Aula 03

BNB - Raciocínio Lógico e Quantitativo - 2023 (Pré-Edital)

Autor:

Equipe Exatas Estratégia Concursos

24 de Março de 2023

Índice

LÓGICA DE PRIMEIRA ORDEM

Introdução

A Lógica de Primeira Ordem (LPO) surge de uma necessidade: **superar as limitações da Lógica Proposicional**. Quais limitações seriam essas? Considere a seguinte sentença declarativa: **todo aluno do Estratégia é aprovado**. Como representamos, **utilizando proposições e conectivos**, esse tipo de declaração? Existe uma certa dificuldade na tarefa. Isso acontece, pois, nas primeiras aulas do curso, nosso foco foi a Lógica Proposicional. Trabalhamos com expressões tais como:

$$p \wedge q$$
$$r \vee s$$
$$u \Longrightarrow v$$

Nós representamos proposições simples com letras minúsculas e **utilizamos conectivos** para expressar ideias que **possuíssem um pouco mais de complexidade**. Esse tipo de representação **vai se tornando precário** à medida que aumentamos o número de pessoas (objetos) e relações que queremos expressar.

Você deve estar pensando: *"ei professor, mas a sentença 'todo aluno do Estratégia é aprovado' é uma proposição categórica universal afirmativa! Nós já estudamos isso!"* É bem verdade que **as proposições categóricas serão um ótimo ponto de partida** no estudo da Lógica de Primeira Ordem! Aproveitaremos muitas coisas que vimos anteriormente. Por esse motivo, **faremos uma rápida revisão** de dois assuntos fundamentais: **equivalências lógicas e proposições quantificadas**.

Essa integração de assuntos facilita a resolução dos exercícios. Você verá que, apesar de haver questões que explicitamente trazem o conteúdo de Lógica de Primeira Ordem, poderemos resolvê-la utilizando Lógica Proposicional. O motivo para isso é que **aquela é apenas uma extensão desta**, **não uma substituição**. Logo, tudo que vimos na Lógica de Proposições, **continuará válido na Lógica de Predicados (LPO)**.

(BR/2012) Considere a seguinte afirmativa: Ser analista de sistemas é condição necessária porém não suficiente para ser engenheiro de software. Considere os predicados $A(x)$ e $E(x)$ que representam respectivamente que x é analista de sistemas e que x é engenheiro de software. Uma representação coerente da afirmativa acima, em lógica de primeira ordem, é

A) $A(x) \rightarrow E(x)$

B) $A(x) \rightarrow \neg E(x)$

C) $\neg A(x) \rightarrow E(x)$

D) $\neg E(x) \rightarrow \neg A(x)$
E) $E(x) \rightarrow A(x)$

Comentários:
Apesar de trazer predicados $A(x)$ e $E(x)$, **a questão é resolvida com conhecimentos de aulas passadas**. Lembre-se que, **em uma condicional**, temos o seguinte:

$$p \Longrightarrow q$$

A proposição $\boldsymbol{p}$ **é uma condição suficiente para** $\boldsymbol{q}$. Por sua vez, $\boldsymbol{q}$ **é uma condição necessária para** $\boldsymbol{p}$. Logo, se **ser analista é condição necessária para ser engenheiro** de software, então,

$$E(x) \Longrightarrow A(x)$$

Gabarito: LETRA E.

Uma Breve Revisão de Equivalências Lógicas

Você lembra o que é uma Equivalência Lógica? Simplificadamente, dizemos que **duas proposições são equivalentes quando elas apresentam a mesma tabela-verdade.** Para representar uma equivalência entre duas proposições, usamos o símbolo $\equiv$ **ou** $\Leftrightarrow$**.** Por não ser o foco dessa aula, **não faremos uma revisão exaustiva**. Nossa atenção estará voltada **para as equivalências mais importantes** ao estudo atual.

Dupla Negação de uma Proposição Simples

Considere a proposição:

$\boldsymbol{p}$: **O aluno estudou para a prova**.

Quando a negamos pela primeira vez, temos que:

$\boldsymbol{\sim p}$: **O aluno não estudou para a prova**.

A dupla negação pode ser representada por

$\boldsymbol{\sim(\sim p)}$: **Não é verdade que o aluno não estudou para o prova**.

Essa última proposição é equivalente a dizer que: *O aluno estudou para prova*. Esse fato pode ser representado, *genericamente*, com a seguinte simbologia:

$$\sim(\sim p) \equiv p$$

Equivalências da Condicional

Muitas vezes vamos ter que escrever uma condicional de um jeito diferente, **mas exprimindo a mesma ideia**. Diante disso, é bastante válido que você tenha as seguintes equivalências bem memorizadas. Como exercício de revisão, você pode escrever as tabelas-verdades de cada uma das proposições compostas abaixo e **verificar que elas possuem a mesma tabela verdade**.

$$p \Rightarrow q \ \equiv {\sim}q \Rightarrow {\sim}p$$
$$p \Rightarrow q \equiv {\sim}p \vee q$$

Considere as seguintes proposições:

$\boldsymbol{p}$: **Ela estuda muito.**

$\boldsymbol{q}$: **Ela passa em qualquer concurso.**

A condicional que relaciona as duas proposições simples é:

$\boldsymbol{p \Longrightarrow q}$: Se **ela estuda muito**, então **ela passa em qualquer concurso**.

Semanticamente, note que a condicional abaixo traduz a mesma ideia:

$\boldsymbol{{\sim}q \Longrightarrow {\sim}p}$: Se **ela não passa em qualquer concurso**, então **ela não estuda muito**.

Adicionalmente, a seguinte disjunção possui o mesmo sentido que a condicional:

$\boldsymbol{{\sim}p \vee q}$: **Ela não estuda muito** ou **passa em qualquer concurso**.

(SEFAZ-DF/2020) Considerando a proposição P: “Se o servidor gosta do que faz, então o cidadão-cliente fica satisfeito”, julgue o item a seguir. A proposição P é logicamente equivalente à seguinte proposição: “Se o cidadão-cliente não fica satisfeito, então o servidor não gosta do que faz”.

Comentários:

O item exige o conhecimento da seguinte equivalência:

$$p \Rightarrow q \ \equiv {\sim}q \Rightarrow {\sim}p$$

A condicional do enunciado é

Se **o servidor gosta do que faz**, então **o cidadão-cliente fica satisfeito**.

Com isso, podemos extrair **as seguintes proposições simples componentes**:

$\boldsymbol{p}$: **O servidor gosta do que faz.**
$\boldsymbol{q}$: **O cidadão-cliente fica satisfeito**.

Assim, negando as duas proposições acima e escrevendo a equivalência $\sim q \Longrightarrow \sim p$:

$\boldsymbol{\sim q \Longrightarrow \sim p}$: Se **o cidadão-cliente não fica satisfeito**, então **o servidor não gosta do que faz**.

Observe que é exatamente a proposição sugerida pelo enunciado. Logo, o item encontra-se correto.

Gabarito: CERTO.

Negação da Condicional

Será necessário, em algumas questões, encontrar **uma proposição que seja equivalente a negação de uma condicional**. Nessas situações, **transformamos a condicional em uma conjunção**. Verifique as duas proposições possuem a mesma tabela-verdade.

$$\sim(p \Rightarrow q) \;\equiv\; p \wedge \sim q$$

(SEFAZ-DF/2020) Considerando a proposição P: “Se o servidor gosta do que faz, então o cidadão-cliente fica satisfeito”, julgue o item a seguir. A proposição “O servidor não gosta do que faz, ou o cidadão-cliente não fica satisfeito” é uma maneira correta de negar a proposição P.

Comentários:
O item exige o conhecimento da seguinte equivalência:

$$\sim(p \Rightarrow q) \;\equiv\; p \wedge \sim q$$

A condicional do enunciado é

Se **o servidor gosta do que faz**, então **o cidadão-cliente fica satisfeito**.

Com isso, podemos extrair **as seguintes proposições simples componentes**:

p: O servidor gosta do que faz.

q: O cidadão-cliente fica satisfeito.

Assim, ao escrever a equivalência $p \wedge \sim q$, ficamos com:

$p \wedge \sim q$: **O servidor gosta do que faz** e **o cidadão cliente não fica satisfeito**.

Observe que o enunciado trouxe, **além de uma disjunção, as duas proposições negadas**. Há uma grande discrepância com a proposição que obtemos. Por esse motivo, **o item encontra-se errado**.

Gabarito: ERRADO.

Leis de De Morgan

Os Teoremas (ou leis) de De Morgan são, talvez, **as equivalências mais importantes de serem guardadas**. Você deve ir para sua prova dominando as duas relações abaixo.

$$\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$$
$$\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$$

As leis de De Morgan enunciam **a negação da conjunção e da disjunção**. O lado interessante delas é que elas possuem **uma construção bastante simétrica**. Note que, quando queremos negar uma conjunção, o resultado é uma disjunção com suas proposições componentes negadas. Analogamente, quando queremos negar uma disjunção, o resultado é uma conjunção com proposições componentes negadas.

(SEFAZ-AL/2020) A negação da proposição "Os servidores públicos que atuam nesse setor padecem e os beneficiários dos serviços prestados por esse setor padecem." é corretamente expressa por "Os servidores públicos que atuam nesse setor não padecem e os beneficiários dos serviços prestados por esse setor não padecem.".

Comentários:

O item exige o conhecimento da seguinte equivalência lógica: $\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$

O enunciado traz a seguinte conjunção que devemos negar:

Os servidores públicos que atuam nesse setor padecem

e

os beneficiários dos serviços prestados por esse setor padecem.

Com isso, podemos extrair as seguintes proposições simples:

p: **Os servidores públicos que atuam nesse setor padecem**.

q: **Os beneficiários dos serviços prestados por esse setor padecem.**

Para negar a conjunção, devemos utilizar as leis de De Morgan. Negamos as duas proposições e trocamos a conjunção por uma disjunção.

$\sim p$: **Os servidores públicos que atuam nesse setor não padecem.**

$\sim q$: **Os beneficiários dos serviços prestados por esse setor não padecem.**

$\sim p \vee \sim q$:

Os servidores públicos que atuam nesse setor não padecem

ou

os beneficiários dos serviços prestados por esse setor não padecem.

Apesar de o enunciado trazer as duas proposições negadas, **ele não trocou a conjunção pela disjunção**. Devemos utilizar OU ao invés de E. Por esse motivo, o item encontra-se errado.

Gabarito: ERRADO.

Uma Breve Revisão de Proposições Categóricas

Em aulas passadas, vimos que proposições categóricas são proposições que **estabelecem uma relação entre dois objetos de categorias distintas**. Além disso, elas não deixam de ser quantificadas, pois **envolvem dois tipos de quantificadores** que serão essenciais para a lógica de primeira ordem:

- **O quantificador universal:** $\forall$
  Esse primeiro quantificador expressa **a ideia de totalidade**. Lê-se *"para todo", "qualquer que seja"*.

- **O quantificador existencial:** $\exists$
  Expressa a ideia de existência de **pelo menos um objeto com determinada propriedade**. Sua leitura é dada por *"existe", "algum", "pelo menos um"*.

Lembre-se que existem **quatro tipos de proposições quantificadas**: a universal positiva, a universal negativa, a particular positiva e a particular negativa. No contexto das proposições categóricas, chamamos esses tipos de **"formas" A, E, I e O**, respectivamente. Acompanhe abaixo uma tabela para ajudar na revisão.

Forma	Aspecto Geral	Exemplo
A	Todo S é P.	Todo brasileiro é educado.
E	Todo S não é P Nenhum S é P.	Todo brasileiro não é educado. Nenhum brasileiro é educado.
I	Algum S é P.	Algum brasileiro é educado.
O	Algum S não é P.	Algum brasileiro não é educado.

O **principal problema** envolvendo proposições categóricas **não está em decorar as formas ou seus tipos**. Para nossa prova, **<u>devemos saber negá-las</u>**. Vamos relembrar como fazemos isso por meio de uma questão recente?

(MINISTÉRIO DA ECONOMIA/2020) Julgue o item seguinte, relativo à lógica proposicional e à lógica de primeira ordem. A negação da proposição “Todas as reuniões devem ser gravadas por mídias digitais” é corretamente expressa por “Nenhuma reunião deve ser gravada por mídias digitais”.

Comentários:

Queremos negar a seguinte proposição quantificada universal positiva:

Todas as reuniões devem ser gravadas por mídias digitais.

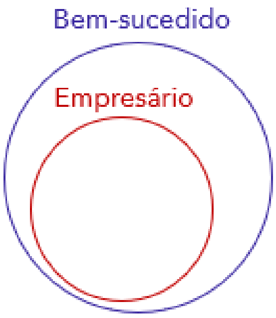
Primeiramente, devemos **substituir o quantificador universal por um quantificador existencial.** "Todas" virará "Alguma". Além disso, devemos negar o predicado. No caso dessa questão, **o predicado é "devem ser gravadas por mídias digitais".** Como devemos negá-lo, ficamos com "não devem ser gravadas por mídias digitais." Juntando a troca de quantificador com a negação do predicado e **fazendo os ajustes de português necessários**, obtemos:

Alguma reunião não deve ser gravada por mídias digitais.

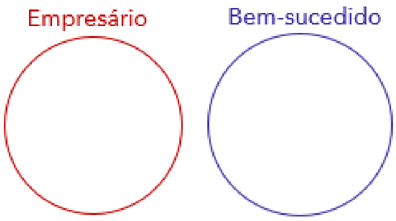
A principal lição que devemos levar é que, para negar proposições que são iniciadas com "todos (as)", **não precisamos fazer uma generalização e dizer "nenhum"**. Imagine que você afirma que **todas as pessoas da sua família são bonitas**. Para alguém dizer que você mentiu, **basta esse alguém encontrar uma única pessoa da sua família que é feia** e você já terá sido <u>pego em uma mentira</u>.

Gabarito: ERRADO.

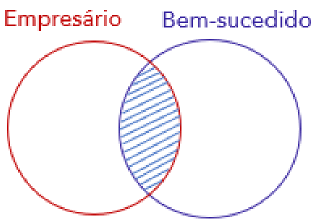
Por último, é importante lembrar que **as ideias das proposições categóricas podem ser representadas por diagramas lógicos**. Essas estruturas visam facilitar nossa interpretação, **possibilitando um julgamento mais assertivo das ideias**. Observe os tipos de diagramas que temos abaixo.



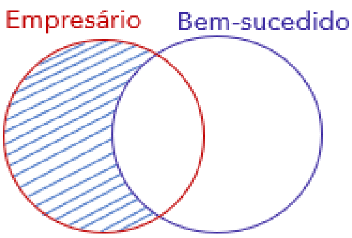
O diagrama ao lado traduz a ideia de que **todo empresário é bem-sucedido**. Isso ocorre pois o conjunto dos empresários, representado pelo círculo vermelho, **está totalmente contido dentro do círculo maior**, representativo das pessoas que são bem-sucedidas. O principal aprendizado que você deve levar dessa análise é que quando dizemos que todo empresário é bem-sucedido, **não estamos dizendo que todo bem-sucedido é empresário**. Note que há regiões no diagrama dos bem-sucedidos que **não está preenchida pelo conjunto dos empresários**. Essa região representa **os bem-sucedidos que não são empresários**.



O diagrama ao lado traduz a ideia de que **nenhum empresário é bem-sucedido**. Para expressar essa ideia, desenhamos dois conjuntos **totalmente afastados**. Conjuntos como esses, que não apresentam intersecção, **são chamados de disjuntos**.



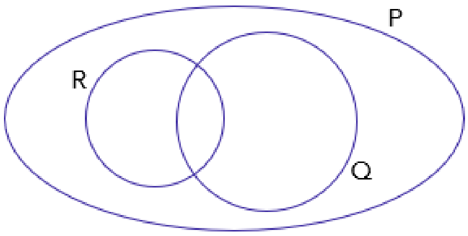
Esse terceiro diagrama traduz a ideia de que **algum empresário que é bem-sucedido**. Note que **há uma região de intersecção entre os dois conjuntos**. Se essa região existe, então é porque há um empresário que, necessariamente, é bem-sucedido.



