

Aula 02

*BNB (Analista Bancário) Matemática
Financeira - 2023 (Pré-Edital)*

Autor:
**Equipe Exatas Estratégia
Concursos**

29 de Março de 2023

Índice

1) Descontos	3
2) Modalidades de Descontos	5
3) Taxa Efetiva	32
4) Aspectos Conceituais sobre Descontos	38
5) Questões Comentadas - Modalidades de Descontos - Cesgranrio	44
6) Questões Comentadas - Taxa Efetiva - Cesgranrio	65
7) Questões Comentadas - Aspectos Conceitos sobre Descontos - Cesgranrio	67
8) Lista de Questões - Modalidades de Descontos - Cesgranrio	69
9) Lista de Questões - Taxa Efetiva - Cesgranrio	76
10) Lista de Questões - Aspectos Conceitos sobre Descontos - Cesgranrio	78



DESCONTOS

Para entender a essência da **operação de Desconto**, vamos partir de uma situação hipotética e até mesmo intuitiva.

Imagine que você tenha um direito monetário de R\$ 100.000,00 para receber em 8 meses. Porém, com a necessidade de ter esse valor **imediatamente**, você recorre a um banco para poder antecipar o que irá receber.

Então, o banco te propõe pagar um certo valor por esse direito e, assim, a instituição financeira ficará com esse título até o vencimento que, como vimos, ocorrerá em 8 meses. Ocorrerá uma mudança na titularidade do direito.

Sendo assim, o banco vai descontar um valor. O banco não te pagará os R\$ 100.000,00, obviamente. Haverá um desconto em cima desse valor. Esse desconto vai depender da modalidade adotada, da taxa de juros e do prazo de antecipação. Ou seja, você, certamente, **receberá menos que o Valor que consta no título**.

É esse estudo que faremos na aula de hoje. Iremos estudar os conceitos em torno da operação de desconto e as diferentes modalidades que podem ser cobradas na prova.

Definição

Consiste em um detentor de um direito (título) monetário receber por ele um valor antecipado antes do seu vencimento. Uma vez que o detentor antecipou o prazo de vencimento, **receberá por ele um valor menor** ao que receberia caso aguardasse todo o decurso do prazo.

Na matemática financeira, descontar é: **antecipar o valor de um recebível**.

Conceitos

Valor Nominal (N)

É o **Valor de Face** do título, isto é, o valor declarado do quanto o portador do título terá para receber ao final do prazo de vencimento.

Na nossa situação hipotética inicial da aula, seriam os R\$ 100.000,00 (com prazo de vencimento em 8 meses).

Sinônimos de Valor Nominal: Valor de Face, Valor Futuro, Montante, Valor Final.

Valor Atual (A)

É o valor que o titular do direito **receberá antecipadamente** por ele **depois de efetuar o desconto**. Outras nomenclaturas que, por vezes, aparecem em prova são: **Valor Descontado ou Valor Presente**.



Desconto (D)

É a **diferença entre o valor Nominal e o valor Atual.**

$$D = N - A$$



Iremos estudar, a partir de agora, os tipos de descontos. Porém, tenha em mente que, **independentemente da modalidade**, o Desconto sempre será a diferença entre o Valor Nominal e o Valor Atual. Ou seja, a fórmula $D = N - A$ é **válida para todos os tipos de descontos.**



Para decorar esta fórmula, pense que **Desconto** tem que estar no **DNA** do aluno. Ou seja,

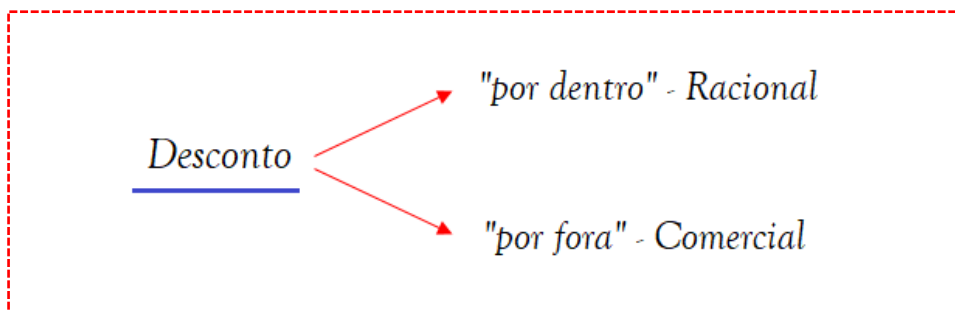
$$D = N - A$$



MODALIDADES DE DESCONTOS

Há duas modalidades de Descontos: o Desconto Racional (por dentro) e o Desconto Comercial (por fora ou bancário). E, dentro de cada uma, podemos ter o regime de desconto simples ou o regime composto.

Iremos, então, estudar essas 4 “ramificações” e, ao final de cada, apresentarei uma esquematização com as fórmulas que você **DEVE DECORAR**.



Ou, podemos decorar usando um esquema (apresentado a mim há um tempo pelo aluno Clóvis Sabino a quem deixo aqui meus créditos) com a letra de cada modalidade. Veja:

de **N**tro e fo **R**a
raciona al come cial



O **Desconto Racional** toma como base, para o cálculo do Desconto, o **Valor Atual** do título. Enquanto que o **Desconto Comercial** utiliza o **Valor Nominal**.



Mais à frente, no final da aula, veremos a **diferença conceitual** entre ambos. Todavia, adianto que a parte conceitual é pouco explorada em provas. O que você necessita e deve saber são as fórmulas e suas aplicabilidades.

As modalidades a seguir, juntamente com suas fórmulas, despencam em provas. Preste bem **atenção** e, em seguida, faremos exercícios para consolidar esta parte da matéria.



Desconto Racional Simples

No **Desconto Racional Simples**, o Desconto é calculado em cima do Valor Atual do título com base nas fórmulas do regime simples.

O **Desconto** é calculado pela seguinte fórmula:

$$D_{RS} = A \times i \times t$$

Onde,

D_{RS} = Desconto racional simples

A = Valor Atual

i = taxa de desconto

t = período de antecipação

Atente-se para as unidades da taxa de desconto e do período. Necessariamente, elas devem estar na mesma unidade de grandeza.

E, para calcular o **Valor Atual** do título, iremos utilizar a seguinte expressão:

$$A = \frac{N}{(1 + i \times t)}$$





Observe que as fórmulas do **Desconto Racional Simples** são **análogas** às do Juros Simples, mudando apenas as incógnitas (que nada mais são que sinônimos). Vejamos:

Desconto → Juros

Valor Atual → Capital

Valor Nominal → Montante

Vamos relembrar a fórmula dos **Juros** em regime simples.

$$J = C \times i \times t$$

Comparando com a fórmula apresentada do Desconto Racional Simples:

$$\begin{array}{c} J = C \times i \times t \\ \downarrow \quad \downarrow \\ D_{RS} = A \times i \times t \end{array}$$

A mesma associação é válida para o cálculo do **Valor Nominal**. Em regime de Juros Simples o **Montante** é calculado pela seguinte fórmula:

$$M = C \times (1 + i \times t)$$

Comparando com a fórmula do **Valor Atual** apresentada do Desconto Racional Simples:

$$\begin{array}{c} A = \frac{N}{(1 + i \times t)} \\ \\ N = A \times (1 + i \times t) \\ \downarrow \quad \downarrow \\ M = C \times (1 + i \times t) \end{array}$$



E por fim, podemos ainda, comparar a **fórmula do DNA** estudada acima. Sabemos que o Desconto é a diferença entre o Valor Nominal e o Valor Atual, assim como, os Juros são calculados pela diferença do Montante menos o Capital Inicial.

$$\begin{array}{ccc} D & = & N - A \\ \downarrow & & \downarrow \quad \downarrow \\ J & = & M - C \end{array}$$



Essa comparação é válida **apenas** no Desconto Racional (no simples que acabamos de provar e também no composto que veremos mais à frente).

Vimos que o **Desconto Racional** toma como base, para o cálculo do Desconto, o **Valor Atual** do título, assim como, em Regime de Juros Simples os Juros são calculados em cima do Capital Inicial.

Então, tenha em mente que esta associação de fórmulas **NÃO é válida para o Desconto Comercial**, uma vez que no Desconto Comercial a base de cálculo de incidência é o Valor Nominal.

No Desconto Comercial, tanto simples quanto composto, temos de decorar as equações. Mas fique tranquilo que ao final do tópico eu apresentarei todas as fórmulas esquematizadas.

Desconto Comercial Simples

No **Desconto Comercial Simples**, o Desconto é calculado em cima do Valor Nominal do título.

O **Desconto** é calculado pela seguinte fórmula:

$$D_{CS} = N \times i \times t$$

Onde,

D_{CS} = Desconto comercial simples

N = Valor Nominal

i = taxa de desconto





$t =$ período de antecipação

E, para calcular o **Valor Atual** do título, iremos utilizar a seguinte expressão:

$$A = N \times (1 - i \times t)$$



 <u>Desconto Racional Simples</u>	{	$D_{RS} = A \times i \times t$
		$A = \frac{N}{(1 + i \times t)}$
 <u>Desconto Comercial Simples</u>	{	$D_{CS} = N \times i \times t$
		$A = N \times (1 - i \times t)$

Vamos **resolver algumas questões de provas** acerca da distinção entre essas duas modalidades de **desconto simples** para você fixar bem o conteúdo.



(Inédita - 2022) Uma nota promissória de valor de face de R\$ 72.350,75 é descontada 7 meses antes do seu vencimento a uma taxa de desconto de 18% ao ano.

Qual o valor, aproximadamente, do Desconto dessa operação?

- a) R\$ 7.596,83
- b) R\$ 7.583,96
- c) R\$ 7.575,26



- d) R\$ 7.568,93
- e) R\$ 7.553,29

Comentários:



Observe que ele nos fornece o tempo em **MESES** e a taxa **ANUAL**. Sabemos que, **obrigatoriamente**, a unidade de grandeza da taxa de juros e a unidade de grandeza do tempo devem coincidir.

Então, vamos converter a taxa de anual para mensal. No regime Simples as taxas são proporcionais. Então, 18% ao ano equivale a:

$$i_{\text{mensal}} = \frac{i_{\text{anual}}}{12}$$
$$i_{\text{mensal}} = \frac{18}{12} \rightarrow i_{\text{mensal}} = 1,5\% \text{ a. m.}$$

Iremos aplicar a fórmula do Desconto Comercial Simples e calcular seu valor:

$$D_{CS} = N \times i \times t$$
$$D_{CS} = 72.350,75 \times \frac{1,5}{100} \times 7 = \rightarrow D_{CS} = 7.596,83$$

Gabarito: Alternativa **A**

(Inédita - 2022) Uma nota promissória de valor de face de R\$ 50.000,00 foi descontada 3 meses antes do seu vencimento a uma taxa de desconto comercial simples de 3% ao mês. Sobre esse desconto, houve cobrança de impostos com alíquota simples de 18% ao ano sobre o valor de face. Houve também uma taxa fixa de despesa bancária de 2% sobre o valor do desconto.

Sendo assim, o valor descontado é igual a:

- a) R\$ 42.640,00
- b) R\$ 42.960,00
- c) R\$ 43.040,00
- d) R\$ 43.160,00
- e) R\$ 43.240,00

Comentários:



Conforme comentamos, as questões de Desconto estão fugindo de aplicação literal de fórmulas e estão começando a fazer o candidato raciocinar em cima da *historinha* trazida no enunciado.

Observe que, neste exercício, o Valor Descontado (Valor Atual) será igual ao Valor Nominal menos o Desconto Comercial Simples menos o Imposto e menos, também, a taxa de despesa bancária.

$$A = N - D_{CS} - \text{impostos} - \text{taxa}$$

Vamos calcular separadamente cada uma dessas incógnitas.

1. D_{CS}

Uma nota promissória de valor de face de R\$ 50.000,00 foi descontada 3 meses antes do seu vencimento a uma taxa de desconto comercial simples de 3% ao mês.

Iremos aplicar diretamente a fórmula do Desconto Comercial Simples e calcular seu valor.

$$D_{CS} = N \times i \times t$$

$$D_{CS} = 50.000 \times \frac{3}{100} \times 3 \rightarrow \boxed{D_{CS} = 4.500}$$

2. Impostos

Sobre esse desconto, houve cobrança de impostos com alíquota simples de 3% ao ano sobre o valor de face.



Observe que ele nos fornece o tempo em **MESES** e a taxa **ANUAL**. Sabemos que, **obrigatoriamente**, a unidade de grandeza da taxa de juros e a unidade de grandeza do tempo devem coincidir.

$$i_{\text{mensal}} = \frac{i_{\text{anual}}}{12}$$

$$i_{\text{mensal}} = \frac{18}{12} \rightarrow i_{\text{mensal}} = 1,5\% \text{ a. m.}$$

Logo, os impostos serão iguais a:

$$\text{Impostos} = 50.000 \times \frac{1,5}{100} \times 3 \rightarrow \boxed{\text{Impostos} = 2.250}$$

3. Taxa de despesa bancária

Houve ainda a cobrança de uma taxa fixa de despesa bancária de 2% sobre o valor de Desconto. Cuidado que cada questão terá sua peculiaridade. Nessa, a taxa incidiu sobre o valor do DESCONTO.



