Aula 06

BNB - Raciocínio Lógico e Quantitativo - 2023 (Pré-Edital)

Autor:

Equipe Exatas Estratégia Concursos

14 de Abril de 2023

Índice

TEORIA DOS CONJUNTOS

Introdução à Teoria dos Conjuntos

Definição de Conjunto

Iniciaremos o nosso estudo da matemática pela **Teoria dos Conjuntos**. A escolha desse conteúdo é **cuidadosamente pensada** para que você possa formar **uma base sólida,** que lhe servirá de alicerce na construção de toda matemática necessária a sua prova.

A palavra "conjunto" significa exatamente o que você deve estar pensando: uma espécie de **grupo, lista** ou **uma coleção** de determinado objeto. Observe alguns exemplos de **como podemos representar** conjuntos na matemática:

- $A = \{a, b, c, d, e\}$
- $B = \{0, 2, 4, 6, 8\}$

O conjunto A é formado pelas **5 primeiras letras** no nosso alfabeto. O conjunto B é formado por **5 números pares**. O conjunto C é formado por **10 números ímpares**. Você pode estar se perguntando: *só podemos fazer conjuntos de números e letras?*

A resposta é não! Podemos criar conjuntos de basicamente qualquer coisa, desde um conjunto representando **os funcionários de determinada empresa** a **conjuntos formados por outros conjuntos!** Por exemplo, o conjunto E lista alguns professores de exatas do Estratégia Concursos.

- $E = \{Francisco, Eduardo, Vinicius, Luana, Djefferson\}$

Primeiramente, note que um conjunto muitas vezes aparecerá com seus elementos listados **dentro de um par de chaves**. Por isso, sempre que for escrever algum conjunto, não esqueça de colocar seus elementos aqui dentro: { }. É também usual as pessoas nomearem seus conjuntos com letras maiúsculas, mas **isso não é mandatório, nem necessário,** em algumas situações.

Relação de Pertinência

Quando um elemento faz parte de determinado conjunto, dizemos que **o elemento PERTENCE ao conjunto**. Essa relação de pertinência **entre um elemento e um conjunto** é representada pelo símbolo $\in$.

- $b \in A$: **Lemos**: b **pertence** a A;
- $4 \in B$: **Lemos**: 4 **pertence** a B;

Atente-se à simbologia! Podemos dizer que um elemento **não pertence** a um determinado conjunto. Para isso, utilizamos o símbolo "não pertence": $\notin$.

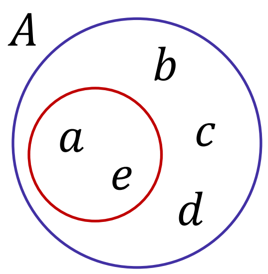
- $z \notin A$: z **não pertence** a A;
- $100 \notin B$: 100 **não pertence** a B;

Relação de Inclusão

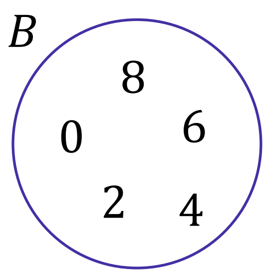
Existe mais um tipo de relação que devemos estudar: **a relação de inclusão**. Nesse tipo de relação, é estabelecido **um relacionamento entre dois conjuntos** e não mais entre um elemento e outro conjunto. Para isso, usamos uma simbologia específica que você deverá guardar: $\subset, \not\subset, \supset$ *e* $\not\supset$. Vamos ver com calma o que cada um deles diz! Considere: $\boldsymbol{A} = \{\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}, \boldsymbol{c}, \boldsymbol{d}, \boldsymbol{e}\}$, $\boldsymbol{B} = \{\mathbf{0}, \mathbf{2}, \mathbf{4}, \mathbf{6}, \mathbf{8}\}$ e $\boldsymbol{C} = \{\mathbf{1}, \mathbf{3}, \mathbf{5}, \mathbf{7}, \mathbf{9}, \mathbf{11}, \mathbf{13}, \mathbf{15}, \mathbf{17}, \mathbf{19}\}$.