Por último, utilizando o mesmo diagrama anterior, mas apenas **destacando uma região diferente**, podemos expressar mais uma ideia. A intenção é destacar que **algum empresário não é bem sucedido**. Note que **a região fora da intersecção entre os dois conjuntos, mas dentro do conjunto dos empresários**, consegue representar esse fato.

HORA DE PRATICAR!

(EBSERH/2020) No diagrama a seguir, considere que há elementos em todas as seções e interseções.



Nessa situação, é verdade afirmar que

A) todo elemento de P, que não é elemento de R, é elemento de Q.

B) todo elemento de Q, que não é elemento de R, não é elemento de P.

C) todo elemento de R, que é elemento de Q, não é elemento de P.

D) qualquer elemento de P, que não é elemento de Q, é elemento de R.

E) todo elemento de R, que não é elemento de Q, é elemento de P.

Comentários:

A) todo elemento de P, que não é elemento de R, é elemento de Q.

Alternativa incorreta. Observe que **existe uma região do conjunto P que não é preenchida nem pelo conjunto R, nem pelo conjunto Q**. Logo, existe elemento de P, que não é elemento de R, nem de Q.

B) todo elemento de Q, que não é elemento de R, não é elemento de P.

Alternativa incorreta. Observe que o conjunto Q está totalmente inserido em P, dessa forma, **todo elemento de Q é elemento de P**, independentemente desse elemento também ser (ou não) de R.

C) todo elemento de R, que é elemento de Q, não é elemento de P.

Alternativa incorreta. Observe que o conjunto R está totalmente inserido em P, dessa forma**, todo elemento de R é elemento de P**, independentemente desse elemento também ser (ou não) de Q.

D) qualquer elemento de P, que não é elemento de Q, é elemento de R.

Alternativa incorreta. Observe que existe uma região do conjunto P que não é preenchida nem pelo conjunto R, nem pelo conjunto Q. Logo, **existe elemento de P, que não é elemento de R, nem de Q**.

E) todo elemento de R, que não é elemento de Q, é elemento de P.

Alternativa correta. Observe que o conjunto R está totalmente inserido em P, dessa forma, **todo elemento de R é elemento de P**, independentemente desse elemento também ser (ou não) de Q.

Gabarito: LETRA E.

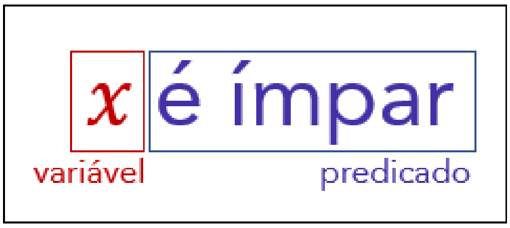
Lógica de Primeira Ordem

Simbologia e Aspectos Iniciais

Agora sim estamos preparados para entrar na Lógica de Primeira Ordem. Nesse primeiro momento, nosso principal objetivo será **passar alguns conceitos iniciais** e provocar uma **familiarização com os símbolos** que estaremos utilizando. Devemos, ao final desse capítulo, ser capazes de **traduzir a notação simbólica** que permeia a LPO **para o bom e velho português**. Para começar, considere a seguinte sentença:

$$x \text{ é ímpar}$$

A sentença acima é verdadeira ou falsa? Não sabemos, pois **dependemos do valor de x**. Como x pode assumir vários valores distintos, **chamamos o x de variável**. Além disso, tudo que é dito sobre essa variável, nós **chamamos de predicado**. A oração "x é ímpar" vai ser, portanto, **uma função-predicado (ou função proposicional)** pois é uma sentença que depende do valor de uma variável para que seja possível atribuí-la determinado valor lógico. Observe:



função-predicado

A pergunta que faremos agora é: *quais números a variável x pode assumir?* Podemos considerar **o conjunto dos números inteiros**, isto é:

$$\mathbb{Z} = \{\ldots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots\}$$

Nessa situação, chamamos o conjunto dos números inteiros de **Universo de Discurso do predicado**. Em outras palavras, **o Universo de Discurso é um conjunto formado pelos valores que a variável de uma função-predicado pode assumir**. Em muitas situações, esse conjunto não é explicitamente detalhado, ficando a cargo do leitor sua correta identificação **dado o contexto do problema**. Vamos observar alguns exemplos.

- x é um país emergente.
  Se nada for falado no comando da questão, pode-se extrair como Universo de Discurso o conjunto formado por **todos os países existentes no globo**. Por exemplo, se x assumir o valor "Canadá", a proposição será falsa. Caso assuma "Índia", então teremos uma proposição verdadeira.

- x passou no concurso dos sonhos.
  Novamente, se nada for falado no comando da questão, pode-se extrair como Universo de Discurso o conjunto formado por **todas as pessoas que estudam para concursos**. No entanto, o examinador pode estabelecer o Universo de Discurso como sendo, por exemplo, só os alunos do Estratégia.

Observe que ficar escrevendo a função-predicado "x é ímpar" não é interessante, pois, quando começarmos a aplicar propriedades e a fazer um estudo mais detalhado dos predicados, "carregar" a sentença inteira não é a melhor das ideias. Por esse motivo, **podemos simplificá-la escrevendo-a de até três maneiras distintas: $\boldsymbol{Impar(x)}$ ou $\boldsymbol{I(x)}$ ou $\boldsymbol{Ix}$.**

$$\boldsymbol{Impar(x) = I(x) = Ix = x\ \text{é}\ \acute{\imath}mpar}$$

HORA DE PRATICAR!

(BR/2012) Considere a afirmativa "Todo gerente de projeto é programador". Considere os predicados G(x) e P(x), que representam, respectivamente, que x é gerente de projeto e que x é programador. Uma representação coerente da afirmativa acima em lógica de primeira ordem é

A) $G(x) \rightarrow \neg P(x)$

B) $\neg G(x) \rightarrow P(x)$

C) $P(x) \rightarrow G(x)$

D) $\neg P(x) \rightarrow G(x)$

E) $\neg P(x) \rightarrow \neg G(x)$

Comentários:

O enunciado fornece os seguintes predicados:

$$G(x): \quad x \text{ é gerente de projeto}$$
$$P(x): \quad x \text{ é programador}$$

Note que afirmações do tipo **"todo A é B"** são equivalentes à **"Se A, então B"**. Dessa forma, devemos colocar os predicados acima na forma de uma condicional. Considerando os dados do enunciado, temos que**: todo gerente de projeto é programador.** Observe que tal afirmativa equivale a falar: **se é gerente de projeto, então é programador**. Em notação da lógica de primeira ordem fica:

$$G(x) \Longrightarrow P(x)$$

Observe que a forma que escrevemos **não está contemplada entre as alternativas**. Devemos, nesse momento, lembrar da aula de Equivalências Lógicas:

$$p \Longrightarrow q \qquad \equiv \qquad \neg q \Longrightarrow \neg p$$

Podemos usar a mesma relação aqui na lógica de primeira ordem.

$$G(x) \Longrightarrow P(x) \qquad \equiv \qquad \neg P(x) \Longrightarrow \neg G(x)$$

Qualquer uma das expressões acima **são possíveis respostas da questão**. No entanto, **apenas $\neg \boldsymbol{P(x)} \Longrightarrow \neg \boldsymbol{G(x)}$ está contemplada nas alternativas** e é o nosso gabarito.

Gabarito: LETRA E.

Na questão anterior, temos **uma resposta coerente**. No entanto, **ela não é uma resposta <u>completa</u>**. Uma representação mais adequada para a afirmativa do enunciado **deveria conter o quantificador universal ∀.** Isso acontece, pois, precisamos indicar que **<u>a totalidade</u>** dos gerentes de projeto são programadores.

Quando escrevemos que $G(x) \Longrightarrow P(x)$, estamos dizer que:

Se x é gerente de projeto, então x é programador

Intuitivamente, é possível inferir uma totalidade implícita quando escrevemos a própria condicional. Mas, **para uma resposta completa e explícita, <u>devemos fazer o uso do quantificador</u>**. Essa representação seria:

$$(\forall x)\big(G(x) \Longrightarrow P(x)\big)$$

Uma leitura completa da expressão acima é:

Para todo x pertencente ao Universo de Discurso, se x é gerente de projeto, então x é programador.

No cotidiano, **fazemos uma leitura simplificada**:

Para todo x, se x é gerente de projetos, x é programador.

A ideia de que x pertence ao universo de discurso **fica implícita**.

(IPE-SAÚDE/2022) Considere como conjunto universo $U = \{0,1,2,3,4\}$ e observe as seguintes proposições quantificadas, assinalando V, se verdadeiro, ou F, se falso.

( ) $(\forall x \in U)(x + 3 > 6)$
( ) $(\exists x \in U)(x \text{ é } par)$
( ) $(\forall x \in U)(x^2 < 20)$

O valor lógico das afirmações acima, na ordem de preenchimento, de cima para baixo, é:
A) $V - V - V$.
B) $V - V - F$.
C) $V - F - V$.

D) $F - V - V$.
E) $F - F - F$.

Comentários:
Para começar nosso estudo de LPO, vamos avaliar as proposições do enunciado. O primeiro passo aqui é observar o **Universo de Discurso**.

$$U = \{0,1,2,3,4\}$$

(**F**) $(\forall x \in U)(x + 3 > 6)$
Pessoal, essa aqui é **falsa**. Quando "traduzimos" a expressão, ela diz que **para todo x** pertencente ao conjunto universo, temos que **x mais três é maior do que 6**. Ora, veja que se "x" for 0, a expressão não vai ser verdade. Com isso, não poderíamos usar o "para todo".

(**V**) $(\exists x \in U)(x \text{ é } par)$
Verdadeiro. A "tradução" para o português fica: *"existe x pertencente a U tal que x é par".* Ora, observando o conjunto U, vemos que existe sim! **O "0", o "2" e o "4" são números pares**.

(**V**) $(\forall x \in U)(x^2 < 20)$
Verdadeiro. A "tradução" dessa para o português fica: *"para todo x pertencente a U tem-se que o quadrado de x é menor do que 20".* Como o conjunto **U tem poucos elementos**, podemos testar todos.

$$0^2 = 0 \qquad 1^2 = 1 \qquad 2^2 = 4 \qquad 3^2 = 9 \qquad 4^2 = 16$$

Observe que os quadrados de **todos** os elementos de U são realmente **menores do que 20**. Logo, a proposição é **verdadeira**.

Gabarito: LETRA D.

LPO e as Proposições Categóricas

Você deve ter percebido que nosso foco está em **fazer verdadeiras traduções entre a Língua Portuguesa e a linguagem de símbolos da Lógica de Primeira Ordem**. Minha intenção aqui é fazer com que esse monte de símbolos não te assuste e que na hora da prova **você possa se diferenciar dos seus concorrentes**. Nesse intuito, eu gostaria que você prestasse bastante atenção no quadro abaixo.

Proposição Categórica	Representação Simbólica
(1) Todo A é B.	$\forall x\big(A(x) \rightarrow B(x)\big)$
(2) Algum A é B.	$\exists x(A(x) \wedge B(x))$
(3) Nenhum A é B.	$\neg\exists x(A(x) \wedge B(x))$
(4) Algum A não é B.	$\exists x(A(x) \wedge \neg B(x))$

Observe que temos **uma representação simbólica para cada uma das formas** de proposição categórica que estudamos e revisamos anteriormente. **Vamos entender o porquê** de cada uma das representações?

- **Todo A é B.**

$$\underset{\text{para todo x}}{\forall x}\left(\underset{\text{Se x é A}}{A(x)} \underset{\text{então}}{\rightarrow} \underset{\text{x é B}}{B(x)}\right)$$

É exatamente a expressão que obtivemos ao escrever uma resposta mais completa para a questão que vimos. Note que, **para representar a noção de totalidade**, devemos colocar **o quantificador universal**.

Além disso, não esqueça que **a condicional desempenha um papel fundamental**, pois, quando queremos dizer que todo A é B, no fundo estamos dizendo *que se dado objeto possui a propriedade A, então ele também possuirá a propriedade B*.

- **Algum A é B.**

$$\underset{\text{existe x tal que}}{\exists x}\left(\underset{\text{x é A}}{A(x)} \underset{\text{e}}{\wedge} \underset{\text{x é B}}{B(x)}\right)$$

Agora, para representar que **algum objeto A possui a propriedade B**, utilizamos **o quantificador existencial ∃.** Esse quantificador, como já vimos, exprime a ideia de que *existe pelo menos um x* (ou, simplesmente, algum x). Veja que **usamos a conjunção (∧)** para expressar que o objeto **possui duas propriedades (A e B), simultaneamente**. *Essa combinação de símbolos, de fato, expressa que Algum A é B, concorda?*

- **Nenhum A é B.**

$$\underset{\text{não existe x tal que}}{\neg\exists x}\left(\underset{\text{x é A}}{A(x)} \underset{\text{e}}{\wedge} \underset{\text{x é B}}{B(x)}\right)$$

Note que para dizer que *Nenhum A é B*, basta dizer que **não existe x tal que x tenha as duas propriedades** (seja A e B, simultaneamente). Isso é exatamente **a negação (o operador ¬)** de "Algum A é B". Lembre-se que **a negação de uma proposição categórica particular positiva é uma universal negativa**.

- **Algum A não é B.**

$$\underbrace{\boxed{\exists x}}_{\text{existe x tal que}}\Big(\underbrace{\boxed{A(x)}}_{\text{x é A}}\ \underbrace{\boxed{\wedge}}_{\text{e}}\ \underbrace{\boxed{\neg B(x)}}_{\text{x não é B}}\Big)$$

Podemos aproveitar a representação simbólica de "todo A é B" para escrever a representação de "algum A não é B". Para isso, devemos lembrar que **um é a negação do outro**. Temos ainda que na negação de proposições quantificadas, **trocamos o quantificador e negamos a proposição subsequente**. Pouco mais cedo nessa aula, vimos que:

$$\sim(p \Rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$$

Vamos aproveitar essa informação e usar aqui também! A Lógica de Predicados nada mais é do que **uma extensão da Lógica Proposicional**. Observe a semelhança entre as duas expressões acima. Para ajudar na compreensão, vamos fazer uma questão do CESPE que traz uma grande aula sobre o assunto.

HORA DE PRATICAR!

(ADAPAR/2021) Considere a seguinte proposição categórica O.

O: “Nem todo carneiro é dócil”.

Considerando que x pertença ao conjunto T de todos os animais do mundo, que C(x) represente simbolicamente a propriedade “x é carneiro” e que D(x) represente simbolicamente a propriedade “x é dócil”, assinale a opção que apresenta uma representação simbólica correta da proposição O na linguagem da lógica de primeira ordem.

A) $\forall x\big(C(x) \rightarrow \neg D(x)\big)$
B) $\forall x\big(C(x) \rightarrow D(x)\big)$
C) $\neg\exists x\big(C(x) \wedge D(x)\big)$
D) $\exists x\big(C(x) \wedge \neg D(x)\big)$
E) $\exists x\big(C(x) \wedge D(x)\big)$

Comentários:

Questão bem bacana para treinar o que acabamos de ver. Inicialmente, é interessante escrever a proposição categórica O de um jeito mais familiar com o que estamos estudando.

"Nem todo carneiro é dócil" = "Algum carneiro não é dócil"

Com isso, caímos na situação que vimos anteriormente.