Logo, a taxa será igual a:

$$\text{taxa} = \frac{2}{100} \times 4.500 \rightarrow \boxed{\text{taxa} = 90}$$

Sendo assim, o Valor Atual do título será igual a:

$$A = N - D_{CS} - \text{impostos} - \text{taxa}$$
$$A = 50.000 - 4.500 - 2.250 - 90 \rightarrow \boxed{A = 43.160}$$

Gabarito: Alternativa **D**

(Inédita - 2022) João dispõe de um título cujo valor de face é de R\$ 50.000,00 para vencimento em 6 meses. O banco lhe oferece um desconto comercial simples a uma taxa de 4% ao mês para comprar este título na data de hoje e João aceita a proposta.

Todavia, João, após fazer os cálculos da sua contabilidade financeira, percebe que não precisa desse dinheiro e não precisava ter aceitado os termos da negociação. Então, decide pela aplicação do valor obtido em um investimento a uma taxa de juros compostos de 4% ao mês.

Ao final do sexto mês, na data em que venceria seu título, o valor do montante que João terá será igual a:

Adote: $1,04^3 = 1,125$

- a) R\$ 47.573,25
- b) R\$ 48.093,75
- c) R\$ 49.555,45
- d) R\$ 51.375,95
- e) R\$ 52.125,25

Comentários:

Iremos dividir o problema em duas partes: a primeira relativa ao desconto e a segunda, à aplicação.

i. Desconto

"João dispõe de um título cujo valor de face é de R\$ 50.000,00 para vencimento em 6 meses e o desconta na data de hoje a uma taxa de 4% ao mês no desconto comercial composto.

Vamos, primeiramente, calcular o valor do Desconto Comercial Simples (D_{CS}) e, posteriormente, de posse do Desconto e do Valor Nomial, calcular o Valor Atual.

Calculando o D_{CS} :

$$D_{CS} = N \times i \times t$$



$$D_{CS} = 50.000 \times \frac{4}{100} \times 6 \rightarrow D_{CS} = 12.000$$

De posse do D_{CS} , calculamos o Valor Atual A :

$$D = N - A$$

$$12.000 = 50.000 - A$$

$$A = 50.000 - 12.000 \rightarrow A = 38.000$$

ii. Aplicação

Todavia, João percebe que não precisa desse dinheiro e decide pela aplicação do valor obtido em um investimento a uma taxa de juros compostos de 4% ao mês.

Vamos aplicar diretamente a fórmula do Montante em regime de Juros Compostos e calcular o Montante que ele terá ao final do sexto mês, isto é, na data em que venceria seu título

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 38.000 \times (1 + 0,04)^6$$

$$M = 38.000 \times 1,04^6$$

Observe que a banca nos fornece o valor de $1,04^3$. Pela propriedade da potência de potência sabemos que:

$$1,04^6 = (1,04^3)^2$$

Então:

$$M = 38.000 \times 1,04^6$$

$$M = 38.000 \times (1,04^3)^2$$

$$M = 38.000 \times 1,125^2$$

$$M = 38.000 \times 1,265625 \rightarrow M = 48.093,75$$

Gabarito: Alternativa **B**

(Prefeitura de Itajaí – 2020) Uma pessoa tem uma dívida de valor nominal igual a R\$ 5080. Ela decide saldar esta dívida 5 meses antes de seu vencimento.

Se a taxa de desconto racional simples utilizada é de 2% ao mês, então o valor que a pessoa pagará é:



- a) Maior que R\$ 4.700,00.
- b) Maior que R\$ 4.650,00 e menor que R\$ 4.700,00.
- c) Maior que R\$ 4.600,00 e menor que R\$ 4.650,00.
- d) Maior que R\$ 4.550,00 e menor que R\$ 4.600,00.
- e) Menor que R\$ 4.550,00.

Comentários:

Questão cobrada na prova de auditor fiscal do município de Itajaí. Iremos constatar que, para acertar a questão, bastava ter decorado a fórmula do valor atual do referido desconto.

Primeiramente vamos **separar as informações** fornecidas pelo enunciado:

$$N = 5.080$$

$$t = 5 \text{ meses}$$

$$i = 2\% \text{ ao mês} = 0,02$$

A banca nos questiona o valor atual. Sabemos que, no regime de **Desconto Racional Simples**, o valor atual é calculado pela seguinte fórmula:

$$A = \frac{N}{(1 + i \times t)}$$

Então, vamos substituir os valores e calcular o valor atual.

$$A = \frac{N}{(1 + i \times t)}$$

$$A = \frac{5.080}{(1 + 0,02 \times 5)}$$

$$A = \frac{5.080}{(1 + 0,1)}$$

$$A = \frac{5.080}{1,1} \rightarrow \mathbf{A = 4.618,18}$$

Ou seja, se a taxa de desconto racional simples utilizada é de 2% ao mês, então o valor que a pessoa pagará é maior que R\$ 4.600,00 e menor que R\$ 4.650,00.

Gabarito: Alternativa **C**



(SEFAZ RS – 2018) Um título cujo valor nominal era de R\$ 18.200,00 com vencimento para daqui a 6 meses, foi pago na data de hoje à taxa de desconto racional simples de 5% ao mês. Nesse caso, o título foi pago pelo valor de

- a) R\$ 14.000,00
- b) R\$ 12.740,00
- c) R\$ 17.333,33
- d) R\$ 17.290,00
- e) R\$ 15.740,00

Comentários:

Primeiramente vamos **separar as informações** fornecidas pelo enunciado:

$N = \text{Valor Nominal} = 18.200$

$t = \text{período de antecipação} = 6 \text{ meses}$

$i = \text{taxa de desconto} = 5\% \text{ ao mês} = 0,05$

A banca nos questiona o valor atual. Sabemos que, no regime de **Desconto Racional Simples**, o valor atual é calculado pela seguinte fórmula:

$$A = \frac{N}{(1 + i \times t)}$$

Então, vamos substituir os valores e calcular o valor atual.

$$A = \frac{N}{(1 + i \times t)}$$

$$A = \frac{18.200}{(1 + 0,05 \times 6)}$$

$$A = \frac{18.200}{(1 + 0,3)}$$

$$A = \frac{18.200}{1,3} \rightarrow A = 14.000$$

Gabarito: Alternativa A

(DPE PR – 2017) O restaurante Muita Fome Ltda. recebeu um título no valor de R\$ 5.000,00 referente a um evento que organizou, com vencimento para 120 dias. Devido à necessidade de organizar novo evento, o Sr. Fernando foi até seu Banco Muito Dinheiro S.A. e pediu desconto do título. O banco aplicou uma taxa de 2% a.m. Qual o valor do desconto e qual o valor recebido pelo Sr. Fernando, respectivamente:



- a) R\$ 535,71 e R\$ 4.464,29
- b) R\$ 370,37 e R\$ 4.629,63
- c) R\$ 652,17 e R\$ 4.347,83
- d) R\$ 310,85 e R\$ 4.689,15
- e) R\$ 525,10 e R\$ 4.774,90

Comentários:

Observe que todas as alternativas são diferentes. Ou seja, não precisava, na hora da prova, você calcular tanto o Desconto quanto o Valor Atual. Bastava calcular um deles que já saberia o gabarito. Porém, aqui na aula, vamos calcular os dois.

Como sempre, nas questões de desconto, vamos **separar as informações** fornecidas no enunciado.

$$N = \text{Valor Nominal} = 5.000$$

$$t = \text{período de antecipação} = 120 \text{ dias} = 4 \text{ meses}$$

$$i = \text{taxa de desconto} = 2\% \text{ ao mês} = 0,02$$

Atente-se para a conversão do período (dia) para a unidade da taxa de desconto (mês) pois **necessariamente** devem coincidir. 120 dias equivalem a 4 meses.

A banca nos questiona o Desconto e o Valor Atual. Vamos calcular o valor atual e, posteriormente, o desconto.

Sabemos que, no regime de **Desconto Racional Simples**, o valor atual é calculado pela seguinte fórmula:

$$A = \frac{N}{(1 + i \times t)}$$

Então, vamos substituir os valores e calcular o valor atual.

$$A = \frac{N}{(1 + i \times t)}$$

$$A = \frac{5.000}{(1 + 0,02 \times 4)}$$

$$A = \frac{5.000}{(1 + 0,08)}$$

$$A = \frac{5.000}{1,08} \rightarrow A = 4.629,63$$

Na hora da prova, você, que estará voando em matemática financeira, marcará a alternativa B e passará para a próxima questão sem medo algum.



Vamos, agora, calcular o **Desconto**. O desconto é dado pela **diferença entre o Valor Nominal e o Valor Atual**. Sendo assim, o Desconto será igual a:

$$D = N - A$$

$$D = 5.000 - 4.629,63 \rightarrow D = 370,37$$

Gabarito: Alternativa B

(Banestes – 2018) Um título de valor nominal igual a R\$ 12.000,00 sofre desconto comercial simples dois meses antes do seu vencimento.

Se a taxa de desconto é de 54% ao ano, o valor líquido recebido nessa operação corresponde a:

- a) R\$ 1.080,00
- b) R\$ 2.160,00
- c) R\$ 5.520,00
- d) R\$ 10.920,00
- e) R\$ 11.460,00

Comentários:

No **Desconto Comercial Simples**, o valor líquido recebido (valor atual) é calculado pela seguinte fórmula:

$$A = N \times (1 - i \times t)$$

Onde,

$A = \text{Valor atual} = ?$

$N = \text{Valor nominal} = 12.000$

$t = 2 \text{ meses}$

$i = 54\% \text{ ao ano} = 4,5\% \text{ ao mês} = 0,045$

Atente-se para a conversão da taxa de desconto. No regime simples as taxas são proporcionais.

$$i_{\text{mensal}} = \frac{i_{\text{anual}}}{12}$$

$$i_{\text{mensal}} = \frac{54\%}{12} \rightarrow i_{\text{mensal}} = 4,5\% = 0,045$$

Vamos substituir os valores e calcular o valor líquido recebido.

$$A = N \times (1 - i \times t)$$



$$A = 12.000 \times (1 - 0,045 \times 2)$$

$$A = 12.000 \times (1 - 0,09)$$

$$A = 12.000 \times 0,91 \rightarrow \boxed{A = 10.920}$$

Outro modo de se fazer seria primeiro calcular o Desconto e depois o Valor Atual. Vejamos.

O Desconto Comercial Simples será igual a:

$$D_{CS} = N \times i \times t$$

$$D_{CS} = 12.000 \times 0,045 \times 2 \rightarrow \boxed{D_{CS} = 1.080}$$

Logo, o Valor atual será:

$$D = N - A$$

$$1.080 = 12.000 - A$$

$$A = 12.000 - 1.080 \rightarrow \boxed{A = 10.920}$$

Gabarito: Alternativa **D**

(Petrobras – 2018) Um cliente de uma loja de eletrodomésticos deseja antecipar duas parcelas iguais de R\$ 1.000,00 de seu financiamento, com vencimento para, respectivamente, 30 e 60 dias a partir de hoje.

Considerando-se uma taxa de desconto de 2% a.m., desconto comercial simples e calendário comercial, quanto será exigido do cliente para quitar as duas parcelas?

- a) R\$ 1.940,00
- b) R\$ 1.940,40
- c) R\$ 1.941,93
- d) R\$ 1.960,00
- e) R\$ 2.000,00

Comentários:

Observe que o cliente irá antecipar duas parcelas com prazos de, respectivamente, 1 e 2 meses. Atente-se para a conversão da unidade do período para a unidade da taxa de desconto. Elas devem necessariamente coincidir.

