Aula 07

Unioeste (Superior) Raciocínio Lógico e Matemática - 2023 (Pós-Edital)

Autor:

Equipe Exatas Estratégia Concursos

08 de Junho de 2023

Índice

CAPITALIZAÇÃO COMPOSTA - ASPECTOS MATEMÁTICOS

Cálculo do Montante Composto

Em **Regime de Juros Compostos**, o Montante é calculado pela seguinte equação:

$$\boldsymbol{M = C \times (1 + i)^t}$$

Onde,

$M = Montante\ ;\ C = Capital\ ;\ i = Taxa\ de\ Juros\ \ \text{e}\ \ t = tempo$

Duas observações importantes são necessárias na hora de aplicar essa fórmula:

1. Atente-se para as unidades do Tempo e da Taxa de Juros. **OBRIGATORIAMENTE** elas devem estar na mesma unidade de grandeza.

Então, se a Taxa, por exemplo, estiver em "por cento ao mês", a unidade de tempo **NECESSARIAMENTE** deve estar em "meses".

2. A Taxa de Juros deve ser inserida na equação na **forma unitária**, ou seja, em números decimais.

Cálculo dos Juros Compostos

Estudamos que, em termos matemáticos, **Juro** é definido pela **diferença do Montante da operação menos o Capital inicial**.

$$\boldsymbol{J = M - C}$$

Então, se uma questão pedir para você calcular os Juros Compostos de uma operação, **primeiro** você calcula o Montante desta operação e, **posteriormente**, subtrai o Capital deste Montante, pois, como vimos, o Montante menos o Capital será igual ao Juros.

(Inédita - 2022) Após passar para Auditor, um ex-concurseiro contraiu um consignado de R$ 100.000,00 a uma taxa de juros compostos de 3% ao mês sobre o saldo devedor. O pagamento será feito em duas parcelas. A primeira, no valor de R$ 46.000,00, será paga ao final do segundo mês e a segunda, ao final do quinto mês.

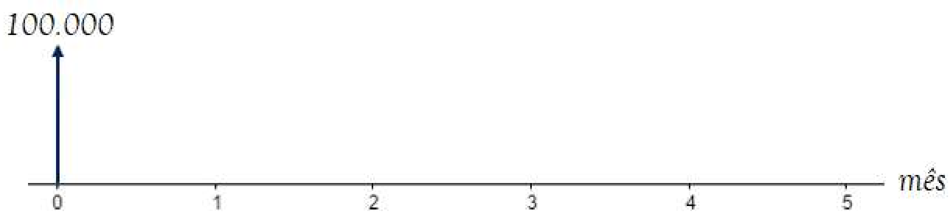
Sendo assim, o valor da segunda parcela será igual a:

a) R$ 71.661,96.
b) R$ 69. 661,96.
c) R$ 67. 661,96.
d) R$ 65. 661,96.
e) R$ 64. 661,96.

Comentários:

Resolvemos esta mesma questão na aula anterior. Agora, iremos resolvê-la com a taxa de juros em regime de **Juros Compostos**.

Um ex-concurseiro contraiu um consignado de R$ 100.000,00.



Vamos calcular o <u>Saldo Devedor deste empréstimo ao final do segundo mês</u>, já que haverá o pagamento de uma parcela.

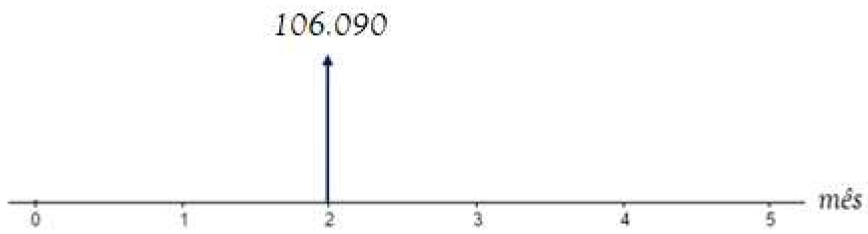
Iremos aplicar diretamente a **fórmula do Montante em regime de Juros Compostos** e calcular o Saldo Devedor ao final do segundo mês.

$$M = C \times (1 + i)^t$$

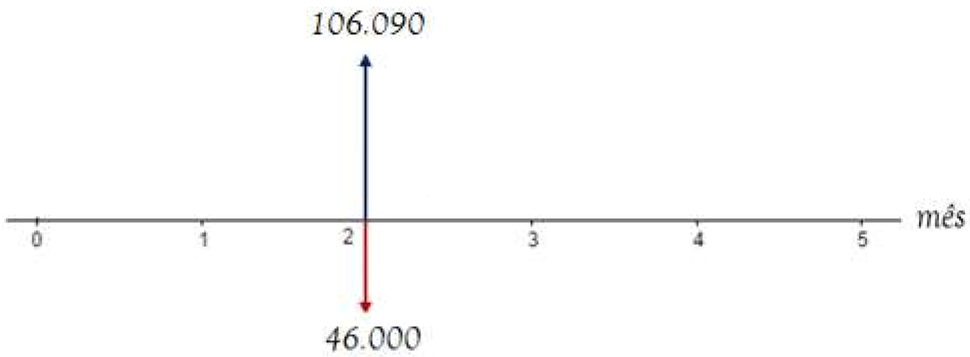
$$M = 100.000 \times (1 + 0{,}03)^2$$

$$M = 100.000 \times 1{,}03^2$$

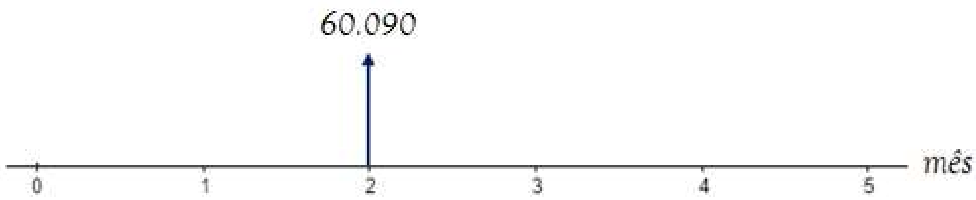
$$M = 100.000 \times 1{,}0609 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{M = 106.090}}$$



Ao final do segundo mês, há um pagamento de R$ 46.000,00.



Sendo assim, <u>o Saldo Devedor ao final do segundo mês será de 60.090 $(106.090 - 46.000)$.</u>



Os juros **continuarão incidindo sobre este Saldo Devedor** por mais três meses, uma vez que o pagamento da segundo parcela acontece ao final do quinto mês.

Vamos então aplicar novamente a fórmula do Montante em regime de Juros Compostos e calcular o Saldo Devedor ao final do quinto mês.

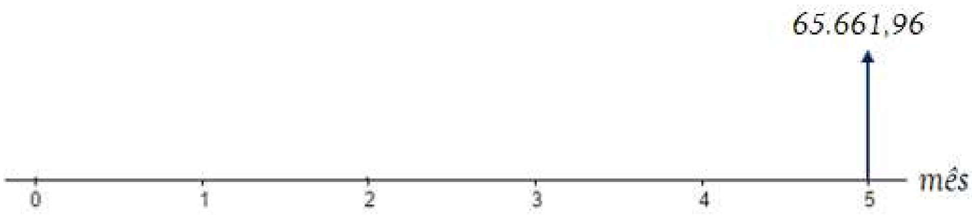
$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 60.090 \times (1 + 0{,}03)^3$$

Observe que o Capital desta fórmula é o valor de R$ 60.090,00, afinal é em cima desse valor que os Juros incidirão. E o tempo é igual a 3 meses, pois já estamos no mês 2 e queremoso valor do Saldo Devedor no mês 5. Continuando:

$$M = 60.090 \times (1{,}03)^3$$

$$M = 60.090 \times 1{,}0927 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{M = 65.661,96}$$



Logo, para quitar este financiamento, **o pagamento da segunda parcela**, ao final do quinto mês, deverá ser de R$ 65.661,96.

Gabarito: Alternativa **D**

(CRO AC- 2019) Quanto a noções básicas de matemática financeira, finanças, orçamento e tributos, julgue o item.

Se determinado investidor tem R$ 25.000,00 de capital e quer comprar uma televisão que custa R$ 3.000,00, colocando seu capital a juros compostos de 6% ao mês por 2 meses, ao final do período, ele poderá comprar a televisão usando apenas os juros recebidos na aplicação

Comentários:

Vamos calcular o Montante resultante da aplicação de um Capital de R$ 25.000,00 submetido a uma Taxa de Juros compostos de 6% ao mês por 2 meses. Em **regime de Juros Compostos**, o Montante é calculado pela seguinte equação:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

Onde,

$C = Capital = 25.000$

$i = Taxa\ de\ Juros = 6\%\ ao\ mês = 0{,}06$

$t = tempo = 2\ meses$

Iremos substituir os valores e <u>calcular o Montante</u>.

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 25.000 \times (1 + 0{,}06)^2$$

$$M = 25.000 \times 1{,}06^2$$

$$M = 25.000 \times 1{,}1236 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{M = 28.090}}$$

De posse do Montante e do Capital, calculamos os **Juros**.

Sabemos que os Juros são calculados pela diferença do Montante resultante menos o Capital aplicado.

$$J = M - C$$

$$J = 28.090 - 25.000 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{J = 3.090}$$

Ou seja, como a televisão custa R$ 3.000,00 e os Juros da aplicação são iguais a R$ 3.090,00, ele **poderá (sim) comprar a televisão** usando apenas os juros recebidos na aplicação.

Gabarito: **CERTO**

TAXA NOMINAL E TAXA EFETIVA

Algumas questões irão trabalhar com essas duas taxas. **Não podemos confundi-las** na hora da prova. Iremos entender o que cada uma significa e como fazer a conversão entre elas.

Taxa Efetiva

É a Taxa de Juros em que a unidade de tempo da Taxa **é coincidente** com a unidade de tempo do período de capitalização.

Exemplos:

- $\boldsymbol{i_1} = 5\%\ ao\ mês\ capitalizados\ mensalmente$

Perceba que a unidade de tempo da Taxa (ao mês) é coincidente com a unidade de tempo do período de capitalização (mensal).

- $\boldsymbol{i_2} = 8\%\ ao\ trimestre\ capitalizados\ trimestralmente$

Quando a **Taxa for efetiva**, isto é, quando as unidades de tempo da taxa e da capitalização forem iguais, <u>a taxa pode ser escrita somente em termos da sua unidade de tempo</u>. Então, nos casos acima, as taxas poderiam ser escritas da seguinte forma:

- $\boldsymbol{i_1} = 5\%\ ao\ mês$

- $\boldsymbol{i_2} = 8\%\ ao\ trimestre$

Até agora, em todos os exercícios, trabalhamos com a Taxa Efetiva.

Então, tenha em mente que se a taxa for escrita da forma acima (apenas com a unidade de tempo) é porque se trata de uma Taxa Efetiva e está **implícito que a unidade de capitalização é a mesma da unidade de tempo**.

Taxa Nominal

É a Taxa de Juros em que a unidade de tempo da Taxa **NÃO É coincidente** com a unidade de tempo do período de capitalização.

Exemplos:

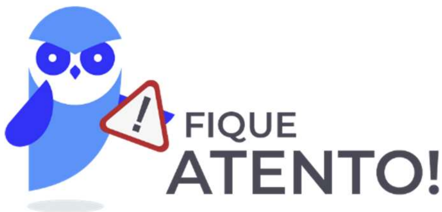
- $\boldsymbol{i_1} = 10\%\ ao\ bimestre\ capitalizados\ mensalmente$

Perceba que a unidade de tempo da Taxa (ao bimestre) não é coincidente com a unidade de tempo do período de capitalização (mensal).

- $\boldsymbol{i_2} = 12\%\ ao\ semestre\ capitalizados\ bimestralmente$

Conversão entre Taxa Nominal ↔ Taxa Efetiva

Nas fórmulas matemáticas de Juros Compostos **NÃO podemos utilizar a Taxa Nominal**.



Antes de proceder com os cálculos, **certifique-se que a Taxa a ser utilizada é a Taxa Efetiva**, ou seja, aquela em que a unidade de tempo da Taxa é coincidente com a unidade de tempo do período de capitalização.

Então, **nunca resolva um exercício de Juros Compostos usando a Taxa Nominal**.

"E, professor, se a questão der a Taxa Nominal, como eu transformo para a Taxa Efetiva?"

Primeiro, tenha em mente que "**QUEM MANDA É O PERÍODO DE CAPITALIZAÇÃO**". Sendo assim, devemos passar para a unidade de tempo do período de capitalização

“E como passamos da unidade de tempo do período da taxa para a unidade de tempo do período de capitalização?”

Basta fazermos uma **simples divisão/multiplicação**.

Vejamos com os mesmos exemplos da teoria acima de Taxa Nominal.

EXEMPLIFICANDO

- $\boldsymbol{i_1} = 10\%\ ao\ bimestre\ capitalizados\ mensalmente$

Como vimos, a Taxa está com a unidade de tempo em bimestre e a capitalização é mensal.

Devemos passar para a unidade da capitalização, isto é, para a unidade "mês".

Em 1 bimestre há 2 meses. Logo, a Taxa Efetiva será igual a:

$$i_{1\ Efetiva} = \frac{10\%}{2} \rightarrow i_{1\ Efetiva} = 5\%\ ao\ mês\ capitalizados\ mensalmente$$

Ou, simplesmente,

$$\boldsymbol{i_{1\ Efetiva}} = 5\%\ ao\ mês$$

- $\boldsymbol{i_2} = 12\%\ ao\ semestre\ capitalizados\ bimestralmente$

Em 1 semestre há 3 bimestres. Logo, a Taxa Efetiva será igual a:

$$i_{2\ Efetiva} = \frac{12\%}{3} \rightarrow i_{2\ Efetiva} = 4\%\ ao\ bimestre\ capitalizados\ bimestralmente$$

Ou, simplesmente,

$$\boldsymbol{i_{2\ Efetiva}} = 4\%\ ao\ bimestre$$

- $\boldsymbol{i_3} = 15\%\ ao\ semestre\ capitalizados\ anualmente$

Em 1 ano há 2 semestres. Logo, a Taxa Efetiva será:

$$i_{3\ Efetiva} = 15\% \times 2 \rightarrow i_{Efetiva} = 30\%\ ao\ ano\ capitalizados\ anualmente$$

Ou, simplesmente,

$$\boldsymbol{i_{3\ Efetiva}} = 30\%\ ao\ ano$$

ESQUEMATIZANDO

Divisão/Multiplicação → "Quem manda é o período de capitalização"

Taxa Efetiva

Unidade de tempo da taxa **é coincidente** com a unidade de tempo do período de capitalização

Taxa Nominal

Unidade de tempo da taxa **NÃO É coincidente** com a unidade de tempo do período de capitalização

HORA DE PRATICAR!

(Inédita - 2022) João faz um investimento de R$ 10.000,00 a uma taxa de juros compostos de 12% a.a. com capitalizações bimestrais.

Após 4 meses, por estar passando por dificuldades financeiras, João resolve sacar R$ 1.904,00 e deixar o restante aplicado.

10 meses após o início do investimento, qual o valor aproximadamente que João terá na sua conta investimento?

a) R$ 8.500,27
b) R$ 9.020,27
c) R$ 9.220,27
d) R$ 9.420,27
e) R$ 9.620,27

Comentários:

Primeiro passo é <u>converter a Taxa Nominal para a Taxa Efetiva</u>.

Taxa Nominal é a taxa de juros cuja unidade de tempo não coincide com a unidade de tempo do período de capitalização. Observe que a taxa fornecida no enunciado é uma taxa nominal.

$$i_{Nominal} = 12\%\ ao\ ano\ capitalizada\ bimestralmente$$

Nunca resolva um exercício usando a taxa nominal. Sempre devemos passar para a unidade de tempo do período de capitalização. Então tenha em mente: "**quem manda é o período de capitalização**".

E como passamos da unidade de tempo do período da taxa nominal (ano) para a unidade de tempo do período de capitalização (bimestre)?

Basta fazermos uma simples divisão/multiplicação.

Em 1 ano há 6 bimestres. Então, a Taxa Efetiva bimestral será um sexto da taxa anual.

$$i_{Efetiva\ Bimestral} = \frac{12\%}{6} \rightarrow \boxed{\boldsymbol{i_{Efetiva\ Bimestral} = 2\%\ a.b.}}$$

- ✓ Essa será a taxa que devemos utilizar no exercício.

Depois desse primeiro passo (perceba que a explicação é extensa para que você possa entender o passo a passo. Mas, na hora da prova, você consegue fazer essa passagem em apenas uma linha ou até mesmo fazer a divisão "de cabeça"), iremos calcular o Montante após 4 meses de aplicação.

"Após 4 meses, por estar passando por dificuldades financeiras, ..."

Em regime de Juros Compostos, o Montante é calculado pela seguinte equação:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

Onde,

$M = Montante = ?$

$C = Capital = 10.000$

$i = Taxa\ de\ Juros = 2\%\ ao\ bimestre = 0{,}02$

$t = tempo = 4\ meses = 2\ bimestres$

Atente-se para a conversão da unidade do tempo de aplicação (meses) para a unidade da taxa de juros (bimestre) pois **necessariamente** devem coincidir. Em 4 meses há 2 bimestres.

Vamos substituir os valores e calcular o Montante.

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 10.000 \times (1 + 0{,}02)^2$$

$$M = 10.000 \times (1{,}02)^2$$

$$M = 10.000 \times 1{,}0404 \rightarrow \boxed{\boldsymbol{M = 10.404}}$$

"João resolve sacar *R$ 1.904,00...*"

Logo, ainda restará na conta investimento o valor de:

$$valor = 10.404 - 1.904 \quad \rightarrow \boxed{\boldsymbol{valor = 8.500}}$$

"João resolve sacar R$ 1.904,00 e deixar o restante aplicado."

Ou seja, esse valor de R$ 8.500 continuará aplicado por mais (6 meses=3bimestre) a uma taxa de juros de 2% ao bimestre.

Observe que a aplicação total ocorre em 10 meses. Porém, como já se passaram 4 meses, ainda **restam 6 meses (3 bimestres) de aplicação**.

Iremos aplicar novamente a fórmula do Montante em regime de Juros Compostos e calcular o Montante final desta aplicação.

$$M = C \times (1 + i)^t$$

Onde,

$M = Montante = ?$

$C = Capital = 8.500$

$i = Taxa\ de\ Juros = 2\%\ ao\ bimestre = 0{,}02$

$t = tempo = 6\ meses = 3\ bimestre$

Vamos substituir os valores e calcular o Montante.

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 8.500 \times (1 + 0{,}02)^3$$

$$M = 8.500 \times 1{,}0612 \quad \rightarrow \boldsymbol{M = 9.020,27}$$

Gabarito: Alternativa **C**

Taxas Equivalentes

DESPENCA NA PROVA!

Taxas Equivalentes são as taxas de juros com **unidades de tempo diferentes** que **aplicadas a um mesmo Capital,** por um mesmo período, sob o regime de juros compostos, produziriam **o mesmo Montante** (e, por consequência, mesmo Juro).

Diferentemente do que ocorre no Regime de Capitalização Simples, em Juros Compostos, **as Taxas Equivalentes NÃO SÃO proporcionais**.

Para calcular a Taxa Equivalente, iremos tomar como base a **potenciação**.

TOME NOTA!

Iremos resolver alguns exemplos para você **entender a sistemática** da mecânica de capitalização e, posteriormente, apresentarei a fórmula para cálculo.

Perceba que a fórmula será apresentada depois dos exemplos porque eu quero que você entenda o que está sendo feito. Decorar fórmula é simples. Saber o que fazer com ela é mais complicado.

Eu, particularmente, nunca utilizei a fórmula de Taxa Equivalente, pois, **uma vez entendido o sistema de capitalização entre datas**, você **não precisará decorar nada**. Tudo estará entendido.

EXEMPLIFICANDO

- **Exemplo 1:** Qual a Taxa composta bimestral Equivalente a 5% ao mês?

Observe que para calcular a Taxa bimestral temos de capitalizar a Taxa mensal por 2 meses (1 bimestre). Ou seja, a Taxa mensal de 5% capitalizada por 2 meses (1 bimestre) será igual a que Taxa Equivalente bimestral?

$$(1 + i_{mensal})^2 = (1 + i_{bimestral})$$

$$(1 + 0{,}05)^2 = (1 + i_{bimestral})$$

$$1{,}05^2 = 1 + i_{bimestral}$$

$$1{,}1025 = 1 + i_{bimestral}$$

$$i_{bimestral} = 1{,}1025 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_{bimestral} = 0,1025 \ \ ou \ \ 10,25\%}$$

Então, **5% ao mês é equivalente a 10,25% ao bimestre**.

Isso quer dizer que, se aplicarmos essa Taxa em um mesmo Capital, por um mesmo período de tempo, em regime de Juros Compostos, produziria o mesmo Montante.

Vamos testar. Imagine um Capital de R$ 100 aplicado por 4 meses. A primeira operação ocorreu a Juros Compostos de 5% ao mês e a segunda a 10,25% ao bimestre. Iremos calcular o Montante ao final de 4 meses para as 2 operações.

$$M_1 = C \times (1 + i)^t$$

$$M_1 = 100 \times (1 + 0{,}05)^4$$

$$M_1 = 100 \times 1{,}05^4$$

$$M_1 = 100 \times 1{,}2155 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{M_1 = 121,55}}$$

Agora vamos calcular o Montante da segunda operação.

$$M_2 = C \times (1 + i)^t$$

$$M_2 = 100 \times (1 + 0{,}1025)^2$$

Atente-se para a **conversão** da unidade do tempo de aplicação (mês) para a unidade da taxa de juros (bimestre) pois **necessariamente** devem coincidir. Em 4 meses há 2 bimestres.

$$M_2 = 100 \times 1{,}1025^2$$

$$M_2 = 100 \times 1{,}2155 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{M_2 = 121,55}}$$

Perceba que os Montantes foram iguais como queríamos demonstrar.

- **Exemplo 2:** Qual a Taxa composta anual Equivalente a 16% ao semestre?

Ou seja, a Taxa semestral capitalizada por 2 semestres (1 ano) será igual a que Taxa Equivalente anual?

$$(1 + i_{semestral})^2 = (1 + i_{anual})$$

$$(1 + 0{,}16)^2 = (1 + i_{anual})$$

$$1{,}16^2 = 1 + i_{anual}$$

$$1{,}3456 = 1 + i_{anual}$$

$$i_{anual} = 1{,}3456 - 1 \quad \rightarrow \boldsymbol{i_{anual} = 0,3456 \ \ ou \ \ 34,56\%}$$

Logo, **34,56% ao ano é equivalente a 16% ao semestre**.

