Estratégia Concursos

Aula 03

PRF (Policial) Raciocínio Lógico Matemático - 2023 (Pré-Edital)

Autor:

Equipe Exatas Estratégia Concursos

24 de Janeiro de 2023

Índice

LÓGICA DE PRIMEIRA ORDEM

Introdução

A Lógica de Primeira Ordem (LPO) surge de uma necessidade: **superar as limitações da Lógica Proposicional**. Quais limitações seriam essas? Considere a seguinte sentença declarativa: **todo aluno do Estratégia é aprovado**. Como representamos, **utilizando proposições e conectivos**, esse tipo de declaração? Existe uma certa dificuldade na tarefa. Isso acontece, pois, nas primeiras aulas do curso, nosso foco foi a Lógica Proposicional. Trabalhamos com expressões tais como:

$$p \wedge q$$
$$r \vee s$$
$$u \Longrightarrow v$$

Nós representamos proposições simples com letras minúsculas e **utilizamos conectivos** para expressar ideias que **possuíssem um pouco mais de complexidade**. Esse tipo de representação **vai se tornando precário** à medida que aumentamos o número de pessoas (objetos) e relações que queremos expressar.

Você deve estar pensando: *"ei professor, mas a sentença 'todo aluno do Estratégia é aprovado' é uma proposição categórica universal afirmativa! Nós já estudamos isso!"* É bem verdade que **as proposições categóricas serão um ótimo ponto de partida** no estudo da Lógica de Primeira Ordem! Aproveitaremos muitas coisas que vimos anteriormente. Por esse motivo, **faremos uma rápida revisão** de dois assuntos fundamentais: **equivalências lógicas** e **proposições quantificadas**.

Essa integração de assuntos facilita a resolução dos exercícios. Você verá que, apesar de haver questões que explicitamente trazem o conteúdo de Lógica de Primeira Ordem, poderemos resolvê-la utilizando Lógica Proposicional. O motivo para isso é que **aquela é apenas uma extensão desta**, **não uma substituição**. Logo, tudo que vimos na Lógica de Proposições, **continuará válido na Lógica de Predicados (LPO)**.

(BR/2012) Considere a seguinte afirmativa: Ser analista de sistemas é condição necessária porém não suficiente para ser engenheiro de software. Considere os predicados $A(x)$ e $E(x)$ que representam respectivamente que x é analista de sistemas e que x é engenheiro de software. Uma representação coerente da afirmativa acima, em lógica de primeira ordem, é

A) $A(x) \rightarrow E(x)$

B) $A(x) \rightarrow \neg E(x)$

C) $\neg A(x) \rightarrow E(x)$

D) $\neg E(x) \rightarrow \neg A(x)$
E) $E(x) \rightarrow A(x)$

Comentários:
Apesar de trazer predicados $A(x)$ e $E(x)$, **a questão é resolvida com <u>conhecimentos de aulas passadas</u>**. Lembre-se que, **em uma condicional**, temos o seguinte:

$$p \Longrightarrow q$$

A proposição $\boldsymbol{p}$ **é uma condição suficiente para** $\boldsymbol{q}$. Por sua vez, $\boldsymbol{q}$ **é uma <u>condição necessária</u> para** $\boldsymbol{p}$. Logo, se **ser analista é <u>condição necessária</u> para ser engenheiro** de software, então,

$$E(x) \Longrightarrow A(x)$$

Gabarito: LETRA E.

Uma Breve Revisão de Equivalências Lógicas

Você lembra o que é uma Equivalência Lógica? Simplificadamente, dizemos que **duas proposições são equivalentes quando elas apresentam a mesma tabela-verdade.** Para representar uma equivalência entre duas proposições, usamos o símbolo $\equiv$ **ou** $\Leftrightarrow$**.** Por não ser o foco dessa aula, **não faremos uma revisão exaustiva**. Nossa atenção estará voltada **para as equivalências mais importantes** ao estudo atual.

Dupla Negação de uma Proposição Simples

Considere a proposição:

$\boldsymbol{p}$: **O aluno estudou para a prova**.

Quando a negamos pela primeira vez, temos que:

$\sim\boldsymbol{p}$: **O aluno não estudou para a prova**.

A dupla negação pode ser representada por

$\sim(\sim\boldsymbol{p})$: **Não é verdade que o aluno não estudou para o prova**.

Essa última proposição é equivalente a dizer que: *O aluno estudou para prova*. Esse fato pode ser representado, <u>*genericamente*</u>, com a seguinte simbologia:

$$\sim(\sim p) \equiv p$$

Equivalências da Condicional

Muitas vezes vamos ter que escrever uma condicional de um jeito diferente, **mas exprimindo a mesma ideia**. Diante disso, é bastante válido que você tenha as seguintes equivalências bem memorizadas. Como exercício de revisão, você pode escrever as tabelas-verdades de cada uma das proposições compostas abaixo e **verificar que elas possuem a mesma tabela verdade**.

$$p \Rightarrow q \ \equiv {\sim}q \Rightarrow {\sim}p$$
$$p \Rightarrow q \equiv {\sim}p \vee q$$

Considere as seguintes proposições:

$\boldsymbol{p}$: **Ela estuda muito.**

$\boldsymbol{q}$: **Ela passa em qualquer concurso.**

A condicional que relaciona as duas proposições simples é:

$\boldsymbol{p \Longrightarrow q}$: Se **ela estuda muito**, então **ela passa em qualquer concurso**.

Semanticamente, note que a condicional abaixo traduz a mesma ideia:

$\boldsymbol{{\sim}q \Longrightarrow {\sim}p}$: Se **ela <u>não</u> passa em qualquer concurso**, então **ela <u>não</u> estuda muito**.

Adicionalmente, a seguinte disjunção possui o mesmo sentido que a condicional:

$\boldsymbol{{\sim}p \vee q}$: **Ela <u>não</u> estuda muito** ou **passa em qualquer concurso**.

HORA DE PRATICAR!

(SEFAZ-DF/2020) Considerando a proposição P: “Se o servidor gosta do que faz, então o cidadão-cliente fica satisfeito”, julgue o item a seguir. A proposição P é logicamente equivalente à seguinte proposição: “Se o cidadão-cliente não fica satisfeito, então o servidor não gosta do que faz”.

Comentários:

O item exige o conhecimento da seguinte equivalência:

$$p \Rightarrow q \ \equiv {\sim}q \Rightarrow {\sim}p$$

A condicional do enunciado é

Se **o servidor gosta do que faz**, então **o cidadão-cliente fica satisfeito**.

Com isso, podemos extrair **as seguintes proposições simples componentes**:

p: **O servidor gosta do que faz.**
q: **O cidadão-cliente fica satisfeito**.

Assim, negando as duas proposições acima e escrevendo a equivalência $\sim q \Longrightarrow \sim p$:

$\sim q \Longrightarrow \sim p$: Se **o cidadão-cliente não fica satisfeito**, então **o servidor não gosta do que faz**.

Observe que é exatamente a proposição sugerida pelo enunciado. Logo, o item encontra-se correto.

Gabarito: CERTO.

Negação da Condicional

Será necessário, em algumas questões, encontrar **uma proposição que seja equivalente a negação de uma condicional**. Nessas situações, **transformamos a condicional em uma conjunção**. Verifique as duas proposições possuem a mesma tabela-verdade.

$$\sim(p \Rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$$

(SEFAZ-DF/2020) Considerando a proposição P: "Se o servidor gosta do que faz, então o cidadão-cliente fica satisfeito", julgue o item a seguir. A proposição "O servidor não gosta do que faz, ou o cidadão-cliente não fica satisfeito" é uma maneira correta de negar a proposição P.

Comentários:
O item exige o conhecimento da seguinte equivalência:

$$\sim(p \Rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$$

A condicional do enunciado é

Se **o servidor gosta do que faz**, então **o cidadão-cliente fica satisfeito**.

Com isso, podemos extrair **as seguintes proposições simples componentes**:

p: O servidor gosta do que faz.

q: O cidadão-cliente fica satisfeito.

Assim, ao escrever a equivalência $p \wedge \sim q$, ficamos com:

$p \wedge \sim q$: **O servidor gosta do que faz** e **o cidadão cliente não fica satisfeito**.

Observe que o enunciado trouxe, **além de uma disjunção, as duas proposições negadas**. Há uma grande discrepância com a proposição que obtemos. Por esse motivo, **o item encontra-se errado**.

Gabarito: ERRADO.

Leis de De Morgan

Os Teoremas (ou leis) de De Morgan são, talvez, **as equivalências mais importantes de serem guardadas**. Você deve ir para sua prova dominando as duas relações abaixo.

$$\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$$
$$\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$$

As leis de De Morgan enunciam **a negação da conjunção e da disjunção**. O lado interessante delas é que elas possuem **uma construção bastante simétrica**. Note que, quando queremos negar uma conjunção, o resultado é uma disjunção com suas proposições componentes negadas. Analogamente, quando queremos negar uma disjunção, o resultado é uma conjunção com proposições componentes negadas.

(SEFAZ-AL/2020) A negação da proposição “Os servidores públicos que atuam nesse setor padecem e os beneficiários dos serviços prestados por esse setor padecem.” é corretamente expressa por “Os servidores públicos que atuam nesse setor não padecem e os beneficiários dos serviços prestados por esse setor não padecem.”.

Comentários:

O item exige o conhecimento da seguinte equivalência lógica: $\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$

O enunciado traz a seguinte conjunção que devemos negar:

Os servidores públicos que atuam nesse setor padecem

e

os beneficiários dos serviços prestados por esse setor padecem.

Com isso, podemos extrair as seguintes proposições simples:

p: **Os servidores públicos que atuam nesse setor padecem**.

q: **Os beneficiários dos serviços prestados por esse setor padecem.**

Para negar a conjunção, devemos utilizar as leis de De Morgan. Negamos as duas proposições e trocamos a conjunção por uma disjunção.

$\sim p$: **Os servidores públicos que atuam nesse setor não padecem.**

$\sim q$: **Os beneficiários dos serviços prestados por esse setor não padecem.**

$\sim p \vee \sim q$:

Os servidores públicos que atuam nesse setor não padecem

ou

os beneficiários dos serviços prestados por esse setor não padecem.

Apesar de o enunciado trazer as duas proposições negadas, **ele não trocou a conjunção pela disjunção**. Devemos utilizar OU ao invés de E. Por esse motivo, o item encontra-se errado.

Gabarito: ERRADO.

Uma Breve Revisão de Proposições Categóricas

Em aulas passadas, vimos que proposições categóricas são proposições que **estabelecem uma relação entre dois objetos de categorias distintas**. Além disso, elas não deixam de ser quantificadas, pois **envolvem dois tipos de quantificadores** que serão essenciais para a lógica de primeira ordem:

- **O quantificador universal:** $\forall$
  Esse primeiro quantificador expressa **a ideia de totalidade**. Lê-se *"para todo", "qualquer que seja"*.

- **O quantificador existencial:** $\exists$
  Expressa a ideia de existência de **pelo menos um objeto com determinada propriedade**. Sua leitura é dada por *"existe", "algum", "pelo menos um".*

Lembre-se que existem **quatro tipos de proposições quantificadas**: a universal positiva, a universal negativa, a particular positiva e a particular negativa. No contexto das proposições categóricas, chamamos esses tipos de **"formas" A, E, I e O**, respectivamente. Acompanhe abaixo uma tabela para ajudar na revisão.

Forma	Aspecto Geral	Exemplo
A	Todo S é P.	Todo brasileiro é educado.
E	Todo S não é P Nenhum S é P.	Todo brasileiro não é educado. Nenhum brasileiro é educado.
I	Algum S é P.	Algum brasileiro é educado.
O	Algum S não é P.	Algum brasileiro não é educado.

O **principal problema** envolvendo proposições categóricas **não está em decorar as formas ou seus tipos**. Para nossa prova, **devemos saber negá-las**. Vamos relembrar como fazemos isso por meio de uma questão recente?

(MINISTÉRIO DA ECONOMIA/2020) Julgue o item seguinte, relativo à lógica proposicional e à lógica de primeira ordem. A negação da proposição "Todas as reuniões devem ser gravadas por mídias digitais" é corretamente expressa por "Nenhuma reunião deve ser gravada por mídias digitais".

Comentários:

Queremos negar a seguinte proposição quantificada universal positiva:

Todas as reuniões devem ser gravadas por mídias digitais.

Primeiramente, devemos **substituir o quantificador universal por um quantificador existencial.** "Todas" virará "Alguma". Além disso, devemos negar o predicado. No caso dessa questão, **o predicado é "devem ser gravadas por mídias digitais".** Como devemos negá-lo, ficamos com "não devem ser gravadas por mídias digitais." Juntando a troca de quantificador com a negação do predicado e **fazendo os ajustes de português necessários**, obtemos:

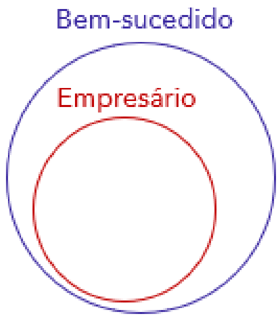
Alguma reunião não deve ser gravada por mídias digitais.

A principal lição que devemos levar é que, para negar proposições que são iniciadas com "todos (as)", **não precisamos fazer uma generalização e dizer "nenhum"**. Imagine que você afirma que **todas as pessoas da sua família são bonitas**. Para alguém dizer que você mentiu, **basta esse alguém encontrar uma única pessoa da sua família que é feia** e você já terá sido pego em uma mentira.

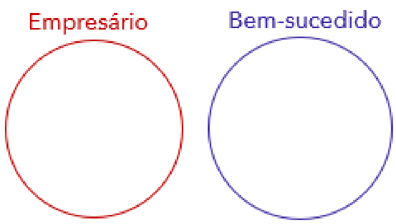
Gabarito: ERRADO.

ACORDE!