- $\{a, e\} \subset A$: **Lemos**: $\{a, e\}$ **está contido** em A;
- $\{0, 2, 8\} \subset B$: **Lemos**: $\{0, 2, 8\}$ **está contido** em B;

Perceba que agora não estamos estabelecemos uma relação entre um elemento e um conjunto**. A relação de inclusão envolve <u>2 conjuntos</u>!** Diante disso, podemos introduzir um novo termo: **o subconjunto**. O subconjunto nada mais é do que **parte de um conjunto maior**. Quando dizemos, por exemplo, que $\{\boldsymbol{a}, \boldsymbol{e}\}$ **está contido em $\boldsymbol{A}$**, estamos dizendo, com outras palavras, que $\{a, e\}$ é um subconjunto de $\boldsymbol{A}$.



O diagrama acima ajuda a compreender a relação de inclusão. Observe que **o conjunto $\{\boldsymbol{a}, \boldsymbol{e}\}$ está inteiramente contido em $\boldsymbol{A}$**. Nessas condições, dizemos que $\{a, e\}$ está contido em A ou ainda que $\{a, e\}$ é um subconjunto de A. Algumas vezes, você poderá ver **o termo "parte" sendo usado como sinônimo de subconjunto**. Agora, imagine a seguinte situação:



Nesse caso, temos que $\{a, e\} \not\subset B$: **Lemos**: $\{a, e\}$ não está contido em B ou $\{a, e\}$ não é um subconjunto de B. Vamos ver mais alguns exemplos de quando **um conjunto não está contido em outro**:

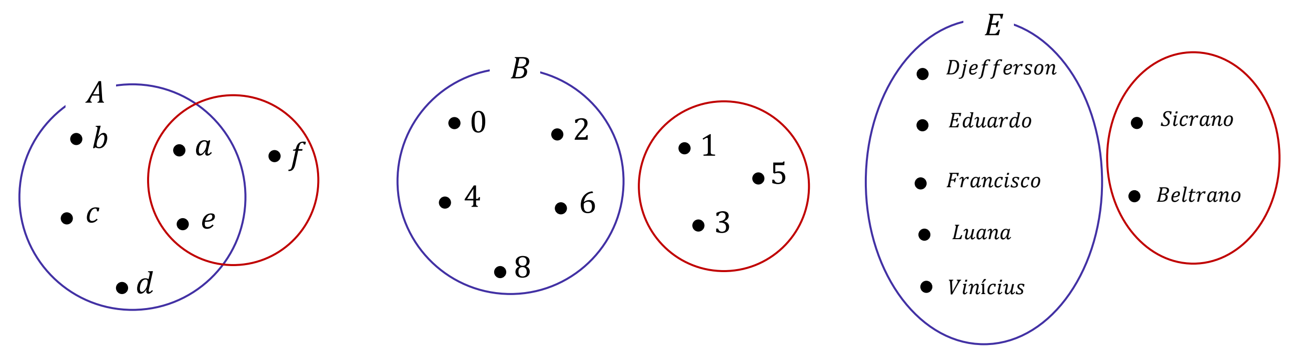
- $\{a, e, f\} \not\subset A$
- $\{1, 3, 5\} \not\subset B$

Perceba que **basta um elemento do conjunto não pertencer** ao conjunto maior que **não poderemos estabelecer uma relação de inclusão** entre os dois conjuntos e, portanto, dizemos que um não está contido no outro. Pessoal, **se $\{a, e\}$ está contido em A,** então também podemos dizer que **A contém $\{a, e\}$**. Quando queremos expressar essa ideia de que um conjunto maior contém determinado subconjunto, utilizamos o símbolo $\supset$.

