

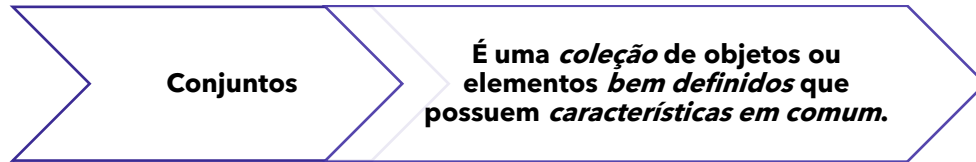
Sumário

1. Conceito	3
2. Relação de pertinência	3
3. Representação de um conjunto e de seus elementos	3
3.1. Representação por enumeração	3
3.2. Representação por propriedade	3
3.3. Representação por diagrama	4
4. Tipos de conjuntos	4
4.1. Conjunto Universo	4
4.4. Conjunto Vazio	4
4.5. Conjunto Unitário	5
5. Subconjuntos e Relação de Inclusão	5
5.1. Propriedades da relação de inclusão	5
5.2. Quantidade de subconjuntos	5
5.3. Conjunto das partes de um conjunto	5
6. Relação de Igualdade	6
6.1. Propriedades da relação de igualdade	6
7. Operações entre conjuntos	6
7.1. União de Conjuntos	6
7.1.1. Propriedades da União	7
7.2. Interseção de Conjuntos	7
7.2.1. Conjuntos Disjuntos	8
7.2.2. Propriedades da Interseção	8
7.3. Diferença de Conjuntos	8

7.3.1. Propriedades da Diferença	9
7.3.2. Complementar de um conjunto	9
7.3.2.1. Propriedades do Complementar de um Conjunto	10
8. Número de elementos dos conjuntos	10
9. Conjuntos Numéricos	11
9.1. Números Naturais	11
9.2. Números Inteiros.....	11
9.3. Números Racionais	11
9.4. Números Irracionais.....	12
9.5. Números Reais	12

TEORIA DOS CONJUNTOS

1. Conceito



2. Relação de pertinência

É aquela que existe **dos elementos com os conjuntos**. Cuidado, pois **não se trata de relações entre conjuntos**.

Se x é de elemento de um conjunto A , então dizemos que x **pertence ao conjunto A** e podemos representar assim:

$$x \in A$$

Por outro lado, se x não é um elemento de A , então dizemos que x **não pertence ao conjunto A** e podemos representar assim:

$$x \notin A$$

3. Representação de um conjunto e de seus elementos

3.1. Representação por enumeração

Na **representação por enumeração** são alistados entre colchetes os elementos de um conjunto, apresentados, um após o outro, separados por vírgula. Exemplos:

1) O conjunto A dos números pares maiores do que 100:

$$A = \{102, 104, 106, 108, \dots\} \rightarrow \text{Conjunto infinito}$$

2) O conjunto B dos números ímpares positivos menores do que 200:

$$B = \{1, 3, 5, 7, 9, \dots, 199\} \rightarrow \text{Conjunto finito}$$

3.2. Repeensão por propriedade

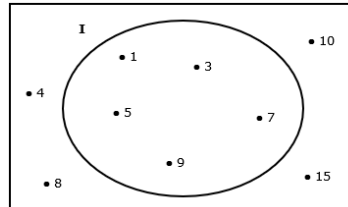
Trata-se do método **mais formal** para definirmos um conjunto. Na **representação por propriedade**, os elementos são identificados por obedecerem a uma ou mais propriedades que são dadas numa expressão entre chaves, de forma que torne possível decidir se um objeto qualquer " x " pertence ou não ao conjunto em análise.