- **Exemplo 3:** Qual a Taxa composta bimestral Equivalente a 14,49% ao quadrimestre?

Nesse exemplo, iremos calcular a Taxa bimestral que, capitalizada por 2 bimestres (1 quadrimestre), será equivalente a 14,49% ao quadrimestre.

$$(1 + i_{bimestral})^2 = \left(1 + i_{quadrimestral}\right)$$

$$(1 + i_{bimestral})^2 = (1 + 0{,}1449)$$

$$(1 + i_{bimestral})^2 = 1{,}1449$$

$$1 + i_{bimestral} = \sqrt{1{,}1449}$$

$$1 + i_{bimestral} = 1{,}07$$

$$i_{bimestral} = 1{,}07 - 1 \quad \rightarrow \boldsymbol{i_{bimestral} = 0,07 \ \ ou \ \ 7\%}$$

Sendo assim, **7% ao bimestre é equivalente a 14,49% ao quadrimestre**.

Vamos às questões de concursos sobre esse tópico.

(Inédita - 2022) Um financiamento, sob regime de juros compostos, é firmado com taxa semestral de juros de 12% capitalizados bimestralmente.

A taxa semestral efetiva nessa contratação é de aproximadamente:

a) 12,00%
b) 12,25%
c) 12,36%
d) 12,49%
e) 12,56%

Comentários:

Primeiro passo é converter a Taxa Nominal para a Taxa Efetiva.

Taxa Nominal é a taxa de juros cuja unidade de tempo **não coincide** com a unidade de tempo do período de capitalização. Observe que a taxa fornecida no enunciado é uma taxa nominal.

$$i_{Nominal} = 12\% \; ao \; ano \; capitalizada \; bimestralmente$$

Em 1 semestre há 3 bimestres. Então, a Taxa Efetiva bimestral será igual a:

$$i_{Efetiva\ Bimestral} = \frac{12\%}{3} \rightarrow \boxed{\boldsymbol{i_{Efetiva\ Bimestral} = 4\% \; a.b.}}$$

Segundo passo é calcular a Taxa Efetiva semestral equivalente à Taxa Efetiva trimestral de 4%.

Ou seja, uma taxa efetiva bimestral capitalizada por 3 bimestres (1 semestre) resultará em que taxa efetiva semestral?

Para acharmos a taxa equivalente tomamos como base a **potenciação**.

$$(1 + i_{bimestral})^3 = (1 + i_{semestral})$$

$$(1 + 0{,}04)^3 = (1 + i_{semestral})$$

$$1{,}04^3 = 1 + i_{semestral}$$

$$1{,}1249 = 1 + i_{semestral}$$

$$i_{semestral} = 1{,}1249 - 1 \rightarrow \boldsymbol{i_{semestral} = 0{,}1249 \; ou \; 12{,}49\%}$$

Gabarito: Alternativa **C**

(Pref. Porto Alegre – 2019 - Adaptada) Em um sistema composto de capitalização, a taxa de 5% ao mês é equivalente a uma taxa anual de:

Dado: $\mathbf{1,05^6 = 1,3401}$

a) 60%
b) 65%
c) 70,29%
d) 75,49%
e) 79,59%

Comentários:

O enunciado nos questiona a Taxa Equivalente anual. Ou seja, a Taxa mensal capitalizada por 12 meses (1 ano) será igual a que Taxa Equivalente anual?

$$(1 + i_{mensal})^{12} = (1 + i_{anual})$$

$$(1 + 0{,}05)^{12} = (1 + i_{anual})$$

$$1{,}05^{12} = 1 + i_{anual}$$

Observe que a banca não fornece a potência de 1,05 elevado a 12 e sim elevado a 6. Neste ponto, iremos manipular algebricamente a potência e continuar com os cálculos.

$$1{,}05^{12} = 1 + i_{anual}$$

$$1{,}05^{6} \times 1{,}05^{6} = 1 + i_{anual}$$

$$1{,}3401 \times 1{,}3401 = 1 + i_{anual}$$

$$1{,}7959 = 1 + i_{anual}$$

$$i_{anual} = 1{,}7959 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_{anual} = 0,7959 \;\; ou \;\; 79,59\%}$$

Gabarito: Alternativa **E**

Convenção Exponencial x Convenção Linear

Até então, nos exercícios, estávamos calculando o Montante e os Juros para períodos inteiros de tempo. Por exemplo, a Taxa era mensal e o período (também) era em meses.

Mas se, nesse mesmo exemplo, a Taxa fosse igual a 10% ao mês e o tempo de aplicação fosse igual a, digamos, quatro meses e quinze dias. Como proceder?

Perceba que o período é composto por **uma parte inteira** (quatro meses) **e outra fracionária** (15 dias). Nesse caso, para calcular o Montante, 2 convenções são utilizadas: a Convenção Exponencial e a Convenção Linear.

Convenção Exponencial

Nessa convenção, é utilizado o **regime de Capitalização Composta para TODO o período**, isto é, tanto para a parte inteira quanto para a parte fracionária.

A fórmula a ser utilizada é a mesma que aprendemos no início da aula.

$$\boxed{\boldsymbol{M = C \times (1+i)^t}}$$

Em nosso exemplo acima, que a Taxa i é de 10% ao mês e o tempo de aplicação t é de 4 meses e 15 dias, o Montante de uma aplicação de Capital C igual a R$ 100,00 seria igual a:

Dados: $1{,}1^{4{,}5} = 1{,}5356$

$$M = C \times (1+i)^t$$

$$M = 100 \times (1+0{,}1)^{4{,}5}$$

$$M = 100 \times 1{,}1^{4{,}5}$$

$$M = 100 \times 1{,}5356 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{M = 153{,}56}$$

Atente-se para a **conversão** da unidade do tempo de aplicação (mês e dia) para a unidade da taxa de juros (mensal) pois **necessariamente** devem coincidir. 4 meses e 15 dias é igual a 4 meses e meio, isto é, 4,5 meses.

Fique tranquilo que, em questões que exigem convenção exponencial, a banca fornece os dados que serão necessários para o cálculo da potência.

Convenção Linear

Já na Convenção Linear, iremos utilizar o **regime de Capitalização Composta para a parte inteira** do tempo de aplicação e o **regime de Capitalização Simples para a parte fracionária**.

Então, no mesmo exemplo anterior, calcularíamos o Montante para um período de 4 meses (parte inteira) utilizando a fórmula de Juros Compostos e, posteriormente, com o resultado calculado, aplicaríamos a fórmula dos Juros Simples para a parte fracionária (meio mês).

Vejamos como resolver.

Dados: $1{,}1^4 = 1{,}4641$

1. Calcular o Montante em **regime de Juros Compostos para a parte inteira** do período de aplicação (4 meses):

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 100 \times (1 + 0{,}1)^4$$

$$M = 100 \times 1{,}1^4$$

$$M = 100 \times 1{,}4641 \quad \rightarrow \quad M = 146{,}41$$

2. De posse do Montante calculado acima, utilizar a **fórmula dos Juros Simples para a parte fracionária** (15 dias):

$$M = C \times (1 + i \times t)$$

$$M = 146{,}41 \times (1 + 0{,}1 \times 0{,}5)$$

Observe que <u>convertemos</u> a unidade do tempo de aplicação (15 dias) para a unidade da taxa de juros (mensal) pois **necessariamente** devem coincidir. 15 dias é igual a meio (0,5) mês.

$$M = 146{,}41 \times (1 + 0{,}05)$$

$$M = 146{,}41 \times 1{,}05 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{M = 157{,}73}$$

Existe uma fórmula para o cálculo direto do Montante pela Convenção Linear. Mas, como expliquei na parte de Taxas Equivalentes, **uma vez entendido o que fazer**, **não precisa decorar a fórmula**.

FIQUE ATENTO!

Fórmula do Montante pela **Convenção Linear:**

$$\boldsymbol{M = C \times (1+i)^{t_1} \times (1 + i \times t_2)}$$

Onde,

$t_1 = parte\ inteira\ do\ período\ de\ aplicação$

$t_2 = parte\ fracionária\ do\ período\ de\ aplicação$

Perceba que essa fórmula, nada mais é que a aglutinação dos dois passos que fizemos acima.

Primeiro, aplicamos **Juros Compostos para a parte inteira** do período de aplicação e, posteriormente, **Juros Simples para a parte fracionária**.

$$M = C \times \underbrace{(1+i)^{t_1}}_{\substack{parte \\ inteira}} \times \underbrace{(1 + i \times t_2)}_{\substack{parte \\ fracionária}}$$

Vamos esquematizar essa distinção entre as convenções:

ESQUEMATIZANDO

Convenção Exponencial	x	Convenção Linear
↓		↓
Juros Compostos para TODO o período (tanto parte inteira quanto parte fracionária)		Juros Compostos → Parte inteira Juros Simples → Parte fracionária
↓		↓
$M = C \times (1+i)^t$		$M = C \times \underbrace{(1+i)^{t_1}}_{\substack{parte \\ inteira}} \times \underbrace{(1 + i \times t_2)}_{\substack{parte \\ fracionária}}$

Vejamos na questão abaixo como esse tópico é cobrado em concursos.

HORA DE PRATICAR!

(SMF Campinas - 2019) A empresa A contrata a empresa B para prestação de um serviço cujo valor à vista é V. Pelo contrato, A vai pagar B no prazo de 2 anos e meio, em uma única parcela que incluirá o valor à vista mais juros contratuais de 10% ao ano. Se o contrato firmado entre as partes para a quitação da dívida prevê taxa de juros compostos com convenção linear, então o valor mais próximo do total de juros que B deve pagar a A ao quitar a dívida no prazo é de, aproximadamente:

a) 0,25V
b) 0,20V
c) 0,27V
d) 0,30V
e) 2,50V

Comentários:

Observe que a Taxa é anual e o prazo de pagamento é composto por uma parte inteira (2 anos) e outra fracionária (meio ano). O enunciado nos informa que é adotada a <u>Convenção Linear</u>.

Iremos calcular então, o Montante para a parte inteira do período (2 anos) utilizando a fórmula dos Juros Compostos.

$$M = C \times (1+i)^t$$

$$M = V \times (1+0{,}1)^2$$

$$M = V \times 1{,}1^2 \quad \rightarrow \quad M = 1{,}21V$$

E, em seguida, calcular o Montante final utilizando a fórmula dos Juros Simples para a parte fracionária (meio ano).

$$M = C \times (1 + i \times t)$$

$$M = 1{,}21V \times (1 + 0{,}1 \times 0{,}5)$$

$$M = 1{,}21V \times (1 + 0{,}05)$$

$$M = 1{,}21V \times 1{,}05 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{M \cong 1{,}27V}}$$

Então o valor mais próximo do total de juros que B deve pagar a A ao quitar a dívida no prazo é de, aproximadamente:

$$J = M - C$$

$$J = 1{,}27V - V \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{J = 0{,}27V}$$

Gabarito: Alternativa **C**

Tabela Financeira - Fator de Acumulação de Capitais

Em Juros Compostos, utilizaremos constantemente a potência relacionada ao **Fator de Acumulação de Capitais** $(1+i)^t$, que é a série que nos informa a acumulação de capitais tomando como base uma taxa em determinado período de tempo.

$$\boxed{(\mathbf{1}+\boldsymbol{i})^{\boldsymbol{t}} \ \rightarrow \ fator\ de\ acumulação\ de\ capitais}$$

Pense como seria trabalhoso em uma prova, no meio de uma questão de Juros Compostos, resolver a seguinte passagem:

$$(1+0{,}07)^9$$

Seria bastante complicado, certo? Algumas bancas fornecem esse valor nos dados do enunciado. Já outras, fornecem uma tabela financeira para que o candidato busque o valor.

Vamos aprender agora como usar esta tabela em Juros Compostos.

Uma **tabela financeira de fator de acumulação de capitais** tem o seguinte aspecto:

Fator de Acumulação de Capitais $(1+i)^t$

	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%
1	1,0100	1,0200	1,0300	1,0400	1,0500	1,0600	1,0700	1,0800	1,0900	1,1000
2	1,0201	1,0404	1,0609	1,0816	1,1025	1,1236	1,1449	1,1664	1,1881	1,2100
3	1,0303	1,0612	1,0927	1,1249	1,1576	1,1910	1,2250	1,2597	1,2950	1,3310
4	1,0406	1,0824	1,1255	1,1699	1,2155	1,2625	1,3108	1,3605	1,4116	1,4641
5	1,0510	1,1041	1,1593	1,2167	1,2763	1,3382	1,4026	1,4693	1,5386	1,6105
6	1,0615	1,1262	1,1941	1,2653	1,3401	1,4185	1,5007	1,5869	1,6771	1,7716
7	1,0721	1,1487	1,2299	1,3159	1,4071	1,5036	1,6058	1,7138	1,8280	1,9487
8	1,0829	1,1717	1,2668	1,3686	1,4775	1,5938	1,7182	1,8509	1,9926	2,1436
9	1,0937	1,1951	1,3048	1,4233	1,5513	1,6895	1,8385	1,9990	2,1719	2,3579
10	1,1046	1,2190	1,3439	1,4802	1,6289	1,7908	1,9672	2,1589	2,3674	2,5937
11	1,1157	1,2434	1,3842	1,5395	1,7103	1,8983	2,1049	2,3316	2,5804	2,8531
12	1,1268	1,2682	1,4258	1,6010	1,7959	2,0122	2,2522	2,5182	2,8127	3,1384
13	1,1381	1,2936	1,4685	1,6651	1,8856	2,1329	2,4098	2,7196	3,0658	3,4523
14	1,1495	1,3195	1,5126	1,7317	1,9799	2,2609	2,5785	2,9372	3,3417	3,7975
15	1,1610	1,3459	1,5580	1,8009	2,0789	2,3966	2,7590	3,1722	3,6425	4,1772

- Essa é uma tabela para o fator $(1+\mathrm{i})^{\mathrm{t}}$ na qual “i” está na coluna e “t” está na linha.

Perceba que precisamos entrar com a Taxa na coluna e com o tempo de aplicação na linha e, assim, a tabela nos retornará o valor da potência.

Então, vamos voltar ao nosso exemplo e calcular a potência $(1 + 0{,}07)^9$.

Neste exemplo, $i = 0{,}07 \rightarrow 7\%$ e $t = 9$.

Buscaremos, então, o valor de 7% na coluna e de 9 unidades de tempo na linha.

$i = 7\%$

$t = 9$

	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%
1	1,0100	1,0200	1,0300	1,0400	1,0500	1,0600	1,0700	1,0800	1,0900	1,1000
2	1,0201	1,0404	1,0609	1,0816	1,1025	1,1236	1,1449	1,1664	1,1881	1,2100
3	1,0303	1,0612	1,0927	1,1249	1,1576	1,1910	1,2250	1,2597	1,2950	1,3310
4	1,0406	1,0824	1,1255	1,1699	1,2155	1,2625	1,3108	1,3605	1,4116	1,4641
5	1,0510	1,1041	1,1593	1,2167	1,2763	1,3382	1,4026	1,4693	1,5386	1,6105
6	1,0615	1,1262	1,1941	1,2653	1,3401	1,4185	1,5007	1,5869	1,6771	1,7716
7	1,0721	1,1487	1,2299	1,3159	1,4071	1,5036	1,6058	1,7138	1,8280	1,9487
8	1,0829	1,1717	1,2668	1,3686	1,4775	1,5938	1,7182	1,8509	1,9926	2,1436
9	1,0937	1,1951	1,3048	1,4233	1,5513	1,6895	$\boxed{1{,}8385}$	1,9990	2,1719	2,3579
10	1,1046	1,2190	1,3439	1,4802	1,6289	1,7908	1,9672	2,1589	2,3674	2,5937
11	1,1157	1,2434	1,3842	1,5395	1,7103	1,8983	2,1049	2,3316	2,5804	2,8531
12	1,1268	1,2682	1,4258	1,6010	1,7959	2,0122	2,2522	2,5182	2,8127	3,1384
13	1,1381	1,2936	1,4685	1,6651	1,8856	2,1329	2,4098	2,7196	3,0658	3,4523
14	1,1495	1,3195	1,5126	1,7317	1,9799	2,2609	2,5785	2,9372	3,3417	3,7975
15	1,1610	1,3459	1,5580	1,8009	2,0789	2,3966	2,7590	3,1722	3,6425	4,1772

Ou seja,

$$(1 + 0{,}07)^9 = 1{,}8385$$

(Pref. Porto Alegre RS – 2019) Qual o valor do montante composto recebido na aplicação de R$ 50.000,00, durante oito meses, o qual rende com uma taxa de 6% ao trimestre, capitalizada mensalmente?

Tabela para o fator $(1 + i)^n$ na qual "i" está na coluna e "n" está na linha.

	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%
1	1,0100	1,0200	1,0300	1,0400	1,0500	1,0600	1,0700	1,0800	1,0900	1,1000
2	1,0201	1,0404	1,0609	1,0816	1,1025	1,1236	1,1449	1,1664	1,1881	1,2100
3	1,0303	1,0612	1,0927	1,1249	1,1576	1,1910	1,2250	1,2597	1,2950	1,3310
4	1,0406	1,0824	1,1255	1,1699	1,2155	1,2625	1,3108	1,3605	1,4116	1,4641
5	1,0510	1,1041	1,1593	1,2167	1,2763	1,3382	1,4026	1,4693	1,5386	1,6105
6	1,0615	1,1262	1,1941	1,2653	1,3401	1,4185	1,5007	1,5869	1,6771	1,7716
7	1,0721	1,1487	1,2299	1,3159	1,4071	1,5036	1,6058	1,7138	1,8280	1,9487
8	1,0829	1,1717	1,2668	1,3686	1,4775	1,5938	1,7182	1,8509	1,9926	2,1436
9	1,0937	1,1951	1,3048	1,4233	1,5513	1,6895	1,8385	1,9990	2,1719	2,3579
10	1,1046	1,2190	1,3439	1,4802	1,6289	1,7908	1,9672	2,1589	2,3674	2,5937
11	1,1157	1,2434	1,3842	1,5395	1,7103	1,8983	2,1049	2,3316	2,5804	2,8531
12	1,1268	1,2682	1,4258	1,6010	1,7959	2,0122	2,2522	2,5182	2,8127	3,1384
13	1,1381	1,2936	1,4685	1,6651	1,8856	2,1329	2,4098	2,7196	3,0658	3,4523
14	1,1495	1,3195	1,5126	1,7317	1,9799	2,2609	2,5785	2,9372	3,3417	3,7975
15	1,1610	1,3459	1,5580	1,8009	2,0789	2,3966	2,7590	3,1722	3,6425	4,1772

a) R$ 56.585,00
b) R$ 57.585,00
c) R$ 58.585,00
d) R$ 59.585,00
e) R$ 60.585,00

Comentários:

Primeiro passo é converter a Taxa Nominal para a Taxa Efetiva.

Taxa Nominal, como vimos, é a taxa de juros cuja unidade de tempo **não coincide** com a unidade de tempo do período de capitalização. Observe que a taxa fornecida no enunciado é uma taxa nominal.

$$i_{Nominal} = 6\% \ ao \ trimestre \ capitalizada \ mensalmente$$

Nunca resolva um exercício usando a taxa nominal. Sempre devemos passar para a unidade de tempo do período de capitalização. Então tenha em mente: "**quem manda é o período de capitalização**".

E como passamos da unidade de tempo do período da taxa nominal para a unidade de tempo do período de capitalização?

Basta fazermos uma simples divisão/multiplicação. Em 1 trimestre há 3 meses. Então, a Taxa Efetiva mensal será igual a:

$$i_{Efetiva\ mensal} = \frac{6\%}{3} \ \rightarrow \ i_{Efetiva\ mensal} = 2\% \ ao \ mês \ capitalizados \ mensalmente$$

Ou, simplesmente,

$$\boxed{\boldsymbol{i_{Efetiva} = 2\% \ ao \ mês}}$$

✓ Essa será a taxa que iremos usar no problema.

Em regime de Juros Compostos, o Montante é calculado pela seguinte equação:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

Onde,

$M = Montante = ?$

$C = Capital = 50.000$

$i = Taxa\ de\ Juros = 2\%\ ao\ mês = 0{,}02$

$t = tempo = 8\ meses$

Vamos substituir os valores e calcular o Montante.

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 50.000 \times (1 + 0{,}02)^8$$

Para calcular o valor da potência usaremos a Tabela Financeira com fator $(1 + i)^n$ pra $i = 2\%$ e $n = 8$.

Observe o valor na tabela abaixo.

$i = 2\%$ ↓

$t = 8 \rightarrow$

	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%
1	1,0100	[illegible]	1,0300	1,0400	1,0500	1,0600	1,0700	1,0800	1,0900	1,1000
2	1,0201	[illegible]	1,0609	1,0816	1,1025	1,1236	1,1449	1,1664	1,1881	1,2100
3	1,0303	[illegible]	1,0927	1,1249	1,1576	1,1910	1,2250	1,2597	1,2950	1,3310
4	1,0406	[illegible]	1,1255	1,1699	1,2155	1,2625	1,3108	1,3605	1,4116	1,4641
5	1,0510	[illegible]	1,1593	1,2167	1,2763	1,3382	1,4026	1,4693	1,5386	1,6105
6	1,0615	[illegible]	1,1941	1,2653	1,3401	1,4185	1,5007	1,5869	1,6771	1,7716
7	1,0721	[illegible]	1,2299	1,3159	1,4071	1,5036	1,6058	1,7138	1,8280	1,9487
8	[illegible]	1,1717	1,2668	1,3686	1,4775	1,5938	1,7182	1,8509	1,9926	2,1436
9	1,0937	1,1951	1,3048	1,4233	1,5513	1,6895	1,8385	1,9990	2,1719	2,3579
10	1,1046	1,2190	1,3439	1,4802	1,6289	1,7908	1,9672	2,1589	2,3674	2,5937
11	1,1157	1,2434	1,3842	1,5395	1,7103	1,8983	2,1049	2,3316	2,5804	2,8531
12	1,1268	1,2682	1,4258	1,6010	1,7959	2,0122	2,2522	2,5182	2,8127	3,1384
13	1,1381	1,2936	1,4685	1,6651	1,8856	2,1329	2,4098	2,7196	3,0658	3,4523
14	1,1495	1,3195	1,5126	1,7317	1,9799	2,2609	2,5785	2,9372	3,3417	3,7975
15	1,1610	1,3459	1,5580	1,8009	2,0789	2,3966	2,7590	3,1722	3,6425	4,1772

Ou seja,

$$(1 + 0{,}02)^8 = 1{,}1717$$

Iremos substituir o valor da potência e calcular o Montante final.

$$M = 50.000 \times (1 + 0{,}02)^8$$

$$M = 50.000 \times 1{,}1717 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{M = 58.585}$$

Gabarito: Alternativa **C**

RESUMO DA AULA

Cálculo do Montante e dos Juros Compostos

Juros Compostos

$$M = C \times (1+i)^t$$

$$J = M - C \quad ou \quad J = C \times [(1+i)^t - 1]$$

- "i" e "t" ***obrigatoriamente*** *na* ***mesma unidade*** *de grandeza*

Taxa Nominal e Taxa Efetiva

Divisão/Multiplicação $\longrightarrow$ "Quem manda é o período de capitalização"

Taxa Efetiva

Unidade de tempo da taxa **é coincidente** com a unidade de tempo do período de capitalização

Taxa Nominal

Unidade de tempo da taxa **NÃO É coincidente** com a unidade de tempo do período de capitalização

Taxas Equivalentes

Taxas Equivalentes são as taxas de juros com **unidades de tempo diferentes** que, **aplicadas a um mesmo Capital,** por um mesmo período, sob o regime de juros compostos, produziriam **o mesmo Montante** (e, por consequência, mesmo Juro).