- $A \supset \{a, e\}$: A **contém** $\{a, e\}$
- $B \supset \{0, 2, 8\}$: B **contém** $\{0, 2, 8\}$

Analogamente, podemos estender o raciocínio para quando queremos dizer que determinado conjunto **não contém outro**. Nessas situações, utilizamos $\not\supset$.

- $A \not\supset \{a, e, f\}$: A **não contém** $\{a, e, f\}$
- $C \not\supset \{0, 1\}$: C **não contém** $\{0, 1\}$



$A \not\supset \{a, e, f\}$ $\quad$ $B \not\supset \{1, 3, 5\}$ $\quad$ $E \not\supset \{Sicrano, Beltrano\}$

HORA DE PRATICAR!

(PREF. DE PINHAIS/2019) Considerando os conjuntos $A = \{1, 2, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $B = \{1, 3, 4, 5, 6, 9, 10\}$ e $C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, assinale a alternativa CORRETA:

A) O conjunto A está contido no conjunto B.

B) O conjunto B está contido no conjunto A.

C) O conjunto C está contido no conjunto B.

D) O conjunto C está contido no conjunto A.
E) O conjunto A está contido no conjunto C.

Comentários:

$$\boldsymbol{C} = \{\mathbf{1}, \mathbf{2}, \mathbf{3}, \mathbf{4}, \mathbf{5}, \mathbf{6}, \mathbf{7}, \mathbf{8}\}$$

Observe que os elementos destacados em vermelho **são exatamente todos os elementos do conjunto A**. Perceba, portanto, que **A está contido em C**.

Gabarito: Letra E.

Igualdade entre Conjuntos

Pessoal, dois conjuntos são considerados iguais (ou idênticos) se eles possuem **exatamente os mesmos elementos!** Todo elemento que estiver em um deve necessariamente estar no outro. Por exemplo, considere os conjuntos $A = \{1, 2, 3\}$ e $B = \{3, 2, 1\}$. Nessa situação, podemos escrever que $A = B$.

Professor, mas a ordem está diferente!

Não importa! O importante é que todos elementos de A são os mesmos elementos de B.

(MPE-GO/2022) Sejam x e y números tais que os conjuntos $\{0, 8, 2\}$ e $\{x, y, 2\}$ são iguais, podemos afirmar que:
A) $x = 0$ e $y = 8$
B) $x + y = 8$
C) $x < y$
D) $x + 2y = 8$

Comentários:
Para que os dois conjuntos sejam iguais, **seus elementos devem ser iguais**. Note que o "2" já aparece nos dois conjuntos, então não vamos nos preocupar com ele.

$$\{0, 8, 2\}$$

$$\{x, y, 2\}$$

Com isso, observe que **podemos ter duas situações**.

1ª situação) $x = 0$ e $y = 8$ 2ª situação) $x = 8$ e $y = 0$

Sabendo disso, vamos analisar as alternativas.

A) $x = 0$ e $y = 8$
Errado. Essa é a nossa primeira situação, que não é necessariamente verdade. Também é uma possibilidade o caso em que $x = 8$ e $y = 0$.

B) $x + y = 8$
Correto. Esse é nosso gabarito, pessoal. Verifique que **independentemente da situação**, sempre vamos ter $x + y = 8$. Afinal, sempre um vai ser 0 (zero) e o outro será 8 (oito), de forma que a soma é sempre 8 (oito).

C) $x < y$
Errado. Essa afirmação é verdade apenas para a primeira situação. Como podemos ter o caso em que $x = 8$ e $y = 0$, tem-se também que x pode ser maior que y.

D) $x + 2y = 8$
Errado. Essa equação é válida apenas para a segunda situação. No caso em que $x = 0$ e $y = 8$, já é possível verificar que ela é inválida.

Gabarito: LETRA B.