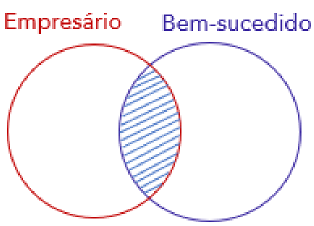
Por último, é importante lembrar que **as ideias das proposições categóricas podem ser representadas por diagramas lógicos**. Essas estruturas visam facilitar nossa interpretação, **possibilitando um julgamento mais assertivo das ideias**. Observe os tipos de diagramas que temos abaixo.



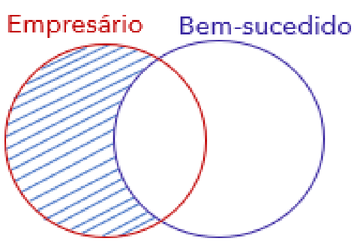
O diagrama ao lado traduz a ideia de que **todo empresário é bem-sucedido**. Isso ocorre pois o conjunto dos empresários, representado pelo círculo vermelho, **está totalmente contido dentro do círculo maior**, representativo das pessoas que são bem-sucedidas. O principal aprendizado que você deve levar dessa análise é que quando dizemos que todo empresário é bem-sucedido, **não estamos dizendo que todo bem-sucedido é empresário**. Note que há regiões no diagrama dos bem-sucedidos que **não está preenchida pelo conjunto dos empresários**. Essa região representa **os bem-sucedidos que não são empresários**.



O diagrama ao lado traduz a ideia de que **nenhum empresário é bem-sucedido**. Para expressar essa ideia, desenhamos dois conjuntos **totalmente afastados**. Conjuntos como esses, que não apresentam intersecção, **são chamados de disjuntos**.



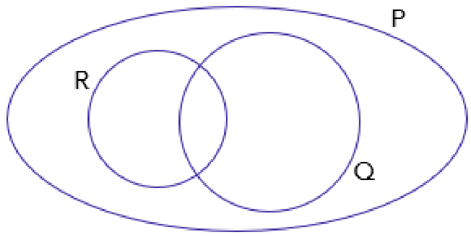
Esse terceiro diagrama traduz a ideia de que **algum empresário que é bem-sucedido**. Note que **há uma região de intersecção entre os dois conjuntos**. Se essa região existe, então é porque há um empresário que, necessariamente, é bem-sucedido.



Por último, utilizando o mesmo diagrama anterior, mas apenas **destacando uma região diferente**, podemos expressar mais uma ideia. A intenção é destacar que **algum empresário não é bem sucedido**. Note que **a região fora da intersecção entre os dois conjuntos, mas dentro do conjunto dos empresários**, consegue representar esse fato.

HORA DE PRATICAR!

(EBSERH/2020) No diagrama a seguir, considere que há elementos em todas as seções e interseções.



Nessa situação, é verdade afirmar que

A) todo elemento de P, que não é elemento de R, é elemento de Q.

B) todo elemento de Q, que não é elemento de R, não é elemento de P.

C) todo elemento de R, que é elemento de Q, não é elemento de P.

D) qualquer elemento de P, que não é elemento de Q, é elemento de R.

E) todo elemento de R, que não é elemento de Q, é elemento de P.

Comentários:

A) todo elemento de P, que não é elemento de R, é elemento de Q.

Alternativa incorreta. Observe que **existe uma região do conjunto P que não é preenchida nem pelo conjunto R, nem pelo conjunto Q**. Logo, existe elemento de P, que não é elemento de R, nem de Q.

B) todo elemento de Q, que não é elemento de R, não é elemento de P.

Alternativa incorreta. Observe que o conjunto Q está totalmente inserido em P, dessa forma, **todo elemento de Q é elemento de P**, independentemente desse elemento também ser (ou não) de R.

C) todo elemento de R, que é elemento de Q, não é elemento de P.

Alternativa incorreta. Observe que o conjunto R está totalmente inserido em P, dessa forma**, todo elemento de R é elemento de P**, independentemente desse elemento também ser (ou não) de Q.

D) qualquer elemento de P, que não é elemento de Q, é elemento de R.

Alternativa incorreta. Observe que existe uma região do conjunto P que não é preenchida nem pelo conjunto R, nem pelo conjunto Q. Logo, **existe elemento de P, que não é elemento de R, nem de Q**.

E) todo elemento de R, que não é elemento de Q, é elemento de P.

Alternativa correta. Observe que o conjunto R está totalmente inserido em P, dessa forma, **todo elemento de R é elemento de P**, independentemente desse elemento também ser (ou não) de Q.

Gabarito: LETRA E.

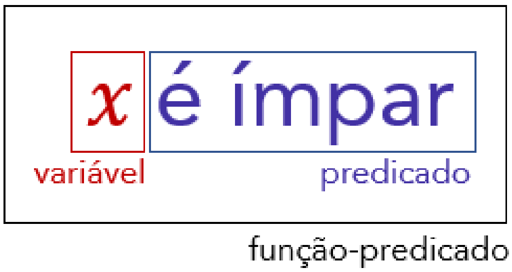
Lógica de Primeira Ordem

Simbologia e Aspectos Iniciais

Agora sim estamos preparados para entrar na Lógica de Primeira Ordem. Nesse primeiro momento, nosso principal objetivo será **passar alguns conceitos iniciais** e provocar uma **familiarização com os símbolos** que estaremos utilizando. Devemos, ao final desse capítulo, ser capazes de **traduzir a notação simbólica** que permeia a LPO **para o bom e velho português**. Para começar, considere a seguinte sentença:

$$x \text{ é ímpar}$$

A sentença acima é verdadeira ou falsa? Não sabemos, pois **dependemos do valor de x**. Como x pode assumir vários valores distintos, **chamamos o x de variável**. Além disso, tudo que é dito sobre essa variável, nós **chamamos de predicado**. A oração "x é ímpar" vai ser, portanto, **uma função-predicado (ou função proposicional)** pois é uma sentença que depende do valor de uma variável para que seja possível atribuí-la determinado valor lógico. Observe:



A pergunta que faremos agora é: *quais números a variável x pode assumir?* Podemos considerar **o conjunto dos números inteiros**, isto é:

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

Nessa situação, chamamos o conjunto dos números inteiros de **Universo de Discurso do predicado**. Em outras palavras, **o Universo de Discurso é um conjunto formado pelos valores que a variável de uma função-predicado pode assumir**. Em muitas situações, esse conjunto não é explicitamente detalhado, ficando a cargo do leitor sua correta identificação **dado o contexto do problema**. Vamos observar alguns exemplos.

- x é um país emergente.
  Se nada for falado no comando da questão, pode-se extrair como Universo de Discurso o conjunto formado por **todos os países existentes no globo**. Por exemplo, se x assumir o valor "Canadá", a proposição será falsa. Caso assuma "Índia", então teremos uma proposição verdadeira.

- x passou no concurso dos sonhos.
  Novamente, se nada for falado no comando da questão, pode-se extrair como Universo de Discurso o conjunto formado por **todas as pessoas que estudam para concursos**. No entanto, o examinador pode estabelecer o Universo de Discurso como sendo, por exemplo, só os alunos do Estratégia.

Observe que ficar escrevendo a função-predicado "x é ímpar" não é interessante, pois, quando começarmos a aplicar propriedades e a fazer um estudo mais detalhado dos predicados, "carregar" a sentença inteira não é a melhor das ideias. Por esse motivo, **podemos simplificá-la escrevendo-a de até três maneiras distintas: $\boldsymbol{Impar(x)}$ ou $\boldsymbol{I(x)}$ ou $\boldsymbol{Ix}$.**

$$\boldsymbol{Impar(x) = I(x) = Ix = x \text{ é } ímpar}$$

HORA DE PRATICAR!

(BR/2012) Considere a afirmativa “Todo gerente de projeto é programador”. Considere os predicados G(x) e P(x), que representam, respectivamente, que x é gerente de projeto e que x é programador. Uma representação coerente da afirmativa acima em lógica de primeira ordem é

A) $G(x) \rightarrow \neg P(x)$

B) $\neg G(x) \rightarrow P(x)$

C) $P(x) \rightarrow G(x)$

D) $\neg P(x) \rightarrow G(x)$

E) $\neg P(x) \rightarrow \neg G(x)$

Comentários:

O enunciado fornece os seguintes predicados:

$$G(x): \quad x \text{ é gerente de projeto}$$
$$P(x): \quad x \text{ é programador}$$

Note que afirmações do tipo **"todo A é B"** são equivalentes à **"Se A, então B"**. Dessa forma, devemos colocar os predicados acima na forma de uma condicional. Considerando os dados do enunciado, temos que**: todo gerente de projeto é programador.** Observe que tal afirmativa equivale a falar: **se é gerente de projeto, então é programador**. Em notação da lógica de primeira ordem fica:

$$G(x) \Longrightarrow P(x)$$

Observe que a forma que escrevemos **não está contemplada entre as alternativas**. Devemos, nesse momento, lembrar da aula de Equivalências Lógicas:

$$p \Longrightarrow q \qquad \equiv \qquad \neg q \Longrightarrow \neg p$$

Podemos usar a mesma relação aqui na lógica de primeira ordem.

$$G(x) \Longrightarrow P(x) \qquad \equiv \qquad \neg P(x) \Longrightarrow \neg G(x)$$

Qualquer uma das expressões acima **são possíveis respostas da questão**. No entanto, **apenas $\neg \boldsymbol{P(x)} \Longrightarrow \neg \boldsymbol{G(x)}$ está contemplada nas alternativas** e é o nosso gabarito.

Gabarito: LETRA E.

Na questão anterior, temos **uma resposta coerente**. No entanto, **ela não é uma resposta completa**. Uma representação mais adequada para a afirmativa do enunciado **deveria conter o quantificador universal ∀.** Isso acontece, pois, precisamos indicar que **a totalidade** dos gerentes de projeto são programadores.

Quando escrevemos que $G(x) \Longrightarrow P(x)$, estamos dizer que:

Se x é gerente de projeto, então x é programador

Intuitivamente, é possível inferir uma totalidade implícita quando escrevemos a própria condicional. Mas, **para uma resposta completa e explícita, devemos fazer o uso do quantificador**. Essa representação seria:

$$(\forall x)\big(G(x) \Longrightarrow P(x)\big)$$

Uma leitura completa da expressão acima é:

Para todo x pertencente ao Universo de Discurso, se x é gerente de projeto, então x é programador.

No cotidiano, **fazemos uma leitura simplificada**:

Para todo x, se x é gerente de projetos, x é programador.

A ideia de que x pertence ao universo de discurso **fica implícita**.

HORA DE PRATICAR!

(IPE-SAÚDE/2022) Considere como conjunto universo $U = \{0,1,2,3,4\}$ e observe as seguintes proposições quantificadas, assinalando V, se verdadeiro, ou F, se falso.

( ) $(\forall x \in U)(x + 3 > 6)$
( ) $(\exists x \in U)(x \text{ é } par)$
( ) $(\forall x \in U)(x^2 < 20)$

O valor lógico das afirmações acima, na ordem de preenchimento, de cima para baixo, é:
A) $V - V - V$.
B) $V - V - F$.
C) $V - F - V$.

D) $F - V - V$.
E) $F - F - F$.

Comentários:
Para começar nosso estudo de LPO, vamos avaliar as proposições do enunciado. O primeiro passo aqui é observar o **Universo de Discurso**.

$$U = \{0,1,2,3,4\}$$

(**F**) $(\forall x \in U)(x + 3 > 6)$
Pessoal, essa aqui é **falsa**. Quando "traduzimos" a expressão, ela diz que **para todo x** pertencente ao conjunto universo, temos que **x mais três é maior do que 6**. Ora, veja que se "x" for 0, a expressão não vai ser verdade. Com isso, não poderíamos usar o "para todo".

(**V**) $(\exists x \in U)(x \text{ é } par)$
Verdadeiro. A "tradução" para o português fica: *"existe x pertencente a U tal que x é par".* Ora, observando o conjunto U, vemos que existe sim! **O "0", o "2" e o "4" são números pares**.

(**V**) $(\forall x \in U)(x^2 < 20)$
Verdadeiro. A "tradução" dessa para o português fica: *"para todo x pertencente a U tem-se que o quadrado de x é menor do que 20".* Como o conjunto **U tem poucos elementos**, podemos testar todos.

$$0^2 = 0 \qquad 1^2 = 1 \qquad 2^2 = 4 \qquad 3^2 = 9 \qquad 4^2 = 16$$

Observe que os quadrados de **todos** os elementos de U são realmente **menores do que 20**. Logo, a proposição é **verdadeira**.

Gabarito: LETRA D.

LPO e as Proposições Categóricas

Você deve ter percebido que nosso foco está em **fazer verdadeiras traduções entre a Língua Portuguesa e a linguagem de símbolos da Lógica de Primeira Ordem**. Minha intenção aqui é fazer com que esse monte de símbolos não te assuste e que na hora da prova **você possa se diferenciar dos seus concorrentes**. Nesse intuito, eu gostaria que você prestasse bastante atenção no quadro abaixo.

Proposição Categórica	Representação Simbólica
(1) Todo A é B.	$\forall x(A(x) \rightarrow B(x))$
(2) Algum A é B.	$\exists x(A(x) \wedge B(x))$
(3) Nenhum A é B.	$\neg\exists x(A(x) \wedge B(x))$
(4) Algum A não é B.	$\exists x(A(x) \wedge \neg B(x))$

Observe que temos **uma representação simbólica para cada uma das formas** de proposição categórica que estudamos e revisamos anteriormente. **Vamos entender o porquê** de cada uma das representações?

- **Todo A é B.**

$$\underbrace{\forall x}_{\text{para todo x}}\Big(\underbrace{A(x)}_{\text{Se x é A}}\ \underbrace{\rightarrow}_{\text{então}}\ \underbrace{B(x)}_{\text{x é B}}\Big)$$

É exatamente a expressão que obtivemos ao escrever uma resposta mais completa para a questão que vimos. Note que, **para representar a noção de totalidade**, devemos colocar **o quantificador universal**.

Além disso, não esqueça que **a condicional desempenha um papel fundamental**, pois, quando queremos dizer que todo A é B, no fundo estamos dizendo *que se dado objeto possui a propriedade A, então ele também possuirá a propriedade B*.

- **Algum A é B.**

$$\underbrace{\exists x}_{\text{existe x tal que}}\Big(\underbrace{A(x)}_{\text{x é A}}\ \underbrace{\wedge}_{\text{e}}\ \underbrace{B(x)}_{\text{x é B}}\Big)$$

Agora, para representar que **algum objeto A possui a propriedade B**, utilizamos **o quantificador existencial ∃.** Esse quantificador, como já vimos, exprime a ideia de que *existe pelo menos um x* (ou, simplesmente, algum x). Veja que **usamos a conjunção (∧)** para expressar que o objeto **possui duas propriedades (A e B), simultaneamente**. *Essa combinação de símbolos, de fato, expressa que Algum A é B, concorda?*

- **Nenhum A é B.**

$$\underbrace{\neg\exists x}_{\text{não existe x tal que}}\Big(\underbrace{A(x)}_{\text{x é A}}\ \underbrace{\wedge}_{\text{e}}\ \underbrace{B(x)}_{\text{x é B}}\Big)$$

Note que para dizer que *Nenhum A é B*, basta dizer que **não existe x tal que x tenha as duas propriedades** (seja A e B, simultaneamente). Isso é exatamente **a negação (o operador ¬)** de "Algum A é B". Lembre-se que **a negação de uma proposição categórica particular positiva é uma universal negativa**.

- **Algum A não é B.**

$$\underbrace{\exists x}_{\text{existe x tal que}}\Big(\underbrace{A(x)}_{\text{x é A}}\ \underbrace{\land}_{\text{e}}\ \underbrace{\neg B(x)}_{\text{x não é B}}\Big)$$

Podemos aproveitar a representação simbólica de "todo A é B" para escrever a representação de "algum A não é B". Para isso, devemos lembrar que **um é a negação do outro**. Temos ainda que na negação de proposições quantificadas, **trocamos o quantificador e negamos a proposição subsequente**. Pouco mais cedo nessa aula, vimos que:

$$\sim(p \Rightarrow q) \equiv p \land \sim q$$

Vamos aproveitar essa informação e usar aqui também! A Lógica de Predicados nada mais é do que **uma extensão da Lógica Proposicional**. Observe a semelhança entre as duas expressões acima. Para ajudar na compreensão, vamos fazer uma questão do CESPE que traz uma grande aula sobre o assunto.

HORA DE PRATICAR!

(ADAPAR/2021) Considere a seguinte proposição categórica O.

O: “Nem todo carneiro é dócil”.

Considerando que x pertença ao conjunto T de todos os animais do mundo, que C(x) represente simbolicamente a propriedade “x é carneiro” e que D(x) represente simbolicamente a propriedade “x é dócil”, assinale a opção que apresenta uma representação simbólica correta da proposição O na linguagem da lógica de primeira ordem.

A) $\forall x\big(C(x) \rightarrow \neg D(x)\big)$

B) $\forall x\big(C(x) \rightarrow D(x)\big)$

C) $\neg\exists x\big(C(x) \land D(x)\big)$

D) $\exists x\big(C(x) \land \neg D(x)\big)$

E) $\exists x\big(C(x) \land D(x)\big)$

Comentários:

Questão bem bacana para treinar o que acabamos de ver. Inicialmente, é interessante escrever a proposição categórica O de um jeito mais familiar com o que estamos estudando.

"Nem todo carneiro é dócil" = "Algum carneiro não é dócil"

Com isso, caímos na situação que vimos anteriormente.

- **Algum A não é B.**

$$\underbrace{\exists x}_{\text{existe x tal que}}\Big(\underbrace{A(x)}_{\text{x é A}}\ \underbrace{\wedge}_{\text{e}}\ \underbrace{\neg B(x)}_{\text{x não é B}}\Big)$$

Como o enunciado deu que **C(x) representa "x é carneiro" e D(x) representa "x é dócil"**. Temos que:

$$\exists \boldsymbol{x}\big(\boldsymbol{C}(\boldsymbol{x}) \wedge \neg \boldsymbol{D}(\boldsymbol{x})\big)$$

Perceba que para matarmos a questão, convertemos a frase para um formato familiar. Guarde essa dica! Às vezes, as questões não dão as proposições categóricas do jeito "tradicional". No entanto, lembre-se que você pode sim **escrevê-la de uma forma mais conveniente**, **desde que expresse o mesmo sentido**. Por fim, recomendo fortemente que decore a tabelinha abaixo:

Proposição Categórica	Representação Simbólica
(1) Todo A é B.	$\forall x\big(A(x) \rightarrow B(x)\big)$
(2) Algum A é B.	$\exists x(A(x) \wedge B(x))$
(3) Nenhum A é B.	$\neg\exists x(A(x) \wedge B(x))$
(4) Algum A não é B.	$\exists x(A(x) \wedge \neg B(x))$

Esse tipo de conversão costuma cair bastante e saber "na lata" vai lhe **poupar preciosos minutos** enquanto seus concorrentes estarão "quebrando" a cabeça!

Gabarito: LETRA D.

Relações e Aridade

Vamos avançar um pouco mais. Todos os predicados que vimos até agora são **relações unárias**, isto é, possuem apenas uma única variável. Nesse caso, dizemos que **predicados assim possuem aridade 1**.

$I(x)$: x é impar
$G(x)$: x é gerente de projetos
$P(x)$: x é um pavão

No entanto, podemos ir além e **estabelecer relações entre dois ou mais objetos!** Observe alguns exemplos de **relações binárias**.

$C(x, y)$: x é casado com y
$E(x, y)$: x estuda na escola y
$A(x, y)$: x acredita na religião y

Os predicados acima possuem duas variáveis e, por esse motivo, dizemos que **possui aridade 2**. É importante ressaltar que, com duas variáveis, **encontraremos 2 quantificadores em um mesmo predicado**. **Cada um deles estará associado ao escopo de sua variável**. Para esclarecer melhor esse ponto da matéria, vamos analisar uma questão recente que traz essa abordagem.

HORA DE PRATICAR!

(TRANSPETRO/2018) Considere a seguinte sentença:

"Todo aluno do curso de Informática estuda algum tópico de Matemática Discreta"

e os seguintes predicados:

$A(x)$: x é aluno.
$I(x)$: x é do curso de Informática.
$E(x, y)$: x estuda y.
$T(x)$: x é tópico de Matemática Discreta.

Uma forma de traduzi-la é
A) $\forall x((A(x) \wedge I(x)) \rightarrow \exists y(T(y) \wedge E(x, y)))$
B) $\forall x(A(x) \wedge I(x)) \wedge \forall y(T(y) \rightarrow E(x, y))$
C) $\exists x \forall y(A(x) \wedge /(x) \wedge T(y) \wedge \neg E(x, y))$
D) $\forall x((A(x) \wedge I(x)) \rightarrow \forall y(T(y) \rightarrow E(x, y)))$
E) $\exists x \forall(A(x) \wedge I(x) \wedge T(y) \wedge E(x, y))$

Comentários:
Inicialmente, note que **x irá representar alguém no conjunto de todos os alunos**. **y representa alguma matéria que é estudada por x**. Temos a seguinte sentença para traduzi-la em linguagem simbólica:

"Todo aluno do curso de Informática estuda algum tópico de Matemática Discreta"

Note que podemos reescrever a frase do seguinte modo:

"Todo aluno do curso de Informática é estudante de algum tópico de Matemática Discreta"

Vimos que expressões do tipo **"Todo P é Q."** pode ser representada simbolicamente por:

$$\forall \boldsymbol{x}\ (\boldsymbol{P}(\boldsymbol{x}) \longrightarrow \boldsymbol{Q}(\boldsymbol{x}))$$

Portanto, devemos procurar alternativas que **possuam uma condicional**. Sabendo disso, podemos **eliminar as alternativas $\boldsymbol{C}$ e $\boldsymbol{E}$**. Agora, vamos descobrir quem é o antecedente e o consequente dessa condicional. Atente-se aos predicados fornecidos pelo enunciado:

$A(x)$: x é aluno.
$I(x)$: x é do curso de Informática.
$E(x,y)$: x estuda y.
$T(x)$: x é tópico de Matemática Discreta.

Queremos que **$\boldsymbol{x}$ seja aluno** **e** **seja do curso de informática**. Logo, $\boldsymbol{A}(\boldsymbol{x}) \wedge \boldsymbol{I}(\boldsymbol{x})$. Agora, queremos dizer que esse aluno **estuda algum tópico de matemática discreta**. Se x estuda y, então y é o tópico de matemática discreta, logo devemos usar $\boldsymbol{T}(\boldsymbol{y})$. Para representar "algum", **utilizamos o quantificador $\exists$.** Ficamos então com **x estuda y** **e** **y é tópico de matemática discreta** ($\boldsymbol{T}(\boldsymbol{y}) \wedge \boldsymbol{E}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})$)

$$\forall x\left(\left(A(x) \wedge I(x)\right) \rightarrow \exists y\left(T(y) \wedge E(x,y)\right)\right)$$

Gabarito: LETRA A.

Equivalências Lógicas na LPO

Pessoal, **já sabemos que equivalências lógicas caem muito** em provas de concurso! Elas são igualmente cobradas aqui no contexto da Lógica de Primeira Ordem. No entanto, elas aparecerão numa forma **aparentemente mais complexa**. Confira, por exemplo, como representamos **as leis de De Morgan**:

$$\neg\left(\boldsymbol{P}(\boldsymbol{x}) \wedge \boldsymbol{Q}(\boldsymbol{x})\right) \equiv \neg \boldsymbol{P}(\boldsymbol{x}) \vee \neg \boldsymbol{Q}(\boldsymbol{x})$$
$$\neg\left(\boldsymbol{P}(\boldsymbol{x}) \vee \boldsymbol{Q}(\boldsymbol{x})\right) \equiv \neg \boldsymbol{P}(\boldsymbol{x}) \wedge \neg \boldsymbol{Q}(\boldsymbol{x})$$

HORA DE PRATICAR!

(ESFCEX/2021) Considere a seguinte sentença quantificada: $(\forall x)\ (x + 3 < 5 \wedge x + 7 \geq 1)$.

Uma negação para a sentença apresentada é:
A) $(\forall x)\ (x + 3 > 5 \wedge x + 7 \leq 1)$.
B) $(\forall x)\ (x + 3 \geq 5 \vee x + 7 < 1)$.
C) $(\exists x)\ (x + 3 \geq 5 \vee x + 7 < 1)$.

D) $(\exists x)\ (x + 3 > 5 \vee x + 7 \leq 1)$.
E) $(\exists x)\ (x + 3 \geq 5 \wedge x + 7 < 1)$.

Comentários:
Temos que negar a proposição apresentada.

O primeiro passo é negar o quantificador. Como na sentença do enunciado tínhamos $(\forall x)$, **na negação ficaremos com o $(\exists x)$.** Sabendo disso, já poderíamos cortar a letra A e a letra B.

O segundo passo é perceber que se trata de uma proposição composta conectadas pelo conectivo $\wedge$. Aqui, lembramos das leis de De Morgan, ou seja, **na negação substituiremos o conectivo $\wedge$ pelo $\vee$.**

Nesse ponto, podemos eliminar a letra E. Ademais, devemos negar cada uma das proposições:

Quando negamos $x + 3 < 5$, ficamos com $x + 3 \geq 5$.

Quando negamos $x + 7 \geq 1$, ficamos com $x + 7 < 1$.

Juntando tudo, nossa resposta fica:

$$(\exists x)\ (x + 3 \geq 5 \vee x + 7 < 1)$$

▪

Gabarito: LETRA C.

Questões Comentadas – Bancas Diversas

Introdução à Lógica de Primeira Ordem

1. (UFAL/CASAL/2014) Considere as seguintes fórmulas do cálculo proposicional.

I. $\sim\sim\sim\boldsymbol{R}$
II. $(\sim\boldsymbol{R})$
III. $\sim\sim(\boldsymbol{P} \wedge \boldsymbol{P})$
IV. $\sim(\boldsymbol{P} \leftrightarrow (\boldsymbol{Q} \wedge \boldsymbol{R}))$

Usando as regras de formação, verifica-se que são fórmulas bem formuladas,

a) II, apenas.
b) I, III e IV, apenas.
c) I e II, apenas.
d) III e IV, apenas.
e) I, II, III e IV.

Comentários:
Pessoal, uma fórmula bem formulada nada mais é do que uma fórmula que está bem escrita. Por exemplo, $\sim P$, $P \wedge Q$, $P \vee Q \vee \sim R$... Fórmulas tais como $P\sim$ ou $P \wedge ()$ não são bem formuladas. Note que são estranhas e não significam nada. Com isso em mente, vamos verificar os itens.

I. $\sim\sim\sim R$
É uma fórmula bem formulada. Note que temos uma negação tripla, equivalentemente, podemos escrever que $\sim\sim\sim R \equiv \sim R$.

II. $(\sim R)$
Não é uma fórmula bem formulada. Por mais que pareçam inofensivos, esses parênteses não possuem significado algum e não deveriam estar na fórmula. Se queremos representar a negação de um predicado R, devemos simplesmente dizer que $\sim R$. Sem parênteses.

III. $\sim\sim(P \wedge P)$
É uma fórmula bem formulada. Dessa vez os parênteses possuem uma função e significado. Eles atuam para demonstrar onde os operadores "~" estão atuando. Temos uma negação dupla que podemos reescrever: $\sim\sim(P \wedge P) \equiv P \wedge P$.

IV. $\sim(P \leftrightarrow (Q \wedge R))$

É uma fórmula bem formulada. Analogamente ao item anterior, os parênteses estão bem colocados e possuem uma função. Além disso, todo restante da simbologia está bem posicionada, sem restar dúvidas do que a expressão significa.

Gabarito: LETRA B

2. (FGV/PREF. OSASCO/2014) Seja O um conjunto de objetos e P, Q, R, S propriedades sobre esses objetos. Sabendo-se que para todo objeto x em O:

1. $P(x)$ é verdadeiro.
2. $Q(x)$ é verdadeiro.
3. Se $P(x)$, $Q(x)$ e $R(x)$ são verdadeiros então $S(x)$ é verdadeiro.

Pode-se concluir, para todo x em O, que:
A) se $R(x)$ é verdadeiro então $S(x)$ é verdadeiro;
B) $S(x)$ e $R(x)$ são verdadeiros;
C) se $P(x)$ e $Q(x)$ são verdadeiros então $R(x)$ é verdadeiro;
D) se $P(x)$ é verdadeiro ou $Q(x)$ é verdadeiro então $R(x)$ é verdadeiro;
E) se $S(x)$ e $Q(x)$ são verdadeiros então $P(x)$ e $R(x)$ são verdadeiros.

Comentários:
A) se $R(x)$ é verdadeiro então $S(x)$ é verdadeiro;
Alternativa correta. É exatamente o que temos na afirmação 3: Se $P(x)$, $Q(x)$ e $R(x)$ são verdadeiros então $S(x)$ é verdadeiro. Já sabemos que P(x) e Q(x) são verdadeiras (das afirmações 1 e 2). Logo, quando garantimos que R(x) é verdadeiro, então S(x) é verdadeiro.

B) $S(x)$ e $R(x)$ são verdadeiros;
Alternativa incorreta. Não é possível concluir isso. No enunciado, nada foi dito do valor lógico de R(x).

C) se $P(x)$ e $Q(x)$ são verdadeiros então $R(x)$ é verdadeiro;
Alternativa incorreta. Outra alternativa que não é possível concluir baseado apenas com o que foi trazido pelo enunciado. Nada foi dito sobre a relação de $R(x)$ com $P(x)$ e $Q(x)$.

D) se $P(x)$ é verdadeiro ou $Q(x)$ é verdadeiro então $R(x)$ é verdadeiro;
Alternativa incorreta. Outra alternativa que não é possível concluir baseado apenas com o que foi trazido pelo enunciado. Nada foi dito sobre a relação de $R(x)$ com $P(x)$ e $Q(x)$.

E) se $S(x)$ e $Q(x)$ são verdadeiros então $P(x)$ e $R(x)$ são verdadeiros.
Alternativa incorreta. Outra alternativa que não é possível concluir baseado apenas com o que foi trazido pelo enunciado.

Gabarito: LETRA A.

3. (IADES/CRQ/2014) Considerando que “se x é matemático, então x é físico”, “existe físico que é químico” e “não existe matemático que seja químico”, assinale a alternativa correta.

A) Se alguém é físico, então será químico

B) Se alguém é químico, então será físico.

C) Existe alguém que é matemático, que também é químico e físico.

D) Se existe alguém que não é matemático, então será químico.

E) Se alguém é químico e físico, então não será matemático.

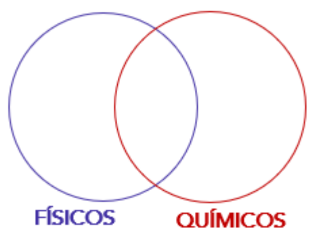
Comentários:

A) Se alguém é físico, então será químico

Alternativa incorreta. O que é dito no enunciado é "existe físico que é químico". Quando dizemos que "se alguém é físico, então será químico" estamos dizendo, com outras palavras, que **"todo físico é químico"**. **São dois tipos de proposições diferentes**. A primeira representa uma proposição particular positiva e a segunda uma proposição universal positiva.

B) Se alguém é químico, então será físico.

Alternativa incorreta. O que é dito no enunciado é "existe físico que é químico". Um diagrama lógico que representa essa informação é:



Observe que **podem existir químicos que não são físicos**. Logo, não é correto afirmar que se alguém é químico, então será físico.

C) Existe alguém que é matemático, que também é químico e físico.

Alternativa incorreta. Não é possível concluir isso. O enunciado diz que "nenhum matemático é químico". Logo, **não é possível que uma mesma pessoa acumule as três profissões**.

D) Se existe alguém que não é matemático, então será químico.

Alternativa incorreta. Não é possível concluir isso. O enunciado diz que "nenhum matemático é químico". Logo, não é possível garantir que se alguém não for matemático, **que isso o fará automaticamente químico**.

E) Se alguém é químico e físico, então não será matemático.

Alternativa correta. O enunciado diz que "nenhum matemático é químico". Logo, se alguém é químico, independentemente de ser físico ou não, então ele não será matemático.

Gabarito: LETRA E.

4. (FGV/ALEMA/2013) Considere a sentença a seguir.

"Qualquer que seja o quadrilátero convexo, se ele é equilátero ou equiângulo então ele é regular."

Assinale a alternativa que indica a sentença logicamente equivalente à sentença acima.
A) Qualquer que seja o quadrilátero convexo, se ele é regular então ele é equilátero ou equiângulo.
B) Existe um quadrilátero convexo que é equilátero ou equiângulo mas que não é regular.
C) Qualquer que seja o quadrilátero convexo, se ele não é equilátero ou não é equiângulo então ele não é regular.
D) Algum quadrilátero convexo não é regular, mas é equilátero ou equiângulo.
E) Qualquer que seja o quadrilátero convexo, ele não é equilátero nem é equiângulo, ou ele é regular.

Comentários:
Seja E, A e R as seguintes funções proposicionais:

$$\begin{array}{rl} E(x): & x \text{ é equilátero} \\ A(x): & x \text{ é equiângulo} \\ R(x): & x \text{ é regular} \end{array}$$

Seja x um elemento do **conjunto formado por todos os quadriláteros convexos**. Podemos representar a sentença do enunciado da seguinte forma:

$$\forall x\big(E(x) \vee A(x) \longrightarrow R(x)\big)$$

Queremos uma sentença logicamente equivalente. A logica proposicional, assim como estudado em nossas primeiras aulas, **fornece várias equivalências que podemos utilizar**. Lembre-se:

$$P \longrightarrow Q \quad \equiv \quad {\sim}P \vee Q$$

Logo, para escrever uma sentença equivalente, **devemos negar o antecedente, manter o consequente e substituir a condicional por uma disjunção**. Observe como fica:

$$\forall x\big(E(x) \vee A(x) \longrightarrow R(x)\big) \equiv \forall x\left(\neg\big(E(x) \vee A(x)\big) \vee R(x)\right)$$

Usando **as leis de De Morgan**, podemos dizer que $\neg(E(x) \vee A(x)) \equiv \neg E(x) \wedge \neg A(x)$. Assim,

$$\forall x(E(x) \vee A(x) \longrightarrow R(x)) \equiv \forall x(\neg E(x) \wedge \neg A(x) \vee R(x))$$

Traduzindo para o bom e velho português, a equivalência encontrada é lida como:

Qualquer que seja x, x não é equilátero e não é equiângulo ou x é regular.

Como x representa um quadrilátero convexo, a alternativa que traz exatamente o que encontramos acima é a alternativa E.

Gabarito: LETRA E.

5. (FGV/ALEMA/2013) Considere a sentença:

"Não é verdade que todo parlamentar de Brasília falta às sessões plenárias das sextas-feiras no Congresso e retorna ao seu estado de origem."

Uma sentença logicamente equivalente a essa:
A) Nenhum parlamentar de Brasília falta às sessões plenárias das sextas-feiras no Congresso e retorna ao seu estado de origem.
B) Todo parlamentar de Brasília comparece às sessões plenárias das sextas-feiras no Congresso ou retorna ao seu estado de origem.
C) Algum parlamentar de Brasília comparece às sessões plenárias das sextas-feiras no Congresso e não retorna ao seu estado de origem.
D) Algum parlamentar de Brasília comparece às sessões plenárias das sextas-feiras no Congresso e retorna ao seu estado de origem.
E) Algum parlamentar de Brasília comparece às sessões plenárias das sextas-feiras no Congresso ou não retorna ao seu estado de origem.

Comentários:
A sentença que devemos considerar é a seguinte:

Não é verdade que todo parlamentar de Brasília falta às sessões plenárias das sextas-feiras no Congresso e retorna ao seu estado de origem.

Note que ele começa a frase com "*não é verdade*". Para obter uma sentença equivalente, **basta negar toda a frase que vem depois do "não é verdade"**, no caso da questão é:

Todo parlamentar de Brasília falta às sessões plenárias das sextas-feiras no Congresso e retorna ao seu estado de origem.

Seja x um parlamentar de Brasília. Considere as seguintes funções proposicionais.

$$F(x): \quad x \text{ falta as sessões plenárias das sextas} - \text{feiras no congresso}$$
$$R(x): \quad x \text{ retorna ao seu estado de origem}$$

A sentença que devemos negar é representada por:

$$\forall x(F(x) \wedge R(x))$$

Para negar a proposição acima, devemos lembrar que, em proposições quantificadas, **devemos substituir o quantificador e negar a proposição normalmente**. Temos um quantificador universal que deve ser substituído por um quantificador existencial. Além disso, devemos negar uma conjunção. Para negar uma conjunção, é preciso lembrar das **leis de De Morgan**: $\neg(F(x) \wedge R(x)) \equiv \neg F(x) \vee \neg R(x)$. Assim, nossa negação fica:

$$\neg(\forall x)(F(x) \wedge R(x)) \equiv \exists x\big(\neg F(x) \vee \neg R(x)\big)$$

Traduzindo para o bom e velho português, ficamos com:

Algum x não falta as sessões plenárias das sextas-feiras no Congresso ou não retorna ao seu estado de origem.

Ora, perceba que quem **não falta a sessão, compareceu**. Como x representa um parlamentar de Brasília, então a alternativa que retrata exatamente a equivalência que encontramos é a letra E.

Gabarito: LETRA E.

6. (SMA-RJ/PREF. RJ/2013) A afirmativa "todo bom cidadão denuncia uma irregularidade quando a vê" é logicamente equivalente a:

a) Quem não vê uma irregularidade e a denuncia é bom cidadão.

b) Quem vê uma irregularidade e não a denuncia não é bom cidadão.

c) Quem vê uma irregularidade e a denuncia não é bom cidadão.

d) Quem é bom cidadão vê irregularidades.

e) Quem vê irregularidades é bom cidadão.

Comentários:

Lembre-se que expressões que utilizam o quantificador universal **podem ser reescritas na forma de uma condicional**. Observe que dizer que "todo bom cidadão denuncia uma irregularidade quando a vê" equivale a dizer que ***"se ele é um bom cidadão, então denuncia uma irregularidade quando a vê".*** Concorda?

Agora que escrevemos a expressão do enunciado na forma de uma condicional, podemos usar aquelas equivalências lógicas que aprendemos anteriormente **para falar a mesma coisa só que de uma forma diferente!**

$$P \rightarrow Q \equiv \neg Q \rightarrow \neg P$$

Vamos identificar quem é quem.

P: Ele **é** um bom cidadão.
¬P: Ele **não é** um bom cidadão.

Q: Ele denuncia uma irregularidade quando a vê.

De um outro modo, Q: *Quando ele vê uma irregularidade, ele denuncia*.

Observe que **Q é uma outra condicional do tipo "Quando R, S"**. Para negá-la, precisamos lembrar que:

$$\neg Q \equiv \neg(R \rightarrow S) \equiv R \wedge \neg S$$

Logo,

¬Q: Ele vê uma irregularidade e não denuncia.

A expressão $\neg Q \rightarrow \neg P$ fica então:

Ele vê uma irregularidade e não denuncia, então não é um bom cidadão.

A alternativa que traz a **mesma ideia**, **apenas com palavras diferentes** é a letra B:

Quem vê uma irregularidade e não denuncia, não é um bom cidadão.

Gabarito: LETRA B

7. (FCC/SEFAZ-SP/2006) No universo U, sejam P, Q, R, S e T propriedades sobre os elementos de U. (K(x) quer dizer que o elemento x de U satisfaz a propriedade K e isso pode ser válido ou não). Para todo x de U considere válidas as premissas seguintes:

- $\boldsymbol{P(x)}$
- $\boldsymbol{Q(x)}$
- $\boldsymbol{[R(x) \rightarrow S(x)] \rightarrow T(x)}$
- $\boldsymbol{[P(x) \wedge Q(x) \wedge R(x)] \rightarrow S(x)}$

É verdade que

A) $R(x)$ é válida.

B) $S(x)$ é válida.

C) $T(x)$ é válida.

D) nada se pode concluir sem saber se $R(x)$ é ou não válida.

E) não há conclusão possível sobre $R(x)$, $S(x)$ e $T(x)$.

Comentários:

O enunciado diz que $P(x)$ e $Q(x)$ são válidas (verdadeiras). Além delas, temos duas outras premissas válidas: $[R(x) \rightarrow S(x)] \rightarrow T(x)$ e $[P(x) \wedge Q(x) \wedge R(x)] \rightarrow S(x)$. Como sabemos que $P(x)$ e $Q(x)$ são válidas, vamos começar analisando $[P(x) \wedge Q(x) \wedge R(x)] \rightarrow S(x)$**, pois envolvem essas premissas**. Analisando o antecedente de $[P(x) \wedge Q(x) \wedge R(x)] \rightarrow S(x)$, temos:

$$P(x) \wedge Q(x) \wedge R(x)$$

Como $P(x)$ e $Q(x)$ são válidas, a validade do antecedente acima vai depender somente de $R(x)$, uma vez que estamos lidando com uma conjunção. **Como a condicional inteira é válida, então não podemos cair no caso "Vera Fischer é Falsa".** Logo, **se $\boldsymbol{R(x)}$ é válida, então $\boldsymbol{S(x)}$ é, obrigatoriamente, válida**. Caso fosse essa a situação, então teríamos duas respostas válidas para o problema: as alternativas A e B.

Esse fato é um grande indicativo que essa não é a situação que o examinador está buscando. Logo, podemos concluir que $R(x)$ não é válida. Se $R(x)$ não é válida, então $S(x)$ pode ser válida ou não, pois, em qualquer caso, a condicional continuará verdadeira. Acompanhe a tabela-verdade abaixo para uma melhor compreensão.

$\boldsymbol{P(x)}$	$\boldsymbol{Q(x)}$	$\boldsymbol{R(x)}$	$\boldsymbol{P(x) \wedge Q(x) \wedge R(x)}$	$\boldsymbol{S(x)}$	$\boldsymbol{[P(x) \wedge Q(x) \wedge R(x)] \rightarrow S(x)}$
V	**V**	**V**	**V**	**V**	**V**
V	**V**	**V**	**V**	**F**	**F**
V	**V**	**F**	**F**	**V**	**V**
V	**V**	**F**	**F**	**F**	**V**

Como $R(x)$ não é válida, então o antecedente de $[R(x) \rightarrow S(x)] \rightarrow T(x)$ é válido **independentemente da validade de $\boldsymbol{S(x)}$.** Em outras palavras, a condicional $R(x) \rightarrow S(x)$ é sempre válida pois $R(x)$ não é válido. Lembre a tabela-verdade de uma condicional:

p	q	$p \Longrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Veja que se o antecedente de $[R(x) \rightarrow S(x)] \rightarrow T(x)$ é verdadeiro, então $T(x)$ é, obrigatoriamente, verdadeiro (válido). Caso contrário, **cairíamos no "Vera Fisher é Falsa" e a condicional seria falsa** (não válida). Logo, $\boldsymbol{T(x)}$ **é necessariamente válida**.

Gabarito: LETRA C

Questões Comentadas – Bancas Diversas

Lógica de Primeira Ordem

1. (CESGRANRIO/TRANSPETRO/2018) Considere a seguinte sentença:

"Todo aluno do curso de Informática estuda algum tópico de Matemática Discreta"
e os seguintes predicados:

$\boldsymbol{A(x)}$: $\boldsymbol{x}$ **é aluno.**
$\boldsymbol{I(x)}$: $\boldsymbol{x}$ **é do curso de Informática.**
$\boldsymbol{E(x,y)}$: $\boldsymbol{x}$ **estuda** $\boldsymbol{y}$**.**
$\boldsymbol{T(x)}$: $\boldsymbol{x}$ **é tópico de Matemática Discreta.**

Uma forma de traduzi-la é
A) $\forall x((A(x) \wedge I(x)) \rightarrow \exists y(T(y) \wedge E(x,y)))$
B) $\forall x(A(x) \wedge I(x)) \wedge \forall y(T(y) \rightarrow E(x,y))$
C) $\exists x \forall y(A(x) \wedge /(x) \wedge T(y) \wedge \neg E(x,y))$
D) $\forall x((A(x) \wedge I(x)) \rightarrow \forall y(T(y) \rightarrow E(x,y)))$
E) $\exists x \forall (A(x) \wedge I(x) \wedge T(y) \wedge E(x,y))$

Comentários:
Inicialmente, note que $\boldsymbol{x}$ **irá representar alguém no conjunto de todos os alunos**. $\boldsymbol{y}$ **representa alguma matéria que é estudada por** $\boldsymbol{x}$. Temos a seguinte sentença para traduzi-la em linguagem simbólica:

"Todo aluno do curso de Informática estuda algum tópico de Matemática Discreta"

Note que podemos reescrever a frase do seguinte modo:

"Todo aluno do curso de Informática é estudante de algum tópico de Matemática Discreta"

Vimos que expressões do tipo **"Todo P é Q."** pode ser representada simbolicamente por:

$$\forall \boldsymbol{x}\left(\boldsymbol{P}(\boldsymbol{x}) \longrightarrow \boldsymbol{Q}(\boldsymbol{x})\right)$$

Portanto, devemos procurar alternativas que **possuam uma condicional**. Sabendo disso, podemos **eliminar as alternativas $\boldsymbol{C}$ e $\boldsymbol{E}$**. Agora, vamos descobrir quem é o antecedente e o consequente dessa condicional. Atente-se aos predicados fornecidos pelo enunciado:

$A(x)$: x é aluno.
$I(x)$: x é do curso de Informática.
$E(x, y)$: x estuda y.
$T(x)$: x é tópico de Matemática Discreta.

Queremos que **x seja aluno <u>e</u> seja do curso de informática**. Logo, $\boldsymbol{A(x)} \wedge \boldsymbol{I(x)}$. Agora, queremos dizer que esse aluno **estuda <u>algum</u> tópico de matemática discreta**. Se x estuda y, então y é o tópico de matemática discreta, logo devemos usar $\boldsymbol{T(y)}$. Para representar "algum", **utilizamos o quantificador ∃.** Ficamos então com **x estuda y <u>e</u> y é tópico de matemática discreta** ($\boldsymbol{T(y)} \wedge \boldsymbol{E(x, y)}$)

$$\forall x\left(\left(A(x) \wedge I(x)\right) \rightarrow \exists y\left(T(y) \wedge E(x, y)\right)\right)$$

Gabarito: LETRA A.

2. (UFAL/PREF. ROTEIRO/2017) Considerando que os símbolos ¬, ∧, ∨, ∀ e ∃ representam negação, conjunção, disjunção, quantificador universal e quantificador existencial, respectivamente, e dado o conjunto de premissas $\{\forall \boldsymbol{x}(\neg \boldsymbol{P}(\boldsymbol{x}) \wedge \boldsymbol{Q}(\boldsymbol{x}))\}$, qual informação abaixo pode ser inferida?

A) $\forall x(P(x) \wedge Q(x))$
B) $\exists x(P(x) \wedge Q(x))$
C) $\forall x P(x)$
D) $\forall x Q(x)$
E) $\exists x P(x)$

Comentários:

A proposição dada pelo enunciado foi a seguinte:

$$\forall \boldsymbol{x}(\neg \boldsymbol{P}(\boldsymbol{x}) \wedge \boldsymbol{Q}(\boldsymbol{x}))$$

Note a presença do quantificador universal ∀ e da conjunção ∧. É possível traduzir os símbolos:

Para todo $\boldsymbol{x}$, $\boldsymbol{x}$ não é $\boldsymbol{P}$ e $\boldsymbol{x}$ é $\boldsymbol{Q}$.

Lembre-se que **na conjunção podemos inferir qualquer uma das suas premissas componentes**. Desse modo, ao levar o quantificador para perto do predicado, podemos **reescrever o conjunto de premissas**:

$$\forall \boldsymbol{x}\left(\neg \boldsymbol{P}(\boldsymbol{x})\right) \wedge \forall \boldsymbol{x}\left(\boldsymbol{Q}(\boldsymbol{x})\right)$$

A) $\forall x(P(x) \wedge Q(x))$

Alternativa incorreta. Essa proposição pode ser traduzida como: para todo x, x é P e x é Q. Vimos que do conjunto de premissas do enunciado, qualquer que seja x, x não é P.

B) $\exists x(P(x) \wedge Q(x))$

Alternativa incorreta. Essa proposição pode ser traduzida como: existe x, x é P e x é Q. Vimos que do conjunto de premissas do enunciado, qualquer que seja x, x não é P. Desse modo, podemos concluir que não existe x, tal que x é P.

C) $\forall x P(x)$

Alternativa incorreta. Essa proposição pode ser traduzida como: para todo x, x é P. Vimos que do conjunto de premissas do enunciado, qualquer que seja x, x não é P.

D) $\forall x Q(x)$

Alternativa correta. Essa proposição pode ser traduzida como: para todo x, x é Q. Vimos que do conjunto de premissas do enunciado, qualquer que seja x, x é Q. É exatamente o que foi trazido pela alternativa.

E) $\exists x P(x)$

Alternativa incorreta. Essa proposição pode ser traduzida como: existe x tal que x é P. Vimos que do conjunto de premissas do enunciado, qualquer que seja x, x não é P. Desse modo, podemos concluir que não existe x, tal que x é P.

Gabarito: LETRA D.

3. (QUADRIX/CORECON-PE/2016) Milton Friedman, um economista americano, prêmio Nobel em economia, afirmou: "Quando usamos política monetária expansionista e a política fiscal expansionista, causamos a inflação." Usando sentenças da lógica de primeira ordem, representa a afirmação de Friedman:

A) $\forall x((P(x) \ \wedge \ Q(x)) \ \rightarrow \ R(x))$

B) $R(x) \ \rightarrow \ \forall x((P(x) \ \vee \ Q(x))$

C) $\forall x((P(x) \ \vee \ Q(x)) \ \rightarrow \ R(x))$

D) $(P(x) \ \vee \ Q(x)) \ \rightarrow \ Q(x))$

E) $Q(x) \ \rightarrow \ \forall x((P(x) \ \vee \ R(x))$

Comentários:

A afirmação que devemos traduzir em linguagem simbólica é:

"Quando usamos política monetária expansionista e a política fiscal expansionista, causamos a inflação."

Nessas situações, o primeiro passo é tentar transformar a oração em alguma forma conhecida. Observe que ela já está numa forma de uma condicional do tipo: "quando p, q." Vamos primeiro tentar traduzir o antecedente p: "**usamos política monetária expansionista** **e** **a política fiscal expansionista**". Note a presença da conjunção **e** (∧). Logo, no antecedente, devemos unir dois predicados com ∧. Seja P e Q os seguintes predicados:

$$P(x): x \text{ usa política monetária expansionista}$$
$$Q(x): x \text{ usa política fiscal expansionista}$$

Note que ele fala "quando usamos". Logo, ele está se referindo a qualquer pessoa, de modo universal. Não há exceções. Nesse caso, o quantificador universal ∀ é o candidato ideal para transmitir essa ideia. O antecedente, em símbolos, é dado por:

$$\forall x\big(P(x) \land Q(x)\big)$$

Imagine agora o consequente seja dado pelo predicado R:

$$R(x): x \text{ causa a inflação}$$

Portanto, a sentença completa ficaria da seguinte maneira:

$$\forall x\big(P(x) \land Q(x) \longrightarrow R(x)\big)$$

É exatamente o que está representado na alternativa A.

Gabarito: LETRA A.

4. (UFAL/PREF. SÃO SEBASTIÃO/2015) Se os símbolos $\neg$, $\land$, $\lor$, $\rightarrow$, $\leftrightarrow$, $\forall$ e $\exists$ representam a negação, conjunção, disjunção, condicional, bicondicional, para todo e existe, respectivamente, a negação da fórmula $\forall x(P(x) \rightarrow Q(x))$ é equivalente à fórmula

A) $\exists x(P(x) \lor Q(x))$

B) $\exists x(P(x) \land \neg Q(x))$

C) $\exists x(\neg P(x) \rightarrow \neg Q(x))$

D) $\forall x(P(x) \land \neg Q(x))$

E) $\forall x(\neg P(x) \lor Q(x))$

Comentários:

A fórmula $\forall x(P(x) \rightarrow Q(x))$ representa **a proposição categórica universal afirmativa** **"Todo P é Q"**. Lembre-se que a negação de uma proposição universal afirmativa é uma proposição particular negativa. **Uma**

proposição particular negativa "**Algum P não é Q**" possui a seguinte simbologia: $\exists x(P(x) \wedge \neg Q(x))$. Recomendo fortemente que vocês guardem com carinho esse quadro visto na teoria.

Proposição Categórica	Representação Simbólica
(1) Todo A é B.	$\forall x\big(A(x) \rightarrow B(x)\big)$
(2) Algum A é B.	$\exists x(A(x) \wedge B(x))$
(3) Nenhum A é B.	$\neg\exists x(A(x) \wedge B(x))$
(4) Algum A não é B.	$\exists x(A(x) \wedge \neg B(x))$

No calor da prova, pode não ser possível associar os símbolos a uma proposição categórica. Para contornar esse problema, **podemos traduzir as expressões e verificar com calma cada uma das alternativas.** O enunciado trouxe que:

$$\forall \boldsymbol{x}(\boldsymbol{P}(\boldsymbol{x}) \rightarrow \boldsymbol{Q}(\boldsymbol{x}))$$

Temos um quantificador universal e uma condicional, podemos ler tal sentença como:

para todo x, se x é P, então x é Q.

Em outras palavras,

Todo P é Q.

Para negar proposições dessa forma, **não precisamos generalizar e dizer que "Nenhum P é Q".** Para que a expressão acima seja falsa, basta existir algum x que é P e não é Q. **O quantificador que exprime essa ideia de "algum" é** $\exists$. Ficamos então com:

$$\exists x(P(x) \wedge \neg Q(x))$$

Gabarito: LETRA B.

5. (UFAL/PREF. CRAÍBAS/2015) Considerando que os símbolos $\forall, \exists, \sim, \rightarrow$ e $\vee$ representam a quantificação universal, quantificação existencial, negação, implicação e disjunção, respectivamente, do conjunto de premissas $\{\forall \boldsymbol{x}(\sim \boldsymbol{P}(\boldsymbol{x}) \vee \boldsymbol{Q}(\boldsymbol{x}) \vee \boldsymbol{R}(\boldsymbol{x})), \forall \boldsymbol{x} \boldsymbol{P}(\boldsymbol{x})\}$, infere-se que

A) $\exists x(R(x) \rightarrow Q(x))$.

B) $\exists x(Q(x) \rightarrow R(x))$.

C) $\exists x(\sim Q(x) \rightarrow R(x))$.

D) $\exists x(\sim Q(x) \rightarrow \sim R(x))$.

E) $\exists x(\sim R(x) \rightarrow \sim Q(x))$.

Comentários:
Quando usamos esse tipo de simbologia, estamos trabalhando com predicados genéricos.

$$P(x): \quad x \text{ é P}$$
$$Q(x): \quad x \text{ é Q}$$
$$R(x): \quad x \text{ é R}$$

O conjunto de premissas dados no enunciado foi $\{\forall x(\sim P(x) \vee Q(x) \vee R(x)), \forall x P(x)\}$. Considerando os predicados genéricos, **essas premissas podem ser traduzidas** da seguinte forma:

$\forall x(\sim P(x) \vee Q(x) \vee R(x))$: para todo x, x não é P ou x é Q ou x é R.

$\forall x P(x)$: para todo x, x é P.

Com isso, na premissa $\forall x(\sim P(x) \vee Q(x) \vee R(x))$, **$\sim P(x)$ terá valor lógico falso**. Assim, por se tratar de uma disjunção, para que a premissa $\forall x(\sim P(x) \vee Q(x) \vee R(x))$ seja verdadeira, temos que **$Q(x)$ ou $R(x)$ é verdadeira para algum valor de x**. Podemos simplificar a sentença como:

$$\exists x(Q(x) \vee R(x))$$

Usando a equivalência lógica que revisamos no início dessa aula, temos que $Q \vee R \equiv \sim Q \rightarrow R$. Podemos utilizar essa equivalência normalmente no estudo da lógica da primeira ordem.

$$\exists x(\sim Q(x) \longrightarrow R(x))$$

Gabarito: LETRA C.

6. (UFAL/PREF. SÃO SEBASTIÃO/2015) Se os símbolos $\neg$, $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, $\leftrightarrow$, $\forall$ e $\exists$ representam a negação, conjunção, disjunção, condicional, bicondicional, para todo e existe, respectivamente,

I. $\forall x(P(x) \wedge Q(x))$ e $\forall x P(x) \wedge \forall x Q(x)$
II. $\forall x(P(x) \vee Q(x))$ e $\forall x P(x) \vee \forall x Q(x)$
III. $\exists x(P(x) \wedge Q(x))$ e $\exists x P(x) \wedge \exists x Q(x)$

verifica-se que são equivalentes o(s) par(es) do(s) item(ns)
A) I, apenas.
B) II, apenas.
C) I e III, apenas.

D) II e III, apenas.

E) I, II e III.

Comentários:

Queremos verificar se **as fórmulas de cada item são equivalentes**. Vamos imaginar os seguintes predicados para nos auxiliar na identificação dessas equivalências.

$$P(x): \quad x \text{ é pequeno}$$
$$Q(x): \quad x \text{ é quadrado}$$

I. $\forall x(P(x) \wedge Q(x))$ e $\forall xP(x) \wedge \forall xQ(x)$

$\forall x(P(x) \wedge Q(x))$ pode ser traduzida como **"para todo x, x é pequeno e x é quadrado."**

$\forall xP(x) \wedge \forall xQ(x)$ pode ser traduzida como **"para todo x, x é pequeno e para todo x, x é quadrado."**

Perceba que **não há diferença na semântica das duas frases**, de modo que podemos dizer que são equivalentes. Em qualquer uma das duas simbologias concluímos que todo x é pequeno e quadrado.

II. $\forall x(P(x) \vee Q(x))$ e $\forall xP(x) \vee \forall xQ(x)$

$\forall x(P(x) \vee Q(x))$ pode ser traduzida como **"para todo x, x é pequeno ou x é quadrado."**

$\forall xP(x) \vee \forall xQ(x)$ pode ser traduzida como **"para todo x, x é pequeno ou para todo x, x é quadrado."**

Note que, dessa vez, temos uma pequena diferença entre as duas formas. Na primeira, estamos admitindo que alguns x podem ser pequenos, outros podem ser quadrados ou até mesmo ter as duas propriedades. Na segunda forma, estamos sendo "mais radicais", todo mundo é pequeno ou todo mundo é quadrado. Logo, as duas formas não podem ser equivalentes.

III. $\exists x(P(x) \wedge Q(x))$ e $\exists xP(x) \wedge \exists xQ(x)$

$\exists x(P(x) \wedge Q(x))$ pode ser traduzida como **"existe x tal que x é pequeno e x é quadrado".**

$\exists xP(x) \wedge \exists xQ(x)$ pode ser traduzida como **"existe x tal que x é pequeno e existe x tal que x é quadrado."**

Mais uma vez, temos **duas situações distintas**. A primeira forma diz que existe um x que possui as duas propriedades, simultaneamente. A segunda forma traz que existe um x que é pequeno e outro x que é quadrado, que **não é necessariamente igual ao primeiro**. Logo, as duas formas não podem ser equivalentes.

Gabarito: LETRA A.

7. (UFAL/PREF. SÃO SEBASTIÃO/2015) Se os símbolos $\neg$, $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, $\leftrightarrow$, $\forall$ e $\exists$ representam a negação, conjunção, disjunção, condicional, bicondicional, para todo e existe, respectivamente, a fórmula $\forall x \exists y(P(x) \rightarrow Q(y))$ é equivalente à fórmula

a) $\exists xP(x) \rightarrow \exists yQ(y)$

b) $\exists x P(x) \leftrightarrow \forall y Q(y)$
c) $\forall x P(x) \rightarrow \exists y Q(y)$
d) $\forall x P(x) \rightarrow \forall y Q(y)$
e) $\forall x P(x) \leftrightarrow \exists y Q(y)$

Comentários:
Galera, existe todo um rigor formal pelo qual nós conseguimos demonstrar a equivalência do enunciado. No entanto, o custo benefício de aprendê-lo ainda não é alto suficiente para fazermos isso aqui. Vou tentar simplificar o máximo sua vida, oferecendo maneiras mais intuitivas de resolver seu problema. Perceba que temos dois quantificadores, cada um atuando em uma variável. Vamos fazer uma rápida tradução:

$$\underbrace{\forall x}_{para\ todo\ x} \quad \underbrace{\exists y}_{existe\ y\ tal\ que} \quad (\underbrace{P(x)}_{se\ x\ \text{é}\ P} \quad \underbrace{\rightarrow}_{então} \quad \underbrace{Q(y)}_{y\ \text{é}\ Q})$$

Para evitarmos estar trabalhando com os símbolos, vamos dar nomes aos bois. Considere que P(x) e Q(y) sejam os seguintes predicados:

P(x): x é professor.
Q(y): y é aluno.

Logo, uma tradução usando esse possíveis predicados ficaria:

"Para toda pessoa x, existe uma pessoa y, tal que se x é professor, então y é aluno."

Agora vamos comparar a expressão que obtivemos com as que estão escritas no enunciado e ver o grau de compatibilidade de cada uma.

a) $\exists x P(x) \rightarrow \exists y Q(y)$
CERTO. A tradução correspondente para a alternativa seria "se existe uma pessoa x tal que x é professor, então existe y tal que y é aluno". Perceba que estamos transmitindo exatamente a mesma ideia que obtivemos anteriormente. Por esse motivo, as expressões podem ser ditas equivalentes.

b) $\exists x P(x) \leftrightarrow \forall y Q(y)$
ERRADO. A tradução seria "existe uma pessoa x tal que x é professor se e somente se para toda pessoa y, y é aluno. Note que essa expressão difere muito daquela que obtivemos traduzindo a que está no enunciado.

c) $\forall x P(x) \rightarrow \exists y Q(y)$
ERRADO. A tradução é "se para toda pessoa x tal que x seja professor, então existe uma pessoa y tal que y é um aluno.

d) $\forall x P(x) \rightarrow \forall y Q(y)$

ERRADO. A tradução é "se para toda pessoa x tal que x seja professor então para toda pessoa y, y é aluno.

e) $\forall x P(x) \leftrightarrow \exists y Q(y)$

ERRADO. A tradução é "para toda pessoa x, x é professor se e somente se existe uma pessoa y, tal que y é aluno.

Gabarito: LETRA A

8. (INAZ/BANPARÁ/2014) Considere a seguinte proposição P: $(\exists x \in A)(\neg p(x) \rightarrow q(x) \wedge r(x))$. Assinale a alternativa que contém uma proposição equivalente a $\neg p$.

A) $(\exists x \in A)(\neg p(x) \wedge (\neg q(x) \vee \neg r(x))\ )$
B) $(\forall x \in A)(\neg p(x) \wedge (\neg q(x) \vee \neg r(x))\ )$
C) $(\exists x \in A)(\neg p(x) \rightarrow \neg(q(x) \wedge r(x))\ )$
D) $(\forall x \in A)(p(x) \wedge (\neg q(x) \vee \neg r(x))\ )$
E) $(\forall x \in A)(\neg(p(x) \rightarrow (q(x) \vee r(x))\ )$

Comentários:

A proposição que queremos negar é a seguinte:

$$(\exists x \in A)(\neg p(x) \rightarrow q(x) \wedge r(x))$$

Em negações de proposições quantificadas, devemos trocar o quantificador e negar a proposição.

$$\neg(\exists x \in A)(\neg p(x) \rightarrow q(x) \wedge r(x)) \equiv (\forall x \in A)\left(\neg(\neg p(x) \rightarrow q(x) \wedge r(x))\right)$$

A proposição que devemos negar **é uma condicional**. Lembre-se da lógica proposicional que:

$$\neg(p \rightarrow q)\ \equiv\ p \wedge \neg q$$

Devemos **manter o antecedente e negar o consequente**, trocando a condicional por uma conjunção.

$$(\forall x \in A)\left(\neg(\neg p(x) \rightarrow q(x) \wedge r(x))\right) \equiv (\forall x \in A)\left(\neg p(x) \wedge \neg(q(x) \wedge r(x))\right)$$

Para negar $\neg(q(x) \wedge r(x))$, devemos lembrar das lei de De Morgan.

$$\neg(q(x) \wedge r(x)) \equiv \neg q(x) \vee \neg r(x)$$

Por fim, ficamos com:

$$\neg(\exists x \in A)(\neg p(x) \rightarrow q(x) \wedge r(x)) \equiv (\forall x \in A)(\neg p(x) \wedge \neg q(x) \vee \neg r(x))$$

Gabarito: LETRA B.

9. (CESGRANRIO/BR/2012) Considere a seguinte afirmativa: Ser analista de sistemas é condição necessária porém não suficiente para ser engenheiro de software. Considere os predicados $A(x)$ e $E(x)$ que representam respectivamente que x é analista de sistemas e que x é engenheiro de software. Uma representação coerente da afirmativa acima, em lógica de primeira ordem, é

A) $A(x) \rightarrow E(x)$
B) $A(x) \rightarrow \neg E(x)$
C) $\neg A(x) \rightarrow E(x)$
D) $\neg E(x) \rightarrow \neg A(x)$
E) $E(x) \rightarrow A(x)$

Comentários:

Apesar de trazer predicados $A(x)$ e $E(x)$, a questão é resolvida com conhecimentos de aulas passadas. Lembre-se que, em uma condicional, temos o seguinte:

- $$p \Rightarrow q$$

A proposição p é uma condição suficiente para q. Por sua vez, **q é uma condição necessária para p**. Logo, se ser analista é condição necessária para ser engenheiro de software, então,

$$E(x) \Rightarrow A(x)$$

Gabarito: LETRA E.

10. (CESGRANRIO/BR/2012) Considere a afirmativa "Todo gerente de projeto é programador". Considere os predicados $G(x)$ e $P(x)$, que representam, respectivamente, que x é gerente de projeto e que x é programador. Uma representação coerente da afirmativa acima em lógica de primeira ordem é

A) $G(x) \rightarrow \neg P(x)$
B) $\neg G(x) \rightarrow P(x)$
C) $P(x) \rightarrow G(x)$
D) $\neg P(x) \rightarrow G(x)$
E) $\neg P(x) \rightarrow \neg G(x)$

Comentários:

O enunciado fornece os seguintes predicados:

$$G(x): \quad x \text{ é gerente de projeto}$$
$$P(x): \quad x \text{ é programador}$$

Note que afirmações do tipo **"todo A é B" são equivalentes à "Se A, então B"**. Dessa forma, devemos colocar os predicados acima na forma de uma condicional. Considerados os dados do enunciado, temos que**:** **todo gerente de projeto é programador**. Observe que tal afirmativa equivale a falar: **se é gerente de projeto, então é programador.** Em notação da lógica de primeira ordem fica:

$$G(x) \Longrightarrow P(x)$$

Observe que a forma que escrevemos **não aparece nas alternativas**. Devemos ir na aula de equivalências lógicas e buscar mais uma equivalência. Lembre-se:

$$p \Longrightarrow q \qquad \equiv \qquad \neg q \Longrightarrow \neg p$$

Podemos usar a mesma relação aqui na lógica de primeira ordem.

$$G(x) \Longrightarrow P(x) \qquad \equiv \qquad \neg P(x) \Longrightarrow \neg G(x)$$

Qualquer uma das expressões acima são possíveis respostas da questão. No entanto, **apenas $\neg P(x) \Longrightarrow \neg G(x)$ está contemplada nas alternativas e é o nosso gabarito**.

Gabarito: LETRA E.

11. (CESGRANRIO/TRANSPETRO/2012) Considerando os predicados: chefe(x) significando que x é chefe, departamento(x) significando que x é um departamento e chefia (x, y) significando que x chefia y, a restrição "Todo chefe chefia um departamento" pode ser expressa pela seguinte fórmula da lógica de predicados de primeira ordem:

A) $\forall x \forall y$ chefe $\wedge$ (x) departamento (y) $\rightarrow$ chefia (x, y)

B) $\forall x \forall y$ chefia (x, y) $\wedge$ chefe (x) $\wedge$ departamento (y)

C) $\forall x$ chefe (x) $\wedge$ ($\exists y$ departamento (y) $\rightarrow$ chefia (x, y))

D) $\forall x$ chefe (x) $\rightarrow$ $\exists y$ (departamento (y) $\wedge$ chefia (x, y))

E) $\forall x$ chefe (x) $\rightarrow$ $\neg\exists y$ (departamento (y) $\wedge$ $\neg$chefia (x, y))

Comentários:

O enunciado traz a seguinte expressão.

Todo chefe chefia um departamento.

Vamos reescrever a expressão do enunciado de uma forma que estamos habituados trabalhar.

Todo chefe é chefe de um departamento.