A título de exemplo, vamos definir o conjunto N dos números inteiros maiores do que 12:

$$N = \{x \mid x \in \mathbb{Z} \text{ e } x > 12\}$$

3.3. Representação por diagrama

Vamos representar, por meio de um **diagrama**, ou seja, de forma gráfica, o conjunto I dos números ímpares menores do que 10:



4. Tipos de conjuntos

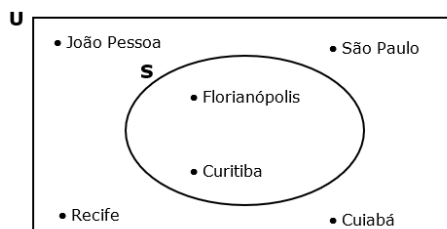
Os conjuntos podem ser divididos, a partir da quantidade de elementos que possuem, veja abaixo o esquema com os **tipos de conjuntos**:



4.1. Conjunto Universo

O **Conjunto Universo** é aquele em que consideramos que pertencem todos os elementos possíveis, e ele existe para evitar o aparecimento de paradoxos. O **Conjunto Universo** é representado por um retângulo e indicado pela letra **U**.

Veja o exemplo:



4.4. Conjunto Vazio

Esse é simples, pois se trata do conjuntos que **não possui elementos** e é representado simbolicamente por $\emptyset$ ou por $\{\}$.

4.5. Conjunto Unitário

Dizemos que um conjunto é **unitário** quando **possui apenas um elemento**.

5. Subconjuntos e Relação de Inclusão

Dizemos que o conjunto **B** é um **subconjunto** do conjunto **A** quando todos os elementos do conjunto **B** também são elementos de **A**.

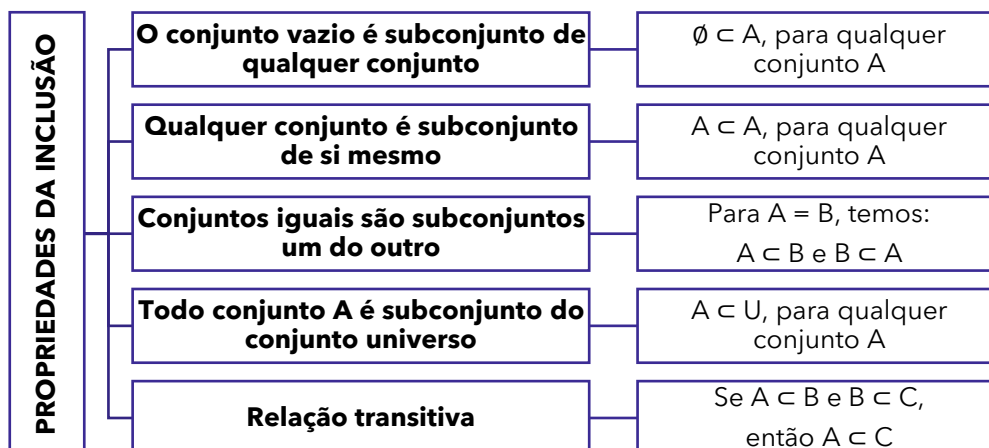
$$B \subset A$$

Dizer que **B** está contido em **A** é o mesmo que afirmar que **A contém B**. Nesse caso, usamos a seguinte notação:

$$A \supset B$$

5.1. Propriedades da relação de inclusão

A relação de inclusão tem algumas **propriedades**, as quais esquematizamos a seguir:



5.2. Quantidade de subconjuntos

Se um conjunto **A** possui **n** elementos, então ele possui **2ⁿ subconjuntos**.

Se liga na propriedade:

Todo conjunto possuirá o **conjunto vazio** e **ele mesmo** como subconjuntos.

5.3. Conjunto das partes de um conjunto

Dado um conjunto **A** qualquer, chamamos de **conjunto das partes de A** o conjunto que **reúne todos os subconjuntos possíveis de A**, sendo simbolizado por **P(A)**, você já sabe que a quantidade de elementos desse conjunto será dada por **2ⁿ**.

$$P(A) = \{x \mid x \subset A\}$$

6. Relação de Igualdade

Dizemos que dois conjuntos **A** e **B** são **iguais** quando **todos os elementos de A pertencem ao conjunto B e, reciprocamente, todos os elementos de B pertencem ao conjunto A**. Assim, basta que um elemento seja diferente para que não sejam idênticos.