- **Algum A não é B.**

$$\underbrace{\exists x}_{\text{existe x tal que}}\Big(\underbrace{A(x)}_{\text{x é A}}\ \underbrace{\wedge}_{\text{e}}\ \underbrace{\neg B(x)}_{\text{x não é B}}\Big)$$

Como o enunciado deu que **C(x) representa "x é carneiro"** **e D(x) representa "x é dócil"**. Temos que:

$$\exists \boldsymbol{x}(\boldsymbol{C}(\boldsymbol{x}) \wedge \neg \boldsymbol{D}(\boldsymbol{x}))$$

Perceba que para matarmos a questão, convertemos a frase para um formato familiar. Guarde essa dica! Às vezes, as questões não dão as proposições categóricas do jeito "tradicional". No entanto, lembre-se que você pode sim **escrevê-la de uma forma mais conveniente**, **desde que expresse o mesmo sentido**. Por fim, recomendo fortemente que decore a tabelinha abaixo:

Proposição Categórica	Representação Simbólica
(1) Todo A é B.	$\forall x(A(x) \rightarrow B(x))$
(2) Algum A é B.	$\exists x(A(x) \wedge B(x))$
(3) Nenhum A é B.	$\neg \exists x(A(x) \wedge B(x))$
(4) Algum A não é B.	$\exists x(A(x) \wedge \neg B(x))$

Esse tipo de conversão costuma cair bastante e saber "na lata" vai lhe **poupar preciosos minutos** enquanto seus concorrentes estarão "quebrando" a cabeça!

Gabarito: LETRA D.

Relações e Aridade

Vamos avançar um pouco mais. Todos os predicados que vimos até agora são **relações unárias**, isto é, possuem apenas uma única variável. Nesse caso, dizemos que **predicados assim possuem <u>aridade 1</u>**.

$I(x)$: $\quad x$ é impar
$G(x)$: $\quad x$ é gerente de projetos
$P(x)$: $\quad x$ é um pavão

No entanto, podemos ir além e **estabelecer relações entre dois ou mais objetos!** Observe alguns exemplos de **relações binárias**.

$C(x, y)$: x é casado com y
$E(x, y)$: x estuda na escola y
$A(x, y)$: x acredita na religião y

Os predicados acima possuem duas variáveis e, por esse motivo, dizemos que **possui aridade 2**. É importante ressaltar que, com duas variáveis, **encontraremos 2 quantificadores em um mesmo predicado**. **Cada um deles estará associado ao escopo de sua variável**. Para esclarecer melhor esse ponto da matéria, vamos analisar uma questão recente que traz essa abordagem.

HORA DE PRATICAR!

(TRANSPETRO/2018) Considere a seguinte sentença:

"Todo aluno do curso de Informática estuda algum tópico de Matemática Discreta"

e os seguintes predicados:

$A(x)$: x é aluno.
$I(x)$: x é do curso de Informática.
$E(x, y)$: x estuda y.
$T(x)$: x é tópico de Matemática Discreta.

Uma forma de traduzi-la é
A) $\forall x((A(x) \wedge I(x)) \rightarrow \exists y(T(y) \wedge E(x, y)))$
B) $\forall x(A(x) \wedge I(x)) \wedge \forall y(T(y) \rightarrow E(x, y))$
C) $\exists x \forall y(A(x) \wedge /(x) \wedge T(y) \wedge \neg E(x, y))$
D) $\forall x((A(x) \wedge I(x)) \rightarrow \forall y(T(y) \rightarrow E(x, y)))$
E) $\exists x \forall (A(x) \wedge I(x) \wedge T(y) \wedge E(x, y))$

Comentários:
Inicialmente, note que **x irá representar alguém no conjunto de todos os alunos**. **y representa alguma matéria que é estudada por x**. Temos a seguinte sentença para traduzi-la em linguagem simbólica:

"Todo aluno do curso de Informática estuda algum tópico de Matemática Discreta"

Note que podemos reescrever a frase do seguinte modo:

"Todo aluno do curso de Informática é estudante de algum tópico de Matemática Discreta"

Vimos que expressões do tipo **"Todo P é Q."** pode ser representada simbolicamente por:

$$\forall \boldsymbol{x}\,(\boldsymbol{P}(\boldsymbol{x}) \longrightarrow \boldsymbol{Q}(\boldsymbol{x}))$$

Portanto, devemos procurar alternativas que **possuam uma condicional**. Sabendo disso, podemos **eliminar as alternativas C e E**. Agora, vamos descobrir quem é o antecedente e o consequente dessa condicional. Atente-se aos predicados fornecidos pelo enunciado:

$A(x)$: x é aluno.
$I(x)$: x é do curso de Informática.
$E(x,y)$: x estuda y.
$T(x)$: x é tópico de Matemática Discreta.

Queremos que **x seja aluno <u>e</u> seja do curso de informática**. Logo, $A(x) \land I(x)$. Agora, queremos dizer que esse aluno **estuda <u>algum</u> tópico de matemática discreta**. Se x estuda y, então y é o tópico de matemática discreta, logo devemos usar $\boldsymbol{T}(\boldsymbol{y})$. Para representar "algum", **utilizamos o quantificador $\exists$.** Ficamos então com **x estuda y <u>e</u> y é tópico de matemática discreta** ($T(y) \land \boldsymbol{E}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})$)

$$\forall x\left(\left(A(x) \land I(x)\right) \to \exists y\left(T(y) \land E(x,y)\right)\right)$$

Gabarito: LETRA A.

Equivalências Lógicas na LPO

Pessoal, **já sabemos que equivalências lógicas caem muito** em provas de concurso! Elas são igualmente cobradas aqui no contexto da Lógica de Primeira Ordem. No entanto, elas aparecerão numa forma **aparentemente mais complexa**. Confira, por exemplo, como representamos **as leis de De Morgan**:

$$\neg\left(\boldsymbol{P}(\boldsymbol{x}) \land \boldsymbol{Q}(\boldsymbol{x})\right) \equiv \neg\boldsymbol{P}(\boldsymbol{x}) \lor \neg\boldsymbol{Q}(\boldsymbol{x})$$
$$\neg\left(\boldsymbol{P}(\boldsymbol{x}) \lor \boldsymbol{Q}(\boldsymbol{x})\right) \equiv \neg\boldsymbol{P}(\boldsymbol{x}) \land \neg\boldsymbol{Q}(\boldsymbol{x})$$

HORA DE PRATICAR!

(ESFCEX/2021) Considere a seguinte sentença quantificada: $(\forall x)\ (x + 3 < 5 \land x + 7 \geq 1)$.

Uma negação para a sentença apresentada é:
A) $(\forall x)\ (x + 3 > 5 \land x + 7 \leq 1)$.
B) $(\forall x)\ (x + 3 \geq 5 \lor x + 7 < 1)$.
C) $(\exists x)\ (x + 3 \geq 5 \lor x + 7 < 1)$.

D) $(\exists x)\ (x + 3 > 5 \vee x + 7 \leq 1)$.
E) $(\exists x)\ (x + 3 \geq 5 \wedge x + 7 < 1)$.

Comentários:
Temos que negar a proposição apresentada.

O primeiro passo é negar o quantificador. Como na sentença do enunciado tínhamos $(\forall x)$, **na negação ficaremos com o $(\exists x)$.** Sabendo disso, já poderíamos cortar a letra A e a letra B.

O segundo passo é perceber que se trata de uma proposição composta conectadas pelo conectivo $\wedge$. Aqui, lembramos das leis de De Morgan, ou seja, **na negação substituiremos o conectivo $\wedge$ pelo $\vee$.**

Nesse ponto, podemos eliminar a letra E. Ademais, devemos negar cada uma das proposições:

Quando negamos $x + 3 < 5$, ficamos com $x + 3 \geq 5$.

Quando negamos $x + 7 \geq 1$, ficamos com $x + 7 < 1$.

Juntando tudo, nossa resposta fica:

$$(\exists x)\ (x + 3 \geq 5 \vee x + 7 < 1)$$

▪

Gabarito: LETRA C.

QUESTÕES COMENTADAS - CEBRASPE

Introdução à Lógica de Primeira Ordem

1. (CESPE/DPU/2016) Em uma festa com 15 convidados, foram servidos 30 bombons: 10 de morango, 10 de cereja e 10 de pistache. Ao final da festa, não sobrou nenhum bombom e

- **quem comeu bombom de morango comeu também bombom de pistache;**
- **quem comeu dois ou mais bombons de pistache comeu também bombom de cereja;**
- **quem comeu bombom de cereja não comeu de morango.**

Com base nessa situação hipotética, julgue o item a seguir.

Quem comeu bombom de morango comeu somente um bombom de pistache.

Comentários:
Essa é uma questão de Lógica de Primeira Ordem que pode ser resolvida de um modo simples. Não há porque usarmos toda aquela simbologia pesada. Observe que **existe quantidades iguais de bombons de morango e de pistache (10)**. Além disso, **quem comeu bombom de morango comeu também bombom de pistache**.

Imagine a situação hipotética: alguém que comeu um bombom de morango, **comeu dois bombons** de pistache. Nessa situação, os bombons de pistache acabarão primeiro do que os de morango. Logo, existirá uma pessoa que **comerá um bombom de morango e não terá um bombom de pistache** para comer.

Perceba que **a situação que descrevemos gera uma inconsistência** com o enunciado: existirá uma pessoa que comeu bombom de morango e não comeu bombom de pistache. Portanto, quem comeu bombom de morango **só poderá ter comido apenas um bombom de pistache**.

Gabarito: CERTO.

2. (CESPE/TRE-10/2013) Considere as seguintes definições de conjuntos, feitas a partir de um conjunto de empresas, E, não vazio.

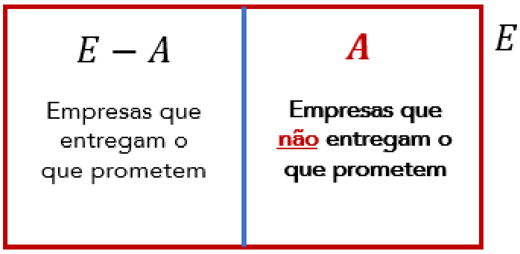
$X =$ conjunto das empresas de E tais que "se a empresa não entrega o que promete, algum de seus clientes estará insatisfeito";
$A =$ conjunto das empresas de E tais que "a empresa não entrega o que promete";
$B =$ conjunto das empresas de E tais que "algum cliente da empresa está insatisfeito".

Tendo como referência esses conjuntos, julgue o item seguinte.

Se $A \subset B$, então $X = E$.

Comentários:

Se E é o conjunto de todas as empresas, **então podemos dividi-lo em dois outros conjuntos**: um grupo das empresas que não entregam o que promete (A) e outro grupo com aquelas que entregam o que prometem $(E - A)$. Note que, obrigatoriamente, **uma empresa deve se encaixar em um desses dois**, correto?



X é o conjunto das empresas de E tais que *"se a empresa não entrega o que promete, então algum de seus clientes estará insatisfeito"*. Se pegarmos alguma empresa que entrega o que promete, **então o antecedente na condicional será falso**. **Quando o antecedente é falso, sabemos que a condicional é verdadeira** e, portanto, <u>**essa empresa pertencerá a X**</u>. Com isso, é possível concluir que $\boldsymbol{E - A \subset X}$.

O enunciado levanta a situação em que $A \subset B$ o que permite concluir que **todas as empresas que não entregam o que prometem, possuem algum cliente insatisfeito**. Essa é exatamente a condição para pertencer a X. Logo, $A \subset X$.

Como concluímos que $E - A \subset X$ e $A \subset X$. Então, $X = E$.

Gabarito: CERTO.

3. (CESPE/FUB/2013)

P1: Se os professores desenvolvem trabalhos que levem os estudantes a definir os problemas a serem resolvidos e não apenas a resolvê-los, então os estudantes desenvolvem habilidades relacionadas à criatividade.

P2: Se os professores propiciam um ambiente de estudos no qual os estudantes não tenham medo de errar, eles tendem a ser mais ousados e a considerar o erro como uma etapa da aprendizagem.

P3: Estudantes que tendem a ser mais ousados e que consideram o erro como uma etapa da aprendizagem desenvolvem habilidades relacionadas à criatividade.

P4: Se os professores desenvolvem trabalhos que levem os estudantes a definir os problemas a serem resolvidos e não apenas a resolvê-los, ou propiciam um ambiente de estudos no qual os estudantes não tenham medo de errar, então os estudantes desenvolvem habilidades relacionadas à criatividade.

Considerando as proposições de P1 a P4 enunciadas acima, julgue o item.

A proposição P3 pode ser corretamente expressa por “Se os estudantes tendem a ser mais ousados e a considerar o erro como uma etapa da aprendizagem, então eles desenvolvem habilidades relacionadas à criatividade”.

Comentários:
A proposição P3 esconde o quantificador "todos", veja que ele fica subentendido: **todos** estudantes que tendem a ser mais ousados e que consideram o erro como uma etapa da aprendizagem desenvolvem habilidades relacionadas à criatividade.

Isso significa que se escolhermos aleatoriamente qualquer estudante com essas características, então **necessariamente** **teremos alguém com habilidades relacionadas à criatividade**. Por esse motivo, a proposição **P3 é equivalente à condicional** do item.

Gabarito: CERTO.

4. (CESPE/TC-DF/2012) Verificando a regularidade da aquisição de dispositivos sensores de presença e movimento para instalação em uma repartição pública, os fiscais constataram que os proprietários das empresas participantes da licitação eram parentes. Diante dessa constatação, o gestor argumentou da seguinte maneira:

P: As empresas participantes do certame foram convidadas formalmente ou tomaram conhecimento da licitação pela imprensa oficial.

Q: Os proprietários das empresas convidadas formalmente não eram parentes.

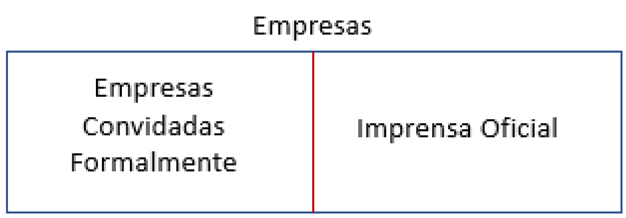
R: Se os proprietários das empresas convidadas formalmente não eram parentes e os proprietários das empresas participantes da licitação eram parentes, então as empresas participantes não foram convidadas formalmente.

Conclusão: As empresas participantes tomaram conhecimento da licitação pela imprensa oficial.

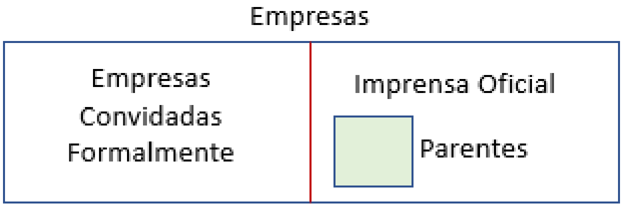
A partir das informações acima apresentadas, julgue o item a seguir.

A partir da argumentação do gestor é correto inferir que todas as empresas que tomaram conhecimento do certame pela imprensa oficial participaram da licitação.

Comentários:
Vamos separar o conjunto de empresas em dois: aqueles convidados formalmente (na esquerda do diagrama) e os que tomaram conhecimento pela imprensa oficial (na direita).



Note que se há proprietários de empresas que são parentes e que os proprietários daquelas convidadas formalmente não eram parentes, **então os parentes foram comunicados pela imprensa oficial**.



Observe que destacamos uma pequena região dentro da área de Imprensa Oficial, **para indicar as empresas que são controladas por parentes e que participaram da licitação**. Ademais, não é possível concluir que a totalidade das empresas que tomaram conhecimento da licitação pela Imprensa Oficial são de parentes, já que não temos essa informação.

Logo, é possível que existam empresas comunicadas pela Imprensa Oficial, mas que não participaram da licitação, principalmente se o proprietário não for um parente.

Gabarito: ERRADO.

Texto para as próximas questões
Considere uma função proposicional $P(n)$ relativa aos números naturais que satisfaça às seguintes propriedades:

(i) $P(3)$ é verdadeira;
(ii) se, para um número natural n, $P(n)$ for verdadeira, então $P(n^2)$ também será verdadeira;
(iii) se, para um número natural $n \geq 2$, $P(n)$ for verdadeira, então $P(n-1)$ também será verdadeira.

Sabendo que o conjunto dos números naturais é dado por $\{1, 2, 3, 4, \ldots\}$, julgue o item que se segue, acerca de $P(n)$ e suas propriedades.