Subconjuntos

Vamos aprofundar um pouco o nosso estudo sobre **os subconjuntos**. Para começar, tente dizer quais são os subconjuntos do conjunto $A = \{a, b\}$. *Pronto?* Observe como fica:

Conjunto	Subconjuntos
$A = \{a, b\}$	$\emptyset$
	$\{a\}$
	$\{b\}$
	$\{a, b\}$

A tabela acima lista todos os subconjuntos que podemos formar utilizando o conjunto A. Sabendo disso, podemos escrever as seguintes relações:

- $\emptyset \subset A$
- $\{a\} \subset A$
- $\{b\} \subset A$
- $\{a, b\} \subset A$

Devemos falar um pouco do **conjunto vazio e conjunto unitário**. O conjunto vazio, como o próprio nome sugere, **é um conjunto que não possui elementos**! É representado por meio do **símbolo** $\emptyset$ mas também pode aparecer como um simples par de chaves $\{\ \}$. Já **o conjunto unitário** é todo conjunto que **possui um único elemento**!

TOME NOTA!

O conjunto vazio é subconjunto de qualquer outro conjunto.

Seja X um conjunto genérico, então:

$$\emptyset \subset X \qquad ou \qquad \{\ \} \subset X$$

Observe que $\{a, b\} \subset A$, indicando que **qualquer conjunto é também um subconjunto de si mesmo**! Seja $B = \{a, b, c\}$. Vamos listar os seus subconjuntos também?

Conjunto	Subconjuntos
$B = \{a, b, c\}$	$\emptyset$
	$\{a\}$
	$\{b\}$
	$\{c\}$
	$\{a, b\}$
	$\{a, c\}$
	$\{b, c\}$
	$\{a, b, c\}$

Quando um subconjunto de B é diferente do próprio B, chamamos ele de **subconjunto próprio de B**. Por exemplo, $\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}$ são subconjuntos próprios de B. Já o subconjunto $\{a, b, c\}$ é denominado **impróprio** pois é igual ao próprio B! Com os conjuntos listados na tabela acima são subconjuntos de B, então podemos escrever:

- $\emptyset \subset B$
- $\{a\} \subset B$
- $\{b\} \subset B$
- $\{c\} \subset B$
- $\{a, b\} \subset B$
- $\{a, c\} \subset B$
- $\{b, c\} \subset B$
- $\{a, b, c\} \subset B$

Pessoal, observe que **os subconjuntos de um conjunto são apenas diferentes combinações de seus elementos**. Portanto, se você precisar listar os subconjuntos, siga os seguintes passos:

PRESTE MAIS ATENÇÃO!

Passo 1: O primeiro conjunto que você deve anotar como subconjunto é o **conjunto vazio**.
Passo 2: Depois, transforme em subconjunto cada elemento, um por um.
Passo 3: Em seguida, escreva os subconjuntos formado por pares de elementos.
Passo 4: Acabando os pares, pegue os trios e assim sucessivamente.

Seguindo essa receita, vamos listar os subconjuntos de $C = \{1, 2, 3\}$?

Passo 1: Você não deve esquecer que **o conjunto vazio é subconjunto de qualquer outro conjunto**, portanto:

$$\emptyset$$

Passo 2: Transformando cada elemento em um subconjunto, **um por um**.

$$\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}$$

Passo 3: Escrever os subconjuntos formado por **pares** de elementos.

$$\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2,3\}$$

Passo 4: Ir para os trios.

$$\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2,3\}, \{1, 2, 3\}$$

Como o conjunto C só possui 3 elementos, encerramos por aqui! Listamos todos os subconjuntos dele. Observe que quando tínhamos um conjunto com **2 elementos, obtivemos 4 subconjuntos**. Ao aumentar um elemento no conjunto, **passamos a ter 8 subconjuntos**. Será que é possível estabelecer uma fórmula para calcular **o número de subconjuntos baseado na quantidade de elementos de um conjunto**?