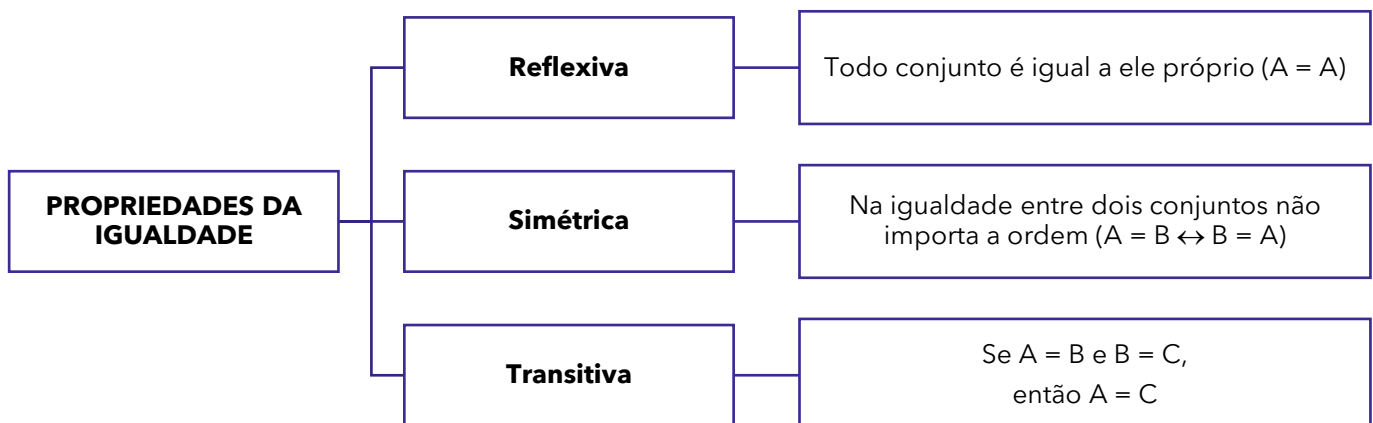
$$A = B \leftrightarrow A \subset B \text{ e } B \subset A$$

Cuidado com essa dica abaixo:

Na definição de **igualdade entre conjuntos** a ordem entre os elementos não interfere em nada. Por exemplo, os conjuntos {a; b; c; d} e {d; c; b; a} são iguais.

6.1. Propriedades da relação de igualdade

A relação de igualdade tem algumas **propriedades**, as quais esquematizamos a seguir:



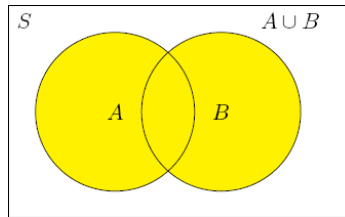
7. Operações entre conjuntos

7.1. União de Conjuntos

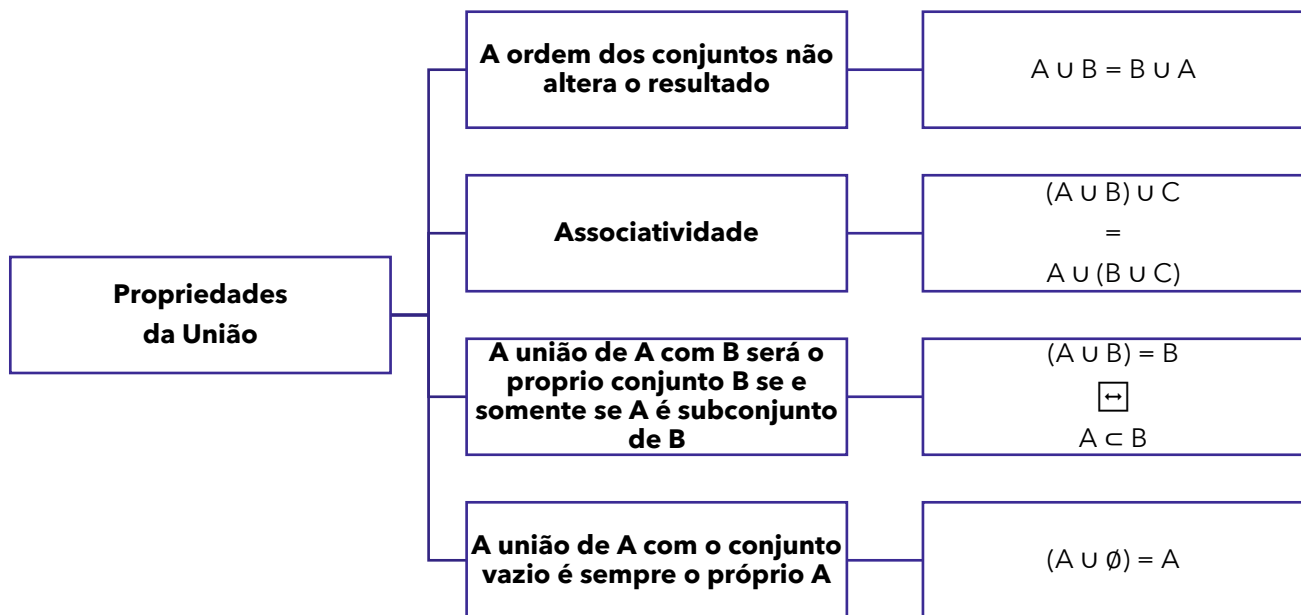
A **união** entre dois conjuntos, simbolizada por $A \cup B$, é um outro conjunto formado pela **reunião dos elementos de A e de B**. Assim, os elementos serão todos os elementos de A e B, inclusive os da interseção, que vão aparecer apenas uma vez, é óbvio.