Diferentemente do que ocorre no Regime de Capitalização Simples, em Juros Compostos, **as Taxas Equivalentes NÃO SÃO proporcionais**.

Para calcular a Taxa Equivalente, iremos tomar como base a **potenciação**.

Convenção Exponencial x Convenção Linear

Convenção Exponencial	x	Convenção Linear
↓		↓
Juros Compostos para TODO o período (tanto parte inteira quanto parte fracionária)		Juros Compostos → Parte inteira Juros Simples → Parte fracionária
↓		↓
$M = C \times (1+i)^t$		$M = C \times \underbrace{(1+i)^{t_1}}_{\text{parte inteira}} \times \underbrace{(1+i \times t_2)}_{\text{parte fracionária}}$

Tabela Financeira - Fator de Acumulação de Capitais

Uma **tabela financeira de fator de acumulação de capitais** tem o seguinte aspecto:

Fator de Acumulação de Capitais $(1+i)^t$

	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%
1	1,0100	1,0200	1,0300	1,0400	1,0500	1,0600	1,0700	1,0800	1,0900	1,1000
2	1,0201	1,0404	1,0609	1,0816	1,1025	1,1236	1,1449	1,1664	1,1881	1,2100
3	1,0303	1,0612	1,0927	1,1249	1,1576	1,1910	1,2250	1,2597	1,2950	1,3310
4	1,0406	1,0824	1,1255	1,1699	1,2155	1,2625	1,3108	1,3605	1,4116	1,4641
5	1,0510	1,1041	1,1593	1,2167	1,2763	1,3382	1,4026	1,4693	1,5386	1,6105
6	1,0615	1,1262	1,1941	1,2653	1,3401	1,4185	1,5007	1,5869	1,6771	1,7716
7	1,0721	1,1487	1,2299	1,3159	1,4071	1,5036	1,6058	1,7138	1,8280	1,9487
8	1,0829	1,1717	1,2668	1,3686	1,4775	1,5938	1,7182	1,8509	1,9926	2,1436
9	1,0937	1,1951	1,3048	1,4233	1,5513	1,6895	1,8385	1,9990	2,1719	2,3579
10	1,1046	1,2190	1,3439	1,4802	1,6289	1,7908	1,9672	2,1589	2,3674	2,5937
11	1,1157	1,2434	1,3842	1,5395	1,7103	1,8983	2,1049	2,3316	2,5804	2,8531
12	1,1268	1,2682	1,4258	1,6010	1,7959	2,0122	2,2522	2,5182	2,8127	3,1384
13	1,1381	1,2936	1,4685	1,6651	1,8856	2,1329	2,4098	2,7196	3,0658	3,4523
14	1,1495	1,3195	1,5126	1,7317	1,9799	2,2609	2,5785	2,9372	3,3417	3,7975
15	1,1610	1,3459	1,5580	1,8009	2,0789	2,3966	2,7590	3,1722	3,6425	4,1772

➢ Essa é uma tabela para o fator $(1+\mathrm{i})^{\mathrm{t}}$ na qual "i" está na coluna e "t" está na linha.

Questões Comentadas – BANCAS DIVERSAS

Capitalização Composta - Aspectos Matemáticos

1. (CESGRANRIO / BANRISUL - 2023) O diretor financeiro de uma agência de veículos fez um empréstimo de 300 mil reais, em janeiro de 2022, junto a um banco que cobrava uma taxa de 4% ao mês, no sistema de juros compostos. Após exatos dois meses da data do primeiro empréstimo, em março de 2022, o diretor financeiro pegou mais 200 mil reais emprestado, com a mesma taxa e sistema de juro. Em maio de 2022, exatamente dois meses após o último empréstimo, liquidou as duas dívidas, zerando o seu saldo devedor. O valor pago pela agência de veículos, em milhares de reais, foi de, aproximadamente,

Dados: $1{,}04^2 = 1{,}0816\ ;\ 1{,}04^4 = 1{,}1698\ ;\ 1{,}04^6 = 1{,}2653$

a) 497
b) 528
c) 567
d) 614
e) 684

Comentários:

Vamos calcular separadamente o Montante relativo a cada dívida. Ambas as dívidas foram submetidas a juros compostos de 4% ao mês.

- **Dívida de 300 mil reais**

A dívida de 300 mil reais foi tomada emprestada em janeiro e quitada em maio, isto é, 4 meses depois. Aplicando a fórmula do Montante em regime de Juros Compostos teremos:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M_I = 300.000 \times (1 + 0{,}04)^4$$

$$M_I = 300.000 \times 1{,}04^4$$

$$M_I = 300.000 \times 1{,}1698 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{M_I = 350.940}}$$

- **Dívida de 200 mil reais**

A dívida de 200 mil reais foi tomada emprestada em março e quitada exatamente dois meses após. Aplicando novamente a fórmula do Montante em regime de Juros Compostos:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M_{II} = 200.000 \times (1 + 0{,}04)^2$$

$$M_{II} = 200.000 \times 1{,}04^2$$

$$M_{II} = 200.000 \times 1{,}0816 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{M_{II} = 216.320}}$$

Sendo assim, <u>o valor total pago pela agência de veículos, em milhares de reais, foi de, aproximadamente</u>:

$$M_T = M_I + M_{II}$$

$$M_T = 350.940 + 216.320 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{M_T \cong 567.000 \text{ ou } 567 \text{ mil reais}}$$

Obs: Você poderia resolver também adotando apenas uma dívida. Vejamos:

Uma dívida inicial de 300 mil reais. 2 meses após essa dívida será igual a:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 300.000 \times (1 + 0{,}04)^2$$

$$M = 300.000 \times 1{,}0816 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{M = 324.480}}$$

Há mais 200 mil tomado emprestado. Logo, a dívida será:

$$D = 324.480 + 200.000 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{D = 524.480}}$$

Esta dívida é capitalizada por mais 2 meses. Então, ao final, o Montante total será:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 524.480 \times (1 + 0{,}04)^t$$

$$M = 524.480 \times 1{,}0816 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{M \cong 567.000 \text{ ou } 567 \text{ mil reais}}$$

Você apenas pode resolver dessa segunda maneira porque **a taxa de juros que incidiu sobre as 2 dívidas ERA IGUAL**. Se fosse diferente, logicamente, você teria que calcular cada Montante separadamente.

Gabarito: Alternativa **C**

2. **(CESPE / IBAMA - 2022) A respeito de conceitos de matemática financeira, julgue o item a seguir.**

Se para o valor de $R\$\ 4.200{,}00$, investido hoje, obtém-se, após três anos, o valor de $R\$\ 5.590{,}20$, então a taxa de juros desse investimento é de 10% ao ano.

Comentários:

Nesse caso, ao invés de descobrirmos a taxa e constatar se é de 10% ao ano, nós iremos testar 10% ao ano na fórmula e averiguar se o Montante será igual a $R\$\ 5.590{,}20$.

Explicando melhor. Se você quisesse encontrar a taxa teria que inserir as informações fornecidas na fórmula do Montante em Juros Compostos:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$5.590{,}20 = 4.200 \times (1 + i)^3$$

E para encontrar a taxa você deve resolver esta equação acima que envolve uma raiz cúbica. É claro que nesse exercício pode ser um pouco mais nítido o resultado. Todavia, essa ideia vale para muitos outros exercícios do Cespe e ajuda a poupar minutos preciosos na sua prova.

Então, conforme dito, ao invés de calcular a taxa, vamos inserir 10% e constatar qual o Montante:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 4.200 \times (1 + 0{,}1)^3$$

$$M = 4.200 \times 1{,}331 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{M = 5.590{,}2}$$

Logo, **a taxa de juros desse investimento é (sim) de 10% ao ano**.

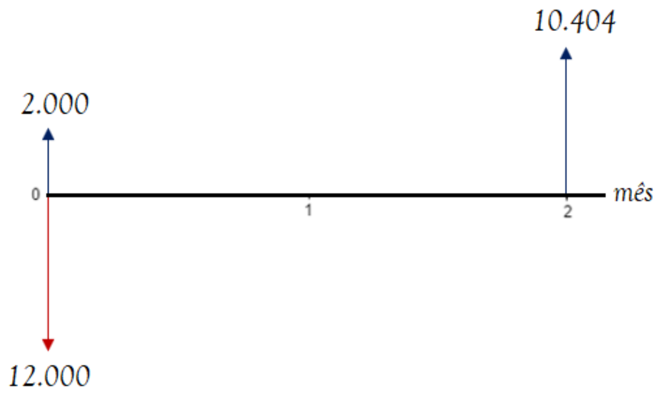
Gabarito: **CERTO**

3. **(UESPI / PM PI - 2022) Uma moto será vendida à vista por $R\$\ 12.000{,}00$ ou a prazo por $R\$\ 2.000{,}00$ de entrada e uma parcela de $R\$\ 10.404{,}00$, a ser paga dois meses após a compra. A taxa mensal de juros compostos desse financiamento é de**

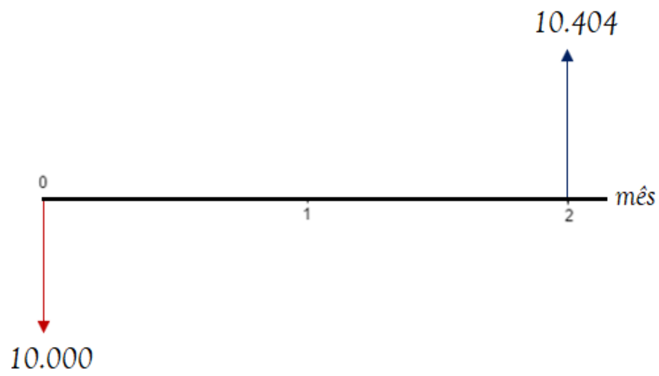
a) 2,4%
b) 2,2%
c) 2,0%
d) 1,8%
e) 1,5%

Comentários:

Uma moto será vendida à vista por $R\$ \ 12.000,00$ ou a prazo por $R\$ \ 2.000,00$ de entrada e uma parcela de $R\$ \ 10.404,00$, a ser paga dois meses após a compra. Graficamente teremos:



Ora, se a moto custa $R\$ \ 12.000,00$ e há uma entrada de $R\$ \ 2.000,00$ de entrada, é porque ainda falta pagar um Capital de $R\$ \ 10.000,00$, concorda?



Teria que ser pago um Capital de $R\$ \ 10.000,00$ e foi pago um Montante de $R\$ \ 10.404,00$ dois meses após. Vamos inserir os dados na **fórmula do Montante em Juros Compostos** e calcular a taxa de juros mensal da operação:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$10.404 = 10.000 \times (1+i)^2$$

$$\frac{10.404}{10.000} = (1+i)^2$$

$$(1+i)^2 = 1{,}0404$$

$$1 + i = \sqrt{1{,}0404}$$

$$1 + i = 1{,}02$$

$$i = 1{,}0202 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i = 0,02\ ou\ 2\%\ ao\ mês}$$

Gabarito: Alternativa **C**

4. (FADESP / SEFAZ PA - 2022) Um capital de $R\$\ 8.000,00$ foi aplicado por dois anos no regime de juros compostos, com taxa de 15% ao ano. Os juros obtidos ao final dessa aplicação correspondem a

a) $R\$\ 2.460{,}00$
b) $R\$\ 2.580{,}00$
c) $R\$\ 2.670{,}00$
d) $R\$\ 2.690{,}00$
e) $R\$\ 2.750{,}00$

Comentários:

Vamos aplicar a fórmula do Montante em regime de Juros Compostos e, de posse do Montante calculado e do Capital (que foi fornecido), calculamos os **Juros** que são a diferença do Montante obtido menos o Capital aplicado.

Em regime de Juros Compostos, o Montante é calculado pela seguinte equação:

$$M = C \times (1+i)^t$$

Em que:

$M = Montante = ?$

$C = Capital = 8.000$

$$i = Taxa\ de\ Juros = 15\%\ ao\ ano = 0{,}15$$

$$t = tempo = 2\ anos$$

Vamos substituir os valores na equação e calcular o Montante:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 8.000 \times (1 + 0{,}15)^2$$

$$M = 8.000 \times (1{,}15)^2$$

$$M = 8.000 \times 1{,}332 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{M = 10.580}}$$

De posse do Montante, calculamos os Juros:

$$J = M - C$$

$$J = 10.580 - 8.000 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{J = 2.580}$$

Gabarito: Alternativa **B**

5. (RBO / ISS BH - 2022) Um funcionário público fez um empréstimo consignado no valor de $R\$\ 12.000,00$ no regime de juros compostos para ser pago em quatro anos. Se esse empréstimo for liquidado no final de três anos, o montante pago será de $R\$\ 15.108,00$. Nesse caso, o valor que esse funcionário pagará no final de quatro anos será de

a) $R\$\ 15.996{,}80$
b) $R\$\ 16.260{,}00$
c) $R\$\ 16.298{,}20$
d) $R\$\ 16.301{,}00$
e) $R\$\ 16.320{,}00$

Comentários:

Um funcionário público fez um empréstimo consignado no valor de $R\$\ 12.000{,}00$ no regime de juros compostos e pagaria $R\$\ 15.108{,}00$ caso quitasse o empréstimo ao final de três anos.

Vamos substituir esses dados na fórmula do Montante em regime de Juros Compostos e calcular a taxa de juros anual desse financiamento:

$$M = C \times (1+i)^t$$

$$15.108 = 12.000 \times (1+i)^3$$

$$(1+i)^3 = \frac{15.108}{12.000}$$

$$\mathbf{(1+i)^3 = 1,259}$$

Por incrível que pareça, a banca não forneceu o valor dessa raiz cúbica e o resultado acima não retorna uma raiz cúbica exata. Ademais, coloco abaixo a justificativa da banca em não anular:

"O argumento não procede, para efeito de cálculos feitos a mão considera-se somente até a segunda casa decimal, pois além disso seria impossível de se calcular. É claro que a quantidade de casas decimais influencia no resultado final, por isso os cálculos de juros compostos nunca são exatos e sim aproximados. Diante do exposto, a banca mantém o gabarito apresentado."

O que eu aprendi em todos esses anos como concurseiro e como professor é que não podemos brigar com a banca. Ela cria a própria jurisprudência e brigar é apenas se desgastar.

Na equação acima iríamos chutar o valor da taxa de juros i e achar a que mais se aproxima da igualdade:

Para $i = 8\%$:

$$(1+i)^3 = (1+0{,}08)^3 = 1{,}08^3 = 1{,}2597$$

Ou seja, **a taxa de juros é igual a 8% a.a**.

Ao final do terceiro ano o Montante era de 15.108 e a banca nos questiona o Montante no quarto ano. Logo, vamos capitalizar o Montante do terceiro ano por mais 1 ano.

$$M_4 = M_3 \times (1+i)^t$$

$$M_4 = 15.108 \times (1+0{,}08)^1$$

$$M_4 = 15.108 \times 1{,}08 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{M_4 = 16.316}$$

Nesse caso, o valor que esse funcionário pagará no final de quatro anos será de, aproximadamente, R$ 16.320,00.

Gabarito: Alternativa **E**

6. (RBO / ISS BH - 2022) Uma instituição financeira está oferecendo um fundo de investimentos que está pagando uma taxa de 5% ao trimestre. Um cliente resolveu investir $R\$\ 20.000,00$ por 3 anos. Adotando $(1,05)^6 = 1,34$, podemos então afirmar que o montante resgatado no final do período será de aproximadamente:

a) $R\$$ 30.000,00
b) $R\$$ 32.150,00
c) $R\$$ 35.912,00
d) $R\$$ 36.870,00
e) $R\$$ 36.900,00

Comentários:

Observe que a banca nos fornece o tempo em **ANOS** e a taxa **TRIMESTRAL**. Sabemos que, **obrigatoriamente**, a unidade de grandeza da taxa de juros e a unidade de grandeza do tempo devem coincidir.

Então, inicialmente, já vamos converter o tempo de anos para trimeste. Em 1 ano há 4 trimestres. Logo, em 3 anos haverá:

$$t = 3 \times 4 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{t = 12\ trimestres}$$

Em regime de Juros Compostos, o Montante é calculado pela seguinte equação:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

Em que:

$M = Montante = ?$

$C = Capital = 20.000$

$i = Taxa\ de\ Juros = 5\%\ ao\ trimestre = 0,05$

$t = tempo = 12\ trimestres$

Vamos substituir os valores na equação e calcular o Montante:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 20.000 \times (1 + 0{,}05)^{12}$$

$$M = 20.000 \times 1{,}05^{12}$$

Abrindo um parêntese. Perceba que a banca nos fornece o valor da pontência $(1{,}05)^6$. Então, vamos "manipular" algebricamente o fator acima para aparecer na mesma forma da potência fornecida.

Para isso, devemos lembrar da propriedade da potência de potência que nos diz que:

$$(x^a)^b = x^{a \cdot b}$$

No caso, vamos aplicar a volta dessa propriedade.

$$\mathbf{1,05^{12} = (1,05^6)^2}$$

Voltando na resolução:

$$M = 20.000 \times (1{,}05^6)^2$$

$$M = 20.000 \times 1{,}34^2$$

$$M = 20.000 \times 1{,}7956 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{M = 35.912}$$

Gabarito: Alternativa **C**

7. (CESGRANRIO / PETROBRAS - 2022) Julgue o item seguinte a respeito de matemática financeira.

Um capital inicial C aplicado a uma taxa de juros composta i ao mês irá triplicar o seu montante em um prazo dado por $[\log_{1+i}(3)]$ meses.

Comentários:

Em regime de Juros Compostos, o Montante é calculado pela seguinte equação:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

Em que:

$M = Montante = 3C$

$C = Capital$

$i = Taxa\ de\ Juros$

$t = tempo$

Vamos substituir os valores na equação e calcular o prazo:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$3\cancel{C} = \cancel{C} \times (1 + i)^t$$

$$3 = (1 + i)^t$$

Aplicando log nos dois lados da equação:

$$\log 3 = \log(1 + i)^t$$

Abrindo um parêntese. Nessa altura da resolução, devemos nos lembrar de **duas** propriedades dos logaritmos:

i. Logaritmo de uma potência

O logaritmo de uma **potência** (base real positiva e expoente real) é igual a esta **potência vezes o logaritmo**.

$$\log_a x^p = p \times \log_a x$$

▪

ii. Mudança de base

Dados a, x e b, números reais positivos e a e $b \neq 1$, o logaritmo de x na base a pode ser escrito da seguinte forma:

$$\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$$

Fechando parêntese e retornando à resolução.

$$\log 3 = \log(1 + i)^t$$

Vamos aplicar a propriedade do logaritmo da potência no lado direito da igualdade:

$$\log 3 = \log(1 + i)^t$$

$$\log 3 = t \times \log(1 + i)$$

$$t = \frac{\log 3}{\log(1+i)}$$

Iremos, por fim, aplicar a "volta" da propriedade da mudança de base.

$$t = \frac{\log 3}{\log(1+i)} \rightarrow \boldsymbol{t = \log_{1+i}(3)}$$

Poderíamos também resolver pela definição de logaritmo. Seria uma forma muito mais rápida de resolução.

Lembrando dos conceitos iniciais de logaritmo:

Dados dois números reais positivos $\boldsymbol{a}$ e $\boldsymbol{x}$, com $\boldsymbol{a} > 0$ e $\boldsymbol{a} \neq 1$, o **logaritmo** de $\boldsymbol{x}$ na base $\boldsymbol{a}$ é igual ao expoente y ao qual a base $\boldsymbol{a}$ deve ser elevada para se chegar a x como resultado.

Se $\boldsymbol{a} > 0$ e $\boldsymbol{a} \neq 1$ e $\boldsymbol{x} > 0$, temos que:

$$\log_{\boldsymbol{a}} \boldsymbol{x} = y \quad \leftrightarrow \quad \boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}^y \quad , \quad onde:$$

- $\boldsymbol{a}$ → base do logaritmo
- $\boldsymbol{x}$ → logaritmando
- y → logaritmo

Isto é, o **logaritmo** de $\boldsymbol{x}$ na base $\boldsymbol{a}$ é a solução de y na equação $\boldsymbol{a}^y = \boldsymbol{x}$.

Então,

$$3 = (1+i)^t$$

Será igual a:

$$\boldsymbol{t = \log_{1+i}(3)}$$

Gabarito: **CERTO**

8. **(CESPE / FUNPRESP EXE - 2022) João vai tomar um empréstimo de $R\$\ 15.000,00$ à taxa de juros de 6% ao mês para pagar ao fim do prazo em parcela única. Ele deve decidir, no momento da assinatura do contrato, se vai querer o regime de juros simples ou o regime de juros compostos. O contrato conta os prazos usando mês e ano comercial, ou seja, um mês de 30 dias e um ano de 360 dias.**

A respeito da situação exposta, julgue o item que segue.

Se João pagar sua dívida após dois meses do recebimento do empréstimo, o regime de juros compostos resultará num montante $R\$\ 54{,}00$ maior que o regime de juros simples.

Comentários:

Vamos calcular separadamente o Montante em cada regime e, posteriormente, comparar a diferença dos Montantes.