Sendo assim, **será exigido do cliente o valor atual da primeira parcela mais o valor atual da segunda parcela.**

$$\$ = A_1 + A_2$$



Sabemos que, no **Desconto Comercial Simples**, o valor atual é calculado pela seguinte equação:

$$A = N \times (1 - i \times t)$$

- Para a primeira parcela descontada 1 mês antes teremos:

$$A_1 = N \times (1 - i \times t_1)$$

$$A_1 = 1.000 \times (1 - 0,02 \times 1)$$

$$A_1 = 1.000 \times (1 - 0,02)$$

$$A_1 = 1.000 \times 0,98 \rightarrow A_1 = 980$$

- Para a segunda parcela descontada 2 meses antes:

$$A_2 = N \times (1 - i \times t_2)$$

$$A_2 = 1.000 \times (1 - 0,02 \times 2)$$

$$A_2 = 1.000 \times (1 - 0,04)$$

$$A_2 = 1.000 \times 0,96 \rightarrow A_2 = 960$$

Logo, será exigido do cliente o valor igual a:

$$\$ = A_1 + A_2$$

$$\$ = 980 + 960 \rightarrow \$ = 1.940$$

Gabarito: Alternativa A



Relação Matemática entre o D_{RS} e o D_{CS}

Há uma relação entre o D_{RS} e o D_{CS} quando um mesmo título de Valor Nominal N é descontado em um tempo t antes do vencimento a uma taxa de desconto simples de $i\%$:

$$D_{CS} = D_{RS} \times (1 + i \times t)$$

Suponha um título que sofre um Desconto Comercial de R\$ 9.810,00 três meses antes do seu vencimento a uma taxa de desconto simples de 3% ao mês. Qual seria o Desconto se esse mesmo título fosse descontado na modalidade racional simples?

Observe que, para calcular o Desconto Racional Simples, iremos utilizar a fórmula de relação entre os Descontos, uma vez que, se trata do mesmo título.

Logo, aplicando a fórmula de relação teremos:

$$D_{CS} = D_{RS} \times (1 + i \times t)$$

$$9.180 = D_{RS} \times (1 + 0,03 \times 3)$$

$$9.180 = D_{RS} \times (1 + 0,09)$$

$$9.180 = D_{RS} \times 1,09$$

$$D_{RS} = \frac{9.180}{1,09} \rightarrow D_{RS} = 9.000$$

Ou seja, se esse mesmo título fosse descontado pela modalidade racional simples, o Desconto seria de R\$ 9.000,00.

Perceba que, se não tivéssemos decorado essa fórmula, teríamos que, primeiro, encontrar o Valor Nominal do título que foi descontado comercialmente simples e depois utilizar as fórmulas do desconto racional simples para calcular o valor do desconto questionado pelo enunciado.

Esse exemplo foi extraído da prova de Auditor Fiscal da Receita Federal do Brasil.

Vejamos mais duas questões de provas sobre essa relação.





(Inédita - 2022) Uma nota promissória é descontada 4 meses antes do seu vencimento. Sabe-se que a diferença entre o valor do Desconto Comercial Simples e o valor do Desconto Racional Simples é igual a R\$ 200,00.

O valor do desconto racional simples é igual a R\$ 2.500,00, então, o valor atual do título considerado é:

- a) R\$ 29.050,00
- b) R\$ 30.550,00
- c) R\$ 31.050,00
- d) R\$ 31.500,00
- e) R\$ 31.650,00

Comentários:

Estudamos na teoria a **relação entre o D_{RS} e o D_{CS}** quando um mesmo título de Valor Nominal N é descontado em um tempo t antes do vencimento a uma taxa de desconto simples de $i\%$:

$$D_{CS} = D_{RS} \times (1 + i \times t) \quad \text{equação (I)}$$

O enunciado nos informa que a diferença entre o valor do desconto comercial simples e o valor do desconto racional simples é igual a R\$ 200,00. Então:

$$D_{RS} = D_{CS} - 200$$

$$2.500 = D_{CS} - 200 \rightarrow \boxed{D_{CS} = 2.700}$$

Vamos substituir os valores na equação (I) para encontrarmos a taxa de desconto utilizada:

$$D_{CS} = D_{RS} \times (1 + i \times t)$$

$$2.700 = 2.500 \times (1 + i \times 4)$$

$$\frac{2.700}{2.500} = 1 + 4i$$

$$1,08 = 1 + 4i$$

$$4i = 1,08 - 1$$

$$4i = 0,08$$

$$i = \frac{0,08}{4} \rightarrow \boxed{i = 0,02 \text{ ou } 2\% \text{ ao mês}}$$



A banca quer saber o Valor Atual do título.

Iremos utilizar a fórmula do Desconto no Desconto Comercial Simples:

$$D_{CS} = N \times i \times t$$

$$2.700 = N \times 0,02 \times 4$$

$$2.700 = N \times 0,08$$

$$N = \frac{2.700}{0,08} \rightarrow N = 33.750$$

De posse do Valor Nominal e do Desconto, calculamos o Valor Atual:

$$D = N - A$$

$$2.700 = 33.750 - A$$

$$A = 33.750 - 2.700 \rightarrow A = 31.050$$

Gabarito: Alternativa C

(PGM PI – 2016) O valor recebido, na data de hoje, por uma empresa que descontou um título de valor nominal de R\$ 23.650,00 que vence daqui a 4 meses é igual a R\$ 21.285,00. Sabe-se que foi utilizada a operação do desconto comercial simples a uma taxa de desconto mensal igual a i . Caso fosse utilizada a operação do desconto racional simples, também a uma taxa de desconto mensal igual a i , verifica-se que o valor do desconto, em R\$, seria de

- a) 2.200,00
- b) 2.365,00
- c) 2.150,00
- d) 2.050,00
- e) 2.250,00

Comentários:

Vamos por partes. Primeiro passo é calcular a taxa de desconto i . O valor recebido, na data de hoje, por uma empresa que descontou um título de valor nominal de R\$ 23.650,00 que vence daqui a 4 meses é igual a R\$ 21.285,00. Logo, o valor do **Desconto Comercial Simples** será igual a:

$$D_{CS} = N - A$$

$$D_{CS} = 23.650 - 21.285 \rightarrow D_{CS} = 2.365$$



Iremos aplicar a fórmula do Desconto comercial simples e calcular a taxa.

$$D_{CS} = N \times i \times t$$

$$2.365 = 23.650 \times i \times 4$$

$$i = \frac{2.365}{23.650 \times 4} \rightarrow i = 0,025 \text{ ao mês}$$

A banca nos questiona qual o valor do Desconto Racional simples caso fosse utilizada a mesma taxa de desconto calculada acima.

Vamos aplicar a **equação de relação** entre o Desconto Comercial Simples e o Desconto Racional Simples e calcular este último.

$$D_{CS} = D_{RS} \times (1 + i \times t)$$

$$2.365 = D_{RS} \times (1 + 0,025 \times 4)$$

$$2.365 = D_{RS} \times (1 + 0,1)$$

$$2.365 = D_{RS} \times 1,1$$

$$D_{RS} = \frac{2.365}{1,1} \rightarrow D_{RS} = 2.150$$

Logo, caso fosse utilizada a operação do desconto racional simples, também a uma taxa de desconto mensal igual a i , verifica-se que o valor do desconto, em R\$, seria de 2.150,00

Gabarito: Alternativa C

(Manausprev Adaptada– 2015) Uma empresa desconta um título, em um banco, 4 meses antes de seu vencimento a uma taxa de desconto de 18% ao ano. Se considerando a operação de desconto racional simples o valor do desconto é igual a R\$ 2.100,00, então considerando a operação de desconto comercial simples, o valor do desconto seria, em reais, igual a:

- a) 2.220,00
- b) 2.222,00
- c) 2.224,00
- d) 2.226,00
- e) 2.228,00

Comentários:



Primeiro passo é **converter** a taxa anual para mensal, uma vez que o período de desconto está em meses e as unidades, tanto da taxa quanto do período, devem, **necessariamente**, coincidir.

No regime simples as taxas são proporcionais. Logo, 18% ao ano é proporcional a:

$$i_{\text{mensal}} = \frac{i_{\text{anual}}}{12}$$
$$i_{\text{mensal}} = \frac{18\%}{12} \rightarrow i_{\text{mensal}} = 1,5\%$$

Logo, como temos as mesmas condições de desconto, isto é, mesmo prazo e mesma taxa, podemos aplicar a fórmula de relação entre os Descontos que acabamos de estudar e calcular qual seria o Desconto Comercial Simples.

$$D_{CS} = D_{RS} \times (1 + i \times t)$$
$$D_{CS} = 2.100 \times (1 + 0,015 \times 4)$$
$$D_{CS} = 2.100 \times (1 + 0,06)$$
$$D_{CS} = 2.100 \times 1,06 \rightarrow D_{CS} = 2.226$$

Gabarito: Alternativa D



Desconto Racional Composto

No **Desconto Racional Composto**, o **Valor Atual** do título é calculado pela seguinte fórmula:

$$A = \frac{N}{(1 + i)^t}$$

Onde,

$A = \text{Valor Atual}$

$N = \text{Valor Nominal}$

$i = \text{taxa de desconto}$

$t = \text{período de desconto}$

E, para calcular o **Desconto Racional Composto**, como em qualquer outra modalidade de desconto, fazemos a **diferença entre o Valor Nominal e o Valor Atual**.

$$D_{RC} = N - A$$



Assim como vimos no Desconto Racional Simples, podemos também correlacionar as fórmulas do Desconto Racional Composto com as fórmulas de **Juros Compostos**.

No Regime de Juros Compostos, o Montante era calculado pela seguinte equação:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

Iremos isolar o Capital:

$$C = \frac{M}{(1 + i)^t}$$

Observe que essa fórmula é **análoga à fórmula do Valor Atual** do Desconto Racional Composto substituindo apenas as incógnitas por seus sinônimos (tal qual provamos no Desconto Racional Simples).





Mais uma vez reitero que essa comparação é válida **apenas** no Desconto Racional toma como base, para o cálculo do Desconto, o **Valor Atual** do título.

Então, tenha em mente que esta associação de fórmulas **NÃO é válida para o Desconto Comercial**, uma vez que no Desconto Comercial a base de cálculo de incidência é o Valor Nominal.

No Desconto Comercial, tanto simples quanto composto, temos de decorar as equações. Mas fique tranquilo que ao final do tópico eu apresentarei todas as fórmulas esquematizadas.

Desconto Comercial Composto

No **Desconto Comercial Composto**, o **Valor Atual** do título é calculado pela seguinte fórmula:

$$A = N \times (1 - i)^t$$

Onde,

A = Valor Atual

N = Valor Nominal

i = taxa de desconto

t = período de desconto



E, o **Desconto Comercial Composto** será igual a:

$$D_{CC} = N - A$$





ESQUEMATIZANDO

 <u>Desconto Racional Composto</u>	{	$A = \frac{N}{(1+i)^t}$
		$D_{RC} = N - A$
 <u>Desconto Comercial Composto</u>	{	$A = N \times (1-i)^t$
		$D_{CC} = N - A$

Vamos resolver algumas questões de concursos sobre **Descontos Compostos** para melhor fixação e entendimento das fórmulas.



HORA DE PRATICAR!

(Pref. Porto Alegre – 2019) Um título financeiro com valor nominal de R\$ 40.000,00 será descontado hoje, seis meses antes do seu vencimento. Para a quitação do título, o seu valor atual será calculado por meio do desconto racional composto. Se a taxa de desconto é de 7% ao mês, então o valor atual desse título financeiro será:

Dado: $1,07^6 = 1,5008$

- a) R\$ 26.652,00
- b) R\$ 23.200,00
- c) R\$ 16.800,00
- d) R\$ 13.348,00
- e) R\$ 12.000,00



Comentários:

Vamos, primeiramente, **separar as informações** disponibilizadas pela banca.

$$N = 40.000$$

$$i = 7\% \text{ ao mês} = 0,07$$

$$t = 6$$

O enunciado nos informa que o título é quitado utilizando o cálculo do **Desconto Racional Composto**. Nesse desconto, o **Valor Atual** é calculado pela seguinte equação:

$$A = \frac{N}{(1 + i)^t}$$

Observe que temos todas as incógnitas necessárias para o cálculo. Vamos, então, substituir os valores e calcular o Valor Atual do título.

$$A = \frac{N}{(1 + i)^t}$$

$$A = \frac{40.000}{(1 + 0,07)^6}$$

$$A = \frac{40.000}{1,5008} \rightarrow A \cong 26.652,00$$

Gabarito: Alternativa A

(Banestes – 2018) Uma duplicata tem valor nominal de R\$ 4.000,00 e vencerá daqui a dois meses.

Se ela for descontada hoje pelas regras do desconto comercial composto, à taxa de desconto de 10% ao mês, o valor descontado será:

- a) R\$ 760,00
- b) R\$ 800,00
- c) R\$ 2.400,00
- d) R\$ 3.200,00
- e) R\$ 3.240,00

Comentários:

Uma duplicata de valor nominal N igual a R\$ 4.000,00, será descontada em um tempo t de 2 meses a uma taxa i de 10% ao mês.

No **Desconto Comercial Composto**, o **Valor Atual** (valor descontado) é igual a:



$$A = N \times (1 - i)^t$$

Vamos substituir os valores e calcular o valor de A .

$$A = N \times (1 - i)^t$$

$$A = 4.000 \times (1 - 0,1)^2$$

$$A = 4.000 \times 0,9^2$$

$$A = 4.000 \times 0,81 \rightarrow A = 3.240$$

Gabarito: Alternativa E

(Banestes – 2018) Um título é resgatado cinco anos antes do seu vencimento pelas regras do desconto comercial composto. A taxa de desconto utilizada nessa transação é de 10% ao ano.