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ ou } x \in B\}$$

Note que todo elemento x compreendido pelo conjunto união deve pertencer a **pelo menos um dos conjuntos**. A **representação gráfica** da união entre dois conjuntos é dada pelo seguinte diagrama:



7.1.1. Propriedades da União

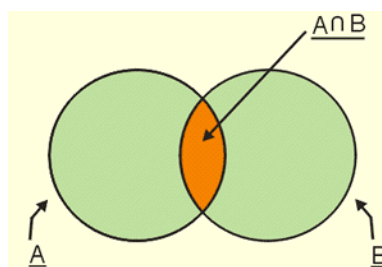


7.2. Interseção de Conjuntos

A interseção entre dois conjuntos, $A \cap B$, é o conjunto formado pelos **elementos que são comuns aos dois conjuntos**. Simbolicamente temos:

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \in B\}$$

A **representação gráfica** da interseção entre dois conjuntos é dada pelo seguinte desenho:



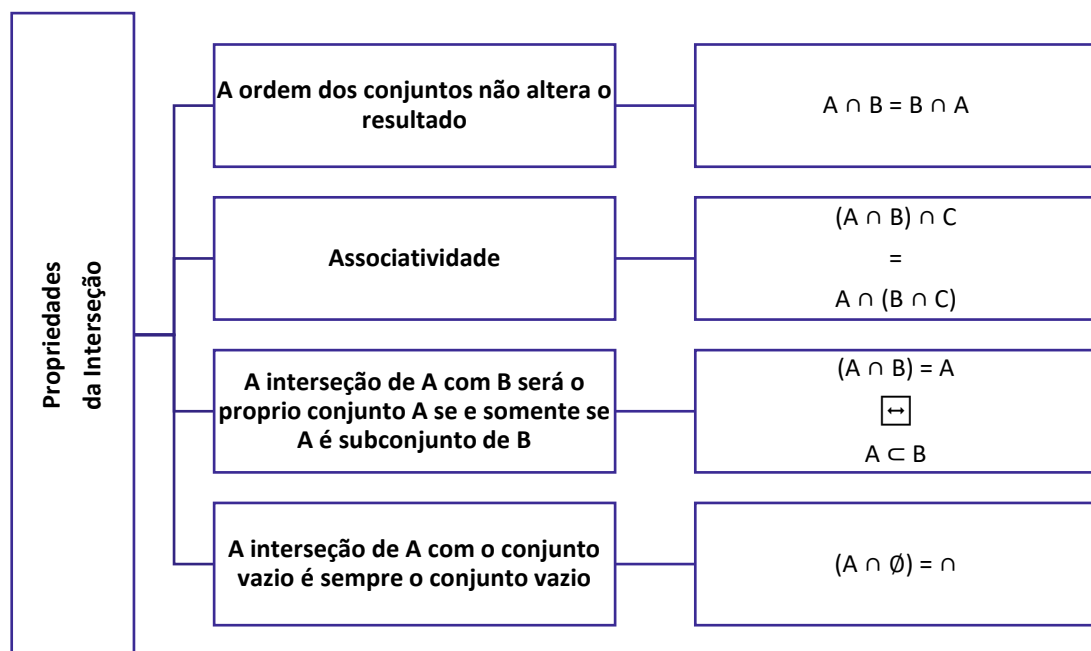
7.2.1. Conjuntos Disjuntos

Dois conjuntos quaisquer são chamados **disjuntos** se e somente se sua **interseção é o conjunto vazio**. Assim, não aqueles que não possuem nenhum elemento que pertence a ambos.

$$A \text{ e } B \text{ são disjuntos} \leftrightarrow A \cap B = \emptyset$$

7.2.2. Propriedades da Interseção

A operação de interseção entre conjuntos possui algumas **propriedades**, as quais esquematizamos a seguir:

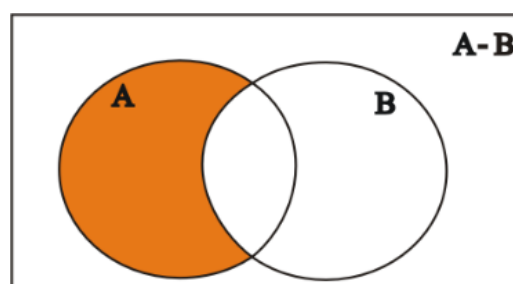


7.3. Diferença de Conjuntos

A diferença entre dois conjuntos, **$A - B$** , é o conjunto formado pelos **elementos de A que não pertencem a B**. É tudo que está no primeiro e não está no segundo, ou seja, é o conjunto A menos a interseção.

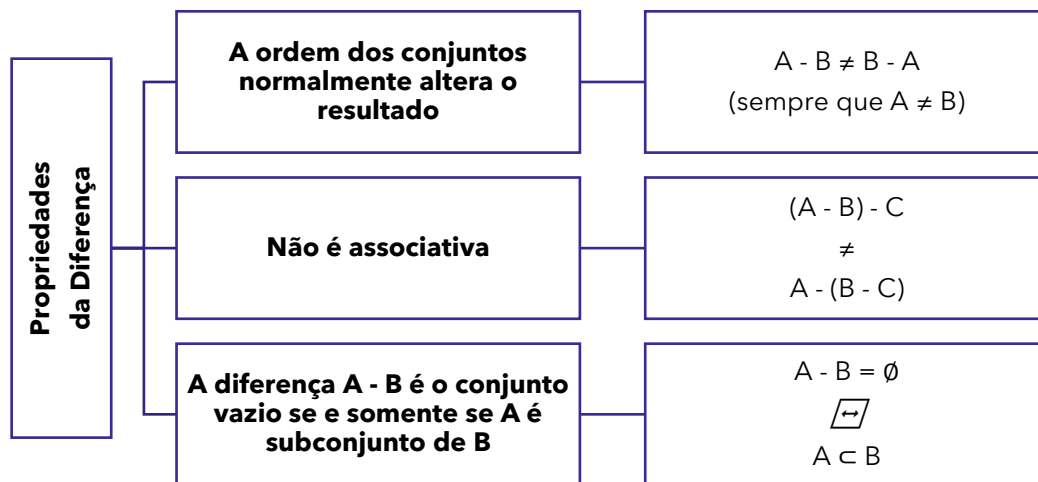
$$A - B = A \setminus B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \notin B\}$$

A **representação gráfica** da diferença entre dois conjuntos ($A - B$) é dada pelo seguinte desenho:



7.3.1. Propriedades da Diferença

A operação de diferença entre conjuntos possui algumas **propriedades**, as quais esquematizamos a seguir:

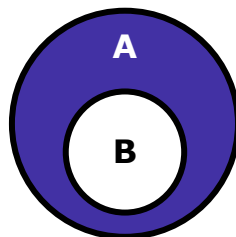


7.3.2. Complementar de um conjunto

O complementar de um conjunto é um caso particular da diferença entre dois conjuntos. Assim, dados dois conjuntos **A** e **B**, com $B \subset A$, a diferença **A - B** chama-se **complementar de B em relação a A**. Simboliza-se:

$$C_A^B = \bar{B} = A - B$$

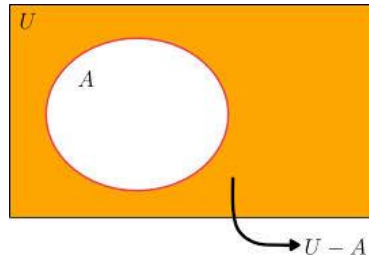
A **representação gráfica** do complemento do conjunto **B** em relação ao conjunto **A** é dada pelo seguinte desenho:



Cuidado com o **complementar de um conjunto A em relação ao conjunto universo U**. Batizamos este conjunto de **A'**, que é formado por **todos os elementos que não pertencem ao conjunto A**, ou seja:

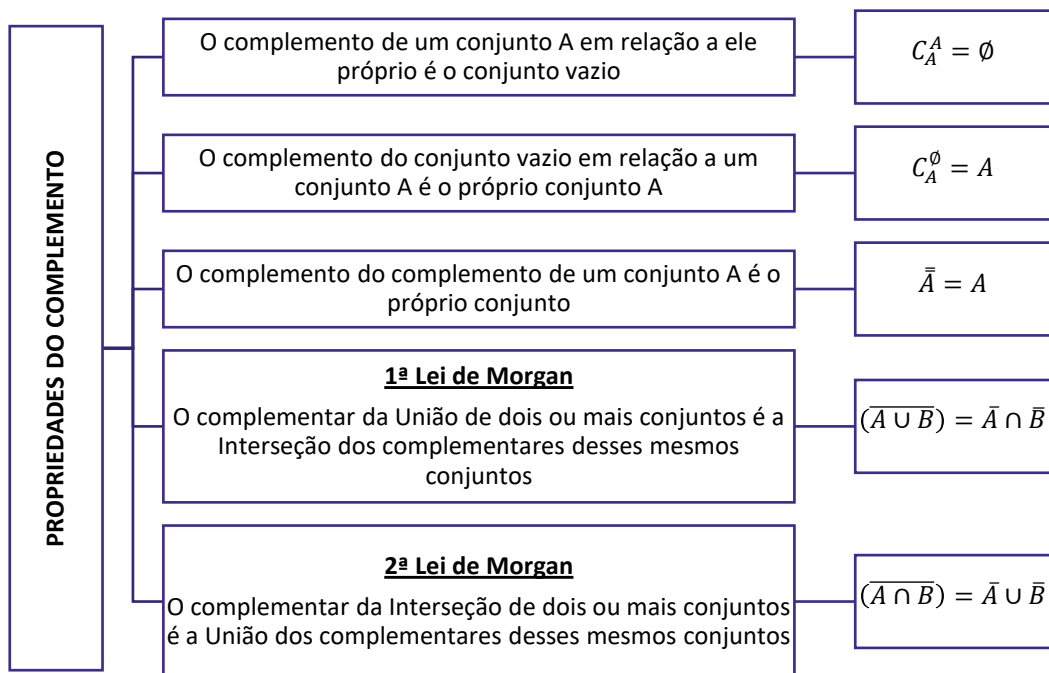
$$C_U^A = A' = U - A = \{x \mid x \notin A\}$$

A **representação gráfica** do complemento do conjunto **A** em relação ao conjunto Universo é dada pelo seguinte desenho:



7.3.2.1. Propriedades do Complementar de um Conjunto

A operação de complementar de um conjunto possui algumas **propriedades**, as quais esquematizamos a seguir:



8. Número de elementos dos conjuntos

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(A \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

Por fim, a equação abaixo nos mostra o número de elementos da diferença, de acordo com a conceituação que demos aqui no nosso resumo:

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B)$$

9. Conjuntos Numéricos

9.1. Números Naturais

Os **números naturais** têm esse nome por serem aqueles mais intuitivos, de “contagem natural”. Simbolizamos por um $\mathbb{N}$ (**n** maiúsculo). Ele é formado por todos os números **inteiros não negativos**, tendo como primeiro elemento o **número zero**:

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$$

Um importante **subconjunto de** $\mathbb{N}$ é chamado de $\mathbb{N}^*$ e é dado por todos os **números naturais estritamente positivos**, ou seja, o conjunto $\mathbb{N}$ excluindo-se o zero, o asterisco simboliza a exclusão do número zero.

$$\mathbb{N}^* = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$$

9.2. Números Inteiros

Os **números inteiros** são os **números naturais e seus respectivos simétricos** (negativos). Inclusive o número zero faz parte dos inteiros, por definição. Simbolizamos por um $\mathbb{Z}$ (**z** maiúsculo).