É possível sim e **a fórmula é bem simples**. Seja $\boldsymbol{n(A)}$ **o número de elementos de um conjunto** $\boldsymbol{A}$. Então, **o número de subconjuntos de** $\boldsymbol{A}$**,** $\boldsymbol{n_{S_A}}$, é dado por:

$$\boxed{n_{S_A} = 2^{n(A)}}$$

Por exemplo, vamos voltar no conjunto $C = \{1, 2, 3\}$. Como ele tem **três elementos**, para encontrar o número de subconjuntos de C, fazemos assim:

$$n_{S_C} = 2^{n(C)} \quad \rightarrow \quad n_{S_C} = 2^3 \quad \rightarrow \quad n_{S_C} = 8$$

Logo, C tem **oito subconjuntos**.

HORA DE PRATICAR!

(IDAF-AC/2020) Quantos subconjuntos possui o conjunto das vogais?

A) 10
B) 25
C) 32
D) 50

Comentários

Seja $\boldsymbol{V}$ o conjunto formado por **todas as vogais**, então temos que: $V = \{a, e, i, o, u\}$

O conjunto acima **possui 5 elementos**, sabemos que o número de subconjuntos de um conjunto depende da quantidade de elementos e é dado através de uma fórmula.

$$n_{S_V} = 2^{n(V)} \quad \rightarrow \quad n_{S_V} = 2^5 \quad \rightarrow \quad n_{S_V} = 32$$

Gabarito: Letra C.

Conjunto das Partes

Você sabia que **podemos juntar todos os subconjuntos de um conjunto para formar um novo conjunto**? Esse novo conjunto formado é denominado **conjunto das partes** e é representado pelo **símbolo** $\wp$. Por exemplo, os **conjuntos das partes** de $A = \{a, b\}$ e de $B = \{a, b, c\}$ são:

$$\wp(A) = \big\{\{\ \}, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\big\}$$
$$\wp(B) = \big\{\{\ \}, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}\big\}$$

Observe que $\wp(A)$ e $\wp(B)$ são **conjuntos formados por outros conjuntos**! Note ainda que **a sua quantidade de elementos é exatamente a quantidade de subconjuntos** calculada pela fórmula $\boldsymbol{nS_A = 2^{n(A)}}$. Um outro ponto que chamamos atenção é que, no conjunto das partes, listamos **o conjunto vazio** $\{\ \}$ explicitamente com um dos seus elementos.

(PREF. PETROLINA/2019) Dado um conjunto A, representa-se por $\wp(A)$ o conjunto formado por todos os subconjuntos de A – o chamado conjunto das partes que também costuma ser representado por 2^A. Se $A = \{\phi, \{\phi\}, 1, \{1\}\}$, qual das alternativas seguintes NÃO é elemento de $\wp(A)$?

A) ϕ

B) $\{\phi, 1\}$

C) $\{1, \{\phi, 1\}\}$

D) $\{\phi, \{\phi\}\}$

E) $\{1, \{1\}\}$

Comentários:

O jeito mais imediato de resolver a questão **é listar todos os subconjuntos de A**. Perceba que teremos $2^4 =$ **16 subconjuntos**. Para nos auxiliar, vamos usar uma tabela. Vale também destacar que **ϕ representa o conjunto vazio** e você deve lembrar que **o conjunto vazio é sempre subconjunto** de qualquer conjunto.

Conjunto	Subconjuntos	
$\{\phi, \{\phi\}, 1, \{1\}\}$	ϕ	$\{\{\phi\}, 1\}$
	$\{\phi\}$	$\{\{\phi\}, \{1\}\}$
	$\{\{\phi\}\}$	$\{1, \{1\}\}$
	$\{1\}$	$\{\phi, \{\phi\}, 1\}$
	$\{\{1\}\}$	$\{\phi, 1, \{1\}\}$
	$\{\phi, \{\phi\}\}$	$\{\phi, \{\phi\}, \{1\}\}$
	$\{\phi, 1\}$	$\{\{\phi\}, 1, \{1\}\}$
	$\{\phi, \{1\}\}$	$\{\phi, \{\phi\}, 1, \{1\}\}$