Se o desconto é de R\$ 1.148,00, então o valor resgatado vale:

Dados: $1,1^5 = 1,61$ e $0,9^5 = 0,59$

- a) R\$ 1.816,00
- b) R\$ 1.800,00
- c) R\$ 1.744,00
- d) R\$ 1.708,00
- e) R\$ 1.652,00

Comentários:

O **Desconto Comercial Composto** será dado, como em qualquer outra modalidade de desconto, pela **diferença do Valor Nominal e o Valor Atual** do título:

$$D_{CC} = N - A$$

$$1.148 = N - A \rightarrow A = N - 1.148 \text{ equação (I)}$$

Sabemos que, no Desconto Comercial Composto, o Valor Atual é calculado pela seguinte fórmula:

$$A = N \times (1 - i)^t$$

Vamos então substituir a equação (I) nessa fórmula juntamente com os dados do enunciado e calcular o Valor Nominal do título.

$$A = N \times (1 - i)^t$$



$$N - 1.148 = N \times (1 - 0,1)^5$$

$$N - 1.148 = N \times (0,9)^5$$

$$N - 1.148 = 0,59N$$

$$N - 0,59N = 1.148$$

$$0,41N = 1.148$$

$$N = \frac{1.148}{0,41} \rightarrow \boxed{N = 2.800}$$

Sendo assim, voltando na equação (I) e substituindo o valor de N, encontraremos o Valor Atual (resgatado) igual a:

$$A = N - 1.148$$

$$A = 2.800 - 1.148 \rightarrow \boxed{A = 1.652}$$

Gabarito: Alternativa E

(Transpetro – 2018) Uma empresa avalia antecipar o pagamento das duas últimas parcelas de um financiamento, realizado a uma taxa de juro de 5% ao mês, para abril de 2018. As parcelas, no valor de R\$ 8.820,00 cada uma, têm data de vencimento para maio de 2018 e junho de 2018.

Considerando-se o desconto racional composto, o valor de quitação total das duas parcelas, se o pagamento das duas for realizado em abril de 2018, é igual a

- a) R\$ 15.876,00
- b) R\$ 16.000,00
- c) R\$ 16.400,00
- d) R\$ 16.800,00
- e) R\$ 17.640,00

Comentários:

No **Desconto Racional Composto**, o **Valor Atual** é calculado pela seguinte fórmula:

$$A = \frac{N}{(1 + i)^t}$$

Observe que a empresa irá antecipar 2 parcelas, sendo a primeira antecipada por 1 mês e a segunda por 2 meses.



O valor de quitação total das duas parcelas será igual a soma do valor atual de cada parcela. Sendo assim, considerando o Desconto Racional Composto, o valor de quitação Q será igual a:

$$Q = A_1 + A_2$$

Vamos substituir a equação do Valor Atual para cada parcela e calcular o Valor de quitação Q .

$$Q = \frac{N}{(1+i)^{t_1}} + \frac{N}{(1+i)^{t_2}}$$

$$Q = \frac{8.820}{(1+0,05)^1} + \frac{8.820}{(1+0,05)^2}$$

$$Q = \frac{8.820}{1,05} + \frac{8.820}{1,1025}$$

$$Q = 8.400 + 8.000 \rightarrow Q = 16.400$$

Gabarito: Alternativa C



TAXA EFETIVA

Vimos que no **Desconto Comercial** a taxa incide sobre o **Valor Nominal** enquanto que no Desconto Racional a taxa incide em cima do Valor Atual, sendo esta a taxa efetiva da operação.

Taxa efetiva, em operações de desconto, é a taxa de juros que, aplicada sobre o Valor Atual, gera, no período considerado, o Valor Nominal.

✚ No **Desconto Comercial**, a taxa (que incide sobre o Valor Nominal) é uma taxa **NÃO** efetiva.

Para calcularmos a taxa efetiva da operação de desconto, devemos substituir os dados obtidos no Desconto Comercial em uma fórmula do Desconto Racional.



Taxa efetiva da operação de desconto:

1. Calcular os dados (geralmente o Valor Atual) no Desconto Comercial.
2. Substituir os dados calculados em uma fórmula do Desconto Racional.

Vamos transformar esse texto em números para melhor compreensão.

Suponha que você possua um título a receber no valor nominal de R\$ 600 e deseja antecipá-lo 5 meses antes do prazo de vencimento.

Considerando que, na operação de desconto, seja usado o desconto comercial simples de 4% ao mês, qual será a taxa efetiva da operação?

Vimos que, para achar a taxa efetiva, devemos **primeiro calcular os dados no Desconto Comercial**.

Sendo assim, vamos primeiro calcular o Valor Atual no Desconto Comercial Simples.

$$A = N \times (1 - i \times t)$$

$$A = 600 \times (1 - 0,04 \times 5)$$

$$A = 600 \times (1 - 0,2)$$

$$A = 600 \times 0,8 \rightarrow \boxed{A = 480}$$

Segundo passo é substituir esse valor em uma fórmula do Desconto Racional (no nosso caso, Racional Simples pois estamos trabalhando com regime simples de desconto) e calcular a taxa efetiva.



$$A = \frac{N}{(1 + i_{ef} \times t)}$$

$$480 = \frac{600}{(1 + i_{ef} \times 5)}$$

$$1 + 5i_{ef} = \frac{600}{480}$$

$$1 + 5i_{ef} = 1,25$$

$$5i_{ef} = 1,25 - 1$$

$$5i_{ef} = 0,25$$

$$i_{ef} = \frac{0,25}{5} \rightarrow i_{ef} = 0,05 \text{ ou } 5\% \text{ ao mês}$$

Acredito que numericamente tenha ficado mais fácil o entendimento.



Todavia, uma vez que a questão nos fornece a taxa do desconto comercial simples (i_{CS}), podemos **calcular a taxa efetiva diretamente** pela seguinte fórmula:

$$i_{ef} = \frac{i_{CS}}{1 - i_{CS} \times t}$$

Vamos calcular a taxa efetiva do exemplo acima utilizando essa fórmula e constatar a veracidade do resultado.

Considerando que, na operação de desconto, seja usado o desconto comercial simples de 4% ao mês antecipando o vencimento do título em 5 meses, a **taxa efetiva** será igual a:

$$i_{ef} = \frac{i_{CS}}{1 - i_{CS} \times t}$$



$$i_{ef} = \frac{0,04}{1 - 0,04 \times 5}$$

$$i_{ef} = \frac{0,04}{1 - 0,2}$$

$$i_{ef} = \frac{0,04}{0,8} \rightarrow i_{ef} = 0,05 \text{ ou } 5\% \text{ ao mês}$$

Então, caro aluno, você pode calcular a taxa efetiva pelos dois métodos ensinados acima.

Ou, você calcula os dados (geralmente o Valor Atual) no Desconto Comercial e substitui em uma fórmula do Desconto Racional, ou, aplica diretamente a fórmula.



Vimos acima a fórmula da Taxa Efetiva para o Desconto Comercial Simples.

Há também a fórmula da **Taxa Efetiva para o Desconto Comercial Composto**.

$$i_{ef} = \left(\frac{1}{1 - i_{cc} \times t} \right)^{\frac{1}{t}} - 1$$

Para ser sincero, 99% das questões de taxa efetiva em descontos são referentes a **taxa efetiva no regime simples**. Caso, porventura, uma questão cobre taxa efetiva em regime composto, utilize a primeira ferramenta que estudamos.

Primeiro, calcule os dados no regime de desconto comercial composto e depois substitua os dados na fórmula do desconto racional composto.

O custo benefício de decorar essa fórmula é **muito baixo**.

Vejamos duas questões de provas sobre taxa efetiva.





(Inédita - 2022) Um título é descontado 5 meses antes do seu vencimento segundo uma operação de desconto comercial simples a uma taxa de 6% ao mês.

A taxa efetiva mensal de juros dessa operação é de, aproximadamente:

- a) 5,52%
- b) 6,71%
- c) 7,84%
- d) 8,57%
- e) 9,01%

Comentários:

A taxa efetiva da operação de Desconto Comercial Simples é obtida pela seguinte fórmula:

$$i_{ef} = \frac{i_{cs}}{1 - i_{cs} \times t}$$

Onde,

i_{cs} = taxa de desconto comercial simples = 6% ao mês = 0,06

t = período de antecipação = 5 meses

Vamos substituir os valores e calcular a taxa efetiva.

$$i_{ef} = \frac{i_{cs}}{1 - i_{cs} \times t}$$

$$i_{ef} = \frac{0,06}{1 - 0,06 \times 5}$$

$$i_{ef} = \frac{0,06}{1 - 0,3}$$

$$i_{ef} = \frac{0,06}{0,7} \rightarrow i_{ef} = 0,857 \text{ ou } 8,57\% \text{ ao mês}$$

Gabarito: Alternativa D



(Bandes – 2014) Uma instituição pratica a taxa de 4% ao mês para operações de desconto simples por fora para o prazo de 3 meses. A taxa efetiva do desconto por fora é

- a) 4,15% a.m.
- b) 4,25% a.m.
- c) 4,55% a.m.
- d) 5,00% a.m.
- e) 5,54% a.m.

Comentários:

Iremos aplicar diretamente a fórmula da taxa efetiva para o desconto comercial (“por fora”) simples e calcular seu valor.

$$i_{ef} = \frac{i_{cs}}{1 - i_{cs} \times t}$$

$$i_{ef} = \frac{0,04}{1 - 0,04 \times 3}$$

$$i_{ef} = \frac{0,04}{1 - 0,12}$$

$$i_{ef} = \frac{0,04}{0,88} \rightarrow i_{ef} \cong 0,0455 \text{ ou } 4,55\% \text{ a. m.}$$

Gabarito: Alternativa C

(TJ CE – 2014) Um título de valor nominal de R\$ 20.000,00 foi descontado à taxa de desconto comercial simples de 5% ao mês. Sabendo-se que o valor do desconto foi de R\$ 4.000,00, é correto afirmar que a taxa efetiva dessa operação é igual a

- a) 6,25% ao mês
- b) 6,75% ao mês
- c) 7,25% ao mês
- d) 5,55% ao mês
- e) 5,75% ao mês

Comentários:

Nesse problema, não poderíamos aplicar diretamente a fórmula da taxa efetiva, pois não sabemos o tempo que foi descontado o título.



Primeiramente, então, vamos calcular o período de desconto. Um título de valor nominal de R\$ 20.000,00 foi descontado à taxa de desconto comercial simples de 5% ao mês resultando em um Desconto de R\$ 4.000,00. Logo o tempo de antecipação do título será igual a:

$$D_{CS} = N \times i \times t$$

$$4.000 = 20.000 \times 0,05 \times t$$

$$t = \frac{4.000}{20.000 \times 0,05} \rightarrow \boxed{t = 4 \text{ meses}}$$

De posse do tempo, iremos substituir os valores na fórmula da taxa efetiva e calcular seu valor.

$$i_{ef} = \frac{i_{CS}}{1 - i_{CS} \times t}$$

$$i_{ef} = \frac{0,05}{1 - 0,05 \times 4}$$

$$i_{ef} = \frac{0,05}{1 - 0,2}$$

$$i_{ef} = \frac{0,05}{0,8} \rightarrow i_{ef} = 0,0625 \text{ ou } 6,25\% \text{ ao mês}$$

Gabarito: Alternativa **A**



ASPECTOS CONCEITUAIS SOBRE DESCONTOS

Vamos retornar a fórmula do Desconto Racional Simples e do Desconto Comercial Simples para tecermos algumas **considerações teóricas**.

No Desconto Racional Simples, o Desconto é igual a:

$$D_{RS} = A \times i \times t$$

Já no Desconto Comercial Simples, o Desconto é igual a:

$$D_{CS} = N \times i \times t$$

Observe que, como vimos, **o Desconto Racional incide sobre o Valor Atual do título enquanto que o Desconto Comercial incide sobre o Valor Nominal**.

Então, para um mesmo título de Valor Nominal N , descontado a uma taxa de $i\%$ em um prazo t de antecipação, o **Desconto Comercial será sempre maior que o Desconto Racional**.

$$D_{CS} > D_{RS}$$

Ficou confuso? Vamos comparar as 2 equações novamente:

$$D_{RS} = A \times i \times t$$

$$D_{CS} = N \times i \times t$$

Perceba que " $i \times t$ " é comum nas 2 equações. O que difere uma equação da outra é o termo N e A .

Ora, o Valor Nominal N sempre será maior que o Valor Atual A , uma vez que o Valor Atual é igual ao Valor Nominal N menos o Desconto.

Então, se $N > A$, certamente $D_{CS} > D_{RS}$.

Ainda está confuso? Vamos trabalhar com números que ficará mais claro.