5. (CESPE/ABIN/2010) A função proposicional "a raiz quadrada de n é um número inteiro" não pode ser usada como exemplo para $P(n)$.

Comentários:
Para verificar a função proposicional dada, **basta testar as propriedades e ver se todas são satisfeitas**. Em caso positivo, **ela poderá ser usada como exemplo para $P(n)$.** A primeira propriedade é que **$P(3)$ deve ser verdadeira**. Teste: *"a raiz quadrada de 3 é um número inteiro"?* Pessoal, sabemos que isso não é verdade. **A raiz quadrada de 3 é um número irracional.**

$$\sqrt{3} = 1{,}73205080757 \ldots$$

Com isso, a função proposicional do item <u>**já falha no primeiro teste**</u> e, portanto, **não pode ser usada como exemplo** para $P(n)$. É exatamente o que traz o item.

Gabarito: CERTO.

6. (CESPE/ABIN/2010) $P(n)$ é verdadeira para todos os números naturais.

Comentários:

O enunciado diz que **$P(3)$ é verdadeira**. Ademais, a propriedade (iii) diz que **se $P(n)$ é verdadeira, então $P(n-1)$ também é**, para $n \geq 2$**.** Logo, por $P(3)$ ser verdadeira, a propriedade (iii) garante que **$P(2)$ também é**. Usando a mesma propriedade para $P(2)$, é possível concluir que **$P(1)$ também é verdadeira**.

A propriedade (ii) diz que **se $P(n)$ é verdadeira, então $P(n^2)$ também é**. Logo, como $P(3)$ é verdadeira, $P(3^2) =$ **$P(9)$ também é**. Aplicando essa propriedade sucessivamente, encontramos que $P(9^2) =$ **$P(81)$ é verdadeira**, depois $P(81^2) =$ **$P(6591)$ é verdadeira**... Note que podemos chegar tão longe quanto se queira. Depois disso, **podemos usar a propriedade (iii)** e concluir que **todos os $P(n)$ anteriores são verdadeiros**. Logo, $P(n)$ é, de fato, verdadeira para todos os números naturais.

Gabarito: CERTO.

Texto para as questões seguintes.

Na lógica de primeira ordem, uma proposição é funcional quando é expressa por um predicado que contém um número finito de variáveis e é interpretada como verdadeira (V) ou falsa (F) quando são atribuídos valores às variáveis e um significado ao predicado. Por exemplo, a proposição "Para qualquer x, tem-se que $x - 2 > 0$" possui interpretação V quando x é um número real maior do que 2 e possui interpretação F quando x pertence, por exemplo, ao conjunto $\{-4, -3, -2, -1, 0\}$. Com base nessas informações, julgue o próximo item.

7. (CESPE/BB/2007) A proposição funcional "Para qualquer x, tem-se que $x^2 > x$" é verdadeira para todos os valores de x que estão no conjunto $\{5, \frac{5}{2}, 3, \frac{3}{2}, 2, \frac{1}{2}\}$.

Comentários:

O enunciado trouxe a seguinte proposição funcional: *"Para qualquer x, tem-se que $x^2 > x$"***.** O item quer saber se essa proposição é válida **para todos os valores do conjunto** $\{5, \frac{5}{2}, 3, \frac{3}{2}, 2, \frac{1}{2}\}$. **Como são poucos, podemos testar um por um** e descobrir se o item é verdadeiro ou não.

i) para $x = 5$

$$5^5 > 5 \quad \Rightarrow \quad 25 > 5 \qquad\qquad (\boldsymbol{V})$$

ii) para $x = \frac{5}{2}$

$$\left(\frac{5}{2}\right)^2 > \frac{5}{2} \quad \Rightarrow \quad \frac{25}{4} > \frac{5}{2} \quad \Rightarrow \quad 6{,}25 > 2{,}5 \qquad\qquad (\boldsymbol{V})$$

iii) para $x = 3$

$$3^2 > 3 \quad \Rightarrow \quad 9 > 3 \qquad\qquad (\boldsymbol{V})$$

iv) para $x = \frac{3}{2}$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^2 > \frac{3}{2} \quad \Rightarrow \quad \frac{9}{4} > \frac{3}{2} \quad \Rightarrow \quad 2{,}25 > 1{,}5 \qquad (\boldsymbol{V})$$

v) para $x = 2$

$$2^2 > 2 \quad \Rightarrow \quad 4 > 2 \qquad (\boldsymbol{V})$$

vi) para $x = \frac{1}{2}$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 > \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{4} > \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad 0{,}25 > 0{,}5 \qquad (\boldsymbol{F})$$

Percebemos que, no último caso testado, **a proposição é falsa**. Logo, **não é verdadeira para todos** os elementos do conjunto fornecido.

Gabarito: ERRADO.

8. (CESPE/BB/2007) A proposição funcional "Existem números que são divisíveis por 2 e por 3" é verdadeira para elementos do conjunto $\{2, 3, 9, 10, 15, 16\}$.

Comentários:
O item quer saber se, entre os elementos do conjunto dado, **existe um elemento que é divisível, ao mesmo tempo, por 2 e por 3**. Em outras palavras, *um número que é divisível por 2 e por 3, é um número divisível por 6*.

$$\boldsymbol{\{2, 3, 9, 10, 15, 16\}.}$$

Observe que, entre os números do conjunto, nenhum é divisível por 6. Lembre-se que um número A é divisível por um número B, quando **a divisão $\boldsymbol{A \div B}$ produz resto igual a zero**.

Gabarito: ERRADO.

Texto para as próximas questões.

Uma proposição é uma frase afirmativa que pode ser avaliada como verdadeira (V) ou falsa (F), mas não se admitem, para a proposição, ambas as interpretações. Muitas proposições são compostas, isto é, são junções de outras proposições por meio de conectivos. Uma proposição é primitiva quando não é composta. Se P e Q representam proposições quaisquer, as expressões $\boldsymbol{P \wedge Q}$, $\boldsymbol{P \vee Q}$ e $\boldsymbol{P \rightarrow Q}$ representam proposições compostas, cujos conectivos são lidos, respectivamente, e, ou e implica. A expressão $\boldsymbol{P \rightarrow Q}$ também pode ser lida "se P então Q". A interpretação de $\boldsymbol{P \wedge Q}$ é V se P e Q forem ambos V, caso contrário é F; a interpretação de $\boldsymbol{P \vee Q}$ é F se P e Q forem ambos F, caso contrário é V; a interpretação de $\boldsymbol{P \rightarrow Q}$ é F se P for V e Q for F, caso contrário é V. A expressão $\neg\boldsymbol{P}$ é também uma proposição composta, e é interpretada como a negação de P, isto é, se P for V, então $\neg\boldsymbol{P}$ é F, e se P for F, então $\neg\boldsymbol{P}$ é V.

Uma expressão da forma $(\boldsymbol{P} \wedge (\boldsymbol{P} \rightarrow \boldsymbol{Q})) \rightarrow \boldsymbol{Q}$ é uma forma de argumento que é considerada válida se a interpretação de Q for V toda vez que a interpretação de $\boldsymbol{P} \wedge (\boldsymbol{P} \rightarrow \boldsymbol{Q})$ for V.

Uma proposição também pode ser expressa em função de uma ou mais variáveis. Por exemplo, afirmativas tais como "para cada $\boldsymbol{x}$, $\boldsymbol{P}(\boldsymbol{x})$" ou "existe $\boldsymbol{x}$, $\boldsymbol{P}(\boldsymbol{x})$" são proposições que podem ser interpretadas como V ou F, de acordo com o conjunto de valores assumidos pela variável $\boldsymbol{x}$ e da interpretação dada ao predicado P.

A negação da proposição "para cada x, $\boldsymbol{P}(\boldsymbol{x})$" é "existe $\boldsymbol{x}$, $\neg\boldsymbol{P}(\boldsymbol{x})$". A negação da proposição "existe $\boldsymbol{x}$, $\boldsymbol{P}(\boldsymbol{x})$" é "para cada x, $\neg\boldsymbol{P}(\boldsymbol{x})$".

Considerando as informações apresentadas acima, julgue os itens subsequentes.

9. (CESPE/MPE-TO/2006) A negação da proposição "algum promotor de justiça tem do MPE/TO 30 anos ou mais" é "nem todo promotor de justiça do MPE/TO tem 30 anos ou mais".

Comentários:
Lembre-se que **a negação de uma proposição particular afirmativa** é uma proposição universal negativa. Logo, a negação da proposição "**algum** promotor de justiça do MPE/TO tem 30 anos ou mais" é "**nenhum** promotor de justiça do MPE/TO tem 30 anos ou mais". Note que **"nem todo" é diferente de "nenhum"**. Por esse motivo, o item encontra-se equivocado.

Gabarito: ERRADO.

10. (CESPE/TCU/2004) A seguinte forma de argumentação é considerada válida. Para cada x, se P(x) é verdade, então Q(x) é verdade e, para x = c, se P(c) é verdade, então conclui-se que Q(c) é verdade. Com base nessas informações, julgue os itens a seguir.

Considere o argumento seguinte.

Toda prestação de contas submetida ao TCU que expresse, de forma clara e objetiva, a exatidão dos demonstrativos contábeis, a legalidade, a legitimidade e a economicidade dos atos de gestão do responsável é julgada regular. A prestação de contas da Presidência da República expressou, de forma clara e objetiva, a exatidão dos demonstrativos contábeis, a legalidade, a legitimidade e a economicidade dos atos de gestão do responsável. Conclui-se que a prestação de contas da Presidência da República foi julgada regular.

Nesse caso, o argumento não é válido.

Comentários:
Nós nem precisaremos entrar no mérito da simbologia do enunciado. Vamos organizar esse argumento e tentar resolver com o que sabemos até aqui. Lembre-se que um argumento é válido quando, partindo da verdade das suas premissas, obtemos uma conclusão necessariamente verdadeira.

- **Toda** prestação de contas submetida ao TCU que expresse, de forma clara e objetiva, **a exatidão dos demonstrativos contábeis, a legalidade, a legitimidade e a economicidade dos atos de gestão** do responsável é julgada regular.

- A prestação de contas da Presidência da República expressou, de forma clara e objetiva, **a exatidão dos demonstrativos contábeis, a legalidade, a legitimidade e a economicidade dos atos de gestão** do responsável.

Conclusão: a prestação de contas da Presidência da República foi julgada regular.

Note que **TODA** prestação de contas que possua as características da primeira premissa, **é julgada regular**. Logo, se a Presidência apresentou uma prestação de contas com essas características, ela **necessariamente deve ser julgada regular**. O quantificador **"toda" nos permite essa conclusão**.

Atente-se que o item afirma que o argumento **não é válido, quando na verdade é.**

Gabarito: ERRADO.

11. (CESPE/TCU/2004) A seguinte forma de argumentação é considerada válida. Para cada x, se P(x) é verdade, então Q(x) é verdade e, para x = c, se P(c) é verdade, então conclui-se que Q(c) é verdade. Com base nessas informações, julgue os itens a seguir.

Considere o argumento seguinte.

Cada prestação de contas submetida ao TCU que apresentar ato antieconômico é considerada irregular. A prestação de contas da prefeitura de uma cidade foi considerada irregular. Conclui-se que a prestação de contas da prefeitura dessa cidade apresentou ato antieconômico.

Nesse caso, o argumento é válido.

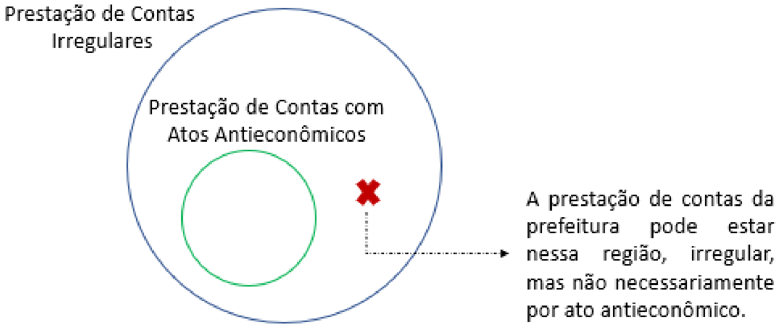
Comentários:
Nós nem precisaremos entrar no mérito da simbologia do enunciado. Vamos organizar esse argumento e tentar resolver com o que sabemos até aqui. Lembre-se que um argumento é válido quando, partindo da verdade das suas premissas, obtemos uma conclusão **necessariamente** verdadeira. Organizando o argumento, temos que:

- Cada prestação de contas submetida ao TCU que apresentar ato antieconômico é considerada irregular.

- A prestação de contas da prefeitura de uma cidade foi considerada irregular.

Conclusão: a prestação de contas da prefeitura dessa cidade apresentou ato antieconômico.

A primeira premissa diz que cada (toda) prestação de contas submetida ao TCU que apresentar ato antieconômico é considerada irregular. Perceba que **isso não significa** que *toda prestação considerada irregular é devido a ato antieconômico.* Por esse motivo, **não podemos dizer**, **necessariamente**, que se uma prestação de contas foi considerada irregular então ela apresenta ato antieconômico. Em diagramas, seria algo como:



Logo, como **a conclusão não é necessariamente verdadeira**, o argumento não é considerado válido.

Gabarito: ERRADO.

QUESTÕES COMENTADAS - CEBRASPE

Lógica de Primeira Ordem

1. (CESPE/TCE-RN/2009) Com relação a lógica sentencial e de primeira ordem, julgue o item que se segue.

A negação da proposição (∃x) (x+3 = 25) pode ser expressa corretamente por (∀x) (x + 3 ≠ 25).

Comentários:
Queremos negar a proposição $(\exists \boldsymbol{x})\ (\boldsymbol{x}+\mathbf{3}=\mathbf{25})$**.** Se há quantificador, sabemos de cara que **precisamos substituir o ∃ pelo ∀**. Além disso, temos a expressão *"x mais três é igual a 25"*, negamos ela dizendo que "x mais três **não é igual** a 25 (ou seja, **é diferente de 25**). Logo, ficamos com $(\forall x)\ (x+3\ \neq 25)$.

Gabarito: CERTO.

Texto para as próximas questões
Algumas sentenças são chamadas abertas porque são passíveis de interpretação para que possam ser julgadas como verdadeiras (V) ou falsas (F). Se a sentença aberta for uma expressão da forma $\forall x P(x)$, lida como "para todo x, $P(x)$", em que x é um elemento qualquer de um conjunto U, e $P(x)$ é uma propriedade a respeito dos elementos de U, então é preciso explicitar U e P para que seja possível fazer o julgamento como V ou como F. A partir das definições acima, julgue o item a seguir.

2. (CESPE/INSS/2008) Considere-se que U seja o conjunto dos funcionários do INSS, $P(x)$ seja a propriedade "x é funcionário do INSS" e $Q(x)$ seja a propriedade "x tem mais de 35 anos de idade". Desse modo, é correto afirmar que duas das formas apresentadas na lista abaixo simbolizam a proposição: Todos os funcionários do INSS têm mais de 35 anos de idade.

(i) $\forall x$ (se $Q(x)$ então $P(x)$)
(ii) $\forall x$ ($P(x)$ ou $Q(x)$)
(iii) $\forall x$ (se $P(x)$ então $Q(x)$)

Comentários:
O enunciado trouxe as seguintes proposições:

$$P(x)\text{: x é funcionário do INSS}$$

$$Q(x)\text{: x tem mais de 35 anos de idade}$$

Temos **o quantificador universal** ∀ em todas as formas apresentadas no item. Lembre-se que podemos ler esse quantificador como "*para todo*" ou "*qualquer que seja*". Vamos analisar cada uma das formas.

(i) $\forall x$ (se $Q(x)$ então $P(x)$): Para todo x, se x tem mais de 35 anos de idade, então x é funcionário do INSS.

Note que isso não equivale a "todos os funcionários do INSS têm mais de 35 anos de idade." Na aula de equivalências lógicas vimos que $p \Rightarrow q \not\equiv q \Rightarrow p$.

