



## O que aprendemos?

Esta aula é muito importante: nela, nós vimos:

1) Funções vetoriais correspondem a pontos em um espaço com mais de uma dimensão (no conjunto imagem).

Isto quer dizer que uma função vetorial associa pontos de um conjunto do tipo  $\mathbb{R}^n$ , com  $n$  arbitrário a um subconjunto no  $\mathbb{R}^m$ , com  $m$  maior ou igual a 2.

2) Funções vetoriais são muito importantes em engenharia, pois elas podem descrever: trajetória, velocidade e aceleração de partículas, forças, campos elétrico e magnético, etc.

3) Muitas funções vetoriais associam um parâmetro real contido em  $\mathbb{R}^1$ , a um ponto no  $\mathbb{R}^2$ ,  $\mathbb{R}^3$ , ou espaços de dimensão até maior do que 3.

4) Se considerarmos uma função vetorial do tipo:

$$f: U \subset \mathbb{R}^1 \rightarrow \mathbb{R}^3$$

ela pode ser diferenciável (pelo menos em princípio, embora possamos definir funções vetoriais que nem sempre são deriváveis, mas são exceções mais do que a regra) em termos do parâmetro  $t$ . O parâmetro do qual a função depende pode ser interpretado como tempo, ângulo, etc, depende da interpretação física do problema.

5) Funções vetoriais são representadas por slots separados (conhecidos como componentes ou coordenadas da função). Cada slot é uma função escalar independente das demais (a menos que existam vínculos geométricos entre elas).

6) Como derivamos uma função vetorial de 3 slots, ou seja, com imagem no  $\mathbb{R}^3$ ?

Nós calculamos a derivada de cada slot em separado. Exemplo: Se  $X = X(t)$  é da forma:

$$X(t) = [\cos(t), t^2, t^3]$$

A derivada desta função vetorial é:

$$\frac{dX}{dt} = [-\sin(t), 2t, 3t^2], \text{ pois derivamos cada slot em separado.}$$

7) Para calcularmos produtos escalares e vetoriais no Maxima, precisamos carregar a biblioteca vect, antes de todas as operações. Escreva então:

```
load[vect];
```

para carregá-la.

Podemos definir um vetor com a sintaxe:

$$V := [2, 3, 4];$$

é um vetor de componentes constantes.

Se tivermos uma função vetorial, podemos escrever:

![V:[t^2,-1,cos(t)];]

que define uma função vetorial onde o primeiro slot e o último são variáveis e o segundo slot é constante.

8) Finalmente, definimos as operações produto escalar e vetorial, no Maxima.

O produto escalar de dois vetores de dimensões quaisquer é:

![U1:[1,1,2];] ![U2:[1,0,3];]

O resultado deverá ser:

![U1.U2 = 1.1+1.0+2.3=7]

Dois vetores perpendiculares entre si deverão ter o seu produto escalar nulo.

Para o produto vetorial dos vetores acima, temos que escrever no Maxima:

![express(U1~U2)]

![Produto escalar de 2 vetores constantes, no Maxima ] (<https://caelum-online-public.s3.amazonaws.com/1511-derivadasrn/2.3.png>)

![Produto vetorial e escalar de dois vetores, no Maxima] (<https://caelum-online-public.s3.amazonaws.com/1511-derivadasrn/2.4.png>)