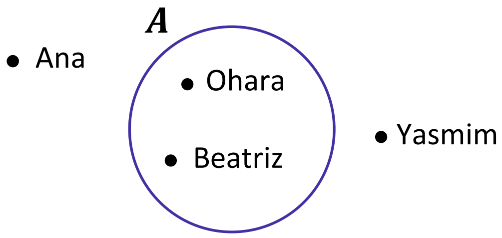
Ao listar os subconjuntos do conjunto A, percebemos que apenas o conjunto $\{1, \{\phi, 1\}\}$ não é elemento de $\wp(A)$. Isso acontece, pois, o conjunto $\{\phi, 1\}$ **não é elemento de A**.

Gabarito: Letra C.

União, Intersecção, Complementar e Diferença

Representação por Diagramas

Você deve ter visto ao longo da aula que **apareceram alguns conjuntos na forma de diagramas**. Esse tipo de representação é extremamente útil na resolução de questões, pois **possibilita uma melhor compreensão do problema**. Por exemplo, seja $\boldsymbol{A}$ o conjunto de funcionários de uma determinada empresa.



Todos aqueles que estão dentro do conjunto $\boldsymbol{A}$ **representam funcionários da empresa**. **Quem está fora, não é funcionário da empresa**. Olhando simplesmente para o diagrama, podemos dizer que:

- $Ohara \in A$;
- $Beatriz \in A$;
- $Yasmim \notin A$;
- $Ana \notin A$.

Esses diagramas são bastante conhecidos no meio matemático e possuem um nome especial: são os **Diagramas de Venn-Euler** ou, simplesmente, **Diagramas de Venn**. Esse tipo de representação é utilizado principalmente quando **precisamos representar vários conjuntos ao mesmo tempo**. Nos tópicos a seguir, usaremos bastante esses diagramas e você logo ficará habituado.

Existem diferentes maneiras de representarmos os conjuntos. A primeira dela é como estamos fazendo desde o começo da aula, como por exemplo, em $V = \{a, e, i, o, u\}$. Chamamos esse tipo de representação de "**representação por <u>enumeração</u>**".

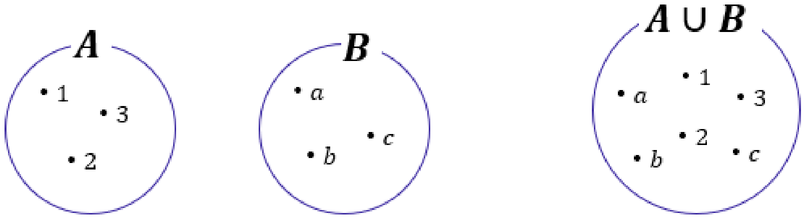
Ademais, temos a **representação por <u>propriedade</u>**. Para entender melhor, considere o mesmo conjunto V citado anteriormente. Ele também poderia ser escrito da seguinte forma: $\boldsymbol{V} = \{\mathbf{x} \mid \mathbf{x} \text{ é } \mathbf{vogal}\}$.

Na prática, podemos ler tal conjunto da seguinte forma: **V é o conjunto dos elementos de x, <u>tal que</u> x é vogal**. Lemos essa barrinha vertical como **"tal que"**. **Não esqueça!**

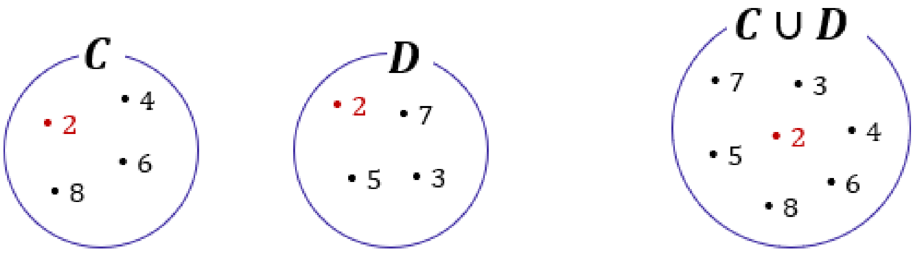
Por fim, temos a **representação por <u>diagramas</u>** que estudamos agora a pouco! Fechou?

União

Nessa parte da nossa aula, veremos que existem **várias operações** que os conjuntos podem se submeter. A mais conhecida talvez seja **a união (ou reunião) de conjuntos**. A união de conjuntos é representada pelo **símbolo** $\cup$ e, basicamente, **funde dois conjuntos em um só**.



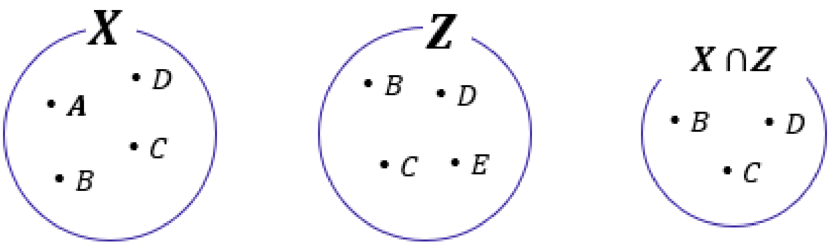
No diagrama acima, temos que $\boldsymbol{A = \{1, 2, 3\}}$ e $B = \{a, b, c\}$. Quando fazemos a união de A e B, criamos um conjunto que possui **todos os elementos dos dois conjuntos**, $\boldsymbol{A \cup B = \{1, 2, 3, a, b, c\}}$. Haverá casos em que os conjuntos possuirão um mesmo elemento e, quando for necessário fazer a união dos dois, **você não precisará escrever duas vezes o elemento repetido**. Observe um exemplo nos diagramas abaixo.



Note que **o 2 é um elemento comum aos dois conjuntos**: $C = \{2, 4, 8, 6\}$ e $D = \{2, 3, 5, 7\}$. Nessas situações, quando fazemos a união de conjuntos que possuem elementos em comum, **esse elemento não vai aparecer duas vezes no conjunto união**! Confira que $C \cup D = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, **o 2 aparece apenas uma vez**.

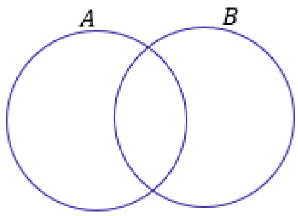
Intersecção

A operação que seleciona **os elementos comuns entre dois ou mais conjuntos é denominada intersecção e é representada por** $\cap$. Por exemplo, nos diagramas acima o número 2 é o único elemento comum entre C e D. Logo, o conjunto intersecção será formado apenas pelo elemento 2: $\boldsymbol{C \cap D = \{2\}}$. Veja mais um exemplo.

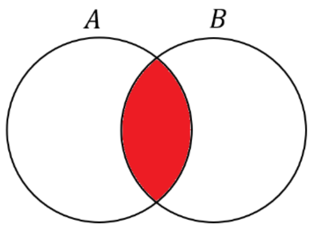


Temos que $X = \{A, B, C, D\}$ e $Z = \{B, C, D, E\}$. São dois conjuntos distintos, mas que **possuem alguns elementos em comum**. Os elementos B, C *e* D aparecem nos 2 conjuntos e formam o conjunto intersecção: $\boldsymbol{X \cap Z = \{B, C, D\}}$.

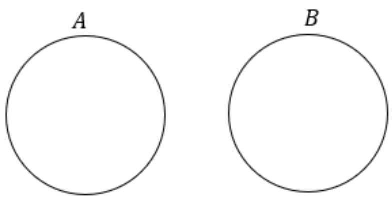
Quando dois conjuntos **possuem elementos em comum**, podemos representá-los assim:



