Estratégia Concursos

Aula 02

Banco do Brasil - Passo Estratégico de Matemática - 2023 (Pós-Edital)

Autor:

Allan Maux Santana

01 de Janeiro de 2023

Índice

1) O que é o Passo Estratégico 3

2) Apresentação 4

3) ANÁLISE BB - CESGRANRIO - MATEMÁTICA 5

4) Progressão Aritmética e Geométrica 6

O QUE É O PASSO ESTRATÉGICO?

O Passo Estratégico é um material escrito e enxuto que possui dois objetivos principais:

a) orientar revisões eficientes;

b) destacar os pontos mais importantes e prováveis de serem cobrados em prova.

Assim, o Passo Estratégico pode ser utilizado tanto para **turbinar as revisões dos alunos mais adiantados nas matérias, quanto para maximizar o resultado na reta final de estudos por parte dos alunos que não conseguirão estudar todo o conteúdo do curso regular.**

Em ambas as formas de utilização, como regra, **o aluno precisa utilizar o Passo Estratégico em conjunto com um curso regular completo.**

Isso porque nossa didática é direcionada ao aluno que já possui uma base do conteúdo.

Assim, se você vai utilizar o Passo Estratégico:

a) **como método de revisão**, você precisará de seu curso completo para realizar as leituras indicadas no próprio Passo Estratégico, em complemento ao conteúdo entregue diretamente em nossos relatórios;

b) **como material de reta final**, você precisará de seu curso completo para buscar maiores esclarecimentos sobre alguns pontos do conteúdo que, em nosso relatório, foram eventualmente expostos utilizando uma didática mais avançada que a sua capacidade de compreensão, em razão do seu nível de conhecimento do assunto.

APRESENTAÇÃO

Olá!

Sou o professor ***Allan Maux*** e serei o seu analista do Passo Estratégico nas matérias de ***exatas.***

Para que você conheça um pouco sobre mim, segue um resumo da minha experiência profissional, acadêmica e como concurseiro:

Sou, atualmente, Auditor Fiscal do Município de Petrolina – PE, **aprovado em 2° lugar** *no concurso de 2011.*

Sou formado em matemática e tenho **pós-graduação em direito tributário municipal***.*

Fui, por 05 anos, **Secretário de Fazenda do Município de Petrolina***, período no qual participei da comissão que elaborou o* **novo Código Tributário da Cidade, vigente até o momento***, colocando a cidade entre as maiores arrecadações do Estado de Pernambuco.*

Lecionei, também, em cursos preparatórios para ITA.

Fui também aprovado e nomeado no concurso para Analista da Receita Federal, em 2012.

Aprovado e nomeado, em 2007, para o cargo de gestor de tributos da Secretaria da Fazenda do Estado de Minas Gerais.

Nossa carreira como Auditor Fiscal de Petrolina é bastante atraente e me fez refletir bastante por sua manutenção, nosso salário inicial beira aos 15k.

Atualmente, também, leciono matemática para concursos e vestibulares.

Estou extremamente feliz de ter a oportunidade de trabalhar na equipe do "Passo", porque tenho convicção de que nossos relatórios e simulados proporcionarão uma preparação diferenciada aos nossos alunos!

Bem, vamos ao que interessa!!

Prof. Allan Maux

ANÁLISE ESTATÍSTICA

Inicialmente, convém destacar os percentuais de incidência de todos os assuntos previstos em nosso curso – quanto maior o percentual de incidência de um determinado assunto, maior será sua importância para nosso certame.

Nossa análise será executada em concursos realizados pela banca ***CESGRANRIO***, num total de ***163 questões***, de ***Matemática,*** no ***período*** de ***2018*** a ***2022***.

ASSUNTO	*% Incidência*
PORCENTAGEM / OPERAÇÕES C/ NÚMEROS REAIS	*45,40%*
RAZÃO / PROPORÇÃO / REGRA DE TRÊS SIMPLES E COMPOSTA	*15,95%*
PROBLEMAS DE CONTAGEM / TEORIA DOS CONJUNTOS	*12,27%*
LÓGICA PROPOSICIONAL / RACIOCÍNIO SEQUENCIAL	*11,04%*
PROGRESSÃO ARITMÉTICA / GEOMÉTRICA	*9,20%*
MATRIZES / DETERMINANTES / SISTEMAS LINEARES	*6,13%*
TOTAL	*100,00*

Sabemos que a quantidade de questões para o curso do Passo Estratégico é por volta de 5, desde que envolvam todo o conteúdo.

No entanto, para o que material fique mais rico em exercícios para vocês, resolvi elaborar os PDFs com uma quantidade maior de questões de bancas diversas também, assim o candidato poderá usá-lo, também, para concursos elaborados por outras bancas. No entanto, sugiro que o aluno resolva todas as questões propostas, assim irá perceber que as bancas tradicionais, quanto às matérias de exatas, possuem perfis semelhantes.

Vocês perceberão que nos cursos de exatas os perfis das questões das bancas são muito idênticos, portanto, treinem exaustivamente principalmente aquele assunto que possui uma maior incidência em nossa análise e que você tenha mais dificuldade.