Suponha um título de Valor Nominal R\$ 1.200,00 descontado a uma taxa de 5% ao mês, 4 meses antes do seu vencimento. Qual será maior, o Desconto Comercial Simples ou o Desconto Racional Simples?

Primeiramente, vamos calcular o Desconto Comercial Simples.

$$D_{CS} = N \times i \times t$$

$$D_{CS} = 1.200 \times 0,05 \times 4$$



$$D_{CS} = 1.200 \times 0,2 \rightarrow \boxed{D_{CS} = 240}$$

Calculamos agora o Desconto Racional Simples. Vamos utilizar a equação de relação entre os Descontos.

$$D_{CS} = D_{RS} \times (1 + i \times t)$$

$$240 = D_{RS} \times (1 + 0,05 \times 4)$$

$$240 = D_{RS} \times 1,2$$

$$D_{RS} = \frac{240}{1,2} \rightarrow \boxed{D_{RS} = 200}$$

Ou seja, vimos, por números, que, para um mesmo título de Valor Nominal N , descontado a uma taxa de $i\%$ em um prazo t de antecipação, **o Desconto Comercial será sempre maior que o Desconto Racional**.

E se o Desconto Comercial é maior que o Desconto Racional, qual deles você acha que o Banco irá escolher quando for descontar um título seu?

Logicamente ele escolherá o Desconto Comercial, uma vez que o Desconto (o desconto será o valor que ficará para o banco) é maior nessa modalidade. Por isso, o Desconto Comercial é conhecido também como Desconto Bancário.

E o Valor Atual? Será maior no Desconto Comercial ou no Desconto Racional?

Se o Desconto Comercial é maior que o Desconto Racional, logicamente, o Valor Atual no Comercial será menor que no Racional.

Como o Valor Atual do título é dado pela diferença entre seu Valor Nominal e o Desconto, então **quanto mais é descontado, menor será o Valor Atual**, e vice-versa.

Em números:

Vimos no exemplo acima que o título tem Valor Nominal igual a R\$ 1.200,00. Vamos calcular o Valor Atual nas duas modalidades de desconto.

$$D_{RS} = N - A_{RS} \rightarrow 200 = 1.200 - A_{RS} \rightarrow \mathbf{A_{RS} = 1.000}$$

$$D_{CS} = N - A_{CS} \rightarrow 240 = 1.200 - A_{CS} \rightarrow \mathbf{A_{CS} = 960}$$

Ou seja, para um mesmo título de Valor Nominal N , descontado a uma taxa de $i\%$ em um prazo t de antecipação, o Valor Atual no Desconto Comercial será sempre menor que o Valor Atual no Desconto Racional.





Para um mesmo título de Valor Nominal N , descontado a uma taxa de $i\%$ em um prazo t de antecipação:

$$D_C > D_R \text{ e } A_C < A_R$$

Vejamos uma questão cobrada na prova de Auditor Fiscal que abordou esse tema.

(SMF Campo Grande – 2019) Um título de valor nominal N , a vencer no instante n , foi colocado para desconto num banco operando com uma taxa de desconto i , na modalidade Desconto Comercial, capitalização simples. Suponha que o mesmo título, nas mesmas condições especificadas, tenha sido descontado na modalidade Desconto Racional. Para o caso específico, assinale dentre as alternativas seguintes a única CORRETA.

- a) No Desconto Racional, o Valor Descontado (Valor Atual) é menor.
- b) No Desconto Comercial, a taxa de desconto é igual a taxa efetiva.
- c) O Desconto Comercial é mais vantajoso para o proprietário do título.
- d) No Desconto Racional, o valor do Desconto é menor.
- e) Para responder às questões anteriores seria necessário conhecer o Valor Nominal do título.

Comentários:

Vamos analisar alternativa por alternativa.

- a) *No Desconto Racional, o Valor Descontado (Valor Atual) é menor.*

ERRADO. Vimos que, para um mesmo título de Valor Nominal N , descontado a uma taxa de $i\%$ em um prazo t de antecipação:

$$D_{CS} > D_{RS} \text{ e } A_{CS} < A_{RS}$$

Ou seja, o Valor Atual no Desconto Racional é **MAIOR** que o Valor Atual no Desconto Comercial.

- b) *No Desconto Comercial, a taxa de desconto é igual a taxa efetiva.*

ERRADO. Taxa efetiva, em operações de desconto, é a taxa de juros que, aplicada sobre o Valor Atual, gera, no período considerado, o Valor Nominal.

No Desconto Comercial, a taxa (que incide sobre o Valor Nominal) é uma taxa **NÃO** efetiva.



c) *O Desconto Comercial é mais vantajoso para o proprietário do título.*

ERRADO. Ora, vimos que o Valor Atual (valor que ficará para o proprietário) no Desconto Comercial é **MENOR** que o Valor Atual no Desconto Racional.

Sendo assim, para o proprietário, será melhor aquele que apresenta Valor Atual maior, isto é, será mais vantajoso o DESCONTO RACIONAL.

d) *No Desconto Racional, o valor do Desconto é menor.*

CERTO. Como vimos:

$$D_{CS} > D_{RS}$$

Logo, No Desconto Racional, o valor do Desconto é menor.

e) *Para responder às questões anteriores seria necessário conhecer o Valor Nominal do título.*

ERRADO. Não é necessário saber o Valor Nominal. Conseguimos resolver com base nos **aspectos conceituais**.

Gabarito: Alternativa **D**

Chegamos ao final de mais uma teoria.

Vamos, agora, resolver uma **bateria de questões** que sintetizam todo o conteúdo abordado.



RESUMO DA AULA

Desconto Simples

$$\begin{aligned} \text{Desconto Racional Simples} & \left\{ \begin{array}{l} D_{RS} = A \times i \times t \\ A = \frac{N}{(1 + i \times t)} \end{array} \right. \\ \text{Desconto Comercial Simples} & \left\{ \begin{array}{l} D_{CS} = N \times i \times t \\ A = N \times (1 - i \times t) \end{array} \right. \end{aligned}$$

- Relação entre o D_{RS} e o D_{CS} quando um mesmo título de Valor Nominal N é descontado em um tempo t antes do vencimento a uma taxa de desconto simples de $i\%$:

$$D_{CS} = D_{RS} \times (1 + i \times t)$$

Taxa efetiva do Desconto Comercial Simples

- ✚ No Desconto Comercial, a taxa (que incide sobre o Valor Nominal) é uma taxa NÃO efetiva.

Taxa efetiva da operação de desconto:

1. Calcular os dados (geralmente o Valor Atual) no Desconto Comercial.
2. Substituir os dados calculados em uma fórmula do Desconto Racional.

Ou, aplicar diretamente a seguinte fórmula:

$$i_{ef} = \frac{i_{CS}}{1 - i_{CS} \times t}$$



Desconto Composto

$$\begin{array}{l} \text{✚ } \underline{\text{Desconto Racional Composto}} \quad \left\{ \begin{array}{l} A = \frac{N}{(1+i)^t} \\ D_{RC} = N - A \end{array} \right. \\ \text{✚ } \underline{\text{Desconto Comercial Composto}} \quad \left\{ \begin{array}{l} A = N \times (1-i)^t \\ D_{CC} = N - A \end{array} \right. \end{array}$$

Relação Conceitual entre Desconto Racional e Comercial

Para um mesmo título de Valor Nominal N , descontado a uma taxa de $i\%$ em um prazo t de antecipação:

$$D_C > D_R \text{ e } A_C < A_R$$



QUESTÕES COMENTADAS – CESGRANRIO

Modalidades de Descontos

1. (CESGRANRIO / TRANSPETRO - 2018) Uma empresa avalia antecipar o pagamento das duas últimas parcelas de um financiamento, realizado a uma taxa de juro de 5% ao mês, para abril de 2018. As parcelas, no valor de R\$ 8.820,00 cada uma, têm data de vencimento para maio de 2018 e junho de 2018.

Considerando-se o desconto racional composto, o valor de quitação total das duas parcelas, se o pagamento das duas for realizado em abril de 2018, é igual a

- a) R\$ 15.876,00
- b) R\$ 16.000,00
- c) R\$ 16.400,00
- d) R\$ 16.800,00
- e) R\$ 17.640,00

Comentários:

o valor de quitação total das duas parcelas

$$V_{total} = A_1 + A_2$$

Primeira Parcela

A primeira parcela terá um Desconto Racional Composto 1 mês antes do seu vencimento, resultando em um Valor Atual igual a:

$$A_1 = \frac{N}{(1+i)^t}$$

$$A_1 = \frac{8.820}{(1+0,05)^1}$$

$$A_1 = \frac{8.820}{1,05} \rightarrow A_1 = 8.400$$

Segunda Parcela

A segunda parcela terá um Desconto Racional Composto 2 meses antes do seu vencimento, resultando em um Valor Atual igual a:



$$A_2 = \frac{N}{(1+i)^t}$$

$$A_2 = \frac{8.820}{(1+0,05)^2}$$

$$A_2 = \frac{8.820}{(1,05)^2}$$

$$A_2 = \frac{8.820}{1,1025} \rightarrow A_2 = 8.000$$

Logo, será exigido do cliente um Valor total igual a:

$$V_{total} = VA_1 + VA_2$$

$$V_{total} = 8.400 + 8.000 \rightarrow V_{total} = 16.400$$

Gabarito: Alternativa C

2. (CESGRANRIO / EPE - 2014) No controle e acompanhamento do orçamento de caixa, uma empresa comprovou a existência de uma sobra de dinheiro, elevada e consistente, para o próximo ano.

Em decorrência, a empresa decidiu pagar, antecipadamente, a dívida bancária de R\$ 350.000,00, vencível dentro de 4 meses, contados do dia do pagamento antecipado, com uma taxa de desconto comercial, negociada com o banco, a juros simples, de 30% ao ano.

Nesse contexto, o valor pago na quitação dessa dívida, nos termos do desconto comercial simples (desconto por fora) negociado, em reais, foi de

- a) 245.000,00
- b) 315.000,00
- c) 318.182,00
- d) 323.750,00
- e) 341.250,00

Comentários:

O Valor Atual (valor pago antecipadamente para quitar a dívida) no Desconto Comercial Simples é igual a:

$$A = N \times (1 - i \times t)$$



Onde:

$A = \text{Valor Atual} = ?$

$N = \text{Valor Nominal} = 350.000$

$i = \text{taxa de desconto} = 30\% \text{ ao ano} = 0,3$

$t = \text{tempo} = 4 \text{ meses} = \frac{1}{3} \text{ ano}$



Observe que precisamos manter a unidade do tempo e da taxa na mesma grandeza. 4 meses equivalem a 1/3 do ano.

Substituindo os valores e calculando o Valor Atual:

$$A = N \times (1 - i \times t)$$

$$A = 350.000 \times \left(1 - 0,3 \times \frac{1}{3}\right)$$

$$A = 350.000 \times (1 - 0,1)$$

$$A = 350.000 \times 0,9 \rightarrow \mathbf{A = 315.000}$$

Gabarito: Alternativa **B**

3. (CESGRANRIO / PETROBRAS - 2012) Um título com valor de face de R\$ 4.000,00 que tenha sido resgatado a uma taxa de desconto bancário simples de 3% ao mês, um mês antes do vencimento, terá o valor presente, em reais, de

- a) 2.800,00
- b) 3.880,00
- c) 3.883,50
- d) 4.120,00
- e) 4.173,20

Comentários:



Observe que o Valor Nominal do título é igual a R\$ 4.000,00. Logo, **NECESSARIAMENTE**, o Valor Atual terá que ser menor, uma vez que o Valor Atual ou Presente é igual ao Valor Nominal menos o Desconto.

Então, já poderíamos **descartar as Alternativas D e E**.

O Valor Presente no Desconto Comercial Simples é igual a:

$$A = N \times (1 - i \times t)$$

Onde:

$$A = \text{Valor Presente} = ?$$

$$N = \text{Valor Nominal} = 4.000$$

$$i = \text{taxa de desconto} = 3\% \text{ ao mês} = 0,03$$

$$t = \text{tempo} = 1 \text{ mês}$$

Substituindo os valores e calculando o Valor Atual:

$$A = N \times (1 - i \times t)$$

$$A = 4.000 \times (1 - 0,03 \times 1)$$

$$A = 4.000 \times 0,97 \rightarrow \mathbf{A = 3.880}$$

Gabarito: Alternativa **B**

4. (CESGRANRIO / PETROBRAS - 2011) Uma pessoa pagou um título que venceria em 5 meses. A taxa de desconto comercial simples é de 1,2% ao mês.

Se o valor do desconto foi de R\$ 300,00, quantos reais essa pessoa pagou?

