**(PF/2018) Texto para as próximas questões**

Em um aeroporto, 30 passageiros que desembarcaram de determinado voo e que estiveram nos países  $A$ ,  $B$  ou  $C$ , nos quais ocorre uma epidemia infecciosa, foram selecionados para ser examinados. Constatou-se que exatamente 25 dos passageiros selecionados estiveram em  $A$  ou em  $B$ , nenhum desses 25 passageiros esteve em  $C$  e 6 desses 25 passageiros estiveram em  $A$  e em  $B$ . Com referência a essa situação hipotética, julgue os itens a seguir.

10. (CESPE/PF/2018) Se 11 passageiros estiveram em  $B$ , então mais de 15 estiveram em  $A$ .

**Texto para as próximas questões**

O resultado de uma pesquisa acerca da satisfação de 200 papiloscopistas, no que diz respeito às tarefas por eles executadas de identificação de vítimas e de descobertas de crimes de falsificação, foi o seguinte:

- I. 30 papiloscopistas sentem-se igualmente satisfeitos ao executar qualquer uma dessas tarefas;
- II. 180 papiloscopistas sentem-se satisfeitos ao executar pelo menos uma dessas tarefas.

Considerando que todos os 200 papiloscopistas responderam à pesquisa, julgue o item seguinte.

11. (CESPE/PF/2018) A quantidade de papiloscopistas que se sentem satisfeitos ao executar exatamente uma das referidas tarefas é superior a 100.

12. (CESPE/PF/2018) Nessa situação, as informações dadas permitem inferir que exatamente 75 papiloscopistas sentem-se satisfeitos ao executarem a tarefa de identificação de vítimas.

13. (CESPE/SEFAZ-RS/2018) Em determinado dia, os órgãos responsáveis atenderam 50 contribuintes para resolver pendências relativas ao IPTU, ao IPVA e a outros tributos. Sabe-se que foram atendidos:

- I. 18 contribuintes com pendências de IPTU;
- II. 23 contribuintes com pendências de IPVA;
- III. 8 contribuintes com pendências de IPTU e IPVA.

Nesse caso, a quantidade de contribuintes atendidos cujas pendências não se referiam a IPTU nem a IPVA foi igual a

- A) 15.
- B) 17.
- C) 25.
- D) 9.
- E) 10.

**Texto para as próximas questões**

Um banco comercial realizou um evento de negócios na cidade de Fortaleza – CE. Após as reuniões, os participantes do evento visitaram pontos turísticos da cidade: 95 dos participantes visitaram o Mercado Central, 80 visitaram o Espigão de Iracema e 90 visitaram o Centro Cultural Dragão do Mar. Do total de participantes, 30 visitaram somente o Mercado Central, 50 visitaram o Espigão de Iracema e o Centro Cultural Dragão do Mar, 35 visitaram o Mercado Central e o Espigão de Iracema, e 20 visitaram esses três pontos turísticos. Considerando que todos os participantes tenham visitado, pelo menos, um desses três pontos turísticos, julgue os itens a seguir.

14. (CESPE/BNB/2018) Mais de 15 dos participantes do evento visitaram somente o Centro Cultural Dragão do Mar.

15. (CESPE/BNB/2018) Menos de 12 dos participantes do evento visitaram somente o Espigão de Iracema e o Mercado Central.

16. (CESPE/BNB/2018) Mais de 50 dos participantes do evento não visitaram o Centro Cultural Dragão do Mar.

17. (CESPE/BNB/2018) Menos de 180 pessoas participaram do evento.

## CESGRANRIO

18. (CESGRANRIO/TRANSPETRO/2018) Um grupo de fornecedores foi dividido em três conjuntos, de acordo com o atendimento a três critérios de qualidade, denominados critérios A, B e C. Após uma análise, observou-se que apenas quatro empresas atendem aos três critérios; seis empresas atendem aos critérios B e C; dez empresas atendem ao critério C, mas não atendem ao A; doze empresas atendem ao critério B, mas não atendem ao A, e vinte e três empresas atendem a, pelo menos, um dos critérios A ou B. Considerando-se que nesse grupo de fornecedores não existe empresa que não atenda a, pelo menos, um dos três critérios, o número total de empresas desse grupo, isto é,  $n(A \cup B \cup C)$ , é igual a

- a) 21
- b) 25
- c) 27
- d) 29
- e) 31

19. (CESGRANRIO/PETROBRAS/2017) Os conjuntos P e Q têm  $p$  e  $q$  elementos, respectivamente, com  $p + q = 13$ . Sabendo-se que a razão entre o número de subconjuntos de P e o número de subconjuntos de Q é 32, quanto vale o produto  $pq$ ?