(ii) $\forall x$ ($P(x)$ ou $Q(x)$): Para todo x, x é funcionário do INSS ou x tem mais de 35 anos de idade.

Na verdade, da forma representada, percebe-se que x pode ser um funcionário do INSS e não ter mais de 35 anos de idade. Por ser uma conjunção, **basta uma das proposições ser verdadeira para que toda ela seja verdadeira**.

(iii) $\forall x$ (se $P(x)$ então $Q(x)$): Para todo x, se x é funcionário do INSS, então x tem mais de 35 anos de idade.

Realmente temos que essa forma equivale a dizer: *"todos os funcionários do INSS têm mais de 35 anos de idade".* Ou seja, dentre as três formas analisadas, **apenas uma retrata a proposição dada**. Logo, o item encontra-se errado.

Gabarito: ERRADO.

3. (CESPE/INSS/2008) Se U for o conjunto de todos os funcionários públicos e $P(x)$ for a propriedade "x é funcionário do INSS", então é falsa a sentença $\forall x P(x)$.

Comentários:
O enunciado traz que **$P(x)$: x é funcionário do INSS**. Se x pertence ao conjunto de todos funcionários públicos, de fato, a sentença $\forall x P(x)$ será falsa. **Isso acontece, pois, essa simbologia representa o seguinte: para todo x, x é funcionário do INSS.** Note que se x é um funcionário público, ele não necessariamente é um servidor do INSS. **Pode ser um servidor da Receita Federal, do TCU ou de qualquer outro órgão público**. Por esse motivo, **o item acerta** quando afirma que a sentença é falsa.

Gabarito: CERTO.

4. (CESPE/BB/2008) Suponha-se que U seja o conjunto de todas as pessoas, que $M(x)$ seja a propriedade "x é mulher" e que $D(x)$ seja a propriedade "x é desempregada". Nesse caso, a proposição "Nenhuma mulher é desempregada" fica corretamente simbolizada por $\neg\exists x(M(x) \wedge D(x))$.

Comentários:
O conjunto U, representando todas as pessoas, **é o universo de discurso**. $M(x)$ e $D(x)$ são **duas funções proposicionais** que devemos usar para expressar a proposição "nenhuma mulher é desempregada". Um quadro muito útil, que **vale a pena ser escrito num post it e deixado perto para revisão constante** é:

Proposição Categórica	Representação Simbólica
(1) Todo A é B.	$\forall x(A(x) \rightarrow B(x))$
(2) Algum A é B.	$\exists x(A(x) \wedge B(x))$
(3) Nenhum A é B.	$\neg\exists x(A(x) \wedge B(x))$
(4) Algum A não é B.	$\exists x(A(x) \wedge \neg B(x))$

Perceba que a proposição **"nenhuma mulher é desempregada"** cai exatamente na situação 3. Portanto, pode ser simbolizada por $\neg\exists x(M(x) \wedge D(x))$. Imagine, no entanto, que *não se lembre da tabela*. Daí, você ainda precisará lembrar dos **quantificadores e operadores lógicos**, pois, precisaremos traduzir a simbologia da expressão. Acompanhe:

$$\underbrace{\neg}_{não} \quad \underbrace{\exists x}_{existe\ x\ tal\ que} \left(\underbrace{M(x)}_{x\text{ é }mulher} \quad \underbrace{\wedge}_{e} \quad \underbrace{D(x)}_{x\text{ é }desempregada} \right)$$

Não existe uma pessoa x que seja ao mesmo tempo mulher e desempregada. Em outras palavras, nenhuma mulher é desempregada, exatamente como o enunciado trouxe.

Gabarito: CERTO.

Textos para as próximas questões.

Texto I

Uma proposição é uma afirmativa que pode ser avaliada como verdadeira (V) ou falsa (F), mas não ambos. É usual denotar uma proposição com letras maiúsculas: A, B, C. Simbolicamente, $A \wedge B$, $A \vee B$ e $\neg A$ representam proposições compostas cujas leituras são: A e B, A ou B e não A. A proposição $A \longrightarrow B$ tem várias formas de leitura: A implica B, se A então B, A somente se B, A é condição suficiente para B, B é condição necessária para A etc. Desde que as proposições A e B possam ser avaliadas como V ou F, então a proposição $\mathbf{A} \wedge \mathbf{B}$ é V se A e B forem ambas V, caso contrário, é F; a proposição $\mathbf{A} \vee \mathbf{B}$ é F quando A e B são ambas F, caso contrário, é V; a proposição $\mathbf{A} \longrightarrow \mathbf{B}$ é F quando A é V e B é F, caso contrário, é V; e, finalmente, a proposição $\neg A$ é V quando A é F, e é F quando A é V.

Uma argumentação é uma sequência finita de k proposições (que podem estar enumeradas) em que as $(k-1)$ primeiras proposições ou são premissas (hipóteses) ou são colocadas na argumentação por alguma regra de dedução. A k-ésima proposição é a conclusão da argumentação.

Sendo P, Q e R proposições, considere como regras de dedução as seguintes: se P e $P \longrightarrow Q$ estão presentes em uma argumentação, então Q pode ser colocada na argumentação; se $P \longrightarrow Q$ e $Q \longrightarrow R$ estão presentes em uma argumentação, então $P \longrightarrow R$ pode ser colocada na argumentação; se $P \wedge Q$ está presente em uma argumentação, então tanto P quanto Q podem ser colocadas na argumentação.

Duas proposições são equivalentes quando tiverem as mesmas avaliações V ou F. Portanto, sempre podem ser colocadas em uma argumentação como uma forma de "reescrever" alguma proposição já presente na argumentação. São equivalentes, por exemplo, as proposições $A \longrightarrow B$, $\neg B \longrightarrow \neg A$ e $\neg A \vee B$. Uma argumentação é válida sempre que, a partir das premissas que são avaliadas como V, obtém-se (pelo uso das regras de dedução ou por equivalência) uma conclusão que é também avaliada como V.

Texto II

Proposições também são definidas por predicados que dependem de variáveis e, nesse caso, avaliar uma proposição como V ou F vai depender do conjunto onde essas variáveis assumem valores. Por exemplo, a proposição "Todos os advogados são homens", que pode ser simbolizada por $(\forall \boldsymbol{x})\big(\boldsymbol{A}(\boldsymbol{x}) \longrightarrow \boldsymbol{H}(\boldsymbol{x})\big)$, em que $\boldsymbol{A}(\boldsymbol{x})$ representa "$\boldsymbol{x}$ é advogado" e $\boldsymbol{H}(\boldsymbol{x})$ representa "$\boldsymbol{x}$ é homem", será V se $\boldsymbol{x}$ pertencer a um conjunto de pessoas que torne a implicação V; caso contrário, será F. Para expressar simbolicamente a proposição "Algum advogado é homem", escreve-se $(\exists \boldsymbol{x})\big(\boldsymbol{A}(\boldsymbol{x}) \wedge \boldsymbol{H}(\boldsymbol{x})\big)$.

Nesse caso, considerando que $\boldsymbol{x}$ pertença ao conjunto de todas as pessoas do mundo, essa proposição é V. Na tabela abaixo, em que A e B simbolizam predicados, estão simbolizadas algumas formas de proposições.

Proposição	Forma simbólica
Todo A é B.	$(\forall \mathrm{x})(A(\mathrm{x}) \longrightarrow B(\mathrm{x}))$
Nenhum A é B.	$\neg\,(\exists x)(A(x) \wedge B(x))$

A partir das informações dos textos I e II, julgue os itens subsequentes.

5. (CESPE/MPE-TO/2006) A proposição "Nenhum pavão é misterioso" está corretamente simbolizada por $\neg(\exists \boldsymbol{x})(\boldsymbol{P}(\boldsymbol{x}) \wedge \boldsymbol{M}(\boldsymbol{x}))$, se $\boldsymbol{P}(\boldsymbol{x})$ representa "$\boldsymbol{x}$ é um pavão" e $\boldsymbol{M}(\boldsymbol{x})$ representa "$\boldsymbol{x}$ é misterioso".

Comentários:
Observe que a proposição **"Nenhum A é B"** é representada pela forma simbólica $\neg\,(\exists x)(\boldsymbol{A}(x) \wedge \boldsymbol{B}(x))$. Logo, a expressão "*nenhum pavão é misterioso*" pode ser representada pela mesma forma simbólica acima: $\neg\,(\exists x)(\boldsymbol{P}(x) \wedge \boldsymbol{M}(x))$. Nessa situação, temos que $P(x)$ vai representar "x é um pavão" e $M(x)$ representa "x é misterioso". Vamos fazer **uma possível tradução** símbolo por símbolo?

$$\underbrace{\neg}_{\text{NÃO}}\ (\underbrace{\exists x}_{\text{EXISTE } x})\underset{\text{tal que}}{(}\underbrace{P(x)}_{x \text{ É PAVÃO}}\ \underbrace{\wedge}_{\text{e}}\ \underbrace{M(x)}_{x \text{ É MISTERIOSO}})$$

Em outras palavras, temos que nenhum pavão é misterioso, já que não existe x que seja pavão e misterioso ao mesmo tempo. Logo, **a proposição está corretamente simbolizada**.

Gabarito: CERTO.

6. (CESPE/MPE-TO/2006) Considerando que $(\forall x)A(x)$ e $(\exists x)A(x)$ são proposições, é correto afirmar que a proposição $(\forall x)A(x) \longrightarrow (\exists x)A(x)$ é avaliada como V em qualquer conjunto em que x assuma valores.

Comentários:
Vamos primeiro traduzir as proposições iniciais.

$$(\forall x)A(x)\text{: para todo x, x é A.}$$

$$(\exists x)A(x)\text{: existe x tal que x é A.}$$

A proposição $(\forall x)A(x) \longrightarrow (\exists x)A(x)$ representa, simplificadamente, o seguinte:

Se todo x é A, então, existe x tal que x é A.

Observe que ***essa afirmação é sempre verdadeira***, uma vez que partimos do fato que **todo x é A**. Logo, com certeza, *vai existir um x que é A*. Mais ainda, todos x serão A. Para **fugir da abstração** um pouco, imagine que $A(x)$ represente a seguinte função proposicional:

$$A(x)\text{: } x \text{ é par}$$

Quando escrevemos que $(\forall x)A(x) \longrightarrow (\exists x)A(x)$, estaríamos dizendo que:

Se todo x é par, então, existe x tal que x é par.

Ficou mais fácil de visualizar que afirmações como essa sempre serão verdadeiras, correto?

Gabarito: CERTO.

Texto para as próximas questões.

Uma proposição é uma frase afirmativa que pode ser avaliada como verdadeira (V) ou falsa (F), mas não se admitem, para a proposição, ambas as interpretações. Muitas proposições são compostas, isto é, são junções de outras proposições por meio de conectivos. Uma proposição é primitiva quando não é composta. Se P e Q representam proposições quaisquer, as expressões $\boldsymbol{P} \wedge \boldsymbol{Q}$, $\boldsymbol{P} \vee \boldsymbol{Q}$ e $\boldsymbol{P} \rightarrow \boldsymbol{Q}$ representam proposições compostas, cujos conectivos são lidos, respectivamente, e, ou e implica. A expressão $\boldsymbol{P} \rightarrow \boldsymbol{Q}$ também pode ser lida "se P então Q". A interpretação de $\boldsymbol{P} \wedge \boldsymbol{Q}$ é V se P e Q forem ambos V, caso contrário é F; a interpretação de $\boldsymbol{P} \vee \boldsymbol{Q}$ é F se P e Q forem ambos F, caso contrário é V; a interpretação de $\boldsymbol{P} \rightarrow \boldsymbol{Q}$ é F se P for V e Q for F, caso contrário é V. A expressão $\neg\boldsymbol{P}$ é também uma proposição composta, e é interpretada como a negação de P, isto é, se P for V, então $\neg\boldsymbol{P}$ é F, e se P for F, então $\neg\boldsymbol{P}$ é V.

Uma expressão da forma $(\boldsymbol{P} \wedge (\boldsymbol{P} \rightarrow \boldsymbol{Q})) \rightarrow \boldsymbol{Q}$ é uma forma de argumento que é considerada válida se a interpretação de Q for V toda vez que a interpretação de $\boldsymbol{P} \wedge (\boldsymbol{P} \rightarrow \boldsymbol{Q})$ for V.

Uma proposição também pode ser expressa em função de uma ou mais variáveis. Por exemplo, afirmativas tais como "para cada $\boldsymbol{x}$, $\boldsymbol{P}(\boldsymbol{x})$" ou "existe $\boldsymbol{x}$, $\boldsymbol{P}(\boldsymbol{x})$" são proposições que podem ser interpretadas como V ou F, de acordo com o conjunto de valores assumidos pela variável $\boldsymbol{x}$ e da interpretação dada ao predicado P.

A negação da proposição "para cada x, $\boldsymbol{P}(\boldsymbol{x})$" é "existe $\boldsymbol{x}$, $\neg\boldsymbol{P}(\boldsymbol{x})$". A negação da proposição "existe $\boldsymbol{x}$, $\boldsymbol{P}(\boldsymbol{x})$" é "para cada x, $\neg\boldsymbol{P}(\boldsymbol{x})$".

Considerando as informações apresentadas acima, julgue os itens subsequentes.

7. (CESPE/MPE-TO/2006) A negação das proposições "para cada x, $(x+4) \neq 10$" e "existe x, $(x+3) < 8$" é verdadeira para x pertencente ao conjunto $\{2, 4, 6, 8, 10\}$.

Comentários:
A primeira proposição é: ***para cada x,*** $(x+4) \neq 10$**.** Em símbolos, podemos representá-la por $\forall x, P(x)$. Vimos que a negação desse tipo de proposição é dada por:

$$\neg(\forall x, P(x)) \equiv \exists x, \neg P(x)$$

Logo, a negação de "***para cada x,*** $(x+4) \neq 10$" é "***existe x,*** $(x+4) = 10$"**.** Note que, no conjunto dado $\{2, 4, 6, 8, 10\}$, realmente existe um x $(x = 6)$ tal que $(x+4) = 10$. Logo, a negação da proposição *para cada x,* $(x+4) \neq 10$ **é verdadeira**.

Devemos também verificar se a negação da proposição **"existe x, $(x+3) < 8$" é verdadeira. Dessa vez, podemos representá-la por** $\exists x, Q(x)$. Sabemos que quando temos esse tipo de proposição, devemos substituir o quantificador e negar o predicado.

$$\neg(\exists x, Q(x)) \equiv \forall x, \neg Q(x)$$

A negação da proposição fornecida fica: **para todo x, $(x+3) \geq 8$.** Observe que **a proposição é falsa**, pois quando utilizamos os valores 2 e 4 do conjunto $\{2, 4, 6, 8, 10\}$, **a desigualdade não é verificada**. Para verificar isso, temos que substituir os valores na desigualdade. Note que **$2+3=5$ não é maior ou igual a 8**, nem $4+3=7$ é maior ou igual a 8. Assim, não podemos dizer **para todo x**.

O item afirma que as duas proposições são verdadeiras. Por esse motivo, incorre em erro.

Gabarito: ERRADO.

8. (CESPE/TCE-ES/2004) Considere as seguintes afirmativas.
I - $\forall x$, se $x(x+1) > 0$, então $x > 0$ ou $x < -1$.
II - $\forall n$, se n é divisível por 2, então n é par.
Acerca dessas informações, julgue o item a seguir.

A negação da afirmativa II pode ser escrita da seguinte forma: ∃n tal que n é divisível por 2 ou n não é par.

Comentários:
Na afirmativa II, temos duas funções proposicionais:

$D(n)$: "n é divisível por 2"

$P(n)$: "n é par"

Essas funções estão envolvidas na condicional: $(\forall n)\big(D(n) \rightarrow P(n)\big)$.
Para negá-la, devemos lembrar de dois fatos:
1) Na negação de proposição com quantificadores, **substituímos o tipo de quantificador**. Se for o quantificador universal ($\forall$), **trocamos pelo quantificador existencial** ($\exists$) e vice-versa.