- a) 5.700
- b) 5.300
- c) 5.000
- d) 4.700
- e) 3.000

Comentários:

O Desconto Comercial Simples é calculado pela seguinte fórmula:



$$D_{CS} = N \times i \times t$$

Onde:

$$D_{CS} = \text{Desconto Comercial Simples} = 300$$

$$N = \text{Valor Nominal ou de Face} = ?$$

$$i = \text{taxa de desconto} = 1,2\% \text{ ao mês}$$

$$t = \text{tempo de antecipação} = 5 \text{ meses}$$

Substituindo os valores e calculando o Valor Nominal:

$$D_{CS} = N \times i \times t$$

$$300 = N \times \frac{1,2}{100} \times 5$$

$$N = \frac{30.000}{6} \rightarrow \boxed{N = 5.000}$$

De posse do Valor Nominal e do Desconto, calculamos o Valor Atual (valor que a pessoa pagou), uma vez que o Desconto é igual ao Valor Nominal menos o Valor Atual.

$$D = N - A$$

$$300 = 5.000 - A$$

$$A = 5.000 - 300 \rightarrow \boxed{A = 4.700}$$

Gabarito: Alternativa D

5. (CESGRANRIO / BNDES - 2011) Uma nota promissória com valor nominal de R\$ 150.000,00 foi descontada em um banco 100 dias antes do vencimento, à taxa de desconto de 2% a.m., mais 5% sobre o valor nominal, a título de despesas bancárias.

Considerando a sistemática de desconto bancário simples e ano comercial, o valor descontado é, aproximadamente,

- a) R\$ 132.500,00
- b) R\$ 135.150,00
- c) R\$ 137.200,00



- d) R\$ 140.000,00
- e) R\$ 142.800,00

Comentários:



Geralmente, calculamos o Valor Atual (ou Valor Descontado) da seguinte forma:

$$A = N - D$$

Todavia, nesta questão, há ainda um desconto relativo às despesas bancárias. Então, o valor a ser recebido pelo cliente será igual ao Valor Nominal menos o Desconto Comercial Simples menos as despesas bancárias (que chamaremos de d).

$$A = N - D - d$$

O Desconto Comercial (bancário) Simples é calculado pela seguinte fórmula:

$$D_{CS} = N \times i \times t$$

Onde:

$$D_{CS} = \text{Desconto Comercial Simples} = ?$$

$$N = \text{Valor Nominal ou de Face} = 150.000$$

$$i = \text{taxa de desconto} = 2\% \text{ ao mês}$$

$$t = \text{tempo de antecipação} = 100 \text{ dias}$$

Lembre-se de que a Taxa de desconto e o tempo devem estar, **OBRIGATORIAMENTE**, na mesma unidade de grandeza.

Em um ano comercial, os meses tem 30 dias. Então, a taxa diária será 1/30 da taxa mensal.

$$i_{diária} = \frac{i_{mensal}}{30}$$

$$i_{diária} = \frac{0,02}{30}$$



Vamos substituir na fórmula e calcular o Desconto:

$$D_{CS} = N \times i \times t$$

$$D_{CS} = 150.000 \times \frac{0,02}{30} \times 100 \rightarrow D_{CS} = 10.000$$



Observe que houve também um desconto d de 5% sobre o valor nominal, a título de despesas bancárias conforme mencionado no início do exercício.

$$d = \frac{5}{100} \times 150.000 \rightarrow d = 7.500$$

Logo, o Valor Atual será:

$$A = N - D - d$$

$$A = 150.000 - 10.000 - 7.500 \rightarrow A = 132.500$$

Gabarito: Alternativa A

6. (CESGRANRIO / PETROBRAS - 2011) A Mineradora KL Ltda. apresentou para desconto ao Banco Sul S.A. três duplicatas no valor de R\$ 3.000,00 cada uma, com vencimento para 30, 60 e 90 dias, respectivamente. A taxa de desconto simples, cobrada pelo banco, é de 2,5% ao mês.

Com base apenas nos dados acima, o valor total liberado pelo banco, em reais, foi

- a) 8.250,00
- b) 8.400,00
- c) 8.450,00
- d) 8.550,00
- e) 8.600,00

Comentários:

O valor total liberado pelo banco será igual ao somatório do Valor Atual das três duplicatas.

$$T = A_1 + A_2 + A_3$$



No Desconto Comercial Simples, o Valor Atual é calculado pela seguinte expressão:

$$A = N \times (1 - i \times t)$$

Sendo assim, o valor total será:

$$T = A_1 + A_2 + A_3$$

$$T = 3.000 \times (1 - 0,025 \times 1) + 3.000 \times (1 - 0,025 \times 2) + 3.000 \times (1 - 0,025 \times 3)$$

Observe que convertamos o tempo de dias para meses, uma vez que a Taxa de desconto é mensal e, **NECESSARIAMENTE**, as unidades de grandeza devem coincidir.

30, 60 e 90 dias equivalem, respectivamente a 1, 2 e 3 meses.

Continuando os cálculos:

$$T = 3.000 \times (1 - 0,025 \times 1) + 3.000 \times (1 - 0,025 \times 2) + 3.000 \times (1 - 0,025 \times 3)$$

$$T = 3.000 \times (1 - 0,025) + 3.000 \times (1 - 0,05) + 3.000 \times (1 - 0,075)$$

$$T = 3.000 \times 0,975 + 3.000 \times 0,95 + 3.000 \times 0,925$$

$$T = 3.000 \times (0,975 + 0,95 + 0,925)$$

$$T = 3.000 \times 2,85 \rightarrow \mathbf{T = 8.550}$$

Gabarito: Alternativa D

7. (CESGRANRIO / TRANSPETRO - 2011) Um título de renda fixa deverá ser resgatado por R\$ 15.000,00 no seu vencimento, que ocorrerá dentro de 2 meses. Sabendo-se que o rendimento desse título é de 1,5% ao mês (desconto racional composto), o seu valor presente, em reais, é

$$\text{Dados: } \frac{1000}{1,015} = 985,222 \quad \frac{1000}{(1,015)^2} = 970,662 \quad \frac{1000}{(1,015)^3} = 956,317$$

- a) 14.619,94
- b) 14.559,93
- c) 14.550,00
- d) 14.451,55
- e) 14.443,71



Comentários:

No Desconto Racional Composto, o Valor Atual é calculado pela seguinte fórmula:

$$A = \frac{N}{(1 + i)^t}$$

Onde:

$A = \text{Valor Atual ou Presente} = ?$

$N = \text{Valor Nominal} = 15.000$

$i = \text{taxa de desconto} = 1,5\% \text{ ao mês} = 0,015$

$t = \text{tempo} = 2 \text{ meses}$

Substituindo os valores e calculando o Valor Atual:

$$A = \frac{N}{(1 + i)^t}$$

$$A = \frac{15.000}{(1 + 0,015)^2}$$

$$A = \frac{15.000}{(1,015)^2} = 15 \times \frac{1.000}{(1,015)^2}$$

O enunciado nos afirma que $\frac{1.000}{(1,015)^2} = 970,662$

$$A = 15 \times \frac{1.000}{(1,015)^2}$$

$$A = 15 \times 970,662 \rightarrow A = 14.559,93$$

Gabarito: Alternativa B

8. (CESGRANRIO / BR - 2010 Adaptada) Suponha que o Posto de Gasolina Ribeiro Ltda. tem uma dívida com um banco de R\$ 144.000,00 (cento e quarenta e quatro mil reais), que vence em dois meses. O gerente da conta desse Posto fez uma proposta para quitar a dívida à vista. Se a taxa de desconto comercial composto desse financiamento é de 20,0% ao mês, quanto o Posto deve pagar à vista, em reais, ao banco, para a quitação dessa dívida?



- a) 140.000,00
- b) 120.000,00
- c) 115.200,00
- d) 100.000,00
- e) 92.160,00

Comentários:

No Desconto Comercial Composto, o Valor Atual é calculado pela seguinte expressão:

$$A = N \times (1 - i)^t$$

Onde:

$A = \text{Valor Atual ou Presente} = ?$

$N = \text{Valor Nominal} = 144.000$

$i = \text{taxa de desconto} = 20\% \text{ ao mês} = 0,2$

$t = \text{tempo} = 2 \text{ meses}$

Substituindo os valores e calculando o Valor Atual:

$$A = N \times (1 - i)^t$$

$$A = 144.000 \times (1 - 0,2)^2$$

$$A = 144.000 \times 0,8^2$$

$$A = 144.000 \times 0,64 \rightarrow A = 92.160$$

Gabarito: Alternativa E

9. (CESGRANRIO / BB - 2010) Um título com valor de face de R\$ 1.000,00, faltando 3 meses para seu vencimento, é descontado em um banco que utiliza taxa de desconto bancário, ou seja, taxa de desconto simples “por fora”, de 5% ao mês. O valor presente do título, em reais, é

- a) 860,00
- b) 850,00
- c) 840,00
- d) 830,00



e) 820,00

Comentários:

A banca nos informa que o título é descontado em regime de Desconto Comercial ("por fora") Simples. Neste regime, o Valor Atual (ou Presente) é calculado pela seguinte fórmula:

$$A = N \times (1 - i \times t)$$

Onde:

$A = \text{Valor Atual ou Presente} = ?$

$N = \text{Valor Nominal ou de Face} = 1.000$

$i = \text{taxa de desconto} = 5\% \text{ ao mês} = 0,05$

$t = \text{tempo de antecipação} = 3 \text{ meses}$

Substituindo os valores:

$$A = N \times (1 - i \times t)$$

$$A = 1.000 \times (1 - 0,05 \times 3)$$

$$A = 1.000 \times (1 - 0,15)$$

$$A = 1.000 \times 0,85 \rightarrow \mathbf{A = 850}$$

Você poderia também, primeiro calcular o valor do Desconto Comercial Simples e, posteriormente, encontrar o Valor Atual.

$$D_{CS} = N \times i \times t$$

$$D_{CS} = 1.000 \times 0,05 \times 3 \rightarrow \mathbf{D_{CS} = 150}$$

De posse do Desconto, calculamos o Valor Atual, uma vez que Desconto é igual ao Valor Nominal menos o Valor Atual:

$$D = N - A$$

$$150 = 1.000 - A$$

$$A = 1.000 - 150 \rightarrow \mathbf{A = 850}$$



Gabarito: Alternativa **B**

10. (CESGRANRIO / BNDES - 2011) Considere uma nota promissória de valor nominal N e termo de 2 anos, emitida no dia de hoje.

Qual deve ser a taxa aproximada de desconto mensal, a ser paga daqui a seis meses, para que o valor de resgate seja a metade do valor nominal, considerando o desconto racional simples?

- a) 3,333% a.m.
- b) 4,167% a.m.
- c) 5,556% a.m.
- d) 7,667% a.m.
- e) 8,333% a.m.

Comentários:

Vamos arbitrar um valor de 100 para o Valor Nominal desta nota promissória.

A nota promissória tem termo de 2 anos, mas será paga daqui a seis meses. Ou seja, **o tempo de antecipação será de 1 ano e meio**, correto?

Como a banca nos questiona a taxa mensal, vamos transformar o tempo de ano para mês. 1 ano e meio equivalem a 18 meses.

No Desconto Racional Simples, o Valor Atual (Valor de Resgate) é calculado pela seguinte fórmula:

$$A = \frac{N}{(1 + i \times t)}$$

Onde:

$A = \text{Valor Atual ou Valor de Resgate} = 50$

$N = \text{Valor Nominal} = 100$

$i = \text{taxa de desconto} = ?$

$t = \text{tempo} = 18 \text{ meses}$

Observe que o Valor Atual é metade do Valor Nominal conforme a banca nos informa.

Substituindo os valores e calculando a taxa mensal:



$$A = \frac{N}{(1 + i \times t)}$$

$$50 = \frac{100}{(1 + i \times 18)}$$

$$(1 + i \times 18) = \frac{100}{50}$$

$$1 + i \times 18 = 2$$

$$i \times 18 = 2 - 1$$

$$i \times 18 = 1$$

$$i = \frac{1}{18}$$

Vamos multiplicar por 100 para a taxa já sair na forma percentual.

$$i = \frac{1}{18} \times 100$$

$$i = \frac{100}{18} \rightarrow i \cong 5,55\% \text{ ao mês}$$

Gabarito: Alternativa C

11. (CESGRANRIO / PETROBRAS - 2009 Adaptada) Um título, cujo valor de face é R\$ 29.040,00, sofre desconto comercial composto dois meses antes do seu vencimento. Se a taxa utilizada na operação é 10% ao mês, o valor do desconto, em reais, é

- a) 5.808,60
- b) 5.517,60
- c) 5.040,40
- d) 4.912,40
- e) 4.840,60

Comentários:

No Desconto Comercial Composto, o Valor Atual é calculado pela seguinte expressão:

$$A = N \times (1 - i)^t$$



Onde:

$$A = \text{Valor Atual} = ?$$

$$N = \text{Valor Nominal ou de Face} = 29.040$$

$$i = \text{taxa de desconto} = 10\% \text{ ao mês} = 0,1$$

$$t = \text{tempo} = 2 \text{ meses}$$

Substituindo os valores e calculando o Valor Atual:

$$A = N \times (1 - i)^t$$

$$A = 29.040 \times (1 - 0,1)^2$$

$$A = 29.040 \times 0,9^2$$

$$A = 29.040 \times 0,81 \rightarrow \boxed{A = 23.522,40}$$

De posse do Valor Nominal e do Valor Atual, calculamos o Desconto:

$$D = N - A$$

$$D = 29.040 - 23.522,40 \rightarrow \boxed{D = 5.517,60}$$

Gabarito: Alternativa **B**

12. (CESGRANRIO / BNDES - 2008) Dois meses antes do seu vencimento, um título de valor nominal N sofrerá desconto. Se o desconto for racional composto e a taxa utilizada for de 20% ao mês, o valor do desconto será igual a d . Se o desconto for comercial composto, qual deverá ser a taxa mensal de desconto para que o valor do desconto seja o mesmo?