A partir de 10/01/23 irei postar em meu Instagram resoluções de questões da CESGRANRIO, sigam:

Prof. Allan Maux

PROGRESSÃO ARITMÉTICA E GEOMÉTRICA

Sumário

O que é mais cobrado dentro do assunto 2

Roteiro de revisão e pontos do assunto que merecem destaque 2

Progressão Aritmética X Progressão Geométrica 2

Progressão Aritmética 5

Fórmula do Termo Geral 5

Somas dos Termos de P.A. 6

Progressão Geométrica 7

Fórmula do Termo Geral 7

Soma dos Termos de uma PG Finita: 8

Soma dos Termos de uma PG Infinita 8

Fórmulas P.A. / P.G. 9

Aposta Estratégica 9

Questões estratégicas – Progressão Aritmética 10

Lista de Questões Estratégicas – Progressão Aritmética 16

Questões estratégicas – Progressão Geométrica 17

Lista de Questões Estratégicas – Progressão Geométrica 23

Gabarito – Progressão Aritmética 25

Gabarito – Progressão Geométrica 25

O que é mais cobrado dentro do assunto

Vamos, a seguir, para direcionar melhor o seu estudo, entender como cada assunto é cobrado pela banca.

Progressão Aritmética e Geométrica	*Incidência*
TERMO GERAL DE UMA P.A.	*35,0%*
TERMO GERAL DE UMA P.G.	*23,0%*
SOMA DOS TERMOS DE UMA P.A.	*20,0%*
SOMA DOS TERMOS DE UMA P.G. INFINITA	*15,0%*
SOMA DOS TERMOS DE UMA P.G. FINITA	*7,0%*
TOTAL	*100,0%*

ROTEIRO DE REVISÃO E PONTOS DO ASSUNTO QUE MERECEM DESTAQUE

A ideia desta seção é apresentar um roteiro para que você realize uma revisão completa do assunto e, ao mesmo tempo, destacar aspectos do conteúdo que merecem atenção.

Para revisar e ficar bem preparado no assunto, você precisa, basicamente, seguir os passos a seguir:

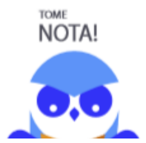
Progressão Aritmética X Progressão Geométrica

Fala, gente, tudo beleza?

Sabemos que os assuntos P.A. e P.G. são cobrados de forma muitas vezes simples e até com possíveis soluções sem fórmulas, certo?

Então, se você chegou até aqui e percebeu que não vai encarar as questões nas provas, simplesmente, por ter aversão em decoreba de fórmulas, atenção:

SAIBAM, pelo menos, DIFERENCIAR UMA P.A. de uma P.G.



Na hora da prova, vale tudo, inclusive uma questão a mais.... rsrsrs. Quem já deixou de ser nomeado por conta de uma questão? Eu já...rsrs... Então, se você, por acaso, se esqueceu da

> ***fórmula da soma dos termos de uma P.A. ou P.G. e tiver que somar 20 termos, jogue duro e some na munheca mesmo...na força bruta.***

Sabemos que uma ***Progressão Aritmética*** recebe esse nome pelo simples fato de a ***média aritmética*** de ***termos equidistantes*** ser igual ao ***termo central***, ou seja, na sequência:

(1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21)

Veja que $\frac{3+7}{2} = 5$

Observemos agora a ***sequência***:

(1, 2, 4, 8, ...)

Vemos, tranquilamente, que a sucessão de números se dá de uma maneira diferente em relação à progressão aritmética, ok? Os números estão sempre dobrando em relação ao seu sucessor imediato.

Já nessa sequência numérica, a ***média geométrica*** de ***termos equidistantes*** é igual a ***termo central***, veja que:

$$\sqrt{2 \cdot 8} = 4$$

Bem, já sabemos diferenciar uma P.A. de uma P.G.

Agora, vamos entrar nas especificidades da ***Progressão Aritmética.***

Mas, antes vamos ver como esse tópico já foi cobrado em provas:

(CEBRASPE / TÉCNICO JUDICIÁRIO – TJ/PR / 2019)

O protocolo de determinado tribunal associa, a cada dia, a ordem de chegada dos processos aos termos de uma progressão aritmética de razão 2: a cada dia, o primeiro processo que chega recebe o número 3, o segundo, o número 5, e assim sucessivamente. Se, em determinado dia, o último processo que chegou ao protocolo recebeu o número 69, então, nesse dia, foram protocolados

a) ***23 processos.***
b) ***33 processos.***
c) ***34 processos.***

d) 66 processos.
e) 67 processos.

Comentários:

Temos uma P.A. de razão 2.

Podemos escrevê-la da seguinte forma:

$$(3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, \ldots)$$

Cada elemento dessa sequência, conforme dito na questão, representa o número do processo que chega a cada dia.

$a_1 = 3$ (processo 1)

$a_2 = 5$ (processo 2)

$a_3 = 7$ (processo 3)

$a_4 = 9$ (processo 4) e assim por diante.

Em determinado dia, o último processo recebeu o número 69, como determinar a quantidade de processos naquele dia?