2) A negação da condicional que estudamos nas aulas anteriores:

$$\neg\,(P \rightarrow Q) \equiv P\ \wedge \neg Q$$

Logo:

$$\neg(\forall n)\big(D(n) \rightarrow P(n)\big) \equiv (\exists n)(D(n) \wedge \neg P(n))$$

Vamos traduzi-la de volta para o português?

$$\underbrace{(\exists n)}_{existe\ n\ tal\ que} \quad (\quad \underbrace{D(n)}_{n\ \text{é}\ divisível\ por\ 2} \quad \underbrace{\wedge}_{e} \quad \underbrace{\neg P(n)}_{n\ \text{não é}\ par} \quad)$$

Note que o item peca quando traz uma disjunção (ou) no lugar de uma conjunção (e).

Gabarito: ERRADO.

Texto para a próxima questão.
As quatro proposições categóricas de Aristóteles (384 a 322 a.C.), componentes fundamentais de seus silogismos, podem ser simbolizadas pelas fórmulas da linguagem da lógica de 1.ª ordem, mostradas na tabela abaixo.

Proposição Categórica	Representação Simbólica
(1) Todo A é B.	$\forall x\big(A(x) \rightarrow B(x)\big)$
(2) Algum A é B.	$\exists x(A(x) \wedge B(x))$
(3) Nenhum A é B.	$\neg\exists x(A(x) \wedge B(x))$
(4) Algum A não é B.	$\exists x(A(x) \wedge \neg B(x))$

Denotando por AB qualquer uma das quatro proposições categóricas, e denominando A e B os termos de AB, então um silogismo consiste (sintaticamente) de uma sequência de três proposições categóricas construídas com três termos, de modo que cada duas delas tenham exatamente um termo comum. Para os termos A, B e C, a tabela abaixo apresenta os quatro possíveis modelos de silogismos.

	Modelos			
Proposições	1ª forma	2ª forma	3ª forma	4ª forma
Premissa Maior	CB	BC	CB	BC

Premissa Menor	AC	AC	CA	CA
Conclusão	AB	AB	AB	AB

Utilizando essas informações, julgue o item que se segue.

9. (CESPE/SEN/2002) A fórmula $\neg\forall x(A(x) \rightarrow B(x))$ é equivalente a $\exists x(A(x) \wedge \neg B(x))$.

Comentários:

Observe que a fórmula é **a negação** da representação simbólica de "*Todo A é B*" $[\forall x(A(x) \rightarrow B(x))]$. Sabemos que **a negação de uma proposição universal afirmativa** é uma **proposição particular negativa**. A proposição particular negativa é uma proposição do tipo *"Algum A não é B"*, assim como representado pelo item (4) da primeira tabela do enunciado.

(4) Algum A não é B.	$\exists x(A(x) \wedge \neg B(x))$

Logo, é correto afirmar que $\neg\forall x(A(x) \rightarrow B(x)) \equiv \exists x(A(x) \wedge \neg B(x))$.

Gabarito: CERTO.

Texto para as próximas questões

Nos últimos vinte anos, houve um progresso lento, porém constante, no uso de especificação formal, no desenvolvimento de software. Nos métodos de especificação formal, o objetivo de se produzir especificações consistentes, completas e corretas é obtido por meio de enunciados matematicamente prováveis. Uma especificação formal pode assim ser checada, em termos de inconsistências e contradições, antes de ser codificada, utilizando-se uma linguagem de programação. A lógica de primeira ordem pode ser uma base para se descrever uma especificação formal. Para isso, são utilizados símbolos matemáticos que expressam um significado importante. Uma lista dos principais símbolos é mostrada abaixo.

Símbolo	Significado
$\forall$	para todo
$\exists$	existe
$P \equiv Q$	P é logicamente equivalente a Q
$\sim p$	negativa de p
$p \wedge q$	p e q
$p \vee q$	p ou q
$p \rightarrow q$	se p, então q
$P \Rightarrow Q$	P implica Q
$p \leftrightarrow q$	p se e somente se q
$\ni$	tal que

As sentenças abaixo foram escritas a partir dos símbolos lógicos citados no texto e de símbolos encontrados na Matemática, assumindo x, y e z valores numéricos e p e q valores lógicos.

1. $\forall x, y, z,\ x > y \wedge y > z \rightarrow x > z$

2. $\exists x \ni x > 10 \vee x + y < 100$
3. $\forall x, y \in N \rightarrow x + y \in N$
4. $\exists x, y \in \{1, 2, 3, 4\} \ni x + y \in \{1, 2, 3, 4\}$
5. $\forall x, y \in \{1, 2, 3, 4\} x > y \rightarrow x - y \in \{1, 2, 3, 4\}$

Acerca dessas sentenças e a partir do significado dos símbolos lógicos e matemáticos, julgue o item a seguir.

10. (CESPE/BACEN/2000) A instrução de número 1 indica que, para todos os valores numéricos de x, y e z, x é maior que y e também maior que z.

Comentários:

Pessoal, temos que realizar um **trabalho de "tradução"**. Devemos pegar toda essa simbologia e **passar para o bom e velho português**. A instrução 1 trouxe **uma condicional**. Observe:

$$\underbrace{\forall x, y, z}_{para\ todo\ x,y\ e\ z} \quad \underbrace{,}_{se} \quad \underbrace{x > y}_{x\ é\ maior\ que\ y} \quad \underbrace{\wedge}_{e} \quad \underbrace{y > z}_{y\ é\ maior\ que\ z} \quad \underbrace{\rightarrow}_{então} \quad \underbrace{x > z}_{x\ é\ maior\ que\ z}$$

Logo, veja que **o item erra pois sequer traz a condicional**. Conforme a "tradução", temos que a instrução 1 informa que, qualquer que sejam os valores de x, y ou z, **se x é maior que y e y é maior que z**, então, necessariamente, **x é maior que z**.

Gabarito: ERRADO.

11. (CESPE/BACEN/2000) O caso de x ser igual a 20 e y ser igual a 100 respeita a condição expressa na instrução de número 2.

Comentários:

O item pede uma análise da instrução 2. Vamos primeiro traduzi-la.

$$\underbrace{\exists x}_{existe\ x} \quad \underbrace{\ni}_{tal\ que} \quad \underbrace{x > 10}_{x\ é\ maior\ que\ 10} \quad \underbrace{\vee}_{ou} \quad \underbrace{x + y < 100}_{x\ mais\ y\ é\ menor\ que\ 100}$$

Observe que quando x é igual a 20, nossa primeira parte da disjunção fica satisfeita (x é maior que 10). Portanto, **toda nossa instrução já se encontra satisfeita**. Lembre-se que na disjunção basta uma das proposições componentes ser verdadeira para que ela toda seja.

Por mais que y seja igual a 100 e **a segunda proposição não seja satisfeita**, pois x + y = 20 + 100 = 120 > 100. Isso não importa mais, já que o primeiro lado é verdadeiro, **validando assim toda a disjunção para o caso em tela**.

Gabarito: CERTO.

12. (CESPE/BACEN/2000) A instrução de número 3 expressa que a soma de dois números naturais é também um natural.

Comentários:
Vamos separar a instrução de número 3:

$$\forall x, y \in N \rightarrow x + y \in N$$

Essa instrução **contém um problema**. Em uma primeira leitura, buscando entender o que o examinador quis trazer, pode gerar algo como *"para todo x e y pertencentes ao naturais, temos que x mais y também pertence aos naturais"*. Essa era a leitura esperada pela banca e que corrobora com o gabarito (CERTO) fornecido.

No entanto, a rigor, **essa é uma leitura totalmente equivocada**. Da maneira como está escrita, a instrução significa:

$$\underbrace{\forall x}_{para\ todo\ x}\ ,\ \underbrace{y \in N}_{se\ y\ pertence\ aos\ naturais}\ \underbrace{\rightarrow}_{então}\ \underbrace{x + y \in N}_{x\ mais\ y\ pertence\ aos\ naturais}$$

Veja que o sentido mudou completamente e é diferente do que o item trouxe. Dessa forma, o gabarito está ERRADO, já que **não está explícito em nenhum momento que x é um natural**.

Gabarito: BANCA: CERTO. **PROF.:** ERRADO.

▪

13. (CESPE/BACEN/2000) Asserções são utilizadas para expressar pré-condições e pós-condições de um determinado procedimento. As pré-condições e as pós-condições são condições que devem ser obedecidas, respectivamente, para que o procedimento possa ser realizado com sucesso e para indicar que o procedimento foi realizado com sucesso. A forma geral para se especificar um procedimento funcional, utilizando a especificação formal, é definir, na ordem, as pré-condições, o processo e as pós-condições dentro da sintaxe e da semântica da linguagem formal que se está utilizando. Abaixo são mostradas três especificações, utilizando-se a lógica, cujos símbolos são mostrados no texto, como linguagem formal, e utilizando-se, igualmente, asserções de pré-condições e pós-condições.

1	Pré-condição	$\{\exists q \in N \ni n = q \times m\}$
	Processo	...
	Pós-condição	$\{q = n/m\}$
2	Pré-condição	$\{1 > 0\}$
	Processo	...
	Pós-condição	$\{\big((z = x) \wedge (x > y)\big) \vee \big((z = y) \wedge (y > x)\big)\}$
3	Pré-condição	$\{n > 0, \forall i \in N \ni (0 < i < n + 1) \Rightarrow a[i] > 0\}$
	Processo	...
	Pós-condição	$\{\forall i \in N \ni (0 < i < n) \Rightarrow a[i] < a[i + 1]\}$

Acerca dessas especificações e a partir do significado dos símbolos lógicos, julgue o item que se segue.

Na instrução 2, a pré-condição é sempre obedecida independentemente dos valores de x, y e z, ou seja, não há pré-condição.

Comentários:
Vamos até a instrução 2:

2	Pré-condição	$\boxed{\{1 > 0\}}$
	Processo	...
	Pós-condição	$\{((z = x) \wedge (x > y)) \vee ((z = y) \wedge (y > x))\}$

Observe que a pré-condição é que {1 > 0} (ou seja, que 1 seja maior que 0)! Ora, **1 é sempre maior que 0, não importa os valores de x, y ou z!** Isso é sempre verdade! Logo, **realmente não há pré-condição**.

Gabarito: CERTO.

14. (CESPE/TRE-GO/2015) A proposição "Todos os esquizofrênicos são fumantes; logo, a esquizofrenia eleva a probabilidade de dependência da nicotina" é equivalente à proposição "Se a esquizofrenia não eleva a probabilidade de dependência da nicotina, então existe esquizofrênico que não é fumante".

Comentários:
Sempre que puder, vamos tentar **evitar o uso da simbologia**. Algumas vezes conseguiremos, outras não. Mas essa questão, por exemplo, conseguimos resolvê-la utilizando um pouco de **equivalências lógicas e negação de proposições quantificadas**. Uma das equivalências que revisamos ao longo da aula foi a seguinte:

$$P \rightarrow Q \equiv \neg Q \rightarrow \neg P$$

É exatamente ela que utilizaremos nesse exercício. Observe que P é uma proposição quantificada:

P: "**Todos** os esquizofrênicos **são fumantes.**"
¬P: "**Existe** esquizofrênico **que não é fumante.**"

Observe que para negar a proposição, **substituímos o tipo de quantificador** e **negamos o predicado**. **Poderíamos ter escolhido "algum", "pelo menos um", sem problemas**, todos eles são quantificadores existenciais. Escolhemos "existe", pois, é o trazido pelo enunciado.

Prosseguindo! Nós também precisamos negar Q.

Q: "A esquizofrenia **eleva** a probabilidade de dependência da nicotina."
¬Q: "A esquizofrenia **não eleva** a probabilidade de dependência da nicotina."

Como **Q é uma proposição simples**, para negá-la, basta acrescentarmos o "não". Agora, quando juntamos na equivalência $P \rightarrow Q \equiv \neg Q \rightarrow \neg P$, ficamos com:

Se a esquizofrenia não eleva a probabilidade de dependência da nicotina, então existe esquizofrênico que não é fumante. **É exatamente o que foi posto pelo enunciado**.

Gabarito: CERTO

15. (CESPE/SEFAZ-ES/2013) A negação da proposição "Cada uma das contas apresentadas por Fernando contém, no mínimo, dois erros contábeis." corresponde a

A) Todas as contas apresentadas por Fernando contêm, pelo menos, um erro contábil
B) Nenhuma das contas apresentadas por Fernando contém, no mínimo, dois erros contábeis.
C) Cada uma das contas apresentadas por Fernando contém, no máximo, um erro contábil.
D) Pelo menos uma das contas apresentadas por Fernando contém, no máximo, um erro contábil.
E) Pelo menos uma das contas apresentadas por Fernando contém, no mínimo, dois erros contábeis.

Comentários:

Devemos ficar atento à expressão *"cada uma das contas"*. Pessoal, isso **é a mesma coisa que dizer "todas as contas"**. Vamos reescrever a frase?

Todas as contas apresentadas por Fernando contêm, no mínimo, dois erros contábeis.

Sabemos que **para negar** proposições que possuem o quantificador "todas" **não é necessário radicalizar e dizer que "nenhum"**. Para negar o que Fernando disse, basta que **apenas uma das contas a que ele está se referindo tenha menos de dois erros contábeis**.

Concorda? Se essa conta existir, ele certamente já estará mentindo em sua afirmação. Logo, **o quantificador correto a se utilizar na negação é "pelo menos um" ou "existe"**. Se a conta deve ter menos de dois erros contábeis, então **ela terá no máximo um**. Essa conclusão permite marcamos a alternativa D como resposta.

Gabarito: LETRA D.

16. (CESPE/TRE-ES/2011) Uma escola promove, anualmente, um projeto para incentivar a participação de seus alunos nos processos eleitorais. A cada ano, são escolhidos 5 professores, que orientarão um grupo de 100 alunos em várias atividades. No início deste ano de 2011, a escola conta com 35 professores, dos quais 15 já participaram do projeto em anos anteriores; dos 800 alunos matriculados, 300 já participaram do projeto em outras oportunidades e 600 já são eleitores. Com base na situação apresentada acima, julgue o item a seguir.

A partir das premissas "Alguns alunos não são eleitores" e "Pedro não é eleitor", é correto concluir que "Pedro é aluno".

Comentários:

Pessoal, uma das premissas diz que "alguns alunos não são eleitores". No entanto**, ela não faz com que quem não seja eleitor seja necessariamente um aluno**. Uma premissa que possibilitaria tal conclusão é: "Todo não eleitor é aluno."

Gabarito: ERRADO.

17. (CESPE/ANCINE/2012) A proposição "Se todo diretor é excêntrico e algum excêntrico é mau ator, então algum diretor é mau ator" é logicamente equivalente à proposição "Algum diretor não é excêntrico ou todo excêntrico é bom ator ou algum diretor é mau ator".

Comentários:

Mais uma vez o conteúdo de **equivalências lógicas sendo muito importante** para nossas resoluções. Pelo enunciado, conseguimos perceber que **o examinador** está exigindo o conhecimento do seguinte fato:

$$P \rightarrow Q \equiv \neg P \ \vee Q$$

Precisaremos negar P e transformar a condicional em uma disjunção. Note que, do enunciado, temos:

P: "**Todo** diretor **é excêntrico e algum** excêntrico **é mau ator**."

P é uma **proposição composta** de duas proposições quantificadas. Para negá-la, além de utilizarmos aquela substituição de quantificadores e a negação de predicado, **também precisaremos usar as leis de De Morgan**, para transformar a conjunção em disjunção.

¬P: "**Algum** diretor **não é excêntrico ou todo** excêntrico **não é mau ator**."

Para deixar com o mesmo aspecto do item, **devemos entender que "não é mau ator" = "é bom ator"**. Logo, sabendo ainda que Q: "Algum diretor é mau ator." Ficamos com:

$$\underbrace{Algum\ diretor\ \text{não é}\ excêntrico\ ou\ todo\ excêntrico\ \text{é}\ bom\ ator}_{\neg P}\ \ ou\ \ \underbrace{algum\ diretor\ \text{é}\ mau\ ator}_{Q}.$$

Essa é exatamente a equivalência que o enunciado trouxe. Portanto, o item está correto.

Gabarito: CERTO.

18. (CESPE/ANCINE/2012) A proposição "Se roteirista não for diretor, então dublador não será maquiador" é logicamente equivalente à proposição "Se algum dublador for maquiador, então algum roteirista será diretor".

Comentários:

Questão para relembrar mais uma **equivalência lógica importantíssima para nosso estudo**.

$$P \rightarrow Q \ \equiv \neg Q \ \rightarrow \neg P$$

Do enunciado, conseguimos retirar as proposições P e Q:

P: **(todo)** roteirista **não é diretor**
¬P: **Algum** roteirista **é diretor.**

Q: **(todo)** dublador **é maquiador**.
¬Q: **Algum** dublador **não é maquiador**.

O que devemos perceber é que, quando escrevemos "(se) roteirista não for diretor", está implícita uma ideia de universal: "(se) **todo** roteirista não for diretor". Analogamente, quando temos "então dublador não será maquiador", ele está falando de **qualquer dublador** (claro, desde que satisfeita a condição suficiente). Portanto, quando negamos P e Q, **"surgirá" o quantificador existencial "algum".**

Por último, note que mudamos o tempo verbal para escrever as proposições. Isso foi feito somente para ficar **mais fácil a manipulação das proposições fora da condicional**. Quando inserimos as negações na condicional equivalente ($\neg Q \rightarrow \neg P$), reajustamos os tempos. Acompanhe:

$$Se\ \underbrace{algum\ dublador\ não\ \boldsymbol{for}\ maquiador}_{\neg Q},\ então\ \underbrace{algum\ roteirista\ \boldsymbol{ser}á\ direitor}_{\neg P}.$$

Gabarito: CERTO.

Lista de Questões - Cebraspe

Introdução à Lógica de Primeira Ordem

1. (CESPE/DPU/2016) Em uma festa com 15 convidados, foram servidos 30 bombons: 10 de morango, 10 de cereja e 10 de pistache. Ao final da festa, não sobrou nenhum bombom e

- **quem comeu bombom de morango comeu também bombom de pistache;**
- **quem comeu dois ou mais bombons de pistache comeu também bombom de cereja;**
- **quem comeu bombom de cereja não comeu de morango.**

Com base nessa situação hipotética, julgue o item a seguir.

Quem comeu bombom de morango comeu somente um bombom de pistache.

2. (CESPE/TRE-10/2013) Considere as seguintes definições de conjuntos, feitas a partir de um conjunto de empresas, E, não vazio.

$X =$ **conjunto das empresas de E tais que "se a empresa não entrega o que promete, algum de seus clientes estará insatisfeito";**
$A =$ **conjunto das empresas de E tais que "a empresa não entrega o que promete";**
$B =$ **conjunto das empresas de E tais que "algum cliente da empresa está insatisfeito".**

Tendo como referência esses conjuntos, julgue o item seguinte.

Se $A \subset B$, então $X = E$.

3. (CESPE/FUB/2013)

P1: Se os professores desenvolvem trabalhos que levem os estudantes a definir os problemas a serem resolvidos e não apenas a resolvê-los, então os estudantes desenvolvem habilidades relacionadas à criatividade.

P2: Se os professores propiciam um ambiente de estudos no qual os estudantes não tenham medo de errar, eles tendem a ser mais ousados e a considerar o erro como uma etapa da aprendizagem.

P3: Estudantes que tendem a ser mais ousados e que consideram o erro como uma etapa da aprendizagem desenvolvem habilidades relacionadas à criatividade.

P4: Se os professores desenvolvem trabalhos que levem os estudantes a definir os problemas a serem resolvidos e não apenas a resolvê-los, ou propiciam um ambiente de estudos no qual os estudantes não tenham medo de errar, então os estudantes desenvolvem habilidades relacionadas à criatividade.

Considerando as proposições de P1 a P4 enunciadas acima, julgue o item.

A proposição P3 pode ser corretamente expressa por “Se os estudantes tendem a ser mais ousados e a considerar o erro como uma etapa da aprendizagem, então eles desenvolvem habilidades relacionadas à criatividade”.

4. (CESPE/TC-DF/2012) Verificando a regularidade da aquisição de dispositivos sensores de presença e movimento para instalação em uma repartição pública, os fiscais constataram que os proprietários das empresas participantes da licitação eram parentes. Diante dessa constatação, o gestor argumentou da seguinte maneira:

P: As empresas participantes do certame foram convidadas formalmente ou tomaram conhecimento da licitação pela imprensa oficial.

Q: Os proprietários das empresas convidadas formalmente não eram parentes.

R: Se os proprietários das empresas convidadas formalmente não eram parentes e os proprietários das empresas participantes da licitação eram parentes, então as empresas participantes não foram convidadas formalmente.

Conclusão: As empresas participantes tomaram conhecimento da licitação pela imprensa oficial.

A partir das informações acima apresentadas, julgue o item a seguir.

A partir da argumentação do gestor é correto inferir que todas as empresas que tomaram conhecimento do certame pela imprensa oficial participaram da licitação.

Texto para as próximas questões
Considere uma função proposicional $P(n)$ relativa aos números naturais que satisfaça às seguintes propriedades:

(i) $P(3)$ é verdadeira;
(ii) se, para um número natural n, $P(n)$ for verdadeira, então $P(n^2)$ também será verdadeira;
(iii) se, para um número natural $n \geq 2$, $P(n)$ for verdadeira, então $P(n-1)$ também será verdadeira.

Sabendo que o conjunto dos números naturais é dado por $\{1, 2, 3, 4, \ldots\}$, julgue o item que se segue, acerca de $P(n)$ e suas propriedades.

5. (CESPE/ABIN/2010) A função proposicional "a raiz quadrada de n é um número inteiro" não pode ser usada como exemplo para $P(n)$.

6. (CESPE/ABIN/2010) $P(n)$ é verdadeira para todos os números naturais.

Texto para as questões seguintes.
Na lógica de primeira ordem, uma proposição é funcional quando é expressa por um predicado que contém um número finito de variáveis e é interpretada como verdadeira (V) ou falsa (F) quando são atribuídos valores às variáveis e um significado ao predicado. Por exemplo, a proposição “Para qualquer x, tem-se

que $x - 2 > 0$" possui interpretação V quando x é um número real maior do que 2 e possui interpretação F quando x pertence, por exemplo, ao conjunto $\{-4, -3, -2, -1, 0\}$. Com base nessas informações, julgue o próximo item.

7. (CESPE/BB/2007) A proposição funcional "Para qualquer x, tem-se que $x^2 > x$" é verdadeira para todos os valores de x que estão no conjunto $\{5, \frac{5}{2}, 3, \frac{3}{2}, 2, \frac{1}{2}\}$.

8. (CESPE/BB/2007) A proposição funcional "Existem números que são divisíveis por 2 e por 3" é verdadeira para elementos do conjunto $\{2, 3, 9, 10, 15, 16\}$.

Texto para as próximas questões.

Uma proposição é uma frase afirmativa que pode ser avaliada como verdadeira (V) ou falsa (F), mas não se admitem, para a proposição, ambas as interpretações. Muitas proposições são compostas, isto é, são junções de outras proposições por meio de conectivos. Uma proposição é primitiva quando não é composta. Se P e Q representam proposições quaisquer, as expressões $\boldsymbol{P} \wedge \boldsymbol{Q}$, $\boldsymbol{P} \vee \boldsymbol{Q}$ e $\boldsymbol{P} \rightarrow \boldsymbol{Q}$ representam proposições compostas, cujos conectivos são lidos, respectivamente, e, ou e implica. A expressão $\boldsymbol{P} \rightarrow \boldsymbol{Q}$ também pode ser lida "se P então Q". A interpretação de $\boldsymbol{P} \wedge \boldsymbol{Q}$ é V se P e Q forem ambos V, caso contrário é F; a interpretação de $\boldsymbol{P} \vee \boldsymbol{Q}$ é F se P e Q forem ambos F, caso contrário é V; a interpretação de $\boldsymbol{P} \rightarrow \boldsymbol{Q}$ é F se P for V e Q for F, caso contrário é V. A expressão $\neg\boldsymbol{P}$ é também uma proposição composta, e é interpretada como a negação de P, isto é, se P for V, então $\neg\boldsymbol{P}$ é F, e se P for F, então $\neg\boldsymbol{P}$ é V.

Uma expressão da forma $(\boldsymbol{P} \wedge (\boldsymbol{P} \rightarrow \boldsymbol{Q})) \rightarrow \boldsymbol{Q}$ é uma forma de argumento que é considerada válida se a interpretação de Q for V toda vez que a interpretação de $\boldsymbol{P} \wedge (\boldsymbol{P} \rightarrow \boldsymbol{Q})$ for V.

Uma proposição também pode ser expressa em função de uma ou mais variáveis. Por exemplo, afirmativas tais como "para cada $\boldsymbol{x}$, $\boldsymbol{P}(\boldsymbol{x})$" ou "existe $\boldsymbol{x}$, $\boldsymbol{P}(\boldsymbol{x})$" são proposições que podem ser interpretadas como V ou F, de acordo com o conjunto de valores assumidos pela variável $\boldsymbol{x}$ e da interpretação dada ao predicado P.

A negação da proposição "para cada x, $\boldsymbol{P}(\boldsymbol{x})$" é "existe $\boldsymbol{x}$, $\neg\boldsymbol{P}(\boldsymbol{x})$". A negação da proposição "existe $\boldsymbol{x}$, $\boldsymbol{P}(\boldsymbol{x})$" é "para cada x, $\neg\boldsymbol{P}(\boldsymbol{x})$".

Considerando as informações apresentadas acima, julgue os itens subsequentes.

9. (CESPE/MPE-TO/2006) A negação da proposição "algum promotor de justiça tem do MPE/TO 30 anos ou mais" é "nem todo promotor de justiça do MPE/TO tem 30 anos ou mais".

10. (CESPE/TCU/2004) A seguinte forma de argumentação é considerada válida. Para cada x, se P(x) é verdade, então Q(x) é verdade e, para x = c, se P(c) é verdade, então conclui-se que Q(c) é verdade. Com base nessas informações, julgue os itens a seguir.

Considere o argumento seguinte.

Toda prestação de contas submetida ao TCU que expresse, de forma clara e objetiva, a exatidão dos demonstrativos contábeis, a legalidade, a legitimidade e a economicidade dos atos de gestão do responsável é julgada regular. A prestação de contas da Presidência da República expressou, de forma clara e objetiva, a exatidão dos demonstrativos contábeis, a legalidade, a legitimidade e a economicidade dos atos de gestão do responsável. Conclui-se que a prestação de contas da Presidência da República foi julgada regular.

Nesse caso, o argumento não é válido.

11. (CESPE/TCU/2004) A seguinte forma de argumentação é considerada válida. Para cada x, se P(x) é verdade, então Q(x) é verdade e, para x = c, se P(c) é verdade, então conclui-se que Q(c) é verdade. Com base nessas informações, julgue os itens a seguir.

Considere o argumento seguinte.

Cada prestação de contas submetida ao TCU que apresentar ato antieconômico é considerada irregular. A prestação de contas da prefeitura de uma cidade foi considerada irregular. Conclui-se que a prestação de contas da prefeitura dessa cidade apresentou ato antieconômico.

Nesse caso, o argumento é válido.

GABARITO

1. CERTO
2. CERTO
3. CERTO
4. ERRADO
5. CERTO
6. CERTO
7. ERRADO
8. ERRADO
9. ERRADO
10. ERRADO
11. ERRADO

LISTA DE QUESTÕES - CEBRASPE

Lógica de Primeira Ordem

1. (CESPE/TCE-RN/2009) Com relação a lógica sentencial e de primeira ordem, julgue o item que se segue.

A negação da proposição (∃x) (x+3 = 25) pode ser expressa corretamente por (∀x) (x + 3 ≠ 25).

Texto para as próximas questões

Algumas sentenças são chamadas abertas porque são passíveis de interpretação para que possam ser julgadas como verdadeiras (V) ou falsas (F). Se a sentença aberta for uma expressão da forma $\forall x P(x)$, lida como "para todo x, $P(x)$", em que x é um elemento qualquer de um conjunto U, e $P(x)$ é uma propriedade a respeito dos elementos de U, então é preciso explicitar U e P para que seja possível fazer o julgamento como V ou como F. A partir das definições acima, julgue o item a seguir.

2. (CESPE/INSS/2008) Considere-se que U seja o conjunto dos funcionários do INSS, $P(x)$ seja a propriedade "x é funcionário do INSS" e $Q(x)$ seja a propriedade "x tem mais de 35 anos de idade". Desse modo, é correto afirmar que duas das formas apresentadas na lista abaixo simbolizam a proposição: Todos os funcionários do INSS têm mais de 35 anos de idade.

(i) $\forall x$ (se $Q(x)$ então $P(x)$)
(ii) $\forall x$ ($P(x)$ ou $Q(x)$)
(iii) $\forall x$ (se $P(x)$ então $Q(x)$)

3. (CESPE/INSS/2008) Se U for o conjunto de todos os funcionários públicos e $P(x)$ for a propriedade "x é funcionário do INSS", então é falsa a sentença $\forall x P(x)$.

4. (CESPE/BB/2008) Suponha-se que U seja o conjunto de todas as pessoas, que $M(x)$ seja a propriedade "x é mulher" e que $D(x)$ seja a propriedade "x é desempregada". Nesse caso, a proposição "Nenhuma mulher é desempregada" fica corretamente simbolizada por $\neg\exists x(M(x) \wedge D(x))$.

Textos para as próximas questões.

Texto I

Uma proposição é uma afirmativa que pode ser avaliada como verdadeira (V) ou falsa (F), mas não ambos. É usual denotar uma proposição com letras maiúsculas: A, B, C. Simbolicamente, $A \wedge B$, $A \vee B$ e $\neg A$ representam proposições compostas cujas leituras são: A e B, A ou B e não A. A proposição $A \longrightarrow B$ tem várias formas de leitura: A implica B, se A então B, A somente se B, A é condição suficiente para B, B é condição necessária para A etc. Desde que as proposições A e B possam ser avaliadas como V ou F, então a proposição $\mathbf{A} \wedge \mathbf{B}$ é V se A e B forem ambas V, caso contrário, é F; a proposição $\mathbf{A} \vee \mathbf{B}$ é F quando A e B são ambas F, caso contrário, é V; a proposição $\mathbf{A} \longrightarrow \mathbf{B}$ é F quando A é V e B é F, caso contrário, é V; e, finalmente, a proposição $\neg A$ é V quando A é F, e é F quando A é V.

Uma argumentação é uma sequência finita de $\boldsymbol{k}$ proposições (que podem estar enumeradas) em que as $(\boldsymbol{k}-\mathbf{1})$ primeiras proposições ou são premissas (hipóteses) ou são colocadas na argumentação por alguma regra de dedução. A k-ésima proposição é a conclusão da argumentação.

Sendo P, Q e R proposições, considere como regras de dedução as seguintes: se $\boldsymbol{P}$ e $\boldsymbol{P} \longrightarrow \boldsymbol{Q}$ estão presentes em uma argumentação, então Q pode ser colocada na argumentação; se $\boldsymbol{P} \longrightarrow \boldsymbol{Q}$ e $\boldsymbol{Q} \longrightarrow \boldsymbol{R}$ estão presentes em uma argumentação, então $\boldsymbol{P} \longrightarrow \boldsymbol{R}$ pode ser colocada na argumentação; se $\boldsymbol{P} \wedge \boldsymbol{Q}$ está presente em uma argumentação, então tanto $\boldsymbol{P}$ quanto $\boldsymbol{Q}$ podem ser colocadas na argumentação.