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$$

Observe que todos os elementos do conjunto dos números naturais também pertencem ao conjunto $\mathbb{Z}$, de modo que **$\mathbb{N}$ é um subconjunto de $\mathbb{Z}$, uma vez que os inteiros contêm os naturais**:

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$$

9.3. Números Racionais

O conjunto dos **números racionais** abrange os **quocientes** ou resultados de divisões entre números inteiros, daí a origem do seu símbolo $\mathbb{Q}$ (**q** maiúsculo).

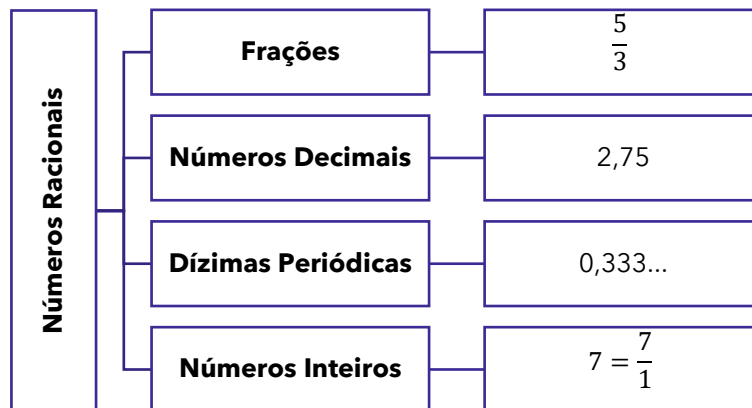
Dessa maneira, os elementos deste conjunto **podem ser representados na forma de fração em que os dois são números inteiros**. Isto é, são aqueles números que podem ser escritos na forma $\frac{a}{b}$ (lê-se: a dividido por b), em que **a** e **b** são números inteiros.

$$\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$$

Portanto, agora podemos definir formalmente o conjunto dos números racionais:

$$\mathbb{Q} = \left\{x \mid x = \frac{a}{b}, \text{ em que } a \text{ e } b \in \mathbb{Z}, \text{ com } b \neq 0\right\}$$

Além disso, destacamos que no conjunto dos números racionais temos basicamente 4 tipos de números:



Assim, toda **fração**, todo **número decimal**, toda **dízima periódica** e todo **número inteiro** pertencem ao conjunto $\mathbb{Q}$.

9.4. Números Irracionais

Os **Números Irracionais**, simbolizados por I (i maiúsculo), são aqueles que, ao contrário dos Racionais, **não podem ser obtidos da divisão de dois inteiros** e são formados por uma **sequência infinita de algarismos**, lembrando que as dízimas periódicas não são irracionais, pois são números que podem ser representados por uma fração (fração geratriz).

O conhecido número π ("pi"), muito utilizado na trigonometria, possui infinitas casas decimais que não se repetem como em uma dízima periódica, o que faz dele um número irracional:

$$\pi = 3,1415926535...$$

9.5. Números Reais

O conjunto dos **Números Reais**, simbolizado por um $\mathbb{R}$ (r maiúsculo), é formado pela **união dos números Racionais e Irracionais**:

$$\mathbb{R} = \{x \in \mathbb{R} \mid x \in \mathbb{Q} \text{ ou } x \in I\}$$

Desta forma, podemos dizer que o conjunto dos **Números Naturais** está contido no dos **Inteiros**, que está contido no dos **Racionais**, que está contido no dos **Reais**:

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$$

Além disso, também afirmamos que o conjunto dos Números **Irracionais** está contido no dos Números **Reais**:

$$I \subset \mathbb{R}$$