Uma forma seria o candidato ir preenchendo a sequência até chegar em 69 e, em seguida, contar a quantidade de termos.

A outra forma seria a seguinte:

$$(3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, \ldots, 69)$$

$$69 = 3 + (n - 1) \cdot 2$$

Interpretem o que eu escrevi acima. Vamos tratar, mais adiante, esse padrão com uma fórmula, que é chamada de ***Termo Geral da P.A***. Mas, antes eu quero que o candidato perceba que a quantidade de razões existentes entre termos de uma P.A. é dada por (n – 1).

Ou seja, por exemplo:

Entre 3 termos há 2 razões;

Entre 10 termos, há 9 razões.

E assim por diante.

Como precisamos determinar a quantidade de termos existentes na sequência, escrevemos o seguinte:

$$69 = 3 + (n - 1) \cdot 2$$

$$69 - 3 = 2n - 2$$

$$66 + 2 = 2n$$

$$68 = 2n$$

$$n = 34 \text{ termos}$$

Pessoal, uma outa forma de resolver a questão é jogando as informações na fórmula:

$$\boxed{a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r}$$

Gabarito: C

Progressão Aritmética

Fórmula do Termo Geral

$$\boxed{a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r}$$

Para encontrarmos determinado termo numa P.A., basta apenas utilizarmos a fórmula do ***Termo Geral*** acima.

a_n : Termo Geral (o termo que você quer encontrar)

a_1 : Primeiro Termo da P.A

r : Razão da P.A.

Por exemplo:

$$\boxed{a_n = a_1 + (n - 1)r}$$

a_5	$a_1 + 4r$
a_8	$a_1 + 7r$
a_{16}	$a_1 + 15r$

Mas, nem sempre, o enunciado da questão nos fornecerá o primeiro termo da P.A., e se ele pedir o 21° termo e tiver fornecido o 15°? E agora????

Ahhh, Allan, muito simples: basta resolver um "sisteminha" de equações e pronto...

Tem um caminho mais fácil, vejam:

Termo Geral P.A.

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot R$$

a_5	$a_1 + 4R$	$a_2 + 3R$	$a_3 + 2R$	$a_4 + 1R$
a_8	$a_1 + 7R$	$a_2 + 6R$	$a_3 + 5R$	$a_4 + 4R$
a_{16}	$a_1 + 15R$	$a_2 + 14R$	$a_3 + 13R$	$a_4 + 12R$

Vejam os índices que destaquei em vermelho, meus amigos.

Perceberam algum padrão?

Se eu quero o ***5° termo***, eu posso encontrar de todas as maneiras acima. O importante é a soma dos índices em destaque ser justamente ***5 (o termo a ser encontrado).*** Sacaram?

Nessa lógica, nem precisamos decorar a Fórmula do Termo Geral, concordam?

Somas dos Termos de P.A.

Se você tivesse que somar de 1 a 100, qual seria o método mais simples e rápido?

(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ..., 95, 96, 97, 98, 99, 100)

Com certeza não seria somando um a um.

Vejam que a soma dos extremos sempre nos dá o mesmo valor, ok?

(1 + 100) = (2 + 99) = (3 + 98) = ... = 101

Como são 100 números de 1 a 100 e estamos somando aos ***pares***, logo, nossa conta rápida será: $50 \cdot 101 =$ ***5050.***

Esse método funciona para qualquer P.A. Basta (somar o primeiro termo com o último) multiplicar o resultado pelo (total de termos) e (dividir o resultado por 2).

Portanto, nossa fórmula será:

$$\boxed{S_n = \frac{(a_1 + a_n)\cdot n}{2}}$$

Progressão Geométrica

Fórmula do Termo Geral

$$\boxed{a_n = a_1 \,.\, q^{n-1}}$$

Para encontrarmos determinado termo numa P.G., basta apenas utilizarmos a fórmula do ***Termo Geral*** acima.

***a_n* :** Termo Geral (o termo que você quer encontrar)

***a_1* :** Primeiro Termo da P.G

***q* :** Razão da P.G.

Por exemplo:

$a_n = a_1 \,.\, q^{n-1}$	
a_5	$a_1 \,.\, q^4$
a_8	$a_1 \,.\, q^7$
a_{16}	$a_1 \,.\, q^{15}$

Mas, nem sempre, o enunciado da questão nos fornecerá o primeiro termo da P.G., e se ele pedir o 21° termo e tiver fornecido o 15°? E agora????

Ahhh, Allan, muito simples: basta resolver um "sisteminha" de equações e pronto...

Tem um caminho mais fácil, vejam:

Termo Geral $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$				
a_5	$a_1 \cdot q^4$	$a_2 \cdot q^3$	$a_3 \cdot q^2$	$a_4 \cdot q^1$
a_8	$a_1 \cdot q^7$	$a_2 \cdot q^6$	$a_3 \cdot q^5$	$a_4 \cdot q^4$
a_{16}	$a_1 \cdot q^{15}$	$a_2 \cdot q^{14}$	$a_3 \cdot q^{13}$	$a_4 \cdot q^{12}$

Vejam os índices que destaquei em vermelho, meus amigos.

Perceberam algum padrão?

Se eu quero o ***5° termo***, eu posso encontrar de todas as maneiras acima. O importante é a soma dos índices em destaque ser justamente ***5 (o termo a ser encontrado).*** Sacaram?

Nessa lógica, nem precisamos decorar a Fórmula do Termo Geral, concordam?

Soma dos Termos de uma PG Finita:

$$S_n = \frac{a_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1}$$

Pessoal, vamos, já já, aplicar a fórmula nas questões, beleza?

Os elementos da fórmula nós já conhecemos.

Soma dos Termos de uma PG Infinita

Como calcular algo infinito?

Bem, pessoal, esse é um caso específico de uma ***Progressão Geométrica*** Infinita e ***DECRESCENTE***.

(1, 1/2, 1/4, 1/8, 1/16, ...)

O denominador vai crescendo de forma exponencial tornando a fração cada vez menor, dizemos (a grosso modo) que o limite tende a zero.

A principal característica de uma P.G. decrescente é ter uma razão no intervalo entre 0 e 1.

0 < Razão (q) < 1

Nesses casos, podemos determinar a Soma dos Termos dessa P.G., através da fórmula:

$$S = \frac{a_1}{1-q}$$

Fórmulas P.A. / P.G.

	P. Aritmética	*P. Geométrica*
Termo Geral	$a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$	$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$
Soma dos Termos Finita/Limitada	$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$	$S_n = \frac{a_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1}$
Soma dos Termos Infinita	Não Existe	$S = \frac{a_1}{1-q}$

Aposta Estratégica

Pessoal, veremos com as resoluções a seguir que muitas questões de ***Progressão Geométrica*** poderão ser resolvidas sem o uso de fórmulas, exceto da ***Soma dos Termos de uma P.G. Infinita***.

$0 < \text{Razão } (q) < 1$

Sendo assim, minha ***Aposta Estratégica*** nesse assunto será a ***memorização*** da fórmula que solucionará essas questões.

$$S = \frac{a_1}{1 - q}$$

QUESTÕES ESTRATÉGICAS – PROGRESSÃO ARITMÉTICA

Nesta seção, apresentamos e comentamos uma amostra de questões objetivas selecionadas estrategicamente: são questões com nível de dificuldade semelhante ao que você deve esperar para a sua prova e que, em conjunto, abordam os principais pontos do assunto.

A ideia, aqui, não é que você fixe o conteúdo por meio de uma bateria extensa de questões, mas que você faça uma boa revisão global do assunto a partir de, relativamente, poucas questões.

Q.01 (CESGRANRIO / Escriturário (BB) /2018)

Uma sequência numérica tem seu termo geral representado por a_n, para $n \geq 1$. Sabe-se que $a_1 = 0$ e que a sequência cujo termo geral é $b_n = a_{n+1} - a_n$, $n \geq 1$, é uma progressão aritmética cujo primeiro termo é $b_1 = 9$ e cuja razão é igual a 4.

O termo a_{1000} é igual a

a) 2.002.991.

b) 2.002.995.

c) 4.000.009.

d) 4.009.000.

e) 2.003.000.

Comentários:

Pessoal, essa é uma questão progressão aritmética.

Temos os seguintes dados:

$b_n = a_{n+1} - a_n$

$b_1 = 9$

$razão\ b = r = 4$

$a_1 = 0$

A questão pede a_{1000}. Vejam que **a** tem uma relação com **b**. Logo, a primeira coisa a ser feita é descobrir o padrão dessa relação.

$$b_n = a_{n+1} - a_n$$

$$b_1 = a_2 - a_1$$

$$\boldsymbol{a_2 = b_1 + a_1}$$

$$a_2 = 9 + 0$$

$$a_2 = 9$$

Utilizando a fórmula do termo geral de uma progressão aritmética podemos achar b_2.

$$b_n = b_1 + (n-1).r$$

$$b_2 = b_1 + (2-1).r$$

$$b_2 = 9 + (2-1).4$$

$$b_2 = 13$$

De posse dos valores de b_2 e a_2, podemos achar a_3.

$$\boldsymbol{a_3 = b_2 + a_2}$$

$$a_3 = 13 + 9$$

$$a_3 = 22$$

Utilizando novamente a fórmula do termo geral da progressão aritmética podemos achar o valor de b_3.

$$b_3 = b_1 + (3-1).4$$

$$b_3 = 9 + 2.4$$

$$b_3 = 17$$

De posse dos valores de b_3 e a_3, podemos achar a_4.

$$\boldsymbol{a_4 = b_3 + a_3}$$

$$a_4 = 17 + 22$$

$$a_4 = 39$$

O valor de b_4 será

$$b_4 = b_1 + (4-1).4$$

$$b_4 = 9 + 3.4$$

$$b_4 = 21$$

Portanto, as duas sequências são as seguintes:

b_n=(9,13,17, 21, ...)

a_n=(0, 9, 22, 39, ...)

Vejam que os valores de **a** são obtidos pela soma dos valores anteriores de **b**. Logo, o valor de a_{1000} será a soma dos 999 primeiros termos de **b**. Desta forma, temos que calcular a S_{999} de **b**.

A fórmula da soma de termos de uma progressão aritmética é a seguinte:

$$S_n = \frac{(b_1 + b_n).n}{2}$$

$$S_{999} = \frac{(b_1 + b_{999}).999}{2}$$

Temos que descobrir o valor de b_{999}.

$$b_{999} = b_1 + (999-1).4$$

$$b_{999} = 9 + 998.4$$

$$b_{999} = 9 + 3.992$$

$$b_{999} = 4.001$$

Agora é só achar a S_{999} que já teremos o valor de a_{1000}.

$$S_{999} = \frac{(9 + 4.001).999}{2}$$

$$S_{999} = \frac{4.010\,.999}{2}$$

$$S_{999} = 2.005\,.999$$

$$S_{999} = 2.002.995 = a_{1000}$$

Gabarito: B

Q.02 (CESGRANRIO / Escriturário (BB) /"Sem Área"/2018)

Para obter uma amostra de tamanho 1.000 dentre uma população de tamanho 20.000, organizada em um cadastro em que cada elemento está numerado sequencialmente de 1 a 20.000, um pesquisador utilizou o seguinte procedimento:

I - calculou um intervalo de seleção da amostra, dividindo o total da população pelo tamanho da amostra: 20.000/1.000 = 20;

II - sorteou aleatoriamente um número inteiro, do intervalo [1, 20]. O número sorteado foi 15; desse modo, o primeiro elemento selecionado é o 15°;

III - a partir desse ponto, aplica-se o intervalo de seleção da amostra: o segundo elemento selecionado é o 35° (15+20), o terceiro é o 55° (15+40), o quarto é o 75° (15+60), e assim sucessivamente.

O último elemento selecionado nessa amostra é o

a) 19.997°.

b) 19.995°.

c) 19.965°.

d) 19.975°.

e) 19.980°.

Comentários:

Essa é uma questão de Progressão Aritmética (PA). Temos que obter uma amostra de 1.000 elementos em uma população de tamanho 20.000. Essa população está enumerada de 1 a 20.000. os procedimentos foram os seguintes:

I) dividiu a população por 1.000

$$\frac{20.000}{1.000} = 20$$

II) em um intervalo [1, 20] foi escolhido o 15º elemento. Esse será o primeiro elemento da sequência de 1.000 que iremos escolher para compor a amostra.

III) depois de achar o primeiro elemento, os demais foram encontrados da seguinte forma:

Segundo = 35º (15+20)

Terceiro = 55º (15+40)

Quarto = 75º (15+60)

....

Agora temos que descobrir qual será o último termo a ser selecionada para amostra. Para isso, temos que descobrir qual a razão da PA.

$$a_n = a_1 + (n-1).r$$

$$a_2 = a_1 + (2-1).r$$

Sendo,

$a_1 = 15$

$a_2 = 35$

$$35 = 15 + r$$

$$r = 20$$

Sabendo o valor da razão, iremos descobrir a_{1000}.

$$a_{1000} = a_1 + (1000-1).20$$

$$a_{1000} = 15 + 999\,.\,20$$

$$a_{1000} = 15 + 19.980$$

$$a_{1000} = 19.995$$

Gabarito: B

Q.03 (CESGRANRIO / TRANSPETRO/Comercialização e Logística Júnior /2018)

O número de passageiros que uma empresa de transporte aéreo tem transportado para uma petroleira vem diminuindo, segundo o padrão apresentado na Tabela a seguir:

Ano	Número de passageiros transportados por ano
2014	10.000
2015	9.600
2016	9.200
2017	8.800

Supondo-se que esse padrão se mantenha, a previsão para a quantidade total de passageiros transportados por essa empresa, no período de 2014 a 2025, contando-se com os anos 2014 e 2025, será igual a

a) 86.400.

b) 93.600.

c) 103.800.

d) 172.800.

e) 187.200.

Comentários:

Pessoal, essa é uma questão de PA e como podemos perceber na tabela fornecida que razão da PA é negativa, pois o número passageiro diminui -400 a cada ano. A banca quer saber o total de passageiro entre os anos de 2014 a 2025. Nesse período temos 12 anos ((2025 – 2014) + 1 = 12).

Primeiro temos que descobrir qual é o a_{12}.

$$a_n = a_1 + (n-1).r$$

$$a_{12} = a_1 + (12-1).r$$

Onde,

$a_1 = 10.000$

$r = -400$

$$a_{12} = 10.000 + 11.(-400)$$

$$a_{12} = 10.000 - 4400$$

$$a_{12} = 5.600$$

De posse do valor de a_{12} utilizamos a equação da soma dos temos de uma PA para descobrir o número de passageiros.