- a) 16,7%
- b) 20,0%
- c) 42,8%
- d) 69,1%
- e) 83,3%

Comentários:

Vamos arbitrar o valor de 144 para o N , isto é, Valor Nominal do título.



"Professor, porque 144 não 100 como estamos sempre acostumados a fazer?"

Ótima pergunta, caro Aluno. Acompanhe comigo e você entenderá.

Dois meses antes do seu vencimento, um título de valor 144 sofrerá desconto racional composto a taxa de 20% ao mês, resultando em um Valor Atual A igual a:

$$A = \frac{N}{(1 + i)^t}$$

$$A = \frac{144}{(1 + 0,2)^2}$$

$$A = \frac{144}{(1,2)^2}$$

$$A = \frac{144}{1,44} \rightarrow A = 100$$

Percebeu o detalhe?

A fórmula do Valor Atual no desconto racional composto tem em seu denominador o fator $(1 + 0,2)^2$. Então, arbitramos um valor que seja de fácil divisão.

$$(1 + 0,2)^2 = 1,44$$

Logo, arbitramos um valor de 144. Se você arbitrasse 100, teria de dividir 100 por 1,44. Acredito que assim, poupamos preciosos minutos na hora da prova.

Sendo assim, o Desconto será:

$$D = N - A$$

$$D = 144 - 100 \rightarrow D = 44$$

A banca nos questiona o valor da taxa mensal de desconto para que o valor do desconto seja o mesmo (utilizando agora o Desconto Comercial Composto).

Ora, **se o Desconto é igual, o Valor Atual também será, uma vez que o Valor Nominal do título é o mesmo.**

Então, nos dois casos, o valor do Desconto será de 44 e o Valor Atual de 100.

Iremos aplicar a fórmula do Desconto Comercial e calcular a taxa mensal que incidirá sobre um título de Valor Nominal 144 e produzirá um Valor Atual de 100.



$$A = N \times (1 - i)^t$$

$$100 = 144 \times (1 - i)^2$$

$$(1 - i)^2 = \frac{100}{144}$$

$$1 - i = \sqrt{\frac{100}{144}}$$

$$1 - i = \frac{10}{12}$$

$$1 - i = 0,833$$

$$i = 1 - 0,833 \rightarrow i = 0,167 \text{ ou } 16,7\% \text{ ao mês}$$

Gabarito: Alternativa A

13. (CESGRANRIO / BR - 2009) O valor de face de um título é R\$ 2.600,00. Esse título sofre desconto à taxa simples.

Se a taxa utilizada no desconto for 5% ao mês e o desconto for racional, o valor descontado, em reais, 6 meses antes do vencimento, será

- a) 600,00
- b) 720,00
- c) 960,00
- d) 1.440,00
- e) 2.000,00

Comentários:



Valor Descontado é o mesmo que Valor Atual.



No Desconto Racional Simples, o Valor Atual (ou Valor Descontado) é igual a:

$$A = \frac{N}{(1 + i \times t)}$$

Onde:

$A = \text{Valor Atual ou Valor Descontado} = ?$

$N = \text{Valor de Face} = 2.600$

$i = \text{taxa de desconto} = 5\% \text{ ao mês} = 0,05$

$t = \text{tempo} = 6 \text{ meses}$

Substituindo os valores:

$$A = \frac{N}{(1 + i \times t)}$$

$$A = \frac{2.600}{(1 + 0,05 \times 6)}$$

$$A = \frac{2.600}{(1 + 0,3)}$$

$$A = \frac{2.600}{1,3} \rightarrow A = 2.000$$

Gabarito: Alternativa E

14. (CESGRANRIO / BR - 2009) O valor de face de um título é R\$ 2.600,00. Esse título sofre desconto à taxa simples.

Nesse contexto, supondo-se que o valor do desconto seja R\$ 780,00 e que o desconto seja comercial, se o título for descontado 3 meses antes de seu vencimento, a taxa de juros mensal utilizada será

- a) 5%
- b) 10%
- c) 15%
- d) 20%
- e) 30%



Comentários:

No Desconto Comercial Simples, o Desconto é calculado pela seguinte fórmula:

$$D_{CS} = N \times i \times t$$

Onde:

$$D_{CS} = \text{Desconto Comercial Simples} = 780$$

$$N = \text{Valor Nominal ou de Face} = 2.600$$

$$i = \text{taxa de desconto} = ?$$

$$t = \text{tempo de antecipação} = 3 \text{ meses}$$

Substituindo os valores e calculando a taxa de desconto teremos:

$$D_{CS} = N \times i \times t$$

$$780 = 2.600 \times i \times 3$$

$$i = \frac{78}{260 \times 3}$$

$$i = \frac{78}{780} \rightarrow i = 0,1 \text{ ou } 10\% \text{ ao mês}$$

Gabarito: Alternativa B

15. (CESGRANRIO / PETROBRAS - 2009) Um cliente de uma loja de eletrodomésticos deseja antecipar duas parcelas iguais de R\$ 1.000,00 de seu financiamento, com vencimento para, respectivamente, 30 e 60 dias a partir de hoje.

Considerando-se uma taxa de desconto de 2% a.m., desconto comercial simples e calendário comercial, quanto será exigido do cliente para quitar as duas parcelas?

- a) R\$ 1.940,00
- b) R\$ 1.940,40
- c) R\$ 1.941,93
- d) R\$ 1.960,00
- e) R\$ 2.000,00



Comentários:

Será exigido do cliente um Valor total igual ao Valor Atual da primeira parcela a vencer em 30 dias mais o Valor Atual da segunda parcela a vencer em 60 dias.

$$V_{total} = VA_1 + VA_2$$



Observe que a taxa de desconto é fornecida na unidade de grandeza "ao mês". Enquanto que o tempo está em dias. Devemos transformar para a mesma unidade, uma vez que, **OBRIGATORIAMENTE**, o tempo e a taxa devem estar na mesma unidade de grandeza.

30 e 60 dias equivalem, respectivamente, a 1 e 2 meses.

Primeira Parcela

A primeira parcela terá um Desconto Comercial Simples 1 mês antes do seu vencimento, resultando em um Valor Atual igual a:

$$VA_1 = N \times (1 - i \times t)$$

$$VA_1 = 1.000 \times (1 - 0,02 \times 1)$$

$$VA_1 = 1.000 \times (1 - 0,02)$$

$$VA_1 = 1.000 \times 0,98 \rightarrow \boxed{VA_1 = 980}$$

Segunda Parcela

A segunda parcela terá um Desconto Comercial Simples 2 meses antes do seu vencimento, resultando em um Valor Atual igual a:

$$VA_2 = N \times (1 - i \times t)$$

$$VA_2 = 1.000 \times (1 - 0,02 \times 2)$$

$$VA_2 = 1.000 \times (1 - 0,04)$$

$$VA_2 = 1.000 \times 0,96 \rightarrow \boxed{VA_2 = 960}$$



Logo, será exigido do cliente um Valor total igual a:

$$V_{total} = VA_1 + VA_2$$
$$V_{total} = 980 + 960 \rightarrow V_{total} = 1.940$$

Gabarito: Alternativa A

16. (CESGRANRIO / TRANSPETRO - 2018 Adaptada) Um título, cujo valor de resgate é de R\$ 260.000,00, está sendo negociado exatamente dois meses antes do seu vencimento por R\$ 244.361,00. Nessas condições, o valor mais próximo da taxa de desconto bancário simples cobrada nessa operação é igual a

- a) 2,0%
- b) 2,4%
- c) 3,0%
- d) 3,8%
- e) 4,5%

Comentários:

Sabemos que, **independentemente** da modalidade de Desconto, o Desconto será igual ao Valor Nominal menos o Valor Atual:

$$D = N - A$$
$$D = 260.000 - 244.361 \rightarrow D = 15.639$$

O Desconto Comercial (bancário) Simples é calculado pela seguinte fórmula:

$$D_{CS} = N \times i \times t$$

Onde:

$$D_{CS} = \text{Desconto Comercial Simples} = 15.639$$

$$N = \text{Valor Nominal ou de Face} = 260.000$$

$$i = \text{taxa de desconto} = ?$$

$$t = \text{tempo de antecipação} = 2 \text{ meses}$$

Substituindo os valores e calculando a taxa de desconto teremos:



$$D_{CS} = N \times i \times t$$

$$15.639 = 260.000 \times i \times 2$$

$$i = \frac{15.639}{520.000} \rightarrow i = 0,03 \text{ ou } 3\% \text{ ao mês}$$

Gabarito: Alternativa C



QUESTÕES COMENTADAS – CESGRANRIO

Taxa Efetiva

1. (CESGRANRIO / BNDES - 2013) Um comerciante descontou um cheque pré-datado para 30 dias, no valor de R\$ 30.000,00, tendo o banco cobrado uma taxa de desconto simples de 5,00% ao mês.

Qual é o valor, em reais, emprestado ao lojista, e qual é a taxa efetiva de juros simples ao mês cobrada do cliente, respectivamente?

- a) 28.500,00 e 5,00%
- b) 28.500,00 e 5,26%
- c) 30.000,00 e 5,00%
- d) 30.000,00 e 5,26%
- e) 30.000,00 e 5,52%

Comentários:

Se o Valor Nominal do cheque é igual a R\$ 30.000,00 e a banca nos questiona o Valor Atual recebido, então, jamais poderíamos marcar as alternativas C, D e E, uma vez que, **NECESSARIAMENTE**, o Valor Atual terá que ser menor que o Valor Nominal (menor que 30.000). Logo, ficamos entre a A e a B.

Estudamos que a taxa aplicada no Desconto Comercial Simples não é a taxa efetiva da operação. Temos que aplicar a fórmula. Logo, 5% ao mês fornecido no enunciado não poderia ser a taxa efetiva. Com isso eliminamos a letra A e nos resta a Alternativa B como gabarito.

Vejamos matematicamente.

No Desconto Comercial Simples, o Valor Atual é igual a:

$$A = N \times (1 - i \times t)$$

$$A = 30.000 \times (1 - 0,05 \times 1)$$

Observe que convertamos o tempo de dias para meses, uma vez que a Taxa de desconto é mensal e, **NECESSARIAMENTE**, as unidades de grandeza devem coincidir.

$$A = 30.000 \times (1 - 0,05)$$

$$A = 30.000 \times 0,95 \rightarrow A = 28.500$$



A taxa efetiva da operação de desconto é igual a:

$$i_{ef} = \frac{i_{CS}}{1 - i_{CS} \times t}$$

$$i_{ef} = \frac{0,05}{1 - 0,05 \times 1}$$

$$i_{ef} = \frac{0,05}{1 - 0,05}$$

$$i_{ef} = \frac{0,05}{0,95} \rightarrow i_{ef} = 0,0526 \text{ ou } 5,26\% \text{ ao mês}$$

Gabarito: Alternativa B



QUESTÕES COMENTADAS – CESGRANRIO

Aspectos Conceituais sobre Descontos

1. (CESGRANRIO / LIQUIGÁS - 2018 Adaptada) Suponha uma operação simples de desconto realizada em um banco, 4 meses antes do vencimento de um título, com valor nominal de resgate e taxa de juros definidos. Essa operação é livre de despesas bancárias ou quaisquer outros encargos, além dos já definidos.

Nessa operação, utilizando-se os métodos de descontos “por dentro” (racional) ou “por fora” (comercial ou bancário) verifica-se que o valor

- a) líquido liberado para o tomador será maior se o método de desconto praticado for o desconto “por fora”.
- b) líquido liberado para o tomador será o mesmo para ambos os métodos.
- c) do desconto será menor para o desconto “por fora”.
- d) do desconto será o mesmo, seja qual for o método de desconto utilizado.
- e) do desconto será menor para o desconto “por dentro”.

Comentários:

Na parte teórica abordamos um tópico exclusivamente sobre este assunto (minuciosamente explicado).