Duas proposições são equivalentes quando tiverem as mesmas avaliações V ou F. Portanto, sempre podem ser colocadas em uma argumentação como uma forma de “reescrever” alguma proposição já presente na argumentação. São equivalentes, por exemplo, as proposições $\boldsymbol{A} \longrightarrow \boldsymbol{B}$, $\neg\boldsymbol{B} \longrightarrow \neg\boldsymbol{A}$ e $\neg\boldsymbol{A} \vee \boldsymbol{B}$. Uma argumentação é válida sempre que, a partir das premissas que são avaliadas como V, obtém-se (pelo uso das regras de dedução ou por equivalência) uma conclusão que é também avaliada como V.

Texto II

Proposições também são definidas por predicados que dependem de variáveis e, nesse caso, avaliar uma proposição como V ou F vai depender do conjunto onde essas variáveis assumem valores. Por exemplo, a proposição “Todos os advogados são homens”, que pode ser simbolizada por $(\forall \boldsymbol{x})\big(\boldsymbol{A}(\boldsymbol{x}) \longrightarrow \boldsymbol{H}(\boldsymbol{x})\big)$, em que $\boldsymbol{A}(\boldsymbol{x})$ representa “$\boldsymbol{x}$ é advogado” e $\boldsymbol{H}(\boldsymbol{x})$ representa “$\boldsymbol{x}$ é homem”, será V se $\boldsymbol{x}$ pertencer a um conjunto de pessoas que torne a implicação V; caso contrário, será F. Para expressar simbolicamente a proposição “Algum advogado é homem”, escreve-se $(\exists \boldsymbol{x})\big(\boldsymbol{A}(\boldsymbol{x}) \wedge \boldsymbol{H}(\boldsymbol{x})\big)$.

Nesse caso, considerando que $\boldsymbol{x}$ pertença ao conjunto de todas as pessoas do mundo, essa proposição é V. Na tabela abaixo, em que A e B simbolizam predicados, estão simbolizadas algumas formas de proposições.

Proposição	Forma simbólica
Todo A é B.	$(\forall \mathrm{x})(A(\mathrm{x}) \longrightarrow B(\mathrm{x}))$
Nenhum A é B.	$\neg\, (\exists x)(A(x) \wedge B(x))$

A partir das informações dos textos I e II, julgue os itens subsequentes.

5. (CESPE/MPE-TO/2006) A proposição “Nenhum pavão é misterioso” está corretamente simbolizada por $\neg(\exists x)(P(x) \wedge M(x))$, se $P(x)$ representa “x é um pavão” e $M(x)$ representa “x é misterioso”.

6. (CESPE/MPE-TO/2006) Considerando que $(\forall x)A(x)$ e $(\exists x)A(x)$ são proposições, é correto afirmar que a proposição $(\forall x)A(x) \longrightarrow (\exists x)A(x)$ é avaliada como V em qualquer conjunto em que x assuma valores.

Texto para as próximas questões.

Uma proposição é uma frase afirmativa que pode ser avaliada como verdadeira (V) ou falsa (F), mas não se admitem, para a proposição, ambas as interpretações. Muitas proposições são compostas, isto é, são junções de outras proposições por meio de conectivos. Uma proposição é primitiva quando não é composta. Se P e

Q representam proposições quaisquer, as expressões $\boldsymbol{P} \wedge \boldsymbol{Q}$, $\boldsymbol{P} \vee \boldsymbol{Q}$ e $\boldsymbol{P} \rightarrow \boldsymbol{Q}$ representam proposições compostas, cujos conectivos são lidos, respectivamente, e, ou e implica. A expressão $\boldsymbol{P} \rightarrow \boldsymbol{Q}$ também pode ser lida "se P então Q". A interpretação de $\boldsymbol{P} \wedge \boldsymbol{Q}$ é V se P e Q forem ambos V, caso contrário é F; a interpretação de $\boldsymbol{P} \vee \boldsymbol{Q}$ é F se P e Q forem ambos F, caso contrário é V; a interpretação de $\boldsymbol{P} \rightarrow \boldsymbol{Q}$ é F se P for V e Q for F, caso contrário é V. A expressão $\neg \boldsymbol{P}$ é também uma proposição composta, e é interpretada como a negação de P, isto é, se P for V, então $\neg \boldsymbol{P}$ é F, e se P for F, então $\neg \boldsymbol{P}$ é V.

Uma expressão da forma $(\boldsymbol{P} \wedge (\boldsymbol{P} \rightarrow \boldsymbol{Q})) \rightarrow \boldsymbol{Q}$ é uma forma de argumento que é considerada válida se a interpretação de Q for V toda vez que a interpretação de $\boldsymbol{P} \wedge (\boldsymbol{P} \rightarrow \boldsymbol{Q})$ for V.

Uma proposição também pode ser expressa em função de uma ou mais variáveis. Por exemplo, afirmativas tais como "para cada $\boldsymbol{x}$, $\boldsymbol{P}(\boldsymbol{x})$" ou "existe $\boldsymbol{x}$, $\boldsymbol{P}(\boldsymbol{x})$" são proposições que podem ser interpretadas como V ou F, de acordo com o conjunto de valores assumidos pela variável $\boldsymbol{x}$ e da interpretação dada ao predicado P.

A negação da proposição "para cada x, $\boldsymbol{P}(\boldsymbol{x})$" é "existe $\boldsymbol{x}$, $\neg \boldsymbol{P}(\boldsymbol{x})$". A negação da proposição "existe $\boldsymbol{x}$, $\boldsymbol{P}(\boldsymbol{x})$" é "para cada x, $\neg \boldsymbol{P}(\boldsymbol{x})$".

Considerando as informações apresentadas acima, julgue os itens subsequentes.

7. (CESPE/MPE-TO/2006) A negação das proposições "para cada $\boldsymbol{x}$, $(\boldsymbol{x}+\mathbf{4}) \neq \mathbf{10}$" e "existe $\boldsymbol{x}$, $(\boldsymbol{x}+\mathbf{3}) < \mathbf{8}$" é verdadeira para x pertencente ao conjunto $\{\mathbf{2}, \mathbf{4}, \mathbf{6}, \mathbf{8}, \mathbf{10}\}$.

8. (CESPE/TCE-ES/2004) Considere as seguintes afirmativas.
I - $\forall \boldsymbol{x}$, se $\boldsymbol{x}(\boldsymbol{x}+\mathbf{1}) > \mathbf{0}$, então $\boldsymbol{x} > \mathbf{0}$ ou $\boldsymbol{x} < -\mathbf{1}$.
II - $\forall \boldsymbol{n}$, se n é divisível por 2, então n é par.
Acerca dessas informações, julgue o item a seguir.

A negação da afirmativa II pode ser escrita da seguinte forma: ∃n tal que n é divisível por 2 ou n não é par.

Texto para a próxima questão.
As quatro proposições categóricas de Aristóteles (384 a 322 a.C.), componentes fundamentais de seus silogismos, podem ser simbolizadas pelas fórmulas da linguagem da lógica de 1.ª ordem, mostradas na tabela abaixo.

Proposição Categórica	Representação Simbólica
(1) Todo A é B.	$\forall x\big(A(x) \rightarrow B(x)\big)$
(2) Algum A é B.	$\exists x(A(x) \wedge B(x))$
(3) Nenhum A é B.	$\neg\exists x(A(x) \wedge B(x))$
(4) Algum A não é B.	$\exists x(A(x) \wedge \neg B(x))$

Denotando por AB qualquer uma das quatro proposições categóricas, e denominando A e B os termos de AB, então um silogismo consiste (sintaticamente) de uma sequência de três proposições categóricas

construídas com três termos, de modo que cada duas delas tenham exatamente um termo comum. Para os termos A, B e C, a tabela abaixo apresenta os quatro possíveis modelos de silogismos.

	Modelos			
Proposições	1ª forma	2ª forma	3ª forma	4ª forma
Premissa Maior	CB	BC	CB	BC
Premissa Menor	AC	AC	CA	CA
Conclusão	AB	AB	AB	AB

Utilizando essas informações, julgue o item que se segue.

9. (CESPE/SEN/2002) A fórmula $\neg\forall x(A(x) \rightarrow B(x))$ é equivalente a $\exists x(A(x) \wedge \neg B(x))$.

Texto para as próximas questões

Nos últimos vinte anos, houve um progresso lento, porém constante, no uso de especificação formal, no desenvolvimento de software. Nos métodos de especificação formal, o objetivo de se produzir especificações consistentes, completas e corretas é obtido por meio de enunciados matematicamente prováveis. Uma especificação formal pode assim ser checada, em termos de inconsistências e contradições, antes de ser codificada, utilizando-se uma linguagem de programação. A lógica de primeira ordem pode ser uma base para se descrever uma especificação formal. Para isso, são utilizados símbolos matemáticos que expressam um significado importante. Uma lista dos principais símbolos é mostrada abaixo.

Símbolo	Significado
$\forall$	para todo
$\exists$	existe
$P \equiv Q$	P é logicamente equivalente a Q
$\sim p$	negativa de p
$p \wedge q$	p e q
$p \vee q$	p ou q
$p \rightarrow q$	se p, então q
$P \Rightarrow Q$	P implica Q
$p \leftrightarrow q$	p se e somente se q
$\ni$	tal que

As sentenças abaixo foram escritas a partir dos símbolos lógicos citados no texto e de símbolos encontrados na Matemática, assumindo x, y e z valores numéricos e p e q valores lógicos.

1. $\forall x, y, z,\ \ x > y \wedge y > z \rightarrow x > z$
2. $\exists x \ni x > 10 \vee x + y < 100$
3. $\forall x, y \in N \rightarrow x + y \in N$
4. $\exists x, y \in \{1, 2, 3, 4\} \ni x + y \in \{1, 2, 3, 4\}$
5. $\forall x, y \in \{1, 2, 3, 4\} x > y \rightarrow x - y \in \{1, 2, 3, 4\}$

Acerca dessas sentenças e a partir do significado dos símbolos lógicos e matemáticos, julgue o item a seguir.

10. (CESPE/BACEN/2000) A instrução de número 1 indica que, para todos os valores numéricos de x, y e z, x é maior que y e também maior que z.

11. (CESPE/BACEN/2000) O caso de x ser igual a 20 e y ser igual a 100 respeita a condição expressa na instrução de número 2.

12. (CESPE/BACEN/2000) A instrução de número 3 expressa que a soma de dois números naturais é também um natural.

13. (CESPE/BACEN/2000) Asserções são utilizadas para expressar pré-condições e pós-condições de um determinado procedimento. As pré-condições e as pós-condições são condições que devem ser obedecidas, respectivamente, para que o procedimento possa ser realizado com sucesso e para indicar que o procedimento foi realizado com sucesso. A forma geral para se especificar um procedimento funcional, utilizando a especificação formal, é definir, na ordem, as pré-condições, o processo e as pós-condições dentro da sintaxe e da semântica da linguagem formal que se está utilizando. Abaixo são mostradas três especificações, utilizando-se a lógica, cujos símbolos são mostrados no texto, como linguagem formal, e utilizando-se, igualmente, asserções de pré-condições e pós-condições.

1	Pré-condição	$\{\exists q \in N \ni n = q \times m\}$
	Processo	...
	Pós-condição	$\{q = n/m\}$
2	Pré-condição	$\{1 > 0\}$
	Processo	...
	Pós-condição	$\{((z = x) \wedge (x > y)) \vee ((z = y) \wedge (y > x))\}$
3	Pré-condição	$\{n > 0, \forall i \in N \ni (0 < i < n + 1) \Rightarrow a[i] > 0\}$
	Processo	...
	Pós-condição	$\{\forall i \in N \ni (0 < i < n) \Rightarrow a[i] < a[i+1]\}$

Acerca dessas especificações e a partir do significado dos símbolos lógicos, julgue o item que se segue.

Na instrução 2, a pré-condição é sempre obedecida independentemente dos valores de x, y e z, ou seja, não há pré-condição.

14. (CESPE/TRE-GO/2015) A proposição “Todos os esquizofrênicos são fumantes; logo, a esquizofrenia eleva a probabilidade de dependência da nicotina” é equivalente à proposição “Se a esquizofrenia não eleva a probabilidade de dependência da nicotina, então existe esquizofrênico que não é fumante”.

15. (CESPE/SEFAZ-ES/2013) A negação da proposição “Cada uma das contas apresentadas por Fernando contém, no mínimo, dois erros contábeis.” corresponde a

A) Todas as contas apresentadas por Fernando contêm, pelo menos, um erro contábil

B) Nenhuma das contas apresentadas por Fernando contém, no mínimo, dois erros contábeis.

C) Cada uma das contas apresentadas por Fernando contém, no máximo, um erro contábil.

D) Pelo menos uma das contas apresentadas por Fernando contém, no máximo, um erro contábil.
E) Pelo menos uma das contas apresentadas por Fernando contém, no mínimo, dois erros contábeis.

16. (CESPE/TRE-ES/2011) Uma escola promove, anualmente, um projeto para incentivar a participação de seus alunos nos processos eleitorais. A cada ano, são escolhidos 5 professores, que orientarão um grupo de 100 alunos em várias atividades. No início deste ano de 2011, a escola conta com 35 professores, dos quais 15 já participaram do projeto em anos anteriores; dos 800 alunos matriculados, 300 já participaram do projeto em outras oportunidades e 600 já são eleitores. Com base na situação apresentada acima, julgue o item a seguir.

A partir das premissas "Alguns alunos não são eleitores" e "Pedro não é eleitor", é correto concluir que "Pedro é aluno".

17. (CESPE/ANCINE/2012) A proposição "Se todo diretor é excêntrico e algum excêntrico é mau ator, então algum diretor é mau ator" é logicamente equivalente à proposição "Algum diretor não é excêntrico ou todo excêntrico é bom ator ou algum diretor é mau ator".

18. (CESPE/ANCINE/2012) A proposição "Se roteirista não for diretor, então dublador não será maquiador" é logicamente equivalente à proposição "Se algum dublador for maquiador, então algum roteirista será diretor".

Gabarito

1. CERTO
2. ERRADO
3. CERTO
4. CERTO
5. CERTO
6. CERTO
7. ERRADO
8. ERRADO
9. CERTO
10. ERRADO
11. CERTO
12. ERRADO*
13. CERTO
14. CERTO
15. LETRA D
16. ERRADO
17. CERTO
18. CERTO

ESSA LEI TODO MUNDO CONHECE:
PIRATARIA É CRIME.

Mas é sempre bom revisar o porquê e como você pode ser prejudicado com essa prática.

1 Professor investe seu tempo para elaborar os cursos e o site os coloca à venda.

2 Pirata divulga ilicitamente (grupos de rateio), utilizando-se do anonimato, nomes falsos ou laranjas (geralmente o pirata se anuncia como formador de "grupos solidários" de rateio que não visam lucro).

3 Pirata cria alunos fake praticando falsidade ideológica, comprando cursos do site em nome de pessoas aleatórias (usando nome, CPF, endereço e telefone de terceiros sem autorização).

4 Pirata compra, muitas vezes, clonando cartões de crédito (por vezes o sistema anti-fraude não consegue identificar o golpe a tempo).

5 Pirata fere os Termos de Uso, adultera as aulas e retira a identificação dos arquivos PDF (justamente porque a atividade é ilegal e ele não quer que seus fakes sejam identificados).

6 Pirata revende as aulas protegidas por direitos autorais, praticando concorrência desleal e em flagrante desrespeito à Lei de Direitos Autorais (Lei 9.610/98).

7 Concurseiro(a) desinformado participa de rateio, achando que nada disso está acontecendo e esperando se tornar servidor público para exigir o cumprimento das leis.

8 O professor que elaborou o curso não ganha nada, o site não recebe nada, e a pessoa que praticou todos os ilícitos anteriores (pirata) fica com o lucro.

Deixando de lado esse mar de sujeira, aproveitamos para agradecer a todos que adquirem os cursos honestamente e permitem que o site continue existindo.