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n).n}{2}$$

$$S_{12} = \frac{(a_1 + a_{12}).12}{2}$$

$$S_{12} = \frac{(10.000 + 5.600).12}{2}$$

$$S_{12} = 15.600\,.\,6$$

$$S_{12} = 93.600$$

Gabarito: B

LISTA DE QUESTÕES ESTRATÉGICAS – PROGRESSÃO ARITMÉTICA

Q.01 (CESGRANRIO / Escriturário (BB) /2018)

Uma sequência numérica tem seu termo geral representado por a_n, para $n \geq 1$. Sabe-se que $a_1 = 0$ e que a sequência cujo termo geral é $b_n = a_{n+1} - a_n$, $n \geq 1$, é uma progressão aritmética cujo primeiro termo é $b_1 = 9$ e cuja razão é igual a 4.

O termo a_{1000} é igual a

a) 2.002.991.

b) 2.002.995.

c) 4.000.009.

d) 4.009.000.

e) 2.003.000.

Q.02 (CESGRANRIO / Escriturário (BB) /"Sem Área"/2018)

Para obter uma amostra de tamanho 1.000 dentre uma população de tamanho 20.000, organizada em um cadastro em que cada elemento está numerado sequencialmente de 1 a 20.000, um pesquisador utilizou o seguinte procedimento:

I - calculou um intervalo de seleção da amostra, dividindo o total da população pelo tamanho da amostra: 20.000/1.000 = 20;

II - sorteou aleatoriamente um número inteiro, do intervalo [1, 20]. O número sorteado foi 15; desse modo, o primeiro elemento selecionado é o 15°;

III - a partir desse ponto, aplica-se o intervalo de seleção da amostra: o segundo elemento selecionado é o 35° (15+20), o terceiro é o 55° (15+40), o quarto é o 75° (15+60), e assim sucessivamente.

O último elemento selecionado nessa amostra é o

a) 19.997°.

b) 19.995°.

c) 19.965°.

d) 19.975°.

e) 19.980°.

Q.03 (CESGRANRIO / TRANSPETRO/Comercialização e Logística Júnior /2018)

O número de passageiros que uma empresa de transporte aéreo tem transportado para uma petroleira vem diminuindo, segundo o padrão apresentado na Tabela a seguir:

Ano	Número de passageiros transportados por ano
2014	10.000
2015	9.600
2016	9.200
2017	8.800

Supondo-se que esse padrão se mantenha, a previsão para a quantidade total de passageiros transportados por essa empresa, no período de 2014 a 2025, contando-se com os anos 2014 e 2025, será igual a

a) 86.400.

b) 93.600.

c) 103.800.

d) 172.800.

e) 187.200.

QUESTÕES ESTRATÉGICAS – PROGRESSÃO GEOMÉTRICA

1. *(CESGRANRIO / TRANSPETRO / Comércio e Suprimento/2018)*

O número de equipamentos vendidos por uma empresa vem aumentando a uma taxa de crescimento constante nos últimos anos, conforme mostra a Tabela a seguir.

Ano	Número de equipamentos vendidos por ano
2014	10.000
2015	12.000
2016	14.400
2017	17.280

A empresa precisa programar-se para que sua produção possa atender às demandas futuras, caso essa tendência se mantenha.

Assim, considerando-se 2,5 como aproximação para $1{,}2^5$, e mantida a taxa de crescimento observada, o número mais próximo para a previsão de vendas de todo o período de 2014 a 2023, em milhares de equipamentos, contando, inclusive, com as vendas de 2014 e 2023, é igual a

a) 156,2.

b) 162,5.

c) 190,0.

d) 262,5.

e) 285,2.

Comentários:

Essa é uma questão de Progressão Geométrica (PG). A banca que saber o número de vendas do período ***de*** 2014 ***a*** 2023. Ele ainda deu a dica para o candidato ***incluir os extremos***. Ok?

Nesse caso, são 10 anos (2023 – 2014) ***+ 1*** = ***10 anos***.

Para encontrar a razão utilizamos a equação do termo geral da PG.

$$\boxed{a_n = a_1 \, . \, q^{n-1}}$$

$$a_2 = a_1 \cdot q^{2-1}$$

Sendo:

a_1 = 10.000

a_2 = 12.000

$$12.000 = 10.000 \, . \, q$$

$$q = \frac{12.000}{10.000} = 1,2$$

Sabendo essa razão utilizamos a ***equação da soma de termos*** de uma PG e com isso encontrar o número de vendas no período.

$$\boxed{S_n = \frac{a_1.(q^n - 1)}{q - 1}}$$

Onde:

a_1 = 10.000

q = razão da PG = 1,2

n = 10

$$S_{10} = \frac{10.000 \cdot (1{,}2^{10} - 1)}{1{,}2 - 1}$$

Na questão temos que 2,5 = $1{,}2^5$.

$$S_{10} = \frac{10.000 \cdot ((1{,}2^5)^2 - 1)}{0{,}2}$$

$$S_{10} = \frac{10.000 \cdot (2{,}5^2 - 1)}{0{,}2}$$

$$S_{10} = \frac{10.000 \cdot (6{,}25 - 1)}{0{,}2}$$

$$S_{10} = \frac{10.000 \cdot \ 5{,}25}{0{,}2}$$

$$S_{10} = 262.500$$

Pelo fato de a pergunta ter sido feita em milhares, então, na resposta a banca colocou os valores divididos por 1.000. Portanto, ***262,5.***

Gabarito: D

2. (CESGRANRIO / TRANSPETRO /Transporte Marítimo/2018

Sabe-se que, em uma determinada progressão geométrica, a razão é 0,8. Se o quinto termo é 4.096; então, o Limite da Soma dos "n" primeiros dessa P.G., quando n tende a infinito, é igual a

a) 10.000.

b) 20.000.

c) 30.000.

d) 40.000.

e) 50.000.

Comentários:

Pessoal, a banca quer saber a soma dos termos da PG quando "**n**" tende ao infinito. Foram dadas as seguintes informações:

q = 0,8

$a_5 = 4.096$

Como temos que descobrir a soma dos temos da PG e foi dado o quinto termo, teremos que encontrar o primeiro termo. Para isso, utilizaremos a equação do termo geral de uma PG é dada por:

$$\boxed{\boldsymbol{a_n = a_1 \cdot q^{n-1}}}$$

$$a_5 = a_1 \cdot q^{5-1}$$

$$4.096 = a_1 \cdot 0{,}8^4$$

Podemos rescrever essa equação da seguinte forma:

$$4.096 = a_1 \cdot \left(\frac{8}{10}\right)^4$$

$$4.096 = a_1 \cdot \frac{4.096}{10.000}$$

$$\boldsymbol{a_1 = 10.000}$$

A soma dos infinitos termos de uma PG com razão entre 0 e 1 é dada por:

$$\boxed{\boldsymbol{S = \frac{a_1}{1-q}}}$$

$$S = \frac{10.000}{1-0{,}8}$$

$$S = \frac{10.000}{0,2}$$

$$S = 50.000$$

Gabarito: E

3. *(CEBRASPE / TJ – PA / 2020)*

No dia 1.° de janeiro de 2019, uma nova secretaria foi criada em certo tribunal, a fim de receber todos os processos a serem protocolados nessa instituição. Durante o mês de janeiro de 2019, 10 processos foram protocolados nessa secretaria; a partir de então, a quantidade mensal de processos protocolados na secretaria durante esse ano formou uma progressão geométrica de razão igual a 2.

Nessa situação hipotética, a quantidade de processos protocolados nessa secretaria durante os meses de junho e julho de 2019 foi igual a

a) *320.*
b) *480.*
c) *640.*
d) *960.*
e) *1.270.*

Comentários:

Vamos fazer a questão sem o uso de fórmulas, ok? Será bem mais fácil. Mas, de toda forma, pratiquem usando a ***Fórmula do Termo Geral***, também.

Sem Fórmulas:

Você precisa saber o que fazer com essa ***razão 2***, ok? Foi por isso que eu falei na aula da importância de saber diferenciar a PA da PG. Sabemos que a razão 2 serve para dobrar um termo para determinar o seu sucessor imediato, então lá vá:

JAN	FEV	MAR	ABR	MAI	JUN	JUL	AGO
10	20	40	80	160	320	640	1280

Como o enunciado pede a soma dos meses de ***Junho (320)*** e ***Julho (640)***, temos: ***960***

Gabarito: D

4. *(FCC / TRF 3ª Região / 2019)*

Um carro percorreu 3.000 km. A cada dia de viagem, a partir do primeiro, ele dobrou a distância percorrida no dia anterior. Se ele finalizou a viagem em quatro dias, a distância percorrida, em quilômetros, no primeiro dia foi de

a) *100*

b) *200*
c) *150*
d) *250*
e) *300*

Comentários:

Meus caros, percebam que ele nos forneceu a soma das distâncias percorridas nos 4 dias, 3000km ok? A outra informação dada foi em relação da distância percorrida a cada dia com o dia anterior. O dobro. Sendo assim, vamos sugerir que no 1° dia ele tenha percorrido "k" quilômetros, logo:

DIA 1	DIA 2	DIA 3	DIA 4	TOTAL 3000km
k	2k	4k	8k	15k

A soma de todas as distâncias percorridas em função de "k" é 15k e em quilômetros é de 3000km. Agora, basta igualarmos:

$$15\ k = 3000$$

$$k = 200$$

Sendo "k" a distância percorrida no 1° dia, nossa resposta é 200km.

Gabarito: B

5. *(FCC / TRT 6ª Região / 2018)*

Murilo planeja percorrer 90 km em 4 dias de caminhada. Ele vai percorrer, em cada um dos últimos três dias, o dobro da distância que percorreu no dia anterior. A diferença entre o total da distância que Murilo percorrerá no primeiro e quarto dias com o total da distância que percorrerá no segundo e terceiro dias será igual a

a) *18 km*
b) *21 km*
c) *28 km.*
d) *14 km*
e) *24 km.*

Comentários:

Ops!!! Tente fazer sem o uso das fórmulas. Essa questão é bem parecida com a anterior.