Estudamos que, para um mesmo título de Valor Nominal N , descontado a uma taxa de $i\%$ em um prazo t de antecipação:

$$D_C > D_R \text{ e } A_C < A_R$$

Com isso, vamos analisar as alternativas uma a uma.

- a) *líquido liberado para o tomador será maior se o método de desconto praticado for o desconto “por fora”.*

INCORRETO. O valor líquido liberado para o tomador será maior se o método de desconto praticado for o desconto “por dentro” (racional).

$$A_C < A_R$$



b) *líquido liberado para o tomador será o mesmo para ambos os métodos.*

INCORRETO. Vimos na alternativa acima que o valor líquido liberado para o tomador será maior se o método de desconto praticado for o desconto “por dentro” (racional).

c) *do desconto será menor para o desconto “por fora”.*

INCORRETO. Se o desconto for “por fora” (comercial), o valor do Desconto será MAIOR (e não menor).

$$D_C > D_R$$

d) *do desconto será o mesmo, seja qual for o método de desconto utilizado.*

INCORRETO. Os descontos serão diferentes como visto no item acima.

e) *do desconto será menor para o desconto “por dentro”.*

CORRETO. Exatamente.

$$D_C > D_R$$

Se o desconto for “por dentro” (racional), o valor do Desconto será menor em comparação do desconto “por fora” (comercial).

Gabarito: Alternativa **E**



LISTA DE QUESTÕES – CESGRANRIO

Modalidades de Descontos

1. (CESGRANRIO / TRANSPETRO - 2018) Uma empresa avalia antecipar o pagamento das duas últimas parcelas de um financiamento, realizado a uma taxa de juro de 5% ao mês, para abril de 2018. As parcelas, no valor de R\$ 8.820,00 cada uma, têm data de vencimento para maio de 2018 e junho de 2018.

Considerando-se o desconto racional composto, o valor de quitação total das duas parcelas, se o pagamento das duas for realizado em abril de 2018, é igual a

- a) R\$ 15.876,00
- b) R\$ 16.000,00
- c) R\$ 16.400,00
- d) R\$ 16.800,00
- e) R\$ 17.640,00

2. (CESGRANRIO / EPE - 2014) No controle e acompanhamento do orçamento de caixa, uma empresa comprovou a existência de uma sobra de dinheiro, elevada e consistente, para o próximo ano.

Em decorrência, a empresa decidiu pagar, antecipadamente, a dívida bancária de R\$ 350.000,00, vencível dentro de 4 meses, contados do dia do pagamento antecipado, com uma taxa de desconto comercial, negociada com o banco, a juros simples, de 30% ao ano.

Nesse contexto, o valor pago na quitação dessa dívida, nos termos do desconto comercial simples (desconto por fora) negociado, em reais, foi de

- a) 245.000,00
- b) 315.000,00
- c) 318.182,00
- d) 323.750,00
- e) 341.250,00

3. (CESGRANRIO / PETROBRAS - 2012) Um título com valor de face de R\$ 4.000,00 que tenha sido resgatado a uma taxa de desconto bancário simples de 3% ao mês, um mês antes do vencimento, terá o valor presente, em reais, de



- a) 2.800,00
- b) 3.880,00
- c) 3.883,50
- d) 4.120,00
- e) 4.173,20

4. (CESGRANRIO / PETROBRAS - 2011) Uma pessoa pagou um título que venceria em 5 meses. A taxa de desconto comercial simples é de 1,2% ao mês.

Se o valor do desconto foi de R\$ 300,00, quantos reais essa pessoa pagou?

- a) 5.700
- b) 5.300
- c) 5.000
- d) 4.700
- e) 3.000

5. (CESGRANRIO / BNDES - 2011) Uma nota promissória com valor nominal de R\$ 150.000,00 foi descontada em um banco 100 dias antes do vencimento, à taxa de desconto de 2% a.m., mais 5% sobre o valor nominal, a título de despesas bancárias.

Considerando a sistemática de desconto bancário simples e ano comercial, o valor descontado é, aproximadamente,

- a) R\$ 132.500,00
- b) R\$ 135.150,00
- c) R\$ 137.200,00
- d) R\$ 140.000,00
- e) R\$ 142.800,00

6. (CESGRANRIO / PETROBRAS - 2011) A Mineradora KL Ltda. apresentou para desconto ao Banco Sul S.A. três duplicatas no valor de R\$ 3.000,00 cada uma, com vencimento para 30, 60 e 90 dias, respectivamente. A taxa de desconto simples, cobrada pelo banco, é de 2,5% ao mês.

Com base apenas nos dados acima, o valor total liberado pelo banco, em reais, foi

- a) 8.250,00
- b) 8.400,00



- c) 8.450,00
- d) 8.550,00
- e) 8.600,00

7. (CESGRANRIO / TRANSPETRO - 2011) Um título de renda fixa deverá ser resgatado por R\$ 15.000,00 no seu vencimento, que ocorrerá dentro de 2 meses. Sabendo-se que o rendimento desse título é de 1,5% ao mês (desconto racional composto), o seu valor presente, em reais, é

$$\text{Dados: } \frac{1000}{1,015} = 985,222 \quad \frac{1000}{(1,015)^2} = 970,662 \quad \frac{1000}{(1,015)^3} = 956,317$$

- a) 14.619,94
- b) 14.559,93
- c) 14.550,00
- d) 14.451,55
- e) 14.443,71

8. (CESGRANRIO / BR - 2010 Adaptada) Suponha que o Posto de Gasolina Ribeiro Ltda. tem uma dívida com um banco de R\$ 144.000,00 (cento e quarenta e quatro mil reais), que vence em dois meses. O gerente da conta desse Posto fez uma proposta para quitar a dívida à vista. Se a taxa de desconto comercial composto desse financiamento é de 20,0% ao mês, quanto o Posto deve pagar à vista, em reais, ao banco, para a quitação dessa dívida?

- a) 140.000,00
- b) 120.000,00
- c) 115.200,00
- d) 100.000,00
- e) 92.160,00

9. (CESGRANRIO / BB - 2010) Um título com valor de face de R\$ 1.000,00, faltando 3 meses para seu vencimento, é descontado em um banco que utiliza taxa de desconto bancário, ou seja, taxa de desconto simples “por fora”, de 5% ao mês. O valor presente do título, em reais, é

- a) 860,00
- b) 850,00
- c) 840,00
- d) 830,00



e) 820,00

10. (CESGRANRIO / BNDES - 2011) Considere uma nota promissória de valor nominal N e termo de 2 anos, emitida no dia de hoje.

Qual deve ser a taxa aproximada de desconto mensal, a ser paga daqui a seis meses, para que o valor de resgate seja a metade do valor nominal, considerando o desconto racional simples?

- a) 3,333% a.m.
- b) 4,167% a.m.
- c) 5,556% a.m.
- d) 7,667% a.m.
- e) 8,333% a.m.

11. (CESGRANRIO / PETROBRAS - 2009 Adaptada) Um título, cujo valor de face é R\$ 29.040,00, sofre desconto comercial composto dois meses antes do seu vencimento. Se a taxa utilizada na operação é 10% ao mês, o valor do desconto, em reais, é

- a) 5.808,60
- b) 5.517,60
- c) 5.040,40
- d) 4.912,40
- e) 4.840,60

12. (CESGRANRIO / BNDES - 2008) Dois meses antes do seu vencimento, um título de valor nominal N sofrerá desconto. Se o desconto for racional composto e a taxa utilizada for de 20% ao mês, o valor do desconto será igual a d . Se o desconto for comercial composto, qual deverá ser a taxa mensal de desconto para que o valor do desconto seja o mesmo?

- a) 16,7%
- b) 20,0%
- c) 42,8%
- d) 69,1%
- e) 83,3%



13. (CESGRANRIO / BR - 2009) O valor de face de um título é R\$ 2.600,00. Esse título sofre desconto à taxa simples.

Se a taxa utilizada no desconto for 5% ao mês e o desconto for racional, o valor descontado, em reais, 6 meses antes do vencimento, será

- a) 600,00
- b) 720,00
- c) 960,00
- d) 1.440,00
- e) 2.000,00

14. (CESGRANRIO / BR - 2009) O valor de face de um título é R\$ 2.600,00. Esse título sofre desconto à taxa simples.

Nesse contexto, supondo-se que o valor do desconto seja R\$ 780,00 e que o desconto seja comercial, se o título for descontado 3 meses antes de seu vencimento, a taxa de juros mensal utilizada será

- a) 5%
- b) 10%
- c) 15%
- d) 20%
- e) 30%

15. (CESGRANRIO / PETROBRAS - 2009) Um cliente de uma loja de eletrodomésticos deseja antecipar duas parcelas iguais de R\$ 1.000,00 de seu financiamento, com vencimento para, respectivamente, 30 e 60 dias a partir de hoje.

Considerando-se uma taxa de desconto de 2% a.m., desconto comercial simples e calendário comercial, quanto será exigido do cliente para quitar as duas parcelas?

- a) R\$ 1.940,00
- b) R\$ 1.940,40
- c) R\$ 1.941,93
- d) R\$ 1.960,00
- e) R\$ 2.000,00



16. (CESGRANRIO / TRANSPETRO - 2018 Adaptada) Um título, cujo valor de resgate é de R\$ 260.000,00, está sendo negociado exatamente dois meses antes do seu vencimento por R\$ 244.361,00. Nessas condições, o valor mais próximo da taxa de desconto bancário simples cobrada nessa operação é igual a

- a) 2,0%
- b) 2,4%
- c) 3,0%
- d) 3,8%
- e) 4,5%



GABARITO

1. C
2. B
3. B
4. D
5. A
6. D
7. B
8. E
9. B
10. C
11. B
12. A
13. E
14. B
15. A
16. C



LISTA DE QUESTÕES – CESGRANRIO

Taxa Efetiva

1. (CESGRANRIO / BNDES - 2013) Um comerciante descontou um cheque pré-datado para 30 dias, no valor de R\$ 30.000,00, tendo o banco cobrado uma taxa de desconto simples de 5,00% ao mês.

Qual é o valor, em reais, emprestado ao lojista, e qual é a taxa efetiva de juros simples ao mês cobrada do cliente, respectivamente?

- a) 28.500,00 e 5,00%
- b) 28.500,00 e 5,26%
- c) 30.000,00 e 5,00%
- d) 30.000,00 e 5,26%
- e) 30.000,00 e 5,52%



GABARITO

1. B



LISTA DE QUESTÕES – CESGRANRIO

Aspectos Conceituais sobre Descontos

1. (CESGRANRIO / LIQUIGÁS - 2018 Adaptada) Suponha uma operação simples de desconto realizada em um banco, 4 meses antes do vencimento de um título, com valor nominal de resgate e taxa de juros definidos. Essa operação é livre de despesas bancárias ou quaisquer outros encargos, além dos já definidos.

Nessa operação, utilizando-se os métodos de descontos “por dentro” (racional) ou “por fora” (comercial ou bancário) verifica-se que o valor

- a) líquido liberado para o tomador será maior se o método de desconto praticado for o desconto “por fora”.
- b) líquido liberado para o tomador será o mesmo para ambos os métodos.
- c) do desconto será menor para o desconto “por fora”.
- d) do desconto será o mesmo, seja qual for o método de desconto utilizado.
- e) do desconto será menor para o desconto “por dentro”.



GABARITO

1. E



ESSA LEI TODO MUNDO CONHECE: PIRATARIA É CRIME.

Mas é sempre bom revisar o porquê e como você pode ser prejudicado com essa prática.



1 Professor investe seu tempo para elaborar os cursos e o site os coloca à venda.



2 Pirata divulga ilicitamente (grupos de rateio), utilizando-se do anonimato, nomes falsos ou laranjas (geralmente o pirata se anuncia como formador de "grupos solidários" de rateio que não visam lucro).



3 Pirata cria alunos fake praticando falsidade ideológica, comprando cursos do site em nome de pessoas aleatórias (usando nome, CPF, endereço e telefone de terceiros sem autorização).



4 Pirata compra, muitas vezes, clonando cartões de crédito (por vezes o sistema anti-fraude não consegue identificar o golpe a tempo).



5 Pirata fere os Termos de Uso, adultera as aulas e retira a identificação dos arquivos PDF (justamente porque a atividade é ilegal e ele não quer que seus fakes sejam identificados).



6 Pirata revende as aulas protegidas por direitos autorais, praticando concorrência desleal e em flagrante desrespeito à Lei de Direitos Autorais (Lei 9.610/98).



7 Concurseiro(a) desinformado participa de rateio, achando que nada disso está acontecendo e esperando se tornar servidor público para exigir o cumprimento das leis.



8 O professor que elaborou o curso não ganha nada, o site não recebe nada, e a pessoa que praticou todos os ilícitos anteriores (pirata) fica com o lucro.



Deixando de lado esse mar de sujeira, aproveitamos para agradecer a todos que adquirem os cursos honestamente e permitem que o site continue existindo.