Veja que reescrevemos a afirmativa do enunciado em uma proposição categórica da forma "todo A é B". Ao longo da teoria dessa aula, vimos que esse tipo de proposição quantificada possui a seguinte representação simbólica:

$$\forall x \left(A(x) \Rightarrow B(x)\right)$$

Sabendo disso, podemos eliminar a alternativa B, **pois não traz uma condicional**. O predicado $A(x)$ é usado **no antecedente da condicional**. Fazendo um paralelo com a expressão "todo chefe é...", descobrimos que $chefe(x)$ equivale ao $A(x)$.

$$\forall x \left(chefe(x) \Rightarrow B(x)\right)$$

Sem achar o consequente da condicional, já é possível eliminar mais três alternativas: letras A e C. Nossa chance de acertar está em 50%. Para encontrar o gabarito definitivo, **devemos escrever que o chefe chefia um departamento**. O enunciado disse que:

$$chefia(x, y): \quad x \text{ chefia } y.$$
$$departamento(x): \quad x \text{ é um departamento}$$

Note que não é adequado usarmos x para representar um departamento, uma vez que a variável x já está indicando um chefe. **Como alguém x chefia y, devemos usar a variável y pra representar o departamento**.

$$chefia(x, y): \quad x \text{ chefia } y.$$
$$departamento(y): \quad y \text{ é um departamento}$$

Para juntar esses dois predicados, devemos utilizar a conjunção ∧. Isso acontece, pois, **as duas sentenças devem ser verdadeiras simultaneamente** para traduzir exatamente a ideia de que:

$$x \text{ chefia } y \quad \boldsymbol{e} \quad y \text{ é um departamento}$$

Considerando que **cada chefe chefia um departamento e não todos**, usamos o quantificador ∃. Logo, juntando todas essas informações

$$\forall x \text{ chefe } (x) \Rightarrow \exists y \text{ (departamento } (y) \land \text{chefia } (x, y))$$

Gabarito: LETRA D.

12. (IAUPE/EXP. CID./2012) Dadas as negativas de cada sentença descrita, na forma matemática, é CORRETO afirmar que

I. A negação de $(\forall x)\ (x^2 = 16)$ é $(\exists x)\ (x^2 \neq 16)$.
II. A negação de $(12 \in A \wedge 12 \notin B)$ é $(12 \in A \vee 12 \in B)$.
III. A negação de $(x = 7 \vee x = 10)$ é $(x \neq 7 \vee x \neq 10)$.

Somente está CORRETO o que se afirma em

A) I.

B) III.

C) II.

D) I e II.

E) II e III.

Comentários:

Vamos analisar cada uma das sentenças.

I. A negação de $(\forall x)\ (x^2 = 16)$ é $(\exists x)\ (x^2 \neq 16)$.

Correto. Quando negamos proposições quantificadas, devemos substituir o quantificador. Observe que houve essa mudança (de ∀ para ∃). Além disso, a negação de "é igual" é "não é igual", o que também é trazido pela afirmativa.

II. A negação de $(12 \in A \wedge 12 \notin B)$ é $(12 \in A \vee 12 \in B)$.

Errada. Temos uma conjunção. Já sabemos, das leis de De Morgan, que para negar uma conjunção, devemos **transformá-la em uma disjunção e negar as proposições componentes**. Observe que realmente a conjunção virou uma disjunção. No entanto, a proposição $12 \in A$ não foi negada. Por isso, a afirmativa está errada.

III. A negação de $(x = 7 \vee x = 10)$ é $(x \neq 7 \vee x \neq 10)$.

Errada. Temos uma disjunção. Já sabemos, das leis de De Morgan, que para negar uma disjunção, devemos **transformá-la em uma conjunção e negar as proposições componentes**. Observe que, apesar das proposições componentes estarem negadas ($x = 7$ virou $x \neq 7$ e $x = 10$ virou $x \neq 10$), não houve a mudança da disjunção para a conjunção.

Gabarito: LETRA A. / GABARITO BANCA: LETRA D.

13. (CESGRANRIO/LIQUIGÁS/2012) O predicado $g(x, y)$ é avaliado como verdadeiro se “x gosta de y". A sentença “se uma pessoa não gosta de si mesma então não gosta de qualquer outra" pode ser expressa em lógica de primeira ordem como

A) $\neg g(i,i) \rightarrow \forall x \neg g(i,x)$
B) $\neg g(i,i) \rightarrow \neg \forall x \neg g(i,x)$
C) $\exists x\, g(x,i) \rightarrow \neg \exists x \neg g(i,x)$
D) $\exists x\, g(i,x) \rightarrow \neg \forall x \neg g(i,x)$
E) $\neg \exists x \neg g(x,i) \rightarrow \neg \forall x \neg g(i,x)$

Comentários:
Se $\boldsymbol{g(x,y)}$ **expressa a ideia de que "x gosta de y"**, então para dizer que **"x não gosta de y" basta escrever $\boldsymbol{\neg g(x,y)}$**. Se queremos dizer que uma pessoa não gosta dela mesma, basta utilizar uma mesma letra. Olhando as alternativas percebemos que o examinador utilizou o "i". Logo, **$\boldsymbol{\neg g(i,i)}$ expressa que "i não gosta de i" ou seja "a pessoa i não gosta dela mesma"**.

Quando isso acontece, **a pessoa não gosta de qualquer outra**. A palavra "qualquer" nos passa a ideia de universalidade, por isso, vamos precisar do **quantificador $\forall$**. Representaremos essas outras pessoas que "i" não é capaz de gostar por "x". Logo, o quantificador deverá atuar em "x", não em "i".

Sendo assim, **a ideia que "i não gosta de qualquer x" é corretamente representada por $\forall \boldsymbol{x} \neg \boldsymbol{g(i,x)}$** (para qualquer x, i não gosta de x). Logo, a condicional fica

$$\neg g(i,i) \rightarrow \forall x \neg g(i,x)$$

Gabarito: LETRA A.

14. (CESGRANRIO/INNOVA/2012) A lógica de predicados de primeira ordem foi escolhida para representar um conjunto de restrições que um modelo de dados deve satisfazer para adequar-se a um novo sistema. Considere os predicados $\boldsymbol{P(v)}$, representando que v é um pedido, $\boldsymbol{I(w)}$ representando que w é um item, e $\boldsymbol{C(v,w)}$ representando que w consta em v, para quaisquer variáveis v e w. Qual a fórmula que pode ser usada para representar que, em qualquer pedido, consta ao menos um item?
A) $\forall\, x\, \forall (P(x) \wedge I(y) \wedge C(x,y)$
B) $\exists x \exists y\, P(x) \wedge I(y) \wedge C(x,y))$
C) $\forall x\, (P(x) -> \forall y (I(y)\; C(x,y)))$
D) $\forall x\, (P(x) -> \exists y (I(y) \wedge C(x,y)))$
E) $\exists x (P(x) \wedge \forall y (I(y)\; C(x,y)))$

Comentários:
Queremos representar *"em qualquer pedido, consta ao menos um item"* em linguagem de lógica de primeira ordem. Vamos reescrever a sentença de um jeito melhor: **"todo pedido consta ao menos um item"** ou **"se é um pedido, então consta ao menos um item"**. Observe que **a condicional é uma melhor opção** para utilizar a simbologia. Sabendo disso, já ficamos com 50% de chance de acertar o item, pois, **apenas as letras C e D trazem uma condicional**.

A letra C, no entanto, não trouxe um operador entre $I(y)$ e $C(x,y)$. Logo, a alternativa fica imediatamente errada e poderíamos marcar com tranquilidade a letra D.

$$\forall x\ (P(x) -> \ \forall y(I(y) \ ?\ C(x,y)))$$

Porém, vamos imaginar que o item não tivesse vindo com um erro tão grotesco. A primeira parte da condicional é " (se) é um pedido". Logo, $P(x)$ representa isso muito bem já que $\boldsymbol{P(x)}$: $\boldsymbol{x}$ **é** $\boldsymbol{um\ pedido}$.

Além disso, queremos dizer que consta ao menos um item nesse pedido. Vamos usar $I(y)$: y é $um\ item$ **e** $C(x,y)$: $y\ consta\ em\ x$. Esses dois predicados **devem valer ao mesmo tempo** e, por isso, usamos o operador $\wedge$.

Como temos que "consta ao menos um item" esse **"ao menos um" é a palavra-chave para utilizarmos o quantificador existencial ∃ para os itens y**, além disso como o que estamos **dizendo vale para todos os pedidos, usamos o quantificador universal** ∀ **para os pedidos x**. Logo, de fato, temos que:

$$\forall x\ \big(P(x) -> \ \exists y\big(I(y) \wedge C(x,y)\big)\ \big)$$

Ao pé da letra significa:

"Para todo x, se x é um pedido, então existe y tal que y é um item e y consta em x."

Gabarito: LETRA D.

LISTA DE QUESTÕES – BANCAS DIVERSAS

Introdução à Lógica de Primeira Ordem

1. (UFAL/CASAL/2014) Considere as seguintes fórmulas do cálculo proposicional.

I. $\sim\sim\sim\boldsymbol{R}$
II. $(\sim\boldsymbol{R})$
III. $\sim\sim(\boldsymbol{P} \wedge \boldsymbol{P})$
IV. $\sim(\boldsymbol{P} \leftrightarrow (\boldsymbol{Q} \wedge \boldsymbol{R}))$

Usando as regras de formação, verifica-se que são fórmulas bem formuladas,

a) II, apenas.
b) I, III e IV, apenas.
c) I e II, apenas.
d) III e IV, apenas.
e) I, II, III e IV.

2. (FGV/PREF. OSASCO/2014) Seja O um conjunto de objetos e P, Q, R, S propriedades sobre esses objetos. Sabendo-se que para todo objeto x em O:

1. $\boldsymbol{P(x)}$ **é verdadeiro.**
2. $\boldsymbol{Q(x)}$ **é verdadeiro.**
3. Se $\boldsymbol{P(x)}$, $\boldsymbol{Q(x)}$ **e** $\boldsymbol{R(x)}$ **são verdadeiros então** $\boldsymbol{S(x)}$ **é verdadeiro.**

Pode-se concluir, para todo x em O, que:
A) se $R(x)$ é verdadeiro então $S(x)$ é verdadeiro;
B) $S(x)$ e $R(x)$ são verdadeiros;
C) se $P(x)$ e $Q(x)$ são verdadeiros então $R(x)$ é verdadeiro;
D) se $P(x)$ é verdadeiro ou $Q(x)$ é verdadeiro então $R(x)$ é verdadeiro;
E) se $S(x)$ e $Q(x)$ são verdadeiros então $P(x)$ e $R(x)$ são verdadeiros.

3. (IADES/CRQ/2014) Considerando que "se x é matemático, então x é físico", "existe físico que é químico" e "não existe matemático que seja químico", assinale a alternativa correta.
A) Se alguém é físico, então será químico
B) Se alguém é químico, então será físico.
C) Existe alguém que é matemático, que também é químico e físico.

D) Se existe alguém que não é matemático, então será químico.
E) Se alguém é químico e físico, então não será matemático.

4. (FGV/ALEMA/2013) Considere a sentença a seguir.

“Qualquer que seja o quadrilátero convexo, se ele é equilátero ou equiângulo então ele é regular.”

Assinale a alternativa que indica a sentença logicamente equivalente à sentença acima.
A) Qualquer que seja o quadrilátero convexo, se ele é regular então ele é equilátero ou equiângulo.
B) Existe um quadrilátero convexo que é equilátero ou equiângulo mas que não é regular.
C) Qualquer que seja o quadrilátero convexo, se ele não é equilátero ou não é equiângulo então ele não é regular.
D) Algum quadrilátero convexo não é regular, mas é equilátero ou equiângulo.
E) Qualquer que seja o quadrilátero convexo, ele não é equilátero nem é equiângulo, ou ele é regular.

5. (FGV/ALEMA/2013) Considere a sentença:

“Não é verdade que todo parlamentar de Brasília falta às sessões plenárias das sextas-feiras no Congresso e retorna ao seu estado de origem.”

Uma sentença logicamente equivalente a essa:
A) Nenhum parlamentar de Brasília falta às sessões plenárias das sextas-feiras no Congresso e retorna ao seu estado de origem.
B) Todo parlamentar de Brasília comparece às sessões plenárias das sextas-feiras no Congresso ou retorna ao seu estado de origem.
C) Algum parlamentar de Brasília comparece às sessões plenárias das sextas-feiras no Congresso e não retorna ao seu estado de origem.
D) Algum parlamentar de Brasília comparece às sessões plenárias das sextas-feiras no Congresso e retorna ao seu estado de origem.
E) Algum parlamentar de Brasília comparece às sessões plenárias das sextas-feiras no Congresso ou não retorna ao seu estado de origem.

6. (SMA-RJ/PREF. RJ/2013) A afirmativa “todo bom cidadão denuncia uma irregularidade quando a vê” é logicamente equivalente a:
a) Quem não vê uma irregularidade e a denuncia é bom cidadão.
b) Quem vê uma irregularidade e não a denuncia não é bom cidadão.
c) Quem vê uma irregularidade e a denuncia não é bom cidadão.
d) Quem é bom cidadão vê irregularidades.
e) Quem vê irregularidades é bom cidadão.

7. (FCC/SEFAZ-SP/2006) No universo U, sejam P, Q, R, S e T propriedades sobre os elementos de U. (K(x) quer dizer que o elemento x de U satisfaz a propriedade K e isso pode ser válido ou não). Para todo x de U considere válidas as premissas seguintes:

- $\boldsymbol{P(x)}$
- $\boldsymbol{Q(x)}$
- $\boldsymbol{[R(x) \rightarrow S(x)] \rightarrow T(x)}$
- $\boldsymbol{[P(x) \wedge Q(x) \wedge R(x)] \rightarrow S(x)}$

É verdade que

A) $R(x)$ é válida.

B) $S(x)$ é válida.

C) $T(x)$ é válida.

D) nada se pode concluir sem saber se $R(x)$ é ou não válida.

E) não há conclusão possível sobre $R(x)$, $S(x)$ e $T(x)$.