- a) 16
- b) 32
- c) 36
- d) 42
- e) 46

20. (CESGRANRIO/IBGE/2014) Em uma central de telemarketing com 42 funcionários, todos são atenciosos ou pacientes. Sabe-se que apenas 10% dos funcionários atenciosos são pacientes e que apenas 20% dos funcionários pacientes são atenciosos. Quantos funcionários são atenciosos e pacientes?

- a) 1
- b) 3
- c) 9
- d) 12
- e) 27

**21. (CESGRANRIO/PETROBRAS/2012)** Numa certa comunidade, 35% de seus habitantes são leitores do jornal M; 40% são leitores do jornal N; 30% são leitores do jornal P; 25% leem os jornais M e N; 15% leem os jornais M e P; 20% leem os jornais N e P; e 10% leem os três jornais. Se o contingente de habitantes dessa comunidade que não leem nenhum dos três jornais está entre 270 e 360, então o contingente de leitores exclusivos do jornal M se situa entre

- a) 30 e 50
- b) 20 e 40
- c) 30 e 40
- d) 200 e 300
- e) 210 e 280

**22. (CESGRANRIO/PETROBRAS/2012)** Cinquenta e dois estudantes foram submetidos a uma prova composta de três questões objetivas. Do total de estudantes, trinta e um acertaram a questão 2, dezessete acertaram as questões 1 e 3, seis acertaram apenas a questão 3 e cinco gabaritaram a prova. Sabendo-se que nenhum estudante obteve nota zero, quantos acertaram somente a questão 1?

- a) 3
- b) 4
- c) 5
- d) 6
- e) 7

**23. (CESGRANRIO/TRANSPETRO/2012 - Adaptada)** Um grupo de 100 jovens forneceu informações sobre as três redes sociais mais utilizadas no País: Facebook, MSN e Twitter. Os resultados encontrados foram os seguintes:

- 20 não utilizam nenhuma rede social.
- 32 só utilizam o Facebook.
- 65 utilizam o Facebook.
- 20 só utilizam o Twitter.
- 2 utilizam o Facebook, o Twitter e o MSN.
- 51 utilizam apenas dois dos três meios de comunicação.

A quantidade de jovens que utilizam apenas o Twitter e o MSN é

- a) 10
- b) 20
- c) 25
- d) 30
- e) 35

**24. (CESGRANRIO/TRANSPETRO/2012)** Sejam  $\#(X)$  o número de elementos de um conjunto finito X e A, B e C conjuntos tais que  $\#(A \cup B) = 12$ ,  $\#(B \cup C) = 22$ ,  $\#(A \cup C) = 22$ ,  $\#(A \cup B \cup C) = 24$  e  $\#(A \cap B \cap C) = 5$ . Conclui-se que  $\#(A) + \#(B) + \#(C)$  é igual a

- a) 31
- b) 32
- c) 34
- d) 36

e) 37

**25. (CESGRANRIO/PETROBRAS/2011)** Conversando com os 45 alunos da primeira série de um colégio, o professor de educação física verificou que 36 alunos jogam futebol, e 14 jogam vôlei, sendo que 4 alunos não jogam nem futebol nem vôlei. O número de alunos que jogam tanto futebol quanto vôlei é

- a) 5.
- b) 7.
- c) 9.
- d) 11.
- e) 13.

**26. (CESGRANRIO/PETROBRAS/2011)** Em uma fábrica, 70% dos funcionários ou trabalham no setor de Produção ou trabalham no setor de Desenvolvimento, ou seja, nenhum deles trabalha nos dois setores. Um terço dos funcionários que trabalham no setor de Desenvolvimento também trabalha no setor de Produção, e 50% dos funcionários da fábrica não trabalham no setor de Produção. A porcentagem de funcionários da fábrica que trabalha tanto no setor de Desenvolvimento como no setor de Produção é

- a) 5%
- b) 10%
- c) 20%
- d) 25%
- e) 30%

**27. (CESGRANRIO/PETROBRAS/2010)** Mil pessoas responderam a uma pesquisa sobre a frequência do uso de automóvel. Oitocentas e dez pessoas disseram utilizar automóvel em dias de semana, 880 afirmaram que utilizam automóvel nos finais de semana e 90 disseram que não utilizam automóveis. Do total de entrevistados, quantas pessoas afirmaram que utilizam automóvel durante a semana e, também, nos fins de semana?