- **Regime de Juros Simples**

$$M_S = C \times (1 + i \times t)$$

$$M_S = 15.000 \times (1 + 0{,}06 \times 2)$$

$$M_S = 15.000 \times (1 + 0{,}12)$$

$$M_S = 15.000 \times 1{,}12 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{M_S = 16.800}}$$

- **Regime de Juros Compostos**

$$M_C = C \times (1 + i)^t$$

$$M_C = 15.000 \times (1 + 0{,}06)^2$$

$$M_C = 15.000 \times 1{,}06^2$$

$$M_C = 15.000 \times 1{,}1236 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{M_C = 16.854}}$$

Sendo assim, a **diferença** dos Montantes será:

$$d = M_C - M_S$$

$$d = 16.854 - 16.800 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{d = 54}$$

Gabarito: **CERTO**

9. **(FADESP / SEFAZ PA - 2022) Um investimento, submetido a uma determinada taxa de juros compostos, fixa e de capitalização mensal, alcança o montante de $R\$\ 50.000{,}00$ logo após o décimo mês de aplicação e de $R\$\ 103.680{,}00$ assim que se completa o $14^{\underline{o}}$ mês. A taxa mensal de juros da aplicação é de**

a) 18%.
b) 20%.
c) 22%.
d) 24%.
e) 26%.

Comentários:

Veja que o Montante de $R\$\ 50.000{,}00$ continua aplicado por mais 4 meses e gera o Montante de $R\$\ 103.680{,}00$.

Vamos aplicar diretamente a fórmula do Montante em regime de Juros Compostos e determinar a taxa de juros da operação:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

Observe, apenas, que o Capital é o Montante de $R\$\ 50.000{,}00$ obtido em 10 meses. É ele que continuará aplicado (sendo agora o novo "Capital") e é sobre ele que incidirá a taxa de juros por mais 4 meses para chegar ao Montante final de $R\$\ 103.680{,}00$.

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$103.680 = 50.000 \times (1 + i)^4$$

$$(1 + i)^4 = \frac{103.680}{50.000}$$

$$(1 + i)^4 = 2{,}0736$$

$$1 + i = \sqrt[4]{2{,}0736}$$

"Professor, eu não sei achar a raiz quarta deste número."

Na hora da prova, o que iremos fazer é: testar as alternativas e constatar qual delas que substituída na fórmual $(1 + i)^4$ será igual a 2,0736. Particularmente, eu começaria chutando alternativas com números redondos.

Vejamos então para uma taxa de 20%, isto é, $i = 0{,}2$:

$$(1 + i)^4 = (1 + 0{,}2)^4 = 1{,}2^4 = \mathbf{2{,}0736}$$

Ou seja, chegamos no nosso resultado. **A taxa mensal de juros da aplicação é de 20%.**

Caso não tivéssemos chegado no resultado, continuaríamos os chutes.

Gabarito: Alternativa **B**

10. (FADESP / SEFAZ PA - 2022) Um capital de $R\$\ 50.000,00$ é investido a uma taxa de juros compostos de 25% ao ano. Ao mesmo tempo, um segundo investimento é iniciado com capital de $R\$\ 10.000,00$ a uma taxa de juros de 28% ao ano. Acerca da evolução dos dois investimentos, é correto afirmar que o montante acumulado no segundo investimento ultrapassará o montante do primeiro investimento após a quantidade de anos que é dada pela expressão

a) $\frac{40000}{\log 28 - \log 25}$

b) $\frac{\log 5}{7\log 2 - 3\log 5}$

c) $\frac{\log 28 - \log 25}{\log 50 - \log 10}$

d) $\frac{5e^{1,28}}{(e^{1,28} - e^{1,25})}$

e) $\frac{5e^{1,25}}{(e^{1,28} - e^{1,25})}$

Comentários:

Questão que envolve Matemática Financeira e diversos conceitos de Matemátia "básica".

Vejamos o tempo em que estes dois Montantes serão iguais. Após este tempo, um passará o outro e é isto que a banca nos questiona. A partir de que tempo o montante acumulado no segundo investimento ultrapassará o montante do primeiro.

Vamos **igualar o Montante dos dois investimentos**:

$$M_1 = M_2$$

$$C_1 \times (1+i_1)^{t_1} = C_2 \times (1+i_2)^{t_2}$$

Iremos substituir os valores e adotar $t_1 = t_2 = t$, pois, conforme comentamos acima, o tempo de aplicação é o mesmo para os dois.

$$C_1 \times (1+i_1)^{t} = C_2 \times (1+i_2)^{t}$$

$$5\cancel{0.000} \times (1+0{,}25)^{t} = 1\cancel{0.000} \times (1+0{,}28)^{t}$$

$$5 \times 1{,}25^{t} = 1{,}28^{t}$$

$$\frac{1{,}28^{t}}{1{,}25^{t}} = 5$$

$$\left(\frac{1{,}28}{1{,}25}\right)^{t} = 5$$

Aplicanto $\log$ nos dois lados:

$$\log\left(\frac{1{,}28}{1{,}25}\right)^{t} = \log 5$$

Abrindo um parêntese. Nessa altura da resolução, devemos nos lembrar de uma propriedade do logaritmo:

Logaritmo de uma potência

O logaritmo de uma **potência** (base real positiva e expoente real) é igual a esta **potência vezes o logaritmo**.

$$\log_a x^p = p \times \log_a x$$

Voltando na resolução:

$$\log\left(\frac{1{,}28}{1{,}25}\right)^{t} = \log 5$$

$$t \times \log\left(\frac{1{,}28}{1{,}25}\right) = \log 5$$

Abrindo outro parêntese. Devemos lembrar de mais uma propriedade do logaritmo:

Logaritmo do Quociente

O logaritmo do quociente é igual a diferença dos seus logaritmos.

$$\log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$$

Temos então que:

$$t \times \log\left(\frac{1{,}28}{1{,}25}\right) = \log 5$$

$$t \times (\log 1{,}28 - \log 1{,}25) = \log 5$$

$$t = \frac{\log 5}{\log 1{,}28 - \log 1{,}25}$$

Perceba que ainda não encontramos a resposta. Vamos manipular algebricamente esse resultado até chegarmos em alguma alternativa.

$$t = \frac{\log 5}{\log\left(\frac{128}{100}\right) - \log\left(\frac{125}{100}\right)}$$

$$t = \frac{\log 5}{\log 128 - \log 100 - (\log 125 - \log 100)}$$

$$t = \frac{\log 5}{\log 128 - \cancel{\log 100} - \log 125 + \cancel{\log 100)}}$$

$$t = \frac{\log 5}{\log 128 - \log 125}$$

Vamos fatorar 128 e 125:

$$t = \frac{\log 5}{\log 2^7 - \log 5^3} \rightarrow \boldsymbol{t = \frac{\log 5}{7\log 2 - 3\log 5}}$$

Agora sim encotramos alternativa.

Gabarito: Alternativa **B**

11. (CESPE / PETROBRAS - 2022) Paulo dispõe de $R\$\ 20.000,00$ para investir, sendo que ao final de 6 meses ele precisa usar $R\$\ 10.000,00$ desse investimento para saldar uma dívida.

Com base nessas informações e considerando as aproximações $(1{,}05)^3 = 1{,}16$ e $(1{,}16)^3 = 1{,}56$, julgue o item que se segue.

Suponha que a dívida de $R\$\ 10.000{,}00$ a ser paga em 6 meses é resultante da aplicação de juros compostos de 5% ao mês sobre uma dívida atual D. Nessa situação, considerando-se a aproximação $(1{,}05)^{-6} = 0{,}746$, é correto concluir que o valor atual dessa dívida é superior a $R\$\ 8.000{,}00$.

Comentários:

A dívida de $R\$\ 10.000{,}00$ a ser paga em 6 meses é o Montante de uma aplicação de Capital D em 6 meses a uma taxa de juros compostos de 5% ao mês.

Vamos aplicar diretamente a fórmula do Montante em Juros Compostos e calcular o Capital:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$10.000 = D \times (1 + 0{,}05)^6$$

$$10.000 = D \times (1{,}05)^6$$

$$D = \frac{10.000}{(1{,}05)^6}$$

$$D = 10.000 \times (1{,}05)^{-6}$$

$$D = 10.000 \times 0{,}746 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{D = 7.460}$$

Logo, é correto concluir que o valor atual dessa dívida é **INFERIOR** a $R\$\ 8.000{,}00$.

Gabarito: **ERRADO**

12. (CESPE / PETROBRAS - 2022) Paulo dispõe de $R\$\ 20.000,00$ para investir, sendo que ao final de 6 meses ele precisa usar $R\$\ 10.000,00$ desse investimento para saldar uma dívida.

Com base nessas informações e considerando as aproximações $(1{,}05)^3 = 1{,}16$ e $(1{,}16)^3 = 1{,}56$, julgue o item que se segue.

Se ele aplicar esse valor sob um regime de juros compostos de 5% ao bimestre, então, ao final de 2 anos, o valor que existirá na conta será superior a $R\$\ 21.000{,}00$.

Comentários:

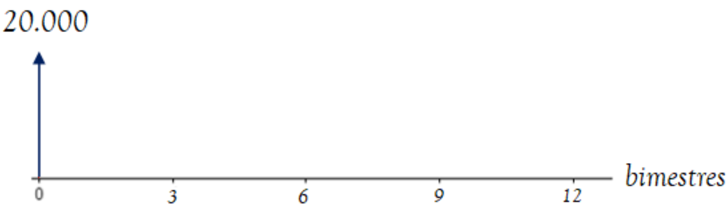
FIQUE ATENTO!

Observe que **não podemos aplicar diretamente a fórmula do Montante em regime de Juros Compostos para um tempo de 2 anos** (12 bimestres) pois no sexto mês, Paulo utiliza 10 mil do Montante intermediário.

Então, vamos calcular passo a passo. E irei inserir também o fluxo de caixa da linha do tempo dessa operação para já começarmos a nos amebientar a trabalhar com os fluxos (tema de aula futura).

i. Montante ao final de 6 meses

Então, inicialmente Paulo dispõe de um Capital de $R\$\ 20.000{,}00$.



Calculando o Montante ao final de 6 meses:

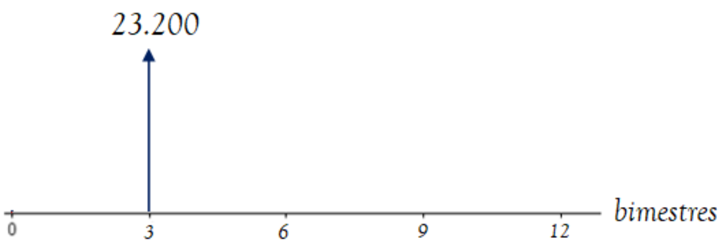
$$M = C \times (1+i)^t$$

$$M = 20.000 \times (1 + 0{,}05)^3$$

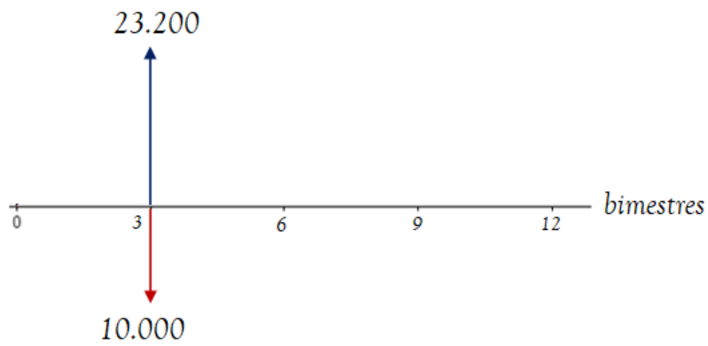
Perceba que inserimos o tempo na mesma unidade de grandeza da taxa de juros (bimestral). Lembrando que, **obrigatoriamente**, a unidade de grandeza da taxa de juros deve coincidir com a unidade de grandeza do tempo. 6 meses equivalem a 3 bimestres.

$$M = 20.000 \times (1{,}05)^3$$

$$M = 20.000 \times 1{,}16 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{M = 23.200}}$$

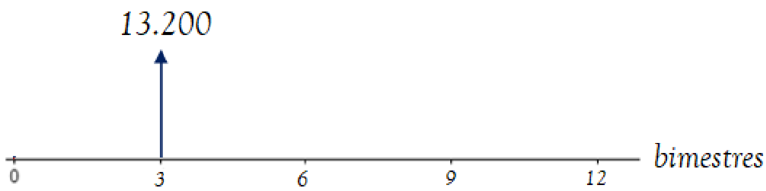


ii. Paulo utiliza $R\$\ \mathbf{10.000,00}$ desse investimento para saldar uma dívida nesse mês 6.



Sendo assim, o Capital C' que continuará aplicado será igual ao Montante que ele obteve em 6 meses menos o valor que ele irá utilizar:

$$C' = 23.200 - 10.000 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{C' = 13.200}}$$



iii. **Este Capital C' continuará aplicado até completar os 2 anos. Ora, se já passaram 6 meses (3 bimestres) ainda resta um tempo de 1 ano e meio, isto é, 9 bimestres.**

Iremos aplicar novamente a fórmula do Montante em regime de Juros Compostos:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 13.200 \times (1 + 0{,}05)^9$$

$$M = 13.200 \times (1{,}05)^9$$

Abrindo um parêntese. Perceba que a banca nos fornece o valor da pontência $(1{,}05)^3$. Então, vamos "manipular" algebricamente o fator acima para aparecer na mesma forma da potência fornecida.

Para isso, devemos lembrar da propriedade da potência de potência que nos diz que:

$$(x^a)^b = x^{a \cdot b}$$

No caso, vamos aplicar a volta dessa propriedade.

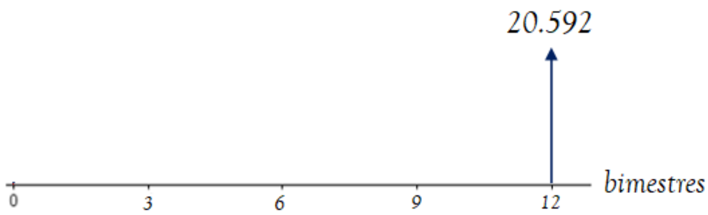
$$(1{,}05)^9 = (1{,}05^3)^3$$

Voltando na resolução:

$$M = 13.200 \times (1{,}05^3)^3$$

$$M = 13.200 \times 1{,}16^3$$

$$M = 13.200 \times 1{,}56 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{M = 20.592}$$



Ou seja, ao final de 2 anos, o valor que existirá na conta será INFERIOR a $R\$\ 21.000{,}00$.

Gabarito: **ERRADO**

13. (CESGRANRIO / BB - 2021) Um cliente deseja fazer uma aplicação em uma instituição financeira, que paga uma taxa de juros compostos de 10% ao ano, por um período de 3 anos, já que, ao final da aplicação, planeja comprar uma TV no valor de $R\$\ 3.500,00$ à vista.

Qual o valor aproximado a ser investido para esse objetivo ser alcançado?

a) $R\$\ 2.629{,}60$
b) $R\$\ 2.450{,}00$
c) $R\$\ 2.692{,}31$
d) $R\$\ 2.341{,}50$
e) $R\$\ 2.525{,}00$

Comentários:

O cliente deseja aplicar um Capital C para obter um Montante de $R\$\ 3.500{,}00$ em 3 anos para poder comprar uma TV.

No regime de Juros Compostos, o Montante é calculado pela seguinte equação:

$$M = C \times (1+i)^t$$

Onde,

$M = Montante = 3.500$

$C = Capital = ?$

$i = taxa\ de\ juros = 10\%\ ao\ ano = 0{,}1$

$t = tempo = 3\ anos$

Substituindo os valores teremos:

$$M = C \times (1+i)^t$$

$$3.500 = C \times (1+0{,}1)^3$$

$$3.500 = C \times 1{,}1^3$$

$$3.500 = C \times 1{,}331$$

$$C = \frac{3.500}{1{,}331} \rightarrow \boldsymbol{C = 2.629,60}$$

Gabarito: Alternativa **A**

14. (CESGRANRIO / BB - 2021) Em uma carta aos clientes, um investimento é oferecido com a promessa de recebimento de um montante de $R\$\ 8.200,00$ líquidos, após 2 anos, para quem aderisse investindo inicialmente $R\$\ 5.000,00$. O valor líquido pago é obtido após descontados $R\$\ 250,00$ de taxas e impostos. Para melhorar a comunicação com os clientes, julgaram interessante acrescentar a taxa de juros compostos usada no cálculo do valor bruto, isto é, sem o desconto.

Qual é o valor da taxa anual que deve ser acrescentada na carta?

a) 2%
b) 3%
c) 20%
d) 25%
e) 30%

Comentários:

Observe que, conforme o enunciado nos diz, **a taxa de juros a ser acrescentada é aquela usada no cálculo do valor bruto, isto é, sem o desconto.**

O Montante bruto é igual ao Montante líquido mais taxas e impostos:

$$M = 8.200 + 250 \quad \rightarrow \boxed{\boldsymbol{M = 8.450}}$$

No regime de Juros Compostos, o Montante é calculado pela seguinte equação:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

Onde,

$M = Montante = 8.450$

$C = Capital = 5.000$

$i = taxa\ de\ juros = ?$

$t = tempo = 2\ anos$

Substituindo os valores teremos:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$8.450 = 5.000 \times (1 + i)^2$$

$$(1 + i)^2 = \frac{8.450}{5.000}$$

$$(1 + i)^2 = 1{,}69$$

$$1 + i = \sqrt{1{,}69}$$

$$1 + i = 1{,}3$$

$$i = 1{,}3 - 1 \quad \rightarrow \boldsymbol{i = 0{,}3\ ou\ 30\%\ a.a.}$$

Gabarito: Alternativa **E**

15. (CESPE / ISS Aracaju - 2021) No contexto da pandemia que teve início no ano de 2020, como forma de conter o impacto em seu fluxo de caixa, a pousada Boa Estadia, que antes de 1.º de

março de 2020 vendia pacotes para fins de semana (pensão completa, das 14 h de sextafeira às 13 h de domingo) por R$ 1.490, passou, a partir desta data, a oferecer o mesmo serviço por R$ 1.000 para os clientes usufruírem a qualquer tempo, durante o ano de 2020. Acreditando poder usufruir desse serviço no período de 9 a 11 de outubro de 2020, Cláudio o adquiriu em 9 de março de 2020, pelo valor promocional.

No texto, caso Cláudio optasse por aplicar seu dinheiro em 9 de março de 2020, de modo a obter, em 9 de outubro de 2020, o valor suficiente para pagar os serviços da pousada Boa Estadia, sem desconto, em aplicação com rentabilidade mensal composta de 5%, o valor a ser aplicado, assumindo-se $1{,}05^7 = 1{,}41$, deveria ser

a) inferior a R$ 1.000.
b) superior a R$ 1.075.
c) superior a R$ 1.000 e inferior a R$ 1.025.
d) superior a R$ 1.025 e inferior a R$ 1.050.
e) superior a R$ 1.050 e inferior a R$ 1.075.

Comentários:

Vamos aplicar diretamente a **fórmula do Montante em regime de Juros Compostos** e calcular o valor do Capital C que Cláudio deve aplicar em março para obter o Montante de 1.490 em outubro (7 meses depois) a uma taxa de juros compostas de 5% ao mês.

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$1.490 = C \times (1 + 0{,}05)^7$$

$$1.490 = C \times (1{,}05)^7$$

$$1.490 = C \times 1{,}41$$

$$C = \frac{1.490}{1{,}41} \rightarrow \boldsymbol{C \cong 1.056}$$

Ou seja, o valor a ser aplicado deveria ser superior a R$ 1.050 e inferior a R$ 1.075.

Gabarito: Alternativa **E**

16. (CESGRANRIO / CEF - 2021) Para ampliar o capital de giro de um novo negócio, um microempreendedor tomou um empréstimo no valor de $R\$\ 20.000,00$, em janeiro de 2021, a uma taxa de juros de 5% ao mês, no regime de juros compostos. Exatamente dois meses depois,

em março de 2021, pagou 60% do valor do empréstimo, ou seja, dos $R\$\ 20.000,00$, e liquidou tudo o que devia desse empréstimo em abril de 2021. A quantia paga, em abril de 2021, que liquidou a referida dívida, em reais, foi de

a) 11.352,50
b) 11.152,50
c) 10.552,50
d) 10.452,50
e) 10.152,50

Comentários:

Vamos passo a passo. Primeiramente, um microempreendedor tomou um empréstimo no valor de $R\$$ 20.000,00, a uma taxa de juros de 5% ao mês, no regime de juros compostos por 2 meses.

Sendo assim, após os 2 meses o Montante desse empréstimo será igual a:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 20.000 \times (1 + 0{,}05)^2$$

$$M = 20.000 \times 1{,}05^2$$

$$M = 20.000 \times 1{,}1025 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{M = 22.050}}$$

Em março de 2021, pagou 60% do valor do inicial do empréstimo, ou seja, dos $R\$$ 20.000,00.

Observe que **ele paga 60% do valor inicial do empréstimo** e não do valor que calculamos. Cuidado para não errar a questão por falta de atenção.

$$paga = \frac{60}{100} \times 20.000 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{paga = 12.000}}$$

Logo, do Monante de $R\$$ 22.050,00, o microempreendedor paga $R\$$ 12.000,00. Sendo assim, ainda resta a pagar um valor igual a:

$$resta\ a\ pagar = 22.050 - 12.000 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{resta\ a\ pagar = 10.050}}$$

Todavia, ele paga este valor em abril, isto é, 1 mês após. Então, este valor que "resta a pagar" será capitalizado por mais 1 mês e irá gerar um novo Montante no valor de:

$$M = C \times (1+i)^t$$

$$M = 10.050 \times (1+0{,}05)^1$$

$$M = 10.050 \times 1{,}05 \quad \rightarrow \boldsymbol{M = 10.552,50}$$

Gabarito: Alternativa **C**

17. (CESPE / SEFAZ RS – 2019) Uma dívida de R$ 5.000 foi liquidada pelo valor de R$ 11.250, pagos de uma única vez, dois anos após ter sido contraída. Nesse caso, no regime de juros compostos, a taxa anual de juros empregada nesse negócio foi de

a) 5%
b) 12,5%
c) 25%
d) 50%
e) 62,5%

Comentários:

Observe que a Dívida (capital) é liquidada em **Regime de Capitalização Composta**. Nesse Regime, o Montante é calculado pela seguinte equação:

$$M = C \times (1+i)^t$$

Onde,

$M = Montante = 11.250$

$C = Capital\ (dívida) = 5.000$

$i = Taxa\ de\ Juros = ?$

$t = tempo = 2\ anos$

Vamos substituir os valores na equação e calcular a Taxa de Juros questionada pela banca.

$$M = C \times (1+i)^t$$

$$11.250 = 5.000 * (1+i)^2$$

$$\frac{11.250}{5.000} = (1+i)^2$$

$$2{,}25 = (1+i)^2$$

$$1 + i = \sqrt{2{,}25}$$

$$1 + i = 1{,}5$$

$$i = 1{,}5 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i = 0{,}5 \ \ ou \ \ 50\% \ ao \ ano}$$

Lembrando que para calcular a raiz fazemos:

$$\sqrt{2{,}25} = \sqrt{\frac{225}{100}} = \frac{\sqrt{225}}{\sqrt{100}} = \frac{15}{10} = 1{,}5$$

Gabarito: Alternativa **D**

18. (FCC / ALAP – 2020) Considere que, em uma determinada data, Júlia decidiu aplicar um capital, durante 6 meses, à taxa de juros simples de 18% ao ano. Dois meses após a data desta aplicação, ela decidiu aplicar outro capital de valor igual ao dobro do primeiro, durante 4 meses, à taxa de juros compostos de 2% ao bimestre. Dado que o valor do montante referente à aplicação de juros simples foi igual a R$ 27.250,00, a soma dos valores dos juros das duas aplicações realizadas por Júlia foi igual a

a) R$ 3.600,00.
b) R$ 4.270,00.
c) R$ 4.080,00.
d) R$ 3.200,00.
e) R$ 3.430,00.

Comentários:

A questão aborda o conceito de Juros Simples e Juros Compostos. Dividiremos o problema em 2 partes. A primeira relativa à aplicação do Capital em regime Simples e a segunda em regime Composto.

- (I) - Júlia aplicou um Capital em regime de Juros Simples por 6 meses à taxa de 18% ao ano resultando em um Montante de $R\$27.250{,}00$.

Em regime de Juros simples, o **Montante** é calculando pela seguinte fórmula:

$$\boldsymbol{M_{Simples} = C \times (1 + i \times t)}$$

Onde,

$M_{Simples} = Montante\ em\ regime\ simples = 27.250$

$C = Capital\ aplicado$

$i = taxa\ de\ juros = 18\%\ ao\ ano$

$t = 6\ meses = 1/2\ ano$

Atente-se para a **conversão da unidade** do tempo de aplicação (mês) para a unidade da taxa de Juros (ano), pois **necessariamente** devem coincidir. 6 meses equivalem a ½ do ano.

Substituindo os valores e calculando o Capital aplicado teremos:

$$M_{Simples} = C \times (1 + i \times t)$$

$$27.250 = C \times \left(1 + 0{,}18 \times \frac{1}{2}\right)$$

$$27.250 = C \times 1{,}09 \quad \rightarrow \boxed{\boldsymbol{C = 25.000}}$$

De posse do Montante e do Capital, calcularemos os Juros relativos à aplicação em regime de juros simples, uma vez que, **os Juros são calculados pela diferença do Montante recebido menos o Capital Aplicado**.

$$J_{Simples} = M_{Simples} - C$$

$$J_{Simples} = 27.250 - 25.000 \quad \rightarrow \boldsymbol{J_{Simples} = 2.250}$$

Passaremos agora para o cálculo do Capital aplicado em regime de juros compostos

- (II) - Júlia aplicou um Capital de valor igual ao **dobro** do primeiro durante 4 meses a uma taxa de juros compostos de 2% ao bimestre.

Em regime de Juros Compostos, o **Montante** é calculando de acordo com a seguinte equação:

$$\boldsymbol{M_{Composto} = C \times (1 + i)^t}$$

Onde,

$M_{Composto} = Montante\ em\ regime\ de\ juros\ compostos$

$C = Capital = 2 \times 25.000 = 50.000$

$i = taxa\ de\ juros = 2\%\ ao\ bimestre$

$t = tempo\ de\ aplicação = 4\ meses = 2\ bimestres$

Observe que **o Capital aplicado nesta operação é o dobro da primeira aplicação**. Atente-se também para a conversão da unidade do tempo de aplicação para a unidade da taxa de Juros, pois necessariamente devem coincidir. 4 meses equivalem a 2 bimestres.

Substituindo os valores e calculando o Montante composto teremos:

$$M_{Composto} = C \times (1 + i)^t$$

$$M_{Composto} = (2 \times 25.000) \times (1 + 0{,}02)^2$$

$$M_{Composto} = 50.000 \times 1{,}0404 \quad \rightarrow \boxed{\boldsymbol{M_{Composto} = 52.020}}$$

De posse do Montante e do Capital, calcularemos os Juros relativos à aplicação em regime de juros compostos, uma vez que, os Juros são calculados pela diferença do Montante recebido menos o Capital Aplicado.

$$J_{Compostos} = M_{Compostos} - C$$

$$J_{Compostos} = 52.020 - 50.000 \quad \rightarrow \boldsymbol{J_{Compostos} = 2.020}$$

Sendo assim, **a soma dos Juros das duas aplicações** realizadas será igual a:

$$Soma = J_{Simples} + J_{Compostos}$$

$$Soma = 2.250 + 2.020 \quad \rightarrow \boldsymbol{Soma = 4.270}$$

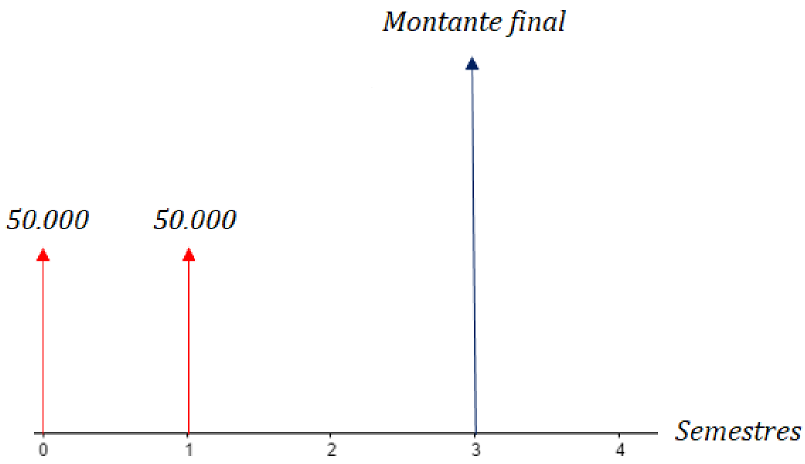
Gabarito: Alternativa **B**

19. (CESPE / PGE PE – 2019 - Adaptada) Julgue o item seguinte, relativo a juros, taxas de juros e rendas uniformes e variáveis.

Situação hipotética: Raul fez duas aplicações semestrais e consecutivas de R$ 50.000 cada uma (sendo a primeira no tempo 0), que renderam juros à taxa de juros compostos de 10% ao semestre. Raul resgatou o saldo total ao final do terceiro semestre. **Assertiva:** Nessa situação, Raul resgatou menos de R$ 120.000.

Comentários:

Raul fez duas aplicações semestrais e consecutivas de R$ 50.000 cada uma (sendo a primeira no tempo 0). Perceba graficamente o que o problema nos trouxe:



Observe que as duas aplicações são semestrais e consecutivas e a primeira realizada no tempo 0. **O montante final será igual a soma dos Montantes de cada aplicação separadamente**. Perceba que a primeira aplicação será capitalizada por 3 semestres enquanto e que a segunda será capitalizada apenas por 2. Então,

$$M_{final} = M_1 + M_2$$

Em regime de Juros compostos, o Montante é calculado pela seguinte equação:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

Onde,

$M = Montante$

$C = Capital = 50.000$

$i = Taxa\ de\ Juros = 10\%\ ao\ semestre = 0{,}1$

$$t = tempo = 3 \ e \ 2 \ semestres$$

Iremos substituir os valores e calcular o Montante final da aplicação.

$$M_{final} = M_1 + M_2$$

$$M_{final} = 50.000 \times (1 + 0{,}1)^3 + 50.000 \times (1 + 0{,}1)^2$$

$$M_{final} = 50.000 \times 1{,}1^3 + 50.000 \times 1{,}1^2$$

$$M_{final} = 50.000 \times 1{,}331 + 50.000 \times 1{,}21$$

$$M_{final} = 66.550 + 60.500 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{M_{final} = 127.050}$$

Ou seja, Raul resgatou **MAIS** de R$ 120.000,00.

Gabarito: **ERRADO**

20. (FCC / TRF – 2016) Dois capitais são aplicados sob o regime de capitalização composta a uma taxa de 10% ao ano. O primeiro capital foi aplicado durante 2 anos e o segundo durante 3 anos, apresentando um total de juros no valor de R$ 1.680,00 e R$ 1.986,00, respectivamente. A porcentagem que o segundo capital representa do primeiro é, em %, igual a

Dados: $1{,}1^2 = 1{,}21 \ e \ 1{,}1^3 = 1{,}331$

a) 80.
b) 75.
c) 60.
d) 100.
e) 90.

Comentários:

Vamos calcular separadamente cada Capital aplicado e, posteriormente, comparar a relação percentual pedida na questão.

O primeiro capital foi aplicado durante um tempo t de 2 anos a uma taxa i de 10% ao ano resultando em Juros no valor de R$ 1.680,00. Sabemos que os Juros são calculados pela diferença do Montante menos o Capital.

$$J = M - C$$

Vamos substituir a fórmula do Montante em regime Compostos e calcular o Capital da primeira operação.

$$J = M - C$$

$$J = C \times (1 + i)^t - C$$

$$1.680 = C \times (1 + 0{,}1)^2 - C$$

$$1.680 = C \times (1{,}1)^2 - C$$

$$1.680 = 1{,}21C - C$$

$$1.680 = 0{,}21C$$

$$C = \frac{1.680}{0{,}21} \rightarrow \boxed{\boldsymbol{C = 8.000}}$$

O segundo capital foi aplicado durante um tempo t de 3 anos a uma taxa i de 10% ao ano resultando em Juros no valor de R$ 1.986,00. Vamos proceder com as mesmas equações e calcular o Capital aplicado na segunda operação.

$$J = M - C$$

$$J = C \times (1 + i)^t - C$$

$$1.986 = C \times (1 + 0{,}1)^3 - C$$

$$1.986 = C \times (1{,}1)^3 - C$$

$$1.986 = 1{,}331C - C$$

$$1.986 = 0{,}331C$$

$$C = \frac{1.986}{0{,}331} \rightarrow \boxed{\boldsymbol{C = 6.000}}$$

O valor que o segundo capital representa do primeiro é, em %, igual a

$$porcentagem = \frac{capital\ da\ segunda\ operação}{capital\ da\ primeira\ operação}$$

$$porcentagem = \frac{6.000}{8.000} \rightarrow \boldsymbol{porcentagem = 0{,}75\ \ ou\ \ 75\%}$$

Gabarito: Alternativa **B**

21. (VUNESP / Pref. Morato – 2019) Um indivíduo aplicou em um banco um capital a juros simples, durante 5 meses, a uma taxa de 18% ao ano. No final do período desta aplicação, ele resgatou todo o montante correspondente e o aplicou totalmente em outro banco a juros compostos, durante 2 anos, a uma taxa de 10% ao ano. Se o montante no final do período referente à 2ª aplicação no outro banco apresentou um valor igual a R$ 15.609,00, obtém-se que o valor dos juros desta 2ª aplicação foi igual ao valor dos juros da 1ª aplicação multiplicado por

a) 4,515
b) 3,612
c) 3,010
d) 2,750
e) 1,806

Comentários:

Questão bem interessante cobrada na prova de Auditor Fiscal Municipal. Vamos resolver passo a passo para você entender a solução.

Um indivíduo aplicou um capital C em um banco a juros simples, durante um tempo t de 5 meses, a uma taxa i de 18% ao ano.

Atente-se para a conversão da unidade da taxa de juros (ano) para a unidade do tempo de aplicação (mês), pois **necessariamente** devem coincidir.

$$i = 18\%\ ao\ ano \quad \rightarrow \quad i = \frac{18\%}{12}\ ao\ mês \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{i = 1,5\%\ ao\ mês}}$$

Iremos calcular o Montante resultante desta primeira aplicação.

$$M = C \times (1 + i \times t)$$

$$M = C \times (1 + 0{,}015 \times 5)$$

$$M = C \times (1 + 0{,}75) \quad \rightarrow \boxed{\boldsymbol{M = 1,075C}}$$

Ao final do período dessa aplicação, ele resgatou todo o montante correspondente (esse calculado acima) e o aplicou totalmente em outro banco a juros compostos, durante 2 anos, a uma taxa de 10% ao ano resultando em um Montante de R$ 15.609,00.

Vamos aplicar a fórmula do Montante (agora em regime de Juros Compostos) e calcular o valor do Capital.

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$15.609 = 1{,}075C \times (1 + 0{,}1)^2$$

$$15.609 = 1{,}075C \times 1{,}1^2$$

$$15.609 = 1{,}075C \times 1{,}21$$

$$C = \frac{15.609}{1{,}075 \times 1{,}21} \rightarrow \boxed{\boldsymbol{C = 12.000}}$$

Ou seja, a primeira aplicação foi realizada com um Capital de R$ 12.000,00 resultando em um Montante, como vimos, de $1{,}075C$. Logo, o Montante da primeira aplicação foi igual a:

$$M = 1{,}075C$$

$$M = 1{,}075 \times 12.000 \rightarrow \boxed{\boldsymbol{M = 12.900}}$$

Esse Montante (da primeira aplicação) é o próprio Capital aplicado na segunda operação. Sendo assim, podemos calcular os Juros das 2 aplicações.

O Juros da primeira será igual a:

$$J_1 = M_1 - C_1$$

$$J_1 = 12.900 - 12.000 \rightarrow \boxed{\boldsymbol{J_1 = 900}}$$

E o Juros da segunda operação:

$$J_2 = M_2 - C_2$$

$$J_2 = 15.609 - 12.900 \rightarrow \boxed{\boldsymbol{J_2 = 2.709}}$$

O valor dos juros dessa 2ª aplicação foi igual ao valor dos juros da 1ª aplicação multiplicado por:

$$J_1 \times y = J_2$$

$$900 \times y = 2.709$$

$$y = \frac{2.709}{900} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{y = 3,01}$$

Gabarito: Alternativa **C**

QUESTÕES COMENTADAS – BANCAS DIVERSAS

Taxa Nominal e Taxa Efetiva

1. **(CESPE / PETROBRAS - 2022) No que se refere a desconto racional, taxa interna de retorno (TIR), porcentagem e juros compostos, julgue o item a seguir.**

O investidor que depositar $R\$\ 5.000{,}00$ em um investimento que paga 10% de juros anuais compostos, semestralmente, terá em conta, ao final do primeiro ano, o valor de $R\$\ 5.500{,}00$.

Comentários:

Observe que ele apenas teria em conta tal valor ($R\$\ 5.500{,}00$) se os juros fossem de 10% ao ano capitalizados anualmente.

Mas não são. Só com essa análise avançada, já poderíamos marcar assertiva **INCORRETA**. Vejamos o passo a passo.

Primeiro passo é <u>converter a Taxa Nominal para a Taxa Efetiva</u>.

Taxa Nominal é a taxa de juros cuja unidade de tempo não coincide com a unidade de tempo do período de capitalização. Observe que a taxa fornecida no enunciado é uma taxa nominal.

$$i_{Nominal} = 10\%\ ao\ ano\ capitalizada\ semestralmente$$

Nunca resolva um exercício usando a taxa nominal. Sempre devemos passar para a unidade de tempo do período de capitalização. Então tenha em mente: "**quem manda é o período de capitalização**".

E como passamos da unidade de tempo do período da taxa nominal (ano) para a unidade de tempo do período de capitalização (semestre)?

Basta fazermos uma simples divisão/multiplicação.

Em 1 ano há 2 semestres. Então, a Taxa Efetiva semestral será metade da taxa anual.

$$i_{Efetiva\ Semestral} = \frac{10\%}{2} \rightarrow \boxed{\boldsymbol{i_{Efetiva\ Semestral} = 5\%\ a.s.}}$$

- ✓ Essa será a taxa que devemos utilizar no exercício.

Por fim, aplicamos a fórmula do Montante em regime de Juros Compostos:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 5.000 \times (1 + 0{,}05)^2$$

FIQUE ATENTO!

Perceba que inserimos o tempo na mesma unidade de grandeza da taxa de juros (semestral). Lembrando que, obrigatoriamente, a unidade de grandeza da taxa de juros deve coincidir com a unidade de grandeza do tempo.

$$t = 1\ ano = 2\ semestres$$

Continuando a resolução:

$$M = 5.000 \times 1{,}05^2$$

$$M = 5.000 \times 1{,}1025 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{M = 5.512{,}5}$$

Gabarito: **ERRADO**

2. **(FCC / MANAUSPREV - 2021) Um investidor aplicou o valor de R$ 20.000,00, no início de um período, a uma taxa de juros nominal de 12% ao ano com capitalização trimestral. Se o período foi de um semestre, então o investidor poderá resgatar no final do período o montante no valor, em reais, de**

a) 21.632,00
b) 21.218,00
c) 21.200,00
d) 20.800,00
e) 21.800,00

Comentários:

ESTA CAI NA PROVA!

Primeiro passo é converter a Taxa Nominal para a Taxa Efetiva.

Taxa Nominal é a taxa de juros cuja unidade de tempo **não coincide** com a unidade de tempo do período de capitalização. Observe que a taxa fornecida no enunciado é uma taxa nominal.

$$i_{Nominal} = 12\% \; ao \; ano \; capitalizada \; trimestralmente$$

Nunca resolva um exercício usando a taxa nominal. Sempre devemos passar para a unidade de tempo do período de capitalização. Então tenha em mente: "**quem manda é o período de capitalização**".

E como passamos da unidade de tempo do período da taxa nominal (ano) para a unidade de tempo do período de capitalização (trimestre)?

Basta fazermos uma simples divisão/multiplicação.

Em 1 ano há 4 trimestres. Então, a Taxa Efetiva trimestral será um quarto da taxa anual.

$$i_{Efetiva\ trimestral} = \frac{12\%}{4} \rightarrow \boxed{\boldsymbol{i_{Efetiva\ Trimestral} = 3\% \; a.t.}}$$

- ✓ Essa será a taxa que devemos utilizar no exercício.

Depois desse primeiro passo (perceba que a explicação é extensa para que você possa entender o passo a passo. Mas, na hora da prova, você consegue fazer essa passagem em apenas uma linha ou até mesmo fazer a divisão "de cabeça"), iremos calcular o Montante após 1 semestre de aplicação.

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 20.000 \times (1 + 0{,}03)^2$$

➡ Estudamos exaustivamente que a taxa de juros e o tempo de aplicação devem estar na mesma unidade de grandeza. Logo, transformamos o tempo de semestre para trimeste. 1 semestre equivale a 2 trimestres.

Calculando o Montante:

$$M = 20.000 \times (1 + 0{,}03)^2$$

$$M = 20.000 \times 1{,}03^2$$

$$M = 20.000 \times 1{,}0609 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{M = 21.218}$$

Gabarito: Alternativa **B**

3. **(FGV / BANESTES – 2018) Um capital de R$ 5.000,00 é aplicado à taxa de juros compostos de 24% a.a. com capitalizações bimestrais. Depois de quatro meses de capitalização sem que houvesse qualquer depósito adicional ou qualquer retirada, o proprietário desse montante faz um saque de R$ 608,00 e o restante do dinheiro continuou a ser capitalizado nas mesmas condições.**

Seis meses após o início dessa aplicação, o valor acumulado era:

a) R$ 5.000,00
b) R$ 4.998,00
c) R$ 4.992,00
d) R$ 4.948,00
e) R$ 4.942,00

Comentários:

Primeiro passo é converter a Taxa Nominal para a Taxa Efetiva.

Taxa Nominal é a taxa de juros cuja unidade de tempo não coincide com a unidade de tempo do período de capitalização. Observe que a taxa fornecida no enunciado é uma taxa nominal.

$$i_{Nominal} = 24\% \ ao \ ano \ capitalizada \ bimestralmente$$

Nunca resolva um exercício usando a taxa nominal. Sempre devemos passar para a unidade de tempo do período de capitalização. Então tenha em mente: "**quem manda é o período de capitalização**".

E como passamos da unidade de tempo do período da taxa nominal (ano) para a unidade de tempo do período de capitalização (bimestre)?

Basta fazermos uma simples divisão/multiplicação.

Em 1 ano há 6 bimestres. Então, a Taxa Efetiva bimestral será um sexto da taxa anual.

$$i_{Efetiva \ Bimestral} = \frac{24\%}{6} \ \rightarrow \ \boxed{\boldsymbol{i_{Efetiva \ Bimestral} = 4\% \ a.b.}}$$

✓ Essa será a taxa que devemos utilizar no exercício.

Depois desse primeiro passo (perceba que a explicação é extensa para que você possa entender o passo a passo. Mas, na hora da prova, você consegue fazer essa passagem em apenas uma linha ou até mesmo fazer a divisão "de cabeça"), iremos calcular o Montante após 4 meses de aplicação.

"Depois de quatro meses de capitalização sem que houvesse qualquer depósito adicional ou qualquer retirada, o proprietário desse montante faz um saque de R$ 608,00..."

Em regime de Juros Compostos, o Montante é calculado pela seguinte equação:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

Onde,

$M = Montante = ?$

$C = Capital = 5.000$

$i = Taxa\ de\ Juros = 4\%\ ao\ bimestre = 0{,}04$

$t = tempo = 4\ meses = 2\ bimestres$

Atente-se para a conversão da unidade do tempo de aplicação (meses) para a unidade da taxa de juros (bimestre) pois **necessariamente** devem coincidir. Em 4 meses há 2 bimestres.

Vamos substituir os valores e calcular o Montante.

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 5.000 \times (1 + 0{,}04)^2$$

$$M = 5.000 \times (1{,}04)^2$$

$$M = 5.000 \times 1{,}0816 \quad \rightarrow \boxed{\boldsymbol{M = 5.408}}$$

"o proprietário desse montante faz um saque de R$ 608,00..."

Logo, ainda restará em mãos:

$$valor = 5.408 - 608 \quad \rightarrow \boxed{\boldsymbol{valor = 4.800}}$$

"o restante do dinheiro continuou a ser capitalizado nas mesmas condições"

Ou seja, esse valor de R$ 4.800 continuará aplicado por mais (2 meses=1bimestre) a uma taxa de juros de 4% ao bimestre.

Observe que a aplicação total ocorre em 6 meses. Porém, como já se passaram 4 meses, ainda **restam 2 meses de aplicação**.

Iremos aplicar novamente a fórmula do Montante em regime de Juros Compostos e calcular o Montante final desta aplicação.

$$M = C \times (1 + i)^t$$

Onde,

$M = Montante = ?$

$C = Capital = 4.800$

$i = Taxa\ de\ Juros = 4\%\ ao\ bimestre = 0{,}04$

$t = tempo = 2\ meses = 1\ bimestre$

Vamos substituir os valores e calcular o Montante.

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 4.800 \times (1 + 0{,}04)^1$$

$$M = 4.800 \times 1{,}04 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{M = 4.992}$$

Gabarito: Alternativa **C**

4. (FGV / BANESTES – 2018) João recebeu sua fatura do cartão de crédito no valor de R$ 4.000,00 e, no dia do vencimento, pagou o valor mínimo exigido (que corresponde a 15% do valor total). O restante foi quitado um mês depois.

Se a administradora do cartão de João cobra juros de 216% ao ano com capitalização mensal, sob regime de juros compostos, então o valor pago no ato da liquidação da dívida foi:

a) R$ 4.000,00
b) R$ 4.012,00
c) R$ 4.100,00
d) R$ 4.120,00
e) R$ 4.320,00

Comentários:

João recebeu sua fatura do cartão de crédito no valor de R$ 4.000,00 e, no dia do vencimento, pagou o valor mínimo exigido (que corresponde a 15% do valor total).

Se João pagou 15%, então, ele deixou de pagar 85%. Logo, falta pagar um Capital C igual a:

$$C = \frac{85}{100} \times 4.000 \quad \rightarrow \boxed{\boldsymbol{C = 3.400}}$$

Esse valor que falta a pagar foi quitado 1 mês depois sendo submetido a uma taxa de juros de 216% ao ano com capitalização mensal, sob regime de juros compostos.

Primeiro passo é converter a Taxa Nominal para a Taxa Efetiva.

Taxa Nominal é a taxa de juros cuja unidade de tempo **não coincide** com a unidade de tempo do período de capitalização. Observe que a taxa fornecida no enunciado é uma taxa nominal.

$$i_{Nominal} = 216\% \ ao \ ano \ capitalizada \ mensalmente$$

Em 1 ano há 12 meses. Então, a Taxa Efetiva mensal igual a:

$$i_{Efetiva \ mensal} = \frac{216\%}{12} \quad \rightarrow \boxed{\boldsymbol{i_{Efetiva \ mensal} = 18\% \ a.m.}}$$

- ✓ Essa será a taxa que devemos utilizar no exercício.

Sendo assim, 1 mês depois, João pagará o Montante igual a:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 3.400 \times (1 + 0{,}18)^1$$

$$M = 3.400 \times 1{,}18 \quad \rightarrow \boldsymbol{M = 4.012}$$

Gabarito: Alternativa **B**

5. (CESPE / Pref. São Cristóvão - 2019) Um indivíduo aplicou R$ 10.000 em um investimento que paga taxa de juros compostos de 12% ao ano com capitalização bimestral.

Considerando 1,27 como valor aproximado para $1{,}02^{12}$, julgue o item que se segue.

O montante 2 anos após o início da aplicação terá sido superior a R$ 12.000.

Comentários:

Primeiro passo é converter a Taxa Nominal para a Taxa Efetiva.

Taxa Nominal é a taxa de juros cuja unidade de tempo **não coincide** com a unidade de tempo do período de capitalização. Observe que a taxa fornecida no enunciado é uma taxa nominal.

$$i_{Nominal} = 12\% \ ao \ ano \ capitalizada \ bimestralmente$$

Nunca resolva um exercício usando a taxa nominal. Sempre devemos passar para a unidade de tempo do período de capitalização. Então tenha em mente: "**quem manda é o período de capitalização**".

E como passamos da unidade de tempo do período da taxa nominal para a unidade de tempo do período de capitalização?

Basta fazermos uma simples divisão/multiplicação. Em 1 ano há 6 bimestres. Então, a Taxa Efetiva bimestral será um sexto da taxa anual.

$$i_{Efetiva} = \frac{12\%}{6} \quad \rightarrow \quad i_{Efetiva} = 2\% \ ao \ bimestre \ capitalizados \ bimestralmente$$

Ou, simplesmente,

$$\boxed{\boldsymbol{i_{Efetiva} = 2\% \ a.b.}}$$

- ✓ Essa será a taxa que devemos utilizar no exercício.

Depois desse primeiro passo (perceba que a explicação é extensa para que você possa entender o passo a passo. Mas, na hora da prova, você consegue fazer essa passagem em apenas uma linha ou até mesmo fazer a divisão "de cabeça"), iremos calcular o Montante após 2 anos de aplicação.

Em **regime de Juros Compostos**, o Montante é calculado pela seguinte equação:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

Onde,

$M = Montante = ?$

$C = Capital = 10.000$

$i = Taxa \ de \ Juros = 2\% \ ao \ bimestre$

$t = tempo = 2 \ anos = 12 \ bimestres$

Atente-se para a conversão da unidade do tempo de aplicação (ano) para a unidade da taxa de juros (bimestre) pois **necessariamente** devem coincidir. Em 1 ano há 6 bimestres. Logo, em 2 anos haverá 12 bimestres.

Vamos substituir os valores e calcular o Montante.

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 10.000 \times (1 + 0{,}02)^{12}$$

$$M = 10.000 \times 1{,}02^{12}$$

$$M = 10.000 \times 1{,}27 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{M = 12.700}$$

Ou seja, o montante 2 anos após o início da aplicação terá sido **SUPERIOR** a R$ 12.000.

Gabarito: **CERTO**

6. **(CESPE / CAGE RS – 2018) Um indivíduo investiu a quantia de R$ 1.000 em determinada aplicação, com taxa nominal anual de juros de 40%, pelo período de 6 meses, com capitalização trimestral.**

Nesse caso, ao final do período de capitalização, o montante será de

a) R$ 1.200
b) R$ 1.210
c) R$ 1.331
d) R$ 1.400
e) R$ 1.100

Comentários:

Primeiro passo é converter a Taxa Nominal para a Taxa Efetiva.

Taxa Nominal é a taxa de juros cuja unidade de tempo **não coincide** com a unidade de tempo do período de capitalização. Observe que a taxa fornecida no enunciado é uma taxa nominal.

$$i_{Nominal} = 40\%\ ao\ ano\ capitalizada\ trimestralmente$$

Nunca resolva um exercício usando a taxa nominal. Sempre devemos passar para a unidade de tempo do período de capitalização. Então tenha em mente: "**quem manda é o período de capitalização**".

E como passamos da unidade de tempo do período da taxa nominal para a unidade de tempo do período de capitalização?

Basta fazermos uma simples divisão/multiplicação. Em 1 ano há 4 trimestres. Então, a Taxa Efetiva trimestral será um quarto da taxa anual.

$$i_{Efetiva\ Trimestral} = \frac{40\%}{4} \rightarrow \boxed{\boldsymbol{i_{Efetiva\ Trimestral} = 2\%\ a.t.}}$$

- ✓ Essa será a taxa que devemos utilizar no exercício.

Depois desse primeiro passo, iremos calcular o Montante após 6 meses de aplicação.

Em regime de Juros Compostos, o Montante é calculado pela seguinte equação:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

Onde,

$M = Montante = ?$

$C = Capital = 1.000$

$i = Taxa\ de\ Juros = 10\%\ ao\ trimestre = 0{,}1$

$t = tempo = 6\ meses = 2\ trimestres$

Atente-se para a conversão da unidade do tempo de aplicação (meses) para a unidade da taxa de juros (trimestre) pois **necessariamente** devem coincidir. Em 6 meses há 2 trimestres.

Sendo assim, o Montante será igual a:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 1.000 \times (1 + 0{,}1)^2$$

$$M = 1.000 \times 1{,}1^2$$

$$M = 1.000 \times 1{,}21 \rightarrow \boldsymbol{M = 1.210}$$

Gabarito: Alternativa **B**

7. **(CESPE / MPU – 2015) Julgue o item subsequente considerando que um investidor tenha aplicado R$ 10.000,00 a juros compostos por um semestre e que 1,1 e 1,34 sejam, respectivamente, os valores aproximados para $1{,}048^2$ e $1{,}05^6$.**

Se for proposta ao investidor uma taxa de juros nominal semestral de 30%, com capitalização mensal, o valor do juro obtido com a aplicação será superior a R$ 3.300,00.

Comentários:

Primeiro passo é converter a Taxa Nominal para a Taxa Efetiva.

$$i_{Nominal} = 30\%\ ao\ semestre\ capitalizada\ mensalmente$$

Em 1 semestre há 6 meses. Então, a Taxa Efetiva mensal será um sexto da taxa semestral.

$$i_{Efetiva\ Mensal} = \frac{30\%}{6} \rightarrow \boxed{\boldsymbol{i_{Efetiva\ Mensal} = 5\%\ a.m.}}$$

- ✓ Essa será a taxa que devemos utilizar no exercício.

Depois desse primeiro passo, iremos calcular o Montante após 6 meses de aplicação.

Em regime de Juros Compostos, o Montante é calculado pela seguinte equação:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

Onde,

$M = Montante = ?$

$C = Capital = 10.000$

$i = Taxa\ de\ Juros = 5\%\ ao\ mês = 0{,}05$

$t = tempo = 1\ semestre = 6\ meses$

Atente-se para a conversão da unidade do tempo de aplicação (semestre) para a unidade da taxa de juros (mês) pois **necessariamente** devem coincidir. Em 1 semestre há 6 meses.

Vamos substituir os valores e calcular o Montante.

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 10.000 \times (1 + 0{,}05)^6$$

$$M = 10.000 \times (1{,}05)^6$$

$$M = 10.000 \times 1{,}34 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{M = 13.400}}$$

De posse do Montante e do Capital, calculamos os Juros (que é dado pela **diferença do Montante recebido menos o Capital aplicado**).

$$J = M - C$$

$$J = 13.400 - 10.000 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{J = 3.400}$$

Ou seja, o valor do juro obtido com a aplicação será **SUPERIOR** a R$ 3.300,00.

Gabarito: **CERTO**

8. **(CESPE / CGE PI - 2015) Considerando que uma instituição financeira empreste a quantia de R$ 5.000,00 para ser quitada em um ano, sob taxa de juros compostos anual e capitalização semestral, julgue o item que se segue.**

Considere que um cliente tenha feito o referido empréstimo e que, ao fim do ano, tenha pagado à instituição em questão o montante de R$ 6.050,00. Nessa situação, sabendo-se que $\sqrt{1{,}21} = 1{,}1$, a taxa nominal anual cobrada no empréstimo foi superior a 18%.

Comentários:

Iremos aplicar a fórmula do Montante em regime de Juros Compostos e calcular a taxa efetiva da operação.

$$M = C \times (1 + i)^t$$

Onde,

$M = Montante = 6.050$

$C = Capital = 5.000$

$i = Taxa\ de\ Juros = ?$

$t = tempo = 1\ ano = 2\ semestres$

Vamos substituir os valores e calcular a taxa efetiva semestral.

$$M = C \times (1+i)^t$$

$$6.050 = 5.000 \times (1+i)^2$$

$$\frac{6.050}{5.000} = (1+i)^2$$

$$1{,}21 = (1+i)^2$$

$$1 + i = \sqrt{1{,}21}$$

$$1 + i = 1{,}1 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{i = 0,1\ \ ou\ \ 10\%\ ao\ semestre}}$$

Observe que **o enunciado nos questiona qual a taxa NOMINAL** e não a equivalente.

FIQUE ATENTO!

Estamos acostumados, nos exercícios, a transformar a Nominal em Efetiva. Porém, **essa questão nos pede a "volta" dessa transformação**.

Para transformar taxa nominal em efetiva (ou vice-versa) fazemos uma simples divisão/multiplicação.

Em 1 ano há 2 semestres. Então, a taxa nominal anual capitalizada semestralmente será igual a:

$$i_{Nominal\ Anual} = i_{Efetiva\ Semestral} \times 2$$

$$i_{Nominal\ Anual} = 10\% \times 2 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_{Nominal\ Anual} = 20\%}$$

Ou seja, a taxa nominal anual cobrada no empréstimo foi **SUPERIOR** a 18%.

Gabarito: **CERTO**

9. (FCC / TRF 3ª Região - 2014) Marina aplicou um capital no valor de R$ 20.000,00, durante 1 ano, a uma taxa de juros nominal de 10,0% ao ano, com capitalização semestral. Ela resgatou todo o montante no final do prazo de aplicação e verificou que, se tivesse aplicado este mesmo capital, durante 10 meses, sob o regime de capitalização simples, resgataria, no final deste prazo de aplicação, o mesmo montante resgatado na opção anterior. A taxa anual correspondente à opção pelo regime de capitalização simples, em %, é de

a) 14,4.
b) 13,8.
c) 13,2.
d) 12,3.
e) 10,8.

Comentários:

Marina aplicou um capital no valor de R$ 20.000,00, durante 1 ano, a uma taxa de juros nominal de 10,0% ao ano, com capitalização semestral.

Vamos dar uma acelerada na resolução tal como você resolverá na hora da prova. O passo a passo de como se resolver já fizemos na teoria e na questão acima.

Primeiro passo é <u>converter a Taxa Nominal para a Taxa Efetiva</u>.

Em 1 ano há 2 semestres. Então, a Taxa Efetiva semestral será metade da taxa anual.

$$i_{Efetiva\ semestral} = \frac{10\%}{2} \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{i_{Efetiva\ Semestral} = 5\%\ a.s.}}$$

Calculando o Montante:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 20.000 \times (1 + 0{,}05)^2$$

➡ Estudamos exaustivamente que a taxa de juros e o tempo de aplicação devem estar na mesma unidade de grandeza. Logo, transformamos o tempo de ano para semestre. 1 ano equivale a 2 semestres.

$$M = 20.000 \times 1{,}05^2$$

$$M = 20.000 \times 1{,}1025 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{M = 22.050}}$$

Se Marina tivesse aplicado os R$ 20.000,00, durante 10 meses, sob o regime de capitalização simples, resgataria, no final deste prazo de aplicação, o mesmo montante resgatado na opção anterior, isto é, R$ 22.050,00 (Juros de R$ 2.050,00).

Vamos aplicar a fórmula dos Juros em regime Simples e calcular o valor da taxa mensal de juros.

$$J = C \times i \times t$$

$$2.250 = 20.000 \times i \times 10$$

$$i = \frac{2.050}{200.000} \rightarrow \boxed{\boldsymbol{i = 0,01025\ ou\ 1,025\%\ ao\ mês}}$$

Todavia, a banca nos questiona a taxa de juros ANUAL. Em regime de Juros Simples, as taxas são proporcionais. Então, a taxa anual será 12 vezes a taxa mensal.

$$i_{anual} = 12 \times i_{mensal}$$

$$i_{anual} = 12 \times 1{,}025\% \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_{anual} = 12,3\%}$$

Gabarito: Alternativa **D**

10. (FCC / SERGAS - 2013) Um capital no valor de R$ 15.000,00 é aplicado, durante um semestre, sob o regime de capitalização composta, a uma taxa de juros nominal de 12% ao ano, capitalizada trimestralmente. O valor do montante no final do período de aplicação é, em R$, igual a

a) 15.915,75.
b) 15.909,00.
c) 15.911,25.
d) 15.913,50.
e) 15.900,00.

Comentários:

Primeiro passo é <u>converter a Taxa Nominal para a Taxa Efetiva</u>.

Em 1 ano há 4 trimestres. Então, a Taxa Efetiva trimestral será um quarto da taxa anual.

$$i_{Efetiva\ trimestral} = \frac{12\%}{4} \rightarrow \boxed{\boldsymbol{i_{Efetiva\ Trimestral} = 3\%\ a.t.}}$$

✓ Essa será a taxa que devemos utilizar no exercício.

Aplicando a fórmula do Montante em regime de Juros Compostos teremos:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 15.000 \times (1 + 0{,}03)^2$$

Nessa altura da resolução dos exercícios, já tem que estar "na veia" a conversão da unidade de grandeza do tempo para a unidade de grandeza da taxa.

➡ 1 semestre equivale a 2 trimestres.

Calculando o Montante:

$$M = 15.000 \times (1 + 0{,}03)^2$$

$$M = 15.000 \times 1{,}03^2$$

$$M = 15.000 \times 1{,}0609 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{M = 15.913,50}$$

Gabarito: Alternativa **D**

QUESTÕES COMENTADAS – BANCAS DIVERSAS

Taxas Equivalentes

1. **(CESPE / IBAMA - 2022) Com base em conhecimentos de matemática financeira, julgue o próximo item.**

Se a taxa de juros de uma multa ambiental paga em parcelas for de 20% ao ano com capitalização semestral, então a taxa de juros efetiva é de 21% ao ano.

Comentários:

Observe que o enunciado nos fornece uma taxa NOMINAL e nos questiona a taxa EFETIVA anual.

Taxa Nominal é a taxa de juros cuja unidade de tempo **não coincide** com a unidade de tempo do período de capitalização. Perceba que, conforme comentamos acima, a taxa fornecida no enunciado é uma taxa nominal.

$$i_{Nominal} = 20\%\ ao\ ano\ capitalizada\ bimestralmente$$

Sempre devemos passar para a unidade de tempo do período de capitalização para encontrar a taxa efetiva. Então, tenha em mente: "**quem manda é o período de capitalização**".

E como passamos da unidade de tempo do período da taxa nominal (ano) para a unidade de tempo do período de capitalização (bimestre)?

Basta fazermos uma simples divisão/multiplicação.

Em 1 ano há 2 semestres. Então, a Taxa Efetiva semestral será metade da taxa anual.

$$i_{Efetiva\ Semestral} = \frac{20\%}{2} \rightarrow \boxed{\boldsymbol{i_{Efetiva\ Semestral} = 10\%\ a.s.}}$$

Todavia, a banca nos questiona a taxa efetiva anual. Vamos então, calcular uma taxa anual que seja equivalente a uma taxa semestral de 10%.

Ou seja, uma taxa efetiva semestral capitalizada por 2 semestres (1 ano) resultará em que taxa efetiva anual?

Para acharmos a taxa equivalente tomamos como base a **potenciação**.

$$(1 + i_{semestral})^2 = (1 + i_{anual})$$

$$(1+0{,}1)^2 = (1+i_{anual})$$

$$1{,}1^2 = (1+i_{anual})$$

$$1{,}21 = 1+i_{anual}$$

$$i_{anual} = 1{,}21-1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_{anual} = 0{,}21 \ ou \ 21\% \ ao \ ano}$$

Gabarito: **CERTO**

2. **(CESPE / PETROBRAS - 2022) Julgue o item seguinte, relativo a matemática financeira.**

Suponha que um investimento financeiro remunera a uma taxa nominal de juros de 12% ao ano com capitalização mensal. Nessa situação, a taxa real de juros desse investimento ao final de 12 meses é superior a 12%.

Comentários:

Antes de resolvermos o exercício de fato, vamos resolver um exemplo que vai elucidar tal caso.

Imagine que este mesmo enunciado só que com uma taxa de **20% ao bimestre capitalizada mensalmente** e você quer calcular a taxa efetiva bimestral. Vejamos se ela será superior ou não a 20%.

Perceba que a ideia deste exemplo é igual a ideia do enunciado. Apenas mudamos os períodos para período menores. A banca trouxe período maior apenas para dificultar.

Taxa nominal de 20% ao bimestre capitalizada mensalmente, conforme estudamos, é igual a uma taxa efetiva 10% ao mês capitalizada mensalmente (basta dividir por 2 pois em 1 bimestre há 2 meses).

Porém, essa é a taxa efetiva mensal. Vamos calcular a taxa efetiva bimestral.

$$(1+i_{mensal})^2 = (1+i_{bimestral})$$

$$(1+0{,}1)^2 = (1+i_{bimestral})$$

$$1{,}21 = 1+i_{bimestral}$$

$$i_{bimestral} = 1{,}21-1 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{i_{bimestral} = 0{,}21 \ ou \ 21\%}}$$

Ou seja, a taxa efetiva bimestral é maior que a taxa nominal bimestral.

Podemos generelizar. Uma taxa efetiva sempre será maior que uma taxa nominal para um mesmo périodo.

Só com esse exemplo e entendimento você já consegue resolver a questão. Observe que temos uma taxa nominal de 12% ao ano com capitalização mensal (taxa nominal). **A taxa efetiva anual será maior que 12% pois vamos diviri por 12 para achar a efetiva mensal e depois elevar a 12 para encontrar a efetiva anual.** E elevar a 12 nos retorna um resultado maior que multiplicar por 12.

Taxa nominal de 12% ao ano capitalizada mensalmente, conforme estudamos, é igual a uma taxa efetiva 1% ao mês capitalizada mensalmente (basta dividir por 12 pois em 1 ano há 12 meses).

Porém, essa é a taxa efetiva mensal. Vamos calcular a taxa efetiva anual.

$$(1 + i_{mensal})^{12} = (1 + i_{anual})$$

$$\mathbf{(1 + 0{,}01)^{12} = (1 + i_{anual})}$$

É claro que você não vai fazer essa conta na hora da prova.

O que você precisa é ter **o domínio** da ideia que eu trouxe nas linhas acima. Por isso fui um pouco prolixo e longo. Você verá professor respondendo essa questão em apenas uma linha. Porém, quero que você entenda e domine o porquê de a taxa efetiva ser maior que uma taxa nominal para um mesmo périodo.

Cuidado! Analisar taxa nominal e taxa efetiva para um mesmo período.

Depois dessa explicação, temos que a taxa efetiva de juros desse investimento ao final de 12 meses é sim superior a 12%.

Todavia, a banca anulou a questão pela utilização do termo "taxa real" ao invés de "taxa efetiva".

Gabarito: **ANULADA**

3. **(CESGRANRIO / CEF - 2021) Um banco possui, atualmente, um modelo de financiamento em regime de juros compostos, em que as parcelas são pagas, mensalmente, a uma taxa de juros de 2% ao mês. Para um certo perfil de clientes, o banco pretende possibilitar o pagamento da dívida a cada três meses, a uma taxa de juros trimestral equivalente à praticada no modelo atual.**

A melhor aproximação para o valor da taxa de juros trimestral desse novo modelo de financiamento é:

a) 2,48%
b) 6,00%

c) 6,12%
d) 7,28%
e) 8,00%

Comentários:

Iremos calcular a **Taxa Efetiva trimestral equivalente à Taxa Efetiva mensal de 2%.**

Ou seja, uma taxa efetiva mensal capitalizada por 3 meses (1 trimestre) resultará em que taxa efetiva trimestral?

Para acharmos a taxa equivalente tomamos como base a **potenciação**.

$$(1+i_{mensal})^3 = (1+i_{trimestral})$$

$$(1+0{,}02)^3 = (1+i_{trimestral})$$

$$1{,}02^3 = (1+i_{trimestral})$$

$$1{,}0612 = 1+i_{trimestral}$$

$$i_{trimestral} = 1{,}0612 - 1 \quad \rightarrow \boldsymbol{i_{trimestral} = 0{,}0612 \ ou \ 6{,}12\% \ a.t.}$$

Gabarito: Alternativa **C**

4. **(CESPE / Pref. São Cristóvão - 2019) Um indivíduo aplicou R$ 10.000 em um investimento que paga taxa de juros compostos de 12% ao ano com capitalização bimestral.**

Considerando 1,27 como valor aproximado para $1{,}02^{12}$, julgue o item que se segue.

A taxa efetiva mensal desse investimento é de 1% ao mês.

Comentários:

Primeiro, vamos converter a Taxa Nominal para Taxa Efetiva Bimestral. Taxa Nominal é a taxa de juros cuja unidade de tempo **não coincide** com a unidade de tempo do período de capitalização.

$$i_{Nominal} = 12\% \ ao \ ano \ capitalizada \ bimestralmente$$

Para passarmos da unidade de tempo do período da taxa nominal para a unidade de tempo do período de capitalização basta fazermos uma simples divisão/multiplicação.

Em 1 ano há 6 bimestres. Então, a Taxa Efetiva bimestral será um sexto da taxa anual.

$$i_{Efetiva\ Bimestral} = \frac{12\%}{6} \rightarrow \boxed{\boldsymbol{i_{Efetiva\ Bimestral} = 2\%\ a.b.}}$$

Segundo passo é calcular a Taxa Efetiva mensal equivalente à Taxa Efetiva bimestral de 2%.

Ou seja, estamos buscando uma Taxa mensal que capitalizada por 2 meses (1 bimestre) será igual a 2% ao bimestre. Para acharmos a taxa equivalente tomamos como base a **potenciação**.

$$(1 + i_{mensal})^2 = (1 + i_{bimestral})$$

$$(1 + i_{mensal})^2 = (1 + 0{,}02)$$

$$(1 + i_{mensal})^2 = 1{,}02 \quad equação\ (I)$$

Nesse ponto, não vamos extrair a raiz. Vamos utilizar a taxa fornecida pelo enunciado (1% ao mês) e saber se é igual a 1,02.

$$(1 + 0{,}01)^2 = 1{,}01^2 = 1{,}0201$$

Ou seja, **a taxa não será de 1% ao mês**. Se fosse, a potência $(1 + i)^2$ seria igual a 1,0201 e não igual a 1,02 estabelecida na equação (I).

Gabarito: **ERRADO**

5. **(FGV / SEFAZ RO – 2018) A taxa efetiva trimestral, que é equivalente a uma taxa nominal de 120% ao ano, capitalizados mensalmente, é igual a**

a) 21,78%
b) 30,00%
c) 33,10%
d) 46,41%
e) 50,00%

Comentários:

Primeiro passo é converter a Taxa Nominal para a Taxa Efetiva.

$$i_{Nominal} = 120\% \ ao \ ano \ capitalizada \ mensalmente$$

Em 1 ano há 12 meses. Então, a Taxa Efetiva mensal será a taxa anual dividida por 12.

$$i_{Efetiva \ Mensal} = \frac{120\%}{12} \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{i_{Efetiva \ Mensal} = 10\% \ a.m.}}$$

Segundo passo é calcular a Taxa Efetiva trimestral equivalente à Taxa Efetiva mensal de 10%.

Ou seja, uma taxa efetiva mensal capitalizada por 3 meses (1 trimestre) resultará em que taxa efetiva trimestral?

Para acharmos a taxa equivalente tomamos como base a potenciação.

$$(1 + i_{mensal})^3 = (1 + i_{trimestral})$$

$$(1 + 0{,}1)^3 = (1 + i_{trimestral})$$

$$1{,}1^3 = 1 + i_{trimestral}$$

$$1{,}331 = 1 + i_{trimestral}$$

$$i_{trimestral} = 1{,}331 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_{trimestral} = 0{,}331 \ ou \ 33{,}10\%}$$

Gabarito: Alternativa **C**

6. **(FGV / BANESTES – 2018) Um contrato de empréstimo é firmado com taxa efetiva de juros, no regime de capitalização composta, de 44% ao bimestre. Entretanto, a redação do contrato não faz referência a qualquer taxa efetiva e sim a uma taxa trimestral com capitalização mensal de:**

a) 60,0%
b) 61,6%
c) 62,5%
d) 66,0%
e) 66,6%

Comentários:

Observe que a banca nos questiona o valor da taxa trimestral com capitalização mensal, isto é, o valor da **Taxa Nominal**.

Lembrando que Taxa Nominal é a taxa de juros cuja unidade de tempo **não coincide** com a unidade de tempo do período de capitalização.

Perceba que a capitalização é mensal. Então, primeiramente, vamos calcular a taxa efetiva mensal e depois calcular a Taxa Nominal.

Um contrato de empréstimo é firmado com taxa efetiva de juros, no regime de capitalização composta, de 44% ao bimestre. Então, vamos calcular a taxa efetiva mensal que capitalizada por 2 meses (1 bimestre) será equivalente a taxa de 44% ao bimestre.

$$(1 + i_{mensal})^2 = (1 + i_{bimestral})$$

$$(1 + i_{mensal})^2 = (1 + 0{,}44)$$

$$(1 + i_{mensal})^2 = 1{,}44$$

$$1 + i_{mensal} = \sqrt{1{,}44}$$

$$1 + i_{mensal} = 1{,}2$$

$$i_{mensal} = 1{,}2 - 1 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{i_{mensal} = 0,2 \;\; ou \;\; 20\%}}$$

De posse da Taxa Efetiva, vamos calcular a Taxa nominal (taxa trimestral com capitalização mensal) pedida pela banca.

Estamos acostumados, nos exercícios, a transformar a Nominal em Efetiva. Porém, **essa questão nos pede a "volta" dessa transformação**.

Para transformar taxa nominal em efetiva (ou vice-versa) fazemos uma simples divisão/multiplicação.

Em 1 trimestre há 3 meses. Então, a taxa trimestral com capitalização mensal será igual a:

$$i_{Nominal} = 3 \times 20\%$$

$$\boldsymbol{i_{Nominal} = 60\% \; ao \; trimestre \; capitalizada \; mensalmente}$$

Gabarito: Alternativa **A**

7. (FGV / BANESTES – 2018) Um contrato de empréstimo é firmado com taxa anual de juros de 24% capitalizados trimestralmente sob regime de juros compostos.

A taxa semestral efetiva nessa contratação é:

a) 12,00%
b) 12,25%
c) 12,36%
d) 12,44%
e) 12,56%

Comentários:

Primeiro passo é converter a Taxa Nominal para a Taxa Efetiva.

Taxa Nominal é a taxa de juros cuja unidade de tempo **não coincide** com a unidade de tempo do período de capitalização. Observe que a taxa fornecida no enunciado é uma taxa nominal.

$$i_{Nominal} = 24\% \ ao \ ano \ capitalizada \ trimestralmente$$

Em 1 ano há 4 trimestres. Então, a Taxa Efetiva trimestral será igual a:

$$i_{Efetiva\ Trimestral} = \frac{24\%}{4} \rightarrow \boxed{\boldsymbol{i_{Efetiva\ Trimestral} = 6\% \ a.t.}}$$

Segundo passo é calcular a Taxa Efetiva semestral equivalente à Taxa Efetiva trimestral de 6%.

Ou seja, uma taxa efetiva trimestral capitalizada por 2 trimestres (1 semestre) resultará em que taxa efetiva semestral?

Para acharmos a taxa equivalente tomamos como base a **potenciação**.

$$(1 + i_{trimestral})^2 = (1 + i_{semestral})$$

$$(1 + 0{,}06)^2 = (1 + i_{semestral})$$

$$1{,}06^2 = 1 + i_{semestral}$$

$$1{,}1236 = 1 + i_{semestral}$$

$$i_{semestral} = 1{,}1236 - 1 \rightarrow \boldsymbol{i_{semestral} = 0{,}1236 \ ou \ 12{,}36\%}$$

Gabarito: Alternativa **C**

8. (CESPE / SEFAZ RS – 2018) Se, nas operações de empréstimo bancário, um banco cobra, no regime de juros compostos, juros nominais de 36% ao ano, capitalizados trimestralmente, então a taxa efetiva semestral cobrada por esse banco é igual a

a) 15,98%
b) 16,62%
c) 18,00%
d) 18,81%
e) 19,40%

Comentários:

Primeiro passo é converter a Taxa Nominal para a Taxa Efetiva.

Taxa Nominal é a taxa de juros cuja unidade de tempo **não coincide** com a unidade de tempo do período de capitalização. Observe que a taxa fornecida no enunciado é uma taxa nominal.

$$i_{Nominal} = 36\% \ ao\ ano\ capitalizada\ trimestralmente$$

Nunca resolva um exercício usando a taxa nominal. Sempre devemos passar para a unidade de tempo do período de capitalização. Então tenha em mente: "**quem manda é o período de capitalização**".

E como passamos da unidade de tempo do período da taxa nominal para a unidade de tempo do período de capitalização?

Basta fazermos uma simples divisão/multiplicação. Em 1 ano há 4 trimestres. Então, a Taxa Efetiva trimestral será um quarto da taxa anual.

$$i_{Efetiva\ Trimestral} = \frac{36\%}{4} \rightarrow \boxed{\boldsymbol{i_{Efetiva\ Trimestral} = 9\%\ a.t.}}$$

Segundo passo é calcular a Taxa Efetiva semestral equivalente à Taxa Efetiva trimestral de 2%.

Ou seja, uma taxa efetiva trimestral capitalizada por 2 trimestres (que é igual a 1 semestre) resultará em que taxa efetiva semestral?

Para acharmos a taxa equivalente tomamos como base a **potenciação**.

$$(1 + i_{trimestral})^2 = (1 + i_{semestral})$$

$$(1 + 0{,}09)^2 = (1 + i_{semestral})$$

$$1{,}09^2 = 1 + i_{semestral}$$

$$1{,}1881 = 1 + i_{semestral}$$

$$i_{semestral} = 1{,}1881 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_{semestral} = 0{,}1881 \ \ ou \ \ 18{,}81\%}$$

Gabarito: Alternativa **D**

9. (CESPE / SEFAZ RS – 2018) No regime de capitalização composta, se um banco faz empréstimos à taxa de juros de 24% ao ano, capitalizados bimestralmente, a taxa efetiva anual cobrada pelo banco é igual a

a) $100 \times \left[\left(1 + \frac{0{,}24}{6}\right)^6 - 1\right]\%$

b) $100 \times \left[\left(1 + \frac{0{,}24}{2}\right)^{12} - 1\right]\%$

c) $100 \times \left[\left(1 + \frac{0{,}24}{4}\right)^4 - 1\right]\%$

d) $100 \times \left[\left(1 + \frac{0{,}24}{2}\right)^6 - 1\right]\%$

e) $100 \times \left[\left(1 + \frac{0{,}24}{6}\right)^{12} - 1\right]\%$

Comentários:

Primeiro passo é converter a Taxa Nominal para a Taxa Efetiva.

Taxa Nominal é a taxa de juros cuja unidade de tempo **não coincide** com a unidade de tempo do período de capitalização. Observe que a taxa fornecida no enunciado é uma taxa nominal.

$$i_{Nominal} = 24\% \ ao \ ano \ capitalizada \ bimestralmente$$

Nunca resolva um exercício usando a taxa nominal. Sempre devemos passar para a unidade de tempo do período de capitalização. Então tenha em mente: "**quem manda é o período de capitalização**".

E como passamos da unidade de tempo do período da taxa nominal (ano) para a unidade de tempo do período de capitalização (bimestre)?

Basta fazermos uma simples divisão/multiplicação.

Em 1 ano há 6 bimestres. Então, a Taxa Efetiva bimestral será um sexto da taxa anual.

$$i_{Efetiva\ bimestral} = \frac{24\%}{6} \rightarrow \boxed{\boldsymbol{i_{Efetiva\ bimestral} = \frac{0,24}{6}}}$$

Segundo passo é calcular a Taxa Efetiva anual equivalente à Taxa Efetiva bimestral de 0,24/6.

Ou seja, uma taxa efetiva bimestral capitalizada por 6 bimestres (que é igual a 1 ano) resultará em que taxa efetiva anual?

Para acharmos a taxa equivalente tomamos como base a **potenciação**.

$$(1 + i_{bimestral})^6 = (1 + i_{anual})$$

$$\left(1 + \frac{0{,}24}{6}\right)^6 = 1 + i_{anual}$$

$$\boldsymbol{i_{anual} = \left(1 + \frac{0,24}{6}\right)^6 - 1}$$

Gabarito: Alternativa **A**

10. **(CESGRANRIO / Liquigás - 2018) Um investidor aplicou uma determinada quantia em um investimento que proporcionou uma rentabilidade de 100% após exatos dois anos de aplicação, no sistema de juros compostos.**

Considerando-se que nenhum resgate foi realizado nesse período, o valor mais próximo da taxa anual equivalente proporcionada por esse investimento, nesse sistema de juro, é igual a

a) 40%
b) 41%
c) 43%
d) 45%
e) 50%

Comentários:

Observe que o investimento rendeu 100% no biênio, isto é, em 2 anos. Queremos encontrar a taxa anual que, capitalizada por 2 ano (biênio), equivale a 100%.

Para calcular a taxa equivalente tomamos como base a **potenciação**.

$$(1 + i_{anual})^2 = (1 + i_{biênio})$$

$$(1 + i_{anual})^2 = (1 + 1)$$

$$(1 + i_{anual})^2 = 2$$

$$1 + i_{anual} = \sqrt{2}$$

$$1 + i_{anual} = 1{,}41$$

$$i_{anual} = 1{,}41 - 1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{i_{anual} = 0,41 \; ou \; 41\%}$$

TOME NOTA!

Muitos alunos, de tanto resolverem exercícios de matemática básica, decoram que $\sqrt{2}$ é igual a $1{,}41$. Caso você não soubesse (ou tivesse esquecido), teríamos que testar as alternativas para encontrar o valor.

Qual número que vezes ele mesmo (elevado ao quadrado) resultaria em 2. Você não precisa sair chutando números aleatórios. Utilize a "malandragem" de prova. Pegue as alternativas e vá testando.

Começaríamos pela Letra A. No caso já seria nossa resposta.

$$1{,}41 \times 1{,}41 \approx 2$$

Mas, caso não fosse o gabarito, continuaríamos as tentativas.

$$1{,}43 \times 1{,}43 \approx 2{,}05$$

E assim por diante.

$$\vdots$$

Dito isto,

Gabarito: Alternativa **B**

QUESTÕES COMENTADAS – BANCAS DIVERSAS

Convenção Exponencial x Convenção Linear

1. **(FGV / Pref. Niterói RJ - 2015) Os juros sobre uma dívida são cobrados utilizando a convenção linear. A dívida será paga após um ano e meio, e a taxa de juros compostos anunciada pela instituição financeira é de 20% ao ano.**

A porcentagem de juros cobrados em relação ao principal é:

a) 20%
b) 21%
c) 30%
d) 31%
e) 32%

Comentários:

Para simplificar a conta, vamos supor um Capital de R$ 100,00.

Vamos utilizar diretamente a fórmula do **Montante na Convenção Linear**.

$$M = C \times (1 + i)^{t_1} \times (1 + i \times t_2)$$

Onde,

$t_1 = parte\ inteira\ do\ período\ de\ aplicação = 1\ ano$

$t_2 = parte\ fracionária\ do\ período\ de\ aplicação = 0{,}5\ ano$

Logo, o Montante será igual a:

$$M = C \times (1 + i)^{t_1} \times (1 + i \times t_2)$$

$$M = 100 \times (1 + 0{,}2)^1 \times (1 + 0{,}2 \times 0{,}5)$$

$$M = 100 \times 1{,}2 \times (1 + 0{,}1)$$

$$M = 100 \times 1{,}2 \times 1{,}1 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{M = 132}}$$

De posso do Montante, calculamos os Juros.

$$J = M - C$$

$$J = 132 - 100 \quad \rightarrow \boxed{\boldsymbol{J = 32}}$$

Observe que a banca nos questiona a **porcentagem de juros cobrados em relação ao principal**. Ou seja, tivemos R$ 32 de Juros em relação a um Capital de R$ 100. Logo, a porcentagem será igual a:

$$porcentagem = \frac{32}{100} \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{porcentagem = 32\%}$$

Gabarito: Alternativa **E**

2. **(CESGRANRIO / BNDES - 2007) Augusto emprestou R$ 30.000,00 a César, à taxa de juros de 10% ao mês. Eles combinaram que o saldo devedor seria calculado a juros compostos no número inteiro de meses e, a seguir, corrigido a juros simples, com a mesma taxa de juros, na parte fracionária do período, sempre considerando o mês com 30 dias.**

Para quitar a dívida 2 meses e 5 dias após o empréstimo, César deve pagar a Augusto, em reais,

a) 39.930,00
b) 39.600,00
c) 37.026,00
d) 36.905,00
e) 36.300,00

Comentários:

Observe que a questão trata da Convenção Linear, onde iremos utilizar o **regime de Capitalização Composta para a parte inteira** do tempo de aplicação e o **regime de Capitalização Simples para a parte fracionária**.

Primeiramente então, vamos calcular o Montante desta dívida em 2 meses (parte inteira) utilizando a fórmula do Montante em regime de Juros Compostos.

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 30.000 \times (1 + 0{,}1)^2$$

$$M = 30.000 \times 1{,}1^2$$

$$M = 30.000 \times 1{,}21 \quad \rightarrow \boxed{\boldsymbol{M = 36.300}}$$

De posse do Montante calculado acima, iremos utilizar a **fórmula do Montante em Juros Simples para a parte fracionária** (10 dias).

$$M = C \times (1 + i \times t)$$

$$M = 36.300 \times \left(1 + 0{,}1 \times \frac{5}{30}\right)$$

Observe que convertemos a unidade do tempo de aplicação (5 dias) para a unidade da taxa de juros (mensal) pois **necessariamente** devem coincidir. 5 dias é igual a 5/30 do mês.

$$M = 36.300 \times \left(1 + 0{,}1 \times \frac{5}{30}\right)$$

$$M = 36.300 \times \left(1 + 0{,}1 \times \frac{1}{6}\right)$$

$$M = 36.300 \times (1 + 0{,}1 \times 0{,}167)$$

$$M = 36.300 \times (1 + 0{,}0167)$$

$$M = 36.300 \times 1{,}0167 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{M \cong 36.906}$$

TOME NOTA!

Você poderia também calcular o Montante direto na fórmula do Montante na Convenção Linear. Acredito que é mais fácil entender a sistemática da Convenção do que decorar a fórmula. Mas, aplicando a fórmula teríamos:

$$M = \ C \times (1 + i)^{t_1} \times (1 + i \times t_2)$$

Onde,

$t_1 = parte\ inteira\ do\ período\ de\ aplicação = 2\ meses$

$t_2 = parte\ fracionária\ do\ período\ de\ aplicação = 5\ dias = 5/30\ \ mês$

Perceba que essa fórmula, nada mais é que a aglutinação dos dois passos que fizemos acima.

Primeiro, aplicamos **Juros Compostos para a parte inteira** do período de aplicação e, posteriormente, **Juros Simples para a parte fracionária**.

Calculando o Montante:

$$M = C \times (1+i)^{t_1} \times (1 + i \times t_2)$$

$$M = 30.000 \times (1+0,1)^2 \times \left(1 + 0,1 \times \frac{5}{30}\right)$$

$$M = 30.000 \times 1,1^2 \times (1 + 0,1 \times 0,167)$$

$$M = 30.000 \times 1,21 \times 1,0167 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{M \cong 36.906}$$

Gabarito: Alternativa **D**

LISTA DE QUESTÕES – BANCAS DIVERSAS

Capitalização Composta - Aspectos Matemáticos

1. **(CESGRANRIO / BANRISUL - 2023) O diretor financeiro de uma agência de veículos fez um empréstimo de 300 mil reais, em janeiro de 2022, junto a um banco que cobrava uma taxa de 4% ao mês, no sistema de juros compostos. Após exatos dois meses da data do primeiro empréstimo, em março de 2022, o diretor financeiro pegou mais 200 mil reais emprestado, com a mesma taxa e sistema de juro. Em maio de 2022, exatamente dois meses após o último empréstimo, liquidou as duas dívidas, zerando o seu saldo devedor. O valor pago pela agência de veículos, em milhares de reais, foi de, aproximadamente,**

Dados: $1{,}04^2 = 1{,}0816$; $1{,}04^4 = 1{,}1698$; $1{,}04^6 = 1{,}2653$

a) 497
b) 528
c) 567
d) 614
e) 684

2. **(CESPE / IBAMA - 2022) A respeito de conceitos de matemática financeira, julgue o item a seguir.**

Se para o valor de $R\$\ 4.200{,}00$, investido hoje, obtém-se, após três anos, o valor de $R\$\ 5.590{,}20$, então a taxa de juros desse investimento é de 10% ao ano.

3. **(UESPI / PM PI - 2022) Uma moto será vendida à vista por $R\$\ 12.000,00$ ou a prazo por $R\$\ 2.000,00$ de entrada e uma parcela de $R\$\ 10.404,00$, a ser paga dois meses após a compra. A taxa mensal de juros compostos desse financiamento é de**

a) $2{,}4\%$
b) $2{,}2\%$
c) $2{,}0\%$
d) $1{,}8\%$
e) $1{,}5\%$

4. (FADESP / SEFAZ PA - 2022) Um capital de $R\$\ 8.000,00$ foi aplicado por dois anos no regime de juros compostos, com taxa de 15% ao ano. Os juros obtidos ao final dessa aplicação correspondem a

a) $R\$$ 2.460,00
b) $R\$$ 2.580,00
c) $R\$$ 2.670,00
d) $R\$$ 2.690,00
e) $R\$$ 2.750,00

5. (RBO / ISS BH - 2022) Um funcionário público fez um empréstimo consignado no valor de $R\$\ 12.000,00$ no regime de juros compostos para ser pago em quatro anos. Se esse empréstimo for liquidado no final de três anos, o montante pago será de $R\$\ 15.108,00$. Nesse caso, o valor que esse funcionário pagará no final de quatro anos será de

a) $R\$$ 15.996,80
b) $R\$$ 16.260,00
c) $R\$$ 16.298,20
d) $R\$$ 16.301,00
e) $R\$$ 16.320,00

6. (RBO / ISS BH - 2022) Uma instituição financeira está oferecendo um fundo de investimentos que está pagando uma taxa de 5% ao trimestre. Um cliente resolveu investir $R\$\ 20.000,00$ por 3 anos. Adotando $(1,05)^6 = 1,34$, podemos então afirmar que o montante resgatado no final do período será de aproximadamente:

a) $R\$$ 30.000,00
b) $R\$$ 32.150,00
c) $R\$$ 35.912,00
d) $R\$$ 36.870,00
e) $R\$$ 36.900,00

7. (CESGRANRIO / PETROBRAS - 2022) Julgue o item seguinte a respeito de matemática financeira.

Um capital inicial C aplicado a uma taxa de juros composta i ao mês irá triplicar o seu montante em um prazo dado por $[\log_{1+i}(3)]$ meses.

8. **(CESPE / FUNPRESP EXE - 2022) João vai tomar um empréstimo de $R\$\ 15.000,00$ à taxa de juros de 6% ao mês para pagar ao fim do prazo em parcela única. Ele deve decidir, no momento da assinatura do contrato, se vai querer o regime de juros simples ou o regime de juros compostos. O contrato conta os prazos usando mês e ano comercial, ou seja, um mês de 30 dias e um ano de 360 dias.**

A respeito da situação exposta, julgue o item que segue.

Se João pagar sua dívida após dois meses do recebimento do empréstimo, o regime de juros compostos resultará num montante $R\$\ 54{,}00$ maior que o regime de juros simples.

9. **(FADESP / SEFAZ PA - 2022) Um investimento, submetido a uma determinada taxa de juros compostos, fixa e de capitalização mensal, alcança o montante de $R\$\ 50.000,00$ logo após o décimo mês de aplicação e de $R\$\ 103.680,00$ assim que se completa o 14° mês. A taxa mensal de juros da aplicação é de**

a) 18%.
b) 20%.
c) 22%.
d) 24%.
e) 26%.

10. **(FADESP / SEFAZ PA - 2022) Um capital de $R\$\ 50.000,00$ é investido a uma taxa de juros compostos de 25% ao ano. Ao mesmo tempo, um segundo investimento é iniciado com capital de $R\$\ 10.000,00$ a uma taxa de juros de 28% ao ano. Acerca da evolução dos dois investimentos, é correto afirmar que o montante acumulado no segundo investimento ultrapassará o montante do primeiro investimento após a quantidade de anos que é dada pela expressão**

a) $\frac{40000}{\log 28 - \log 25}$

b) $\frac{\log 5}{7 \log 2 - 3 \log 5}$

c) $\frac{\log 28 - \log 25}{\log 50 - \log 10}$

d) $\frac{5e^{1,28}}{(e^{1,28} - e^{1,25})}$

e) $\frac{5e^{1,25}}{(e^{1,28} - e^{1,25})}$

11. (CESPE / PETROBRAS - 2022) Paulo dispõe de $R\$\ 20.000,00$ para investir, sendo que ao final de 6 meses ele precisa usar $R\$\ 10.000,00$ desse investimento para saldar uma dívida.

Com base nessas informações e considerando as aproximações $(1{,}05)^3 = 1{,}16$ e $(1{,}16)^3 = 1{,}56$, julgue o item que se segue.

Suponha que a dívida de $R\$$ $10.000{,}00$ a ser paga em 6 meses é resultante da aplicação de juros compostos de 5% ao mês sobre uma dívida atual D. Nessa situação, considerando-se a aproximação $(1{,}05)^{-6} = 0{,}746$, é correto concluir que o valor atual dessa dívida é superior a $R\$$ $8.000{,}00$.

12. (CESPE / PETROBRAS - 2022) Paulo dispõe de $R\$\ 20.000,00$ para investir, sendo que ao final de 6 meses ele precisa usar $R\$\ 10.000,00$ desse investimento para saldar uma dívida.

Com base nessas informações e considerando as aproximações $(1{,}05)^3 = 1{,}16$ e $(1{,}16)^3 = 1{,}56$, julgue o item que se segue.

Se ele aplicar esse valor sob um regime de juros compostos de 5% ao bimestre, então, ao final de 2 anos, o valor que existirá na conta será superior a $R\$$ $21.000{,}00$.

13. (CESGRANRIO / BB - 2021) Um cliente deseja fazer uma aplicação em uma instituição financeira, que paga uma taxa de juros compostos de 10% ao ano, por um período de 3 anos, já que, ao final da aplicação, planeja comprar uma TV no valor de $R\$\ 3.500,00$ à vista.

Qual o valor aproximado a ser investido para esse objetivo ser alcançado?

a) $R\$$ $2.629{,}60$
b) $R\$$ $2.450{,}00$
c) $R\$$ $2.692{,}31$
d) $R\$$ $2.341{,}50$
e) $R\$$ $2.525{,}00$

14. (CESGRANRIO / BB - 2021) Em uma carta aos clientes, um investimento é oferecido com a promessa de recebimento de um montante de $R\$\ 8.200,00$ líquidos, após 2 anos, para quem aderisse investindo inicialmente $R\$\ 5.000,00$. O valor líquido pago é obtido após descontados $R\$\ 250,00$ de taxas e impostos. Para melhorar a comunicação com os clientes, julgaram interessante acrescentar a taxa de juros compostos usada no cálculo do valor bruto, isto é, sem o desconto.

Qual é o valor da taxa anual que deve ser acrescentada na carta?

a) 2%
b) 3%
c) 20%
d) 25%
e) 30%

15. (CESPE / ISS Aracaju - 2021) No contexto da pandemia que teve início no ano de 2020, como forma de conter o impacto em seu fluxo de caixa, a pousada Boa Estadia, que antes de 1.º de março de 2020 vendia pacotes para fins de semana (pensão completa, das 14 h de sextafeira às 13 h de domingo) por R$ 1.490, passou, a partir desta data, a oferecer o mesmo serviço por R$ 1.000 para os clientes usufruírem a qualquer tempo, durante o ano de 2020. Acreditando poder usufruir desse serviço no período de 9 a 11 de outubro de 2020, Cláudio o adquiriu em 9 de março de 2020, pelo valor promocional.

No texto, caso Cláudio optasse por aplicar seu dinheiro em 9 de março de 2020, de modo a obter, em 9 de outubro de 2020, o valor suficiente para pagar os serviços da pousada Boa Estadia, sem desconto, em aplicação com rentabilidade mensal composta de 5%, o valor a ser aplicado, assumindo-se $1{,}05^7 = 1{,}41$, deveria ser

a) inferior a R$ 1.000.
b) superior a R$ 1.075.
c) superior a R$ 1.000 e inferior a R$ 1.025.
d) superior a R$ 1.025 e inferior a R$ 1.050.
e) superior a R$ 1.050 e inferior a R$ 1.075.

16. (CESGRANRIO / CEF - 2021) Para ampliar o capital de giro de um novo negócio, um microempreendedor tomou um empréstimo no valor de $R\$\ 20.000,00$, em janeiro de 2021, a uma taxa de juros de 5% ao mês, no regime de juros compostos. Exatamente dois meses depois, em março de 2021, pagou 60% do valor do empréstimo, ou seja, dos $R\$\ 20.000,00$, e liquidou tudo o que devia desse empréstimo em abril de 2021. A quantia paga, em abril de 2021, que liquidou a referida dívida, em reais, foi de

a) 11.352,50
b) 11.152,50
c) 10.552,50
d) 10.452,50
e) 10.152,50

17. (CESPE / SEFAZ RS – 2019) Uma dívida de R$ 5.000 foi liquidada pelo valor de R$ 11.250, pagos de uma única vez, dois anos após ter sido contraída. Nesse caso, no regime de juros compostos, a taxa anual de juros empregada nesse negócio foi de

a) 5%
b) 12,5%
c) 25%
d) 50%
e) 62,5%

18. (FCC / ALAP – 2020) Considere que, em uma determinada data, Júlia decidiu aplicar um capital, durante 6 meses, à taxa de juros simples de 18% ao ano. Dois meses após a data desta aplicação, ela decidiu aplicar outro capital de valor igual ao dobro do primeiro, durante 4 meses, à taxa de juros compostos de 2% ao bimestre. Dado que o valor do montante referente à aplicação de juros simples foi igual a R$ 27.250,00, a soma dos valores dos juros das duas aplicações realizadas por Júlia foi igual a

a) R$ 3.600,00.
b) R$ 4.270,00.
c) R$ 4.080,00.
d) R$ 3.200,00.
e) R$ 3.430,00.

19. (CESPE / PGE PE – 2019 - Adaptada) Julgue o item seguinte, relativo a juros, taxas de juros e rendas uniformes e variáveis.

Situação hipotética: Raul fez duas aplicações semestrais e consecutivas de R$ 50.000 cada uma (sendo a primeira no tempo 0), que renderam juros à taxa de juros compostos de 10% ao semestre. Raul resgatou o saldo total ao final do terceiro semestre. **Assertiva:** Nessa situação, Raul resgatou menos de R$ 120.000.

20. (FCC / TRF – 2016) Dois capitais são aplicados sob o regime de capitalização composta a uma taxa de 10% ao ano. O primeiro capital foi aplicado durante 2 anos e o segundo durante 3 anos, apresentando um total de juros no valor de R$ 1.680,00 e R$ 1.986,00, respectivamente. A porcentagem que o segundo capital representa do primeiro é, em %, igual a

Dados: $1,1^2 = 1,21 \ e \ 1,1^3 = 1,331$

a) 80.
b) 75.
c) 60.
d) 100.
e) 90.

21. (VUNESP / Pref. Morato – 2019) Um indivíduo aplicou em um banco um capital a juros simples, durante 5 meses, a uma taxa de 18% ao ano. No final do período desta aplicação, ele resgatou todo o montante correspondente e o aplicou totalmente em outro banco a juros compostos, durante 2 anos, a uma taxa de 10% ao ano. Se o montante no final do período referente à 2ª aplicação no outro banco apresentou um valor igual a R$ 15.609,00, obtém-se que o valor dos juros desta 2ª aplicação foi igual ao valor dos juros da 1ª aplicação multiplicado por

a) 4,515
b) 3,612
c) 3,010
d) 2,750
e) 1,806

Gabarito

1. C
2. CERTO
3. C
4. B
5. E
6. C
7. CERTO
8. CERTO
9. B
10. B
11. ERRADO
12. ERRADO
13. A
14. E
15. E
16. C
17. D
18. B
19. ERRADO
20. B
21. C

LISTA DE QUESTÕES – BANCAS DIVERSAS

Taxa Nominal e Taxa Efetiva

1. **(CESPE / PETROBRAS - 2022) No que se refere a desconto racional, taxa interna de retorno (TIR), porcentagem e juros compostos, julgue o item a seguir.**

O investidor que depositar $R\$\ 5.000{,}00$ em um investimento que paga 10% de juros anuais compostos, semestralmente, terá em conta, ao final do primeiro ano, o valor de $R\$\ 5.500{,}00$.

2. **(FCC / MANAUSPREV - 2021) Um investidor aplicou o valor de R$ 20.000,00, no início de um período, a uma taxa de juros nominal de 12% ao ano com capitalização trimestral. Se o período foi de um semestre, então o investidor poderá resgatar no final do período o montante no valor, em reais, de**

a) 21.632,00
b) 21.218,00
c) 21.200,00
d) 20.800,00
e) 21.800,00

3. **(FGV / BANESTES – 2018) Um capital de R$ 5.000,00 é aplicado à taxa de juros compostos de 24% a.a. com capitalizações bimestrais. Depois de quatro meses de capitalização sem que houvesse qualquer depósito adicional ou qualquer retirada, o proprietário desse montante faz um saque de R$ 608,00 e o restante do dinheiro continuou a ser capitalizado nas mesmas condições.**

Seis meses após o início dessa aplicação, o valor acumulado era:

a) R$ 5.000,00
b) R$ 4.998,00
c) R$ 4.992,00
d) R$ 4.948,00
e) R$ 4.942,00

4. (FGV / BANESTES – 2018) João recebeu sua fatura do cartão de crédito no valor de R$ 4.000,00 e, no dia do vencimento, pagou o valor mínimo exigido (que corresponde a 15% do valor total). O restante foi quitado um mês depois.

Se a administradora do cartão de João cobra juros de 216% ao ano com capitalização mensal, sob regime de juros compostos, então o valor pago no ato da liquidação da dívida foi:

a) R$ 4.000,00
b) R$ 4.012,00
c) R$ 4.100,00
d) R$ 4.120,00
e) R$ 4.320,00

5. (CESPE / Pref. São Cristóvão - 2019) Um indivíduo aplicou R$ 10.000 em um investimento que paga taxa de juros compostos de 12% ao ano com capitalização bimestral.

Considerando 1,27 como valor aproximado para $1,02^{12}$, julgue o item que se segue.

O montante 2 anos após o início da aplicação terá sido superior a R$ 12.000.

6. (CESPE / CAGE RS – 2018) Um indivíduo investiu a quantia de R$ 1.000 em determinada aplicação, com taxa nominal anual de juros de 40%, pelo período de 6 meses, com capitalização trimestral.

Nesse caso, ao final do período de capitalização, o montante será de

a) R$ 1.200
b) R$ 1.210
c) R$ 1.331
d) R$ 1.400
e) R$ 1.100

7. (CESPE / MPU – 2015) Julgue o item subsequente considerando que um investidor tenha aplicado R$ 10.000,00 a juros compostos por um semestre e que 1,1 e 1,34 sejam, respectivamente, os valores aproximados para $1,048^2$ e $1,05^6$.

Se for proposta ao investidor uma taxa de juros nominal semestral de 30%, com capitalização mensal, o valor do juro obtido com a aplicação será superior a R$ 3.300,00.

8. **(CESPE / CGE PI - 2015) Considerando que uma instituição financeira empreste a quantia de R$ 5.000,00 para ser quitada em um ano, sob taxa de juros compostos anual e capitalização semestral, julgue o item que se segue.**

Considere que um cliente tenha feito o referido empréstimo e que, ao fim do ano, tenha pagado à instituição em questão o montante de R$ 6.050,00. Nessa situação, sabendo-se que $\sqrt{1{,}21} = 1{,}1$, a taxa nominal anual cobrada no empréstimo foi superior a 18%.

9. **(FCC / TRF 3ª Região - 2014) Marina aplicou um capital no valor de R$ 20.000,00, durante 1 ano, a uma taxa de juros nominal de 10,0% ao ano, com capitalização semestral. Ela resgatou todo o montante no final do prazo de aplicação e verificou que, se tivesse aplicado este mesmo capital, durante 10 meses, sob o regime de capitalização simples, resgataria, no final deste prazo de aplicação, o mesmo montante resgatado na opção anterior. A taxa anual correspondente à opção pelo regime de capitalização simples, em %, é de**

a) 14,4.
b) 13,8.
c) 13,2.
d) 12,3.
e) 10,8.

10. **(FCC / SERGAS - 2013) Um capital no valor de R$ 15.000,00 é aplicado, durante um semestre, sob o regime de capitalização composta, a uma taxa de juros nominal de 12% ao ano, capitalizada trimestralmente. O valor do montante no final do período de aplicação é, em R$, igual a**

a) 15.915,75.
b) 15.909,00.
c) 15.911,25.
d) 15.913,50.
e) 15.900,00.

Gabarito

1. ERRADO
2. B
3. C
4. B
5. CERTO
6. B
7. CERTO
8. CERTO
9. D
10. D

LISTA DE QUESTÕES – BANCAS DIVERSAS

Taxas Equivalentes

1. **(CESPE / IBAMA - 2022) Com base em conhecimentos de matemática financeira, julgue o próximo item.**

Se a taxa de juros de uma multa ambiental paga em parcelas for de 20% ao ano com capitalização semestral, então a taxa de juros efetiva é de 21% ao ano.

2. **(CESPE / PETROBRAS - 2022) Julgue o item seguinte, relativo a matemática financeira.**

Suponha que um investimento financeiro remunera a uma taxa nominal de juros de 12% ao ano com capitalização mensal. Nessa situação, a taxa real de juros desse investimento ao final de 12 meses é superior a 12%.

3. **(CESGRANRIO / CEF - 2021) Um banco possui, atualmente, um modelo de financiamento em regime de juros compostos, em que as parcelas são pagas, mensalmente, a uma taxa de juros de 2% ao mês. Para um certo perfil de clientes, o banco pretende possibilitar o pagamento da dívida a cada três meses, a uma taxa de juros trimestral equivalente à praticada no modelo atual.**

A melhor aproximação para o valor da taxa de juros trimestral desse novo modelo de financiamento é:

a) 2,48%
b) 6,00%
c) 6,12%
d) 7,28%
e) 8,00%

4. **(CESPE / Pref. São Cristóvão - 2019) Um indivíduo aplicou R$ 10.000 em um investimento que paga taxa de juros compostos de 12% ao ano com capitalização bimestral.**

Considerando 1,27 como valor aproximado para $1{,}02^{12}$, julgue o item que se segue.

A taxa efetiva mensal desse investimento é de 1% ao mês.

5. (FGV / SEFAZ RO – 2018) A taxa efetiva trimestral, que é equivalente a uma taxa nominal de 120% ao ano, capitalizados mensalmente, é igual a

a) 21,78%
b) 30,00%
c) 33,10%
d) 46,41%
e) 50,00%

6. (FGV / BANESTES – 2018) Um contrato de empréstimo é firmado com taxa efetiva de juros, no regime de capitalização composta, de 44% ao bimestre. Entretanto, a redação do contrato não faz referência a qualquer taxa efetiva e sim a uma taxa trimestral com capitalização mensal de:

a) 60,0%
b) 61,6%
c) 62,5%
d) 66,0%
e) 66,6%

7. (FGV / BANESTES – 2018) Um contrato de empréstimo é firmado com taxa anual de juros de 24% capitalizados trimestralmente sob regime de juros compostos.

A taxa semestral efetiva nessa contratação é:

a) 12,00%
b) 12,25%
c) 12,36%
d) 12,44%
e) 12,56%

8. (CESPE / SEFAZ RS – 2018) Se, nas operações de empréstimo bancário, um banco cobra, no regime de juros compostos, juros nominais de 36% ao ano, capitalizados trimestralmente, então a taxa efetiva semestral cobrada por esse banco é igual a

a) 15,98%
b) 16,62%

c) 18,00%
d) 18,81%
e) 19,40%

9. (CESPE / SEFAZ RS – 2018) No regime de capitalização composta, se um banco faz empréstimos à taxa de juros de 24% ao ano, capitalizados bimestralmente, a taxa efetiva anual cobrada pelo banco é igual a

a) $100 \times \left[\left(1 + \frac{0{,}24}{6}\right)^{6} - 1\right]\%$
b) $100 \times \left[\left(1 + \frac{0{,}24}{2}\right)^{12} - 1\right]\%$
c) $100 \times \left[\left(1 + \frac{0{,}24}{4}\right)^{4} - 1\right]\%$
d) $100 \times \left[\left(1 + \frac{0{,}24}{2}\right)^{6} - 1\right]\%$
e) $100 \times \left[\left(1 + \frac{0{,}24}{6}\right)^{12} - 1\right]\%$

10. (CESGRANRIO / Liquigás - 2018) Um investidor aplicou uma determinada quantia em um investimento que proporcionou uma rentabilidade de 100% após exatos dois anos de aplicação, no sistema de juros compostos.

Considerando-se que nenhum resgate foi realizado nesse período, o valor mais próximo da taxa anual equivalente proporcionada por esse investimento, nesse sistema de juro, é igual a

a) 40%
b) 41%
c) 43%
d) 45%
e) 50%

GABARITO

1. CERTO
2. ANULADA
3. C
4. ERRADO
5. C
6. A
7. C
8. D
9. A
10. B

QUESTÕES COMENTADAS – BANCAS DIVERSAS

Convenção Exponencial x Convenção Linear

1. **(FGV / Pref. Niterói RJ - 2015) Os juros sobre uma dívida são cobrados utilizando a convenção linear. A dívida será paga após um ano e meio, e a taxa de juros compostos anunciada pela instituição financeira é de 20% ao ano.**

A porcentagem de juros cobrados em relação ao principal é:

a) 20%
b) 21%
c) 30%
d) 31%
e) 32%

2. **(CESGRANRIO / BNDES - 2007) Augusto emprestou R$ 30.000,00 a César, à taxa de juros de 10% ao mês. Eles combinaram que o saldo devedor seria calculado a juros compostos no número inteiro de meses e, a seguir, corrigido a juros simples, com a mesma taxa de juros, na parte fracionária do período, sempre considerando o mês com 30 dias.**

Para quitar a dívida 2 meses e 5 dias após o empréstimo, César deve pagar a Augusto, em reais,

a) 39.930,00
b) 39.600,00
c) 37.026,00
d) 36.905,00
e) 36.300,00

GABARITO

1. E
2. D

ESSA LEI TODO MUNDO CONHECE:
PIRATARIA É CRIME.

Mas é sempre bom revisar o porquê e como você pode ser prejudicado com essa prática.

1. Professor investe seu tempo para elaborar os cursos e o site os coloca à venda.

2. Pirata divulga ilicitamente (grupos de rateio), utilizando-se do anonimato, nomes falsos ou laranjas (geralmente o pirata se anuncia como formador de "grupos solidários" de rateio que não visam lucro).

3. Pirata cria alunos fake praticando falsidade ideológica, comprando cursos do site em nome de pessoas aleatórias (usando nome, CPF, endereço e telefone de terceiros sem autorização).

4. Pirata compra, muitas vezes, clonando cartões de crédito (por vezes o sistema anti-fraude não consegue identificar o golpe a tempo).

5. Pirata fere os Termos de Uso, adultera as aulas e retira a identificação dos arquivos PDF (justamente porque a atividade é ilegal e ele não quer que seus fakes sejam identificados).

6. Pirata revende as aulas protegidas por direitos autorais, praticando concorrência desleal e em flagrante desrespeito à Lei de Direitos Autorais (Lei 9.610/98).

7. Concurseiro(a) desinformado participa de rateio, achando que nada disso está acontecendo e esperando se tornar servidor público para exigir o cumprimento das leis.

8. O professor que elaborou o curso não ganha nada, o site não recebe nada, e a pessoa que praticou todos os ilícitos anteriores (pirata) fica com o lucro.

Deixando de lado esse mar de sujeira, aproveitamos para agradecer a todos que adquirem os cursos honestamente e permitem que o site continue existindo.