GABARITO

1. LETRA B
2. LETRA A
3. LETRA E
4. LETRA E
5. LETRA E
6. LETRA B
7. LETRA C

LISTA DE QUESTÕES – BANCAS DIVERSAS

Lógica de Primeira Ordem

1. (CESGRANRIO/TRANSPETRO/2018) Considere a seguinte sentença:

"Todo aluno do curso de Informática estuda algum tópico de Matemática Discreta"
e os seguintes predicados:

$\boldsymbol{A(x)}$: $\boldsymbol{x}$ **é aluno.**
$\boldsymbol{I(x)}$: $\boldsymbol{x}$ **é do curso de Informática.**
$\boldsymbol{E(x,y)}$: $\boldsymbol{x}$ **estuda** $\boldsymbol{y}$**.**
$\boldsymbol{T(x)}$: $\boldsymbol{x}$ **é tópico de Matemática Discreta.**

Uma forma de traduzi-la é
A) $\forall x((A(x) \wedge I(x)) \rightarrow \exists y(T(y) \wedge E(x,y)))$
B) $\forall x(A(x) \wedge I(x)) \wedge \forall y(T(y) \rightarrow E(x,y))$
C) $\exists x \forall y(A(x) \wedge /(x) \wedge T(y) \wedge \neg E(x,y))$
D) $\forall x((A(x) \wedge I(x)) \rightarrow \forall y(T(y) \rightarrow E(x,y)))$
E) $\exists x \forall (A(x) \wedge I(x) \wedge T(y) \wedge E(x,y))$

2. (UFAL/PREF. ROTEIRO/2017) Considerando que os símbolos $\neg$, $\wedge$, $\vee$, $\forall$ **e** $\exists$ **representam negação, conjunção, disjunção, quantificador universal e quantificador existencial, respectivamente, e dado o conjunto de premissas** $\{\forall \boldsymbol{x}(\neg \boldsymbol{P}(\boldsymbol{x}) \wedge \boldsymbol{Q}(\boldsymbol{x}))\}$**, qual informação abaixo pode ser inferida**?
A) $\forall x(P(x) \wedge Q(x))$
B) $\exists x(P(x) \wedge Q(x))$
C) $\forall x P(x)$
D) $\forall x Q(x)$
E) $\exists x P(x)$

3. (QUADRIX/CORECON-PE/2016) Milton Friedman, um economista americano, prêmio Nobel em economia, afirmou: "Quando usamos política monetária expansionista e a política fiscal expansionista, causamos a inflação." Usando sentenças da lógica de primeira ordem, representa a afirmação de Friedman:
A) $\forall x((P(x) \ \wedge \ Q(x)) \ \rightarrow \ R(x))$
B) $R(x) \ \rightarrow \ \forall x((P(x) \ \vee \ Q(x))$
C) $\forall x((P(x) \ \vee \ Q(x)) \ \rightarrow \ R(x))$
D) $(P(x) \ \vee \ Q(x)) \ \rightarrow \ Q(x))$
E) $Q(x) \ \rightarrow \ \forall x((P(x) \ \vee \ R(x))$

4. (UFAL/PREF. SÃO SEBASTIÃO/2015) Se os símbolos $\neg$, $\wedge$, $\vee, \rightarrow, \leftrightarrow, \forall$ e $\exists$ representam a negação, conjunção, disjunção, condicional, bicondicional, para todo e existe, respectivamente, a negação da fórmula $\forall \boldsymbol{x}(\boldsymbol{P}(\boldsymbol{x}) \rightarrow \boldsymbol{Q}(\boldsymbol{x}))$ é equivalente à fórmula

A) $\exists x(P(x) \vee Q(x))$

B) $\exists x(P(x) \wedge \neg Q(x))$

C) $\exists x(\neg P(x) \rightarrow \neg Q(x))$

D) $\forall x(P(x) \wedge \neg Q(x))$

E) $\forall x(\neg P(x) \vee Q(x))$

5. (UFAL/PREF. CRAÍBAS/2015) Considerando que os símbolos $\forall, \exists, \sim, \rightarrow$ e $\vee$ representam a quantificação universal, quantificação existencial, negação, implicação e disjunção, respectivamente, do conjunto de premissas $\{\forall \boldsymbol{x}(\sim \boldsymbol{P}(\boldsymbol{x}) \vee \boldsymbol{Q}(\boldsymbol{x}) \vee \boldsymbol{R}(\boldsymbol{x})), \forall \boldsymbol{x} \boldsymbol{P}(\boldsymbol{x})\}$, infere-se que

A) $\exists x(R(x) \rightarrow Q(x))$.

B) $\exists x(Q(x) \rightarrow R(x))$.

C) $\exists x(\sim Q(x) \rightarrow R(x))$.

D) $\exists x(\sim Q(x) \rightarrow \sim R(x))$.

E) $\exists x(\sim R(x) \rightarrow \sim Q(x))$.

6. (UFAL/PREF. SÃO SEBASTIÃO/2015) Se os símbolos $\neg$, $\wedge$, $\vee, \rightarrow, \leftrightarrow, \forall$ e $\exists$ representam a negação, conjunção, disjunção, condicional, bicondicional, para todo e existe, respectivamente,

I. $\forall \boldsymbol{x}(\boldsymbol{P}(\boldsymbol{x}) \wedge \boldsymbol{Q}(\boldsymbol{x}))$ **e** $\forall \boldsymbol{x} \boldsymbol{P}(\boldsymbol{x}) \wedge \forall \boldsymbol{x} \boldsymbol{Q}(\boldsymbol{x})$

II. $\forall \boldsymbol{x}(\boldsymbol{P}(\boldsymbol{x}) \vee \boldsymbol{Q}(\boldsymbol{x}))$ **e** $\forall \boldsymbol{x} \boldsymbol{P}(\boldsymbol{x}) \vee \forall \boldsymbol{x} \boldsymbol{Q}(\boldsymbol{x})$

III. $\exists \boldsymbol{x}(\boldsymbol{P}(\boldsymbol{x}) \wedge \boldsymbol{Q}(\boldsymbol{x}))$ **e** $\exists \boldsymbol{x} \boldsymbol{P}(\boldsymbol{x}) \wedge \exists \boldsymbol{x} \boldsymbol{Q}(\boldsymbol{x})$

verifica-se que são equivalentes o(s) par(es) do(s) item(ns)

A) I, apenas.

B) II, apenas.

C) I e III, apenas.

D) II e III, apenas.

E) I, II e III.

7. (UFAL/PREF. SÃO SEBASTIÃO/2015) Se os símbolos $\neg$, $\wedge$, $\vee, \rightarrow, \leftrightarrow, \forall$ e $\exists$ representam a negação, conjunção, disjunção, condicional, bicondicional, para todo e existe, respectivamente, a fórmula $\forall \boldsymbol{x} \exists \boldsymbol{y}(\boldsymbol{P}(\boldsymbol{x}) \rightarrow \boldsymbol{Q}(\boldsymbol{y}))$ é equivalente à fórmula

a) $\exists x P(x) \rightarrow \exists y Q(y)$

b) $\exists x P(x) \leftrightarrow \forall y Q(y)$

c) $\forall x P(x) \rightarrow \exists y Q(y)$

d) $\forall x P(x) \rightarrow \forall y Q(y)$

e) $\forall x P(x) \leftrightarrow \exists y Q(y)$

8. (INAZ/BANPARÁ/2014) Considere a seguinte proposição P: $(\exists x \in A)(\neg p(x) \rightarrow q(x) \wedge r(x))$. Assinale a alternativa que contém uma proposição equivalente a $\neg p$.

A) $(\exists x \in A)(\neg p(x) \wedge (\neg q(x) \vee \neg r(x)))$

B) $(\forall x \in A)(\neg p(x) \wedge (\neg q(x) \vee \neg r(x)))$

C) $(\exists x \in A)(\neg p(x) \rightarrow \neg(q(x) \wedge r(x)))$

D) $(\forall x \in A)(p(x) \wedge (\neg q(x) \vee \neg r(x)))$

E) $(\forall x \in A)(\neg(p(x) \rightarrow (q(x) \vee r(x)))$

9. (CESGRANRIO/BR/2012) Considere a seguinte afirmativa: Ser analista de sistemas é condição necessária porém não suficiente para ser engenheiro de software. Considere os predicados $A(x)$ e $E(x)$ que representam respectivamente que x é analista de sistemas e que x é engenheiro de software. Uma representação coerente da afirmativa acima, em lógica de primeira ordem, é

A) $A(x) \rightarrow E(x)$

B) $A(x) \rightarrow \neg E(x)$

C) $\neg A(x) \rightarrow E(x)$

D) $\neg E(x) \rightarrow \neg A(x)$

E) $E(x) \rightarrow A(x)$

10. (CESGRANRIO/BR/2012) Considere a afirmativa “Todo gerente de projeto é programador”. Considere os predicados $G(x)$ e $P(x)$, que representam, respectivamente, que x é gerente de projeto e que x é programador. Uma representação coerente da afirmativa acima em lógica de primeira ordem é

A) $G(x) \rightarrow \neg P(x)$

B) $\neg G(x) \rightarrow P(x)$

C) $P(x) \rightarrow G(x)$

D) $\neg P(x) \rightarrow G(x)$

E) $\neg P(x) \rightarrow \neg G(x)$

11. (CESGRANRIO/TRANSPETRO/2012) Considerando os predicados: chefe(x) significando que x é chefe, departamento(x) significando que x é um departamento e chefia (x, y) significando que x chefia y, a restrição “Todo chefe chefia um departamento” pode ser expressa pela seguinte fórmula da lógica de predicados de primeira ordem:

A) $\forall x \forall y$ chefe $\wedge$ (x) departamento $(y) \rightarrow$ chefia (x, y)

B) $\forall x \forall y$ chefia (x, y) $\wedge$ chefe (x) $\wedge$ departamento (y)

C) $\forall x$ chefe $(x) \wedge$ $(\exists y$ departamento (y) $\rightarrow$ chefia $(x, y))$

D) $\forall x$ chefe $(x) \rightarrow \exists y$ (departamento (y) $\wedge$ chefia (x, y))

E) $\forall x$ chefe $(x) \rightarrow \neg\exists y$ (departamento (y) $\wedge$ $\neg$chefia (x, y))

12. (IAUPE/EXP. CID./2012) Dadas as negativas de cada sentença descrita, na forma matemática, é CORRETO afirmar que

I. A negação de $(\forall x)\ (x^2 = 16)$ é $(\exists x)\ (x^2 \neq 16)$.
II. A negação de $(12 \in A \wedge 12 \notin B)$ é $(12 \in A \vee 12 \in B)$.
III. A negação de $(x = 7 \vee x = 10)$ é $(x \neq 7 \vee x \neq 10)$.

Somente está CORRETO o que se afirma em

A) I.

B) III.

C) II.

D) I e II.

E) II e III.

13. (CESGRANRIO/LIQUIGÁS/2012) O predicado $g(x, y)$ é avaliado como verdadeiro se "x gosta de y". A sentença "se uma pessoa não gosta de si mesma então não gosta de qualquer outra" pode ser expressa em lógica de primeira ordem como

A) $\neg g(i, i) \rightarrow \forall x \neg g(i, x)$

B) $\neg g(i, i) \rightarrow \neg \forall x \neg g(i, x)$

C) $\exists x\ g(x, i) \rightarrow \neg \exists x \neg g(i, x)$

D) $\exists x\ g(i, x) \rightarrow \neg \forall x \neg g(i, x)$

E) $\neg \exists x \neg g(x, i) \rightarrow \neg \forall x \neg g(i, x)$

14. (CESGRANRIO/INNOVA/2012) A lógica de predicados de primeira ordem foi escolhida para representar um conjunto de restrições que um modelo de dados deve satisfazer para adequar-se a um novo sistema. Considere os predicados $P(v)$, representando que v é um pedido, $I(w)$ representando que w é um item, e $C(v, w)$ representando que w consta em v, para quaisquer variáveis v e w. Qual a fórmula que pode ser usada para representar que, em qualquer pedido, consta ao menos um item?

A) $\forall\ x\ \forall(P(x) \wedge I(y) \wedge C(x, y)$

B) $\exists x \exists y\ P(x) \wedge I(y) \wedge C(x, y))$

C) $\forall x\ (P(x) -> \ \forall y(I(y)\ C(x, y)))$

D) $\forall x\ (P(x) -> \ \exists y(I(y) \wedge C(x, y)))$

E) $\exists x(P(x) \wedge \forall y(I(y)\ C(x, y)))$

Gabarito

1. LETRA A
2. LETRA D
3. LETRA A
4. LETRA B
5. LETRA C
6. LETRA A
7. LETRA A
8. LETRA B
9. LETRA E
10. LETRA E
11. LETRA D
12. LETRA A*
13. LETRA A
14. LETRA D

ESSA LEI TODO MUNDO CONHECE:
PIRATARIA É CRIME.

Mas é sempre bom revisar o porquê e como você pode ser prejudicado com essa prática.

1. Professor investe seu tempo para elaborar os cursos e o site os coloca à venda.

2. Pirata divulga ilicitamente (grupos de rateio), utilizando-se do anonimato, nomes falsos ou laranjas (geralmente o pirata se anuncia como formador de "grupos solidários" de rateio que não visam lucro).

3. Pirata cria alunos fake praticando falsidade ideológica, comprando cursos do site em nome de pessoas aleatórias (usando nome, CPF, endereço e telefone de terceiros sem autorização).

4. Pirata compra, muitas vezes, clonando cartões de crédito (por vezes o sistema anti-fraude não consegue identificar o golpe a tempo).

5. Pirata fere os Termos de Uso, adultera as aulas e retira a identificação dos arquivos PDF (justamente porque a atividade é ilegal e ele não quer que seus fakes sejam identificados).

6. Pirata revende as aulas protegidas por direitos autorais, praticando concorrência desleal e em flagrante desrespeito à Lei de Direitos Autorais (Lei 9.610/98).

7. Concurseiro(a) desinformado participa de rateio, achando que nada disso está acontecendo e esperando se tornar servidor público para exigir o cumprimento das leis.

8. O professor que elaborou o curso não ganha nada, o site não recebe nada, e a pessoa que praticou todos os ilícitos anteriores (pirata) fica com o lucro.