- a) 580
- b) 610
- c) 690
- d) 710
- e) 780

**FGV**

**28. (FGV/SEFAZ-ES/2022)** Em um grupo de 70 pessoas, há 50 capixabas e 40 torcedores do Vasco. Em relação a esse grupo de pessoas, é correto concluir que

- A) no máximo 20 são capixabas torcedores do Vasco.
- B) no mínimo 20 não são nem capixabas nem torcedores do Vasco.
- C) exatamente 30 são capixabas não torcedores do Vasco.
- D) no máximo 40 são capixabas torcedores do Vasco.
- E) é possível que nenhuma delas seja capixaba torcedor do Vasco.

**29. (FGV/MPE-GO/2022)** Em um grupo de 48 pessoas, há 35 advogados e 32 policiais. Nesse grupo, o número mínimo de pessoas que são ao mesmo tempo advogados e policiais é

- A) 13.
- B) 16.
- C) 19.
- D) 32.
- E) 35.

**30. (FGV/SEMSA-MANAUS/2022)** Em um grupo de 50 pessoas, 27 gostam de filmes de suspense e 32 gostam de filmes de terror. Com relação a essas 50 pessoas, é correto concluir que

- A) no máximo 18 delas não gostam de filmes de suspense nem de filmes de terror.
- B) exatamente 9 delas gostam tanto de filmes de suspense como de filmes de terror.
- C) exatamente 18 delas só gostam de filmes de suspense.
- D) exatamente 23 delas só gostam de filmes de terror.
- E) no mínimo 18 delas gostam tanto de filmes de suspense como de filmes de terror.

**31. (FGV/MPE-GO/2022)** Uma empresa possui 32 funcionários que trabalham nos setores A, B e C. Sabe-se que 20 funcionários trabalham no setor A, 14 funcionários trabalham no setor B e 9 funcionários trabalham no setor C. Há funcionários que trabalham simultaneamente nos setores A e B, há funcionários que trabalham simultaneamente nos setores A e C, mas nenhum funcionário trabalha simultaneamente nos setores B e C. O número de funcionários que trabalha apenas no setor A é igual a

- A) 4
- B) 5
- C) 6
- D) 8
- E) 9

**32. (FGV/SEMSA-MANAUS/2022)** Uma pesquisa foi feita com 40 funcionários de uma empresa e entre as perguntas havia as que estão abaixo:

- Você tem filhos?
- Você tem animal de estimação?

**20** pessoas responderam SIM para a primeira pergunta.

**15** pessoas responderam SIM para a segunda pergunta.

**11** pessoas deixaram as duas perguntas em branco.

As instruções da pesquisa estabeleciam que deixar em branco significaria dizer NÃO. Sendo assim, o número de pessoas que possuem filhos e animais de estimação é igual a

- A) 2.

- B) 3.
- C) 4.
- D) 5.
- E) 6.

**33. (FGV/PC-RN/2021)** Em um grupo de esportistas,  $\frac{1}{3}$  deles só gostam de vôlei e, dos demais,  $\frac{2}{5}$  gostam de vôlei e também de basquete. Todos os esportistas desse grupo gostam de, pelo menos, um desses dois esportes. Em relação ao total de membros desse grupo, a fração daqueles que só gostam de basquete é:

- A)  $\frac{2}{3}$ ;
- B)  $\frac{2}{5}$ ;
- C)  $\frac{3}{5}$ ;
- D)  $\frac{4}{15}$ ;
- E)  $\frac{1}{15}$ .

**34. (FGV/IMBEL/2021)** Os 38 empregados novos da fábrica de brinquedos BLIME estão passando por um treinamento inicial. Uma das tarefas do treinamento é a de assistir aos filmes A e B sobre o funcionamento de duas partes da fábrica. Em uma reunião com os novos empregados o coordenador perguntou a todos quem já tinha assistido aos filmes recomendados e ele percebeu, pelas respostas, que

- $N$  pessoas assistiram ao filme A.
- $2N$  pessoas assistiram ao filme B.
- $3N$  pessoas não assistiram a nenhum dos dois filmes.

É correto concluir que o número mínimo de pessoas que assistiu aos dois filmes foi

- A) 1.
- B) 2.
- C) 3.
- D) 4.
- E) 5.

**35. (FGV/IMBEL/2021)** Trinta estudantes praticam judô, natação e basquete, sendo que todos eles praticam pelo menos um desses esportes. Há 15 que praticam judô, 17 que praticam natação e 12 que praticam basquete. Há 10 estudantes que praticam pelo menos dois esportes. O número de estudantes que praticam os três esportes é

- A) 4.
- B) 5.
- C) 6.
- D) 7.
- E) 8.

## Bancas Menores

36. (SELECON/PREF. SÃO GONÇALO/2022) Em uma empresa na qual trabalham 116 pessoas, sabe-se que:

- 72 têm ensino médio completo;
- 64 sabem usar o EXCEL;
- 35 têm ensino médio completo e sabem usar o EXCEL.

O número de funcionários dessa empresa que não têm ensino médio completo e não sabem usar o EXCEL é:

- A) 13
- B) 14
- C) 15
- D) 16

37. (AOCP/IP PREV/2022) Para conhecer a opinião em relação à possível aplicação de dois fundos de Previdência em um plano aberto de Previdência, identificados por A e B, uma Instituição Financeira aplicou um questionário entre seus conveniados e verificou que:

- 48% de seus conveniados gostariam que o Fundo de Previdência A fosse aplicado em seus planos;
- 35% de seus conveniados gostariam que o Fundo de Previdência B fosse aplicado em seus planos;
- 12% de seus conveniados gostariam que o Fundo de Previdência A e o Fundo de Previdência B fossem aplicados em seus planos.

Dessa forma, é correto afirmar que

- A) mais de 30% dos conveniados não responderam ao questionário ou não manifestaram interesse em qualquer um dos dois Fundos de Previdência.
- B) o percentual de conveniados que gostariam que somente o Fundo de Previdência A fosse aplicado em seus planos foi de 23%.
- C) 71 conveniados gostariam que pelo menos um dos dois Fundos de Previdência fosse aplicado em seus planos.
- D) mais de 14 dos conveniados gostariam que somente o Fundo de Previdência B fosse aplicado em seus planos.
- E) mais de 70% dos conveniados gostariam que pelo menos um dos dois Fundos de Previdência fosse aplicado em seus planos, A ou B ou ambos.

38. (FUNDATEC/SEPOG-RS/2022) Em uma escola de informática, foram entrevistados 200 alunos. Com a entrevista, pode-se concluir que 61 alunos estudam Matemática, 55 estudam Programação e 50 estudam Raciocínio Lógico. Ainda, 20 alunos estudam Matemática e Programação, 23 estudam Raciocínio Lógico e Programação e 21 estudam Matemática e Raciocínio Lógico. E 12 alunos estudam as três disciplinas, Matemática, Raciocínio Lógico e Programação. Com base nessas informações, é possível concluir que:

- A) 86 alunos não estudam nenhuma das três disciplinas.
- B) 60 alunos estudam apenas uma das três disciplinas.
- C) 34 alunos não estudam nenhuma das três disciplinas.
- D) 30 alunos estudam apenas duas disciplinas.
- E) 23 alunos estudam apenas matemática.

**39. (RBO/ISS-BH/2022)** Uma empresa do ramo de turismo abriu processo para a seleção de agentes de viagens. Dos 180 candidatos inscritos, 12 foram eliminados logo no início do processo por não falarem um segundo idioma, o que era pré-requisito na seleção. Dos que ficaram, sabe-se que 78 falam inglês, 20 falam inglês e espanhol, 17 falam inglês e francês, 15 falam francês e espanhol e 5 falam os três idiomas. Sendo assim, assinale a alternativa correta.

- A) A quantidade de candidatos que falam espanhol é igual a quantidade de candidatos que falam francês.
- B) 50 candidatos falam somente inglês.
- C) 46 candidatos falam pelo menos dois idiomas.
- D) 49 candidatos falam francês.
- E) 126 candidatos falam somente um dos idiomas.

**40. (SELECON/PREF. SÃO GONÇALO/2022)** Para implantar o ensino a distância, uma escola fez uma pesquisa com todos os seus alunos e foram obtidas as seguintes informações sobre 2 tipos de equipamentos:

- 50% têm notebook;      - 65% têm tablet;      - 20% têm tablet e também notebook.

Sabendo que nessa escola há exatamente 32 alunos que não têm nenhum desses 2 equipamentos, o número total de alunos dessa escola é igual a:

- A) 500
- B) 540
- C) 640
- D) 680

**41. (UFMT/CBM-MT/2022)** De um grupo de 21 policiais, 9 participaram da operação Delta, 11 da operação Águia, 8 da operação Brasa, 4 das operações Delta e Águia, 3 das operações Águia e Brasa, 2 das operações Delta e Brasa e 1 não participou de qualquer das três operações. A partir dessas informações, assinale a alternativa que apresenta o número de policiais que participaram apenas da operação Brasa.

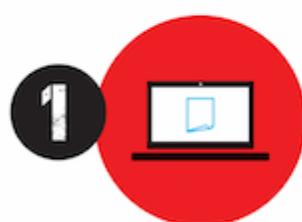
- A) 1
- B) 3
- C) 2
- D) 4
- E) 0

# GABARITO

- |             |             |             |
|-------------|-------------|-------------|
| 1. ERRADO   | 16. CERTO   | 31. LETRA E |
| 2. ERRADO   | 17. CERTO   | 32. LETRA E |
| 3. LETRA A  | 18. LETRA E | 33. LETRA B |
| 4. LETRA B  | 19. LETRA C | 34. LETRA D |
| 5. LETRA D  | 20. LETRA B | 35. LETRA A |
| 6. LETRA C  | 21. LETRA C | 36. LETRA C |
| 7. ERRADO   | 22. LETRA A | 37. LETRA E |
| 8. CERTO    | 23. LETRA B | 38. LETRA A |
| 9. CERTO    | 24. LETRA E | 39. LETRA E |
| 10. CERTO   | 25. LETRA C | 40. LETRA C |
| 11. CERTO   | 26. LETRA C | 41. LETRA D |
| 12. ERRADO  | 27. LETRA E |             |
| 13. LETRA B | 28. LETRA D |             |
| 14. ERRADO  | 29. LETRA C |             |
| 15. ERRADO  | 30. LETRA A |             |

# ESSA LEI TODO MUNDO CONHECE: PIRATARIA É CRIME.

Mas é sempre bom revisar o porquê e como você pode ser prejudicado com essa prática.



1

Professor investe seu tempo para elaborar os cursos e o site os coloca à venda.



2

Pirata divulga ilicitamente (grupos de rateio), utilizando-se do anonimato, nomes falsos ou laranjas (geralmente o pirata se anuncia como formador de "grupos solidários" de rateio que não visam lucro).



3

Pirata cria alunos fake praticando falsidade ideológica, comprando cursos do site em nome de pessoas aleatórias (usando nome, CPF, endereço e telefone de terceiros sem autorização).



4

Pirata compra, muitas vezes, clonando cartões de crédito (por vezes o sistema anti-fraude não consegue identificar o golpe a tempo).



5

Pirata fere os Termos de Uso, adultera as aulas e retira a identificação dos arquivos PDF (justamente porque a atividade é ilegal e ele não quer que seus fakes sejam identificados).



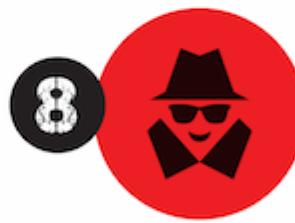
6

Pirata revende as aulas protegidas por direitos autorais, praticando concorrência desleal e em flagrante desrespeito à Lei de Direitos Autorais (Lei 9.610/98).



7

Concursado(a) desinformado participa de rateio, achando que nada disso está acontecendo e esperando se tornar servidor público para exigir o cumprimento das leis.



8

O professor que elaborou o curso não ganha nada, o site não recebe nada, e a pessoa que praticou todos os ilícitos anteriores (pirata) fica com o lucro.