DIA 1	DIA 2	DIA 3	DIA 4	TOTAL 90km
k	2k	4k	8k	15k

$$15\ k = 90$$

$$k = 6\ ,\ \text{logo:}$$

DIA 1	DIA 2	DIA 3	DIA 4	TOTAL
6	12	24	48	90

A diferença entre o total da distância que Murilo percorrerá no primeiro (6) e quarto (48) dias com o total da distância que percorrerá no segundo (12) e terceiro (24) dias será igual a:

$$= 6 + 48 - (12 + 24) =$$
$$= 54 - 36 =$$
$$= 18 =$$

Gabarito: A

Lista de Questões Estratégicas – Progressão Geométrica

1. *(CESGRANRIO / TRANSPETRO) /Comércio e Suprimento/2018*

O número de equipamentos vendidos por uma empresa vem aumentando a uma taxa de crescimento constante nos últimos anos, conforme mostra a Tabela a seguir.

Ano	Número de equipamentos vendidos por ano
2014	10.000
2015	12.000
2016	14.400
2017	17.280

A empresa precisa programar-se para que sua produção possa atender às demandas futuras, caso essa tendência se mantenha.

Assim, considerando-se 2,5 como aproximação para $1{,}2^5$, e mantida a taxa de crescimento observada, o número mais próximo para a previsão de vendas de todo o período de 2014 a 2023, em milhares de equipamentos, contando, inclusive, com as vendas de 2014 e 2023, é igual a

a) 156,2.

b) 162,5.

c) 190,0.

d) 262,5.

e) 285,2.

2. *(CESGRANRIO / TRANSPETRO /Transporte Marítimo/2018*

Sabe-se que, em uma determinada progressão geométrica, a razão é 0,8. Se o quinto termo é 4.096; então, o Limite da Soma dos "n" primeiros dessa P.G., quando n tende a infinito, é igual a

a) 10.000.

b) 20.000.

c) 30.000.

d) 40.000.

e) 50.000.

3. *(CEBRASPE / TJ – PA / 2020)*

No dia 1.° de janeiro de 2019, uma nova secretaria foi criada em certo tribunal, a fim de receber todos os processos a serem protocolados nessa instituição. Durante o mês de janeiro de 2019, 10 processos foram protocolados nessa secretaria; a partir de então, a quantidade mensal de processos protocolados na secretaria durante esse ano formou uma progressão geométrica de razão igual a 2.

Nessa situação hipotética, a quantidade de processos protocolados nessa secretaria durante os meses de junho e julho de 2019 foi igual a

a) 320.
b) 480.
c) 640.
d) 960.
e) 1.270.

4. *(FCC / TRF 3ª Região / 2019)*

Um carro percorreu 3.000 km. A cada dia de viagem, a partir do primeiro, ele dobrou a distância percorrida no dia anterior. Se ele finalizou a viagem em quatro dias, a distância percorrida, em quilômetros, no primeiro dia foi de

a) 100
b) 200
c) 150
d) 250
e) 300

5. *(FCC / TRT 6ª Região / 2018)*

Murilo planeja percorrer 90 km em 4 dias de caminhada. Ele vai percorrer, em cada um dos últimos três dias, o dobro da distância que percorreu no dia anterior. A diferença entre o total da distância que Murilo percorrerá no primeiro e quarto dias com o total da distância que percorrerá no segundo e terceiro dias será igual a

a) 18 km

b) 21 km
c) 28 km.
d) 14 km
e) 24 km.

Gabarito – Progressão Aritmética

1	2	3
B	B	B

Gabarito – Progressão Geométrica

1	2	3	4	5
D	E	D	B	A

Prof. Allan Maux

ESSA LEI TODO MUNDO CONHECE:
PIRATARIA É CRIME.

Mas é sempre bom revisar o porquê e como você pode ser prejudicado com essa prática.

1. Professor investe seu tempo para elaborar os cursos e o site os coloca à venda.

2. Pirata divulga ilicitamente (grupos de rateio), utilizando-se do anonimato, nomes falsos ou laranjas (geralmente o pirata se anuncia como formador de "grupos solidários" de rateio que não visam lucro).

3. Pirata cria alunos fake praticando falsidade ideológica, comprando cursos do site em nome de pessoas aleatórias (usando nome, CPF, endereço e telefone de terceiros sem autorização).

4. Pirata compra, muitas vezes, clonando cartões de crédito (por vezes o sistema anti-fraude não consegue identificar o golpe a tempo).

5. Pirata fere os Termos de Uso, adultera as aulas e retira a identificação dos arquivos PDF (justamente porque a atividade é ilegal e ele não quer que seus fakes sejam identificados).

6. Pirata revende as aulas protegidas por direitos autorais, praticando concorrência desleal e em flagrante desrespeito à Lei de Direitos Autorais (Lei 9.610/98).

7. Concurseiro(a) desinformado participa de rateio, achando que nada disso está acontecendo e esperando se tornar servidor público para exigir o cumprimento das leis.

8. O professor que elaborou o curso não ganha nada, o site não recebe nada, e a pessoa que praticou todos os ilícitos anteriores (pirata) fica com o lucro.

Deixando de lado esse mar de sujeira, aproveitamos para agradecer a todos que adquirem os cursos honestamente e permitem que o site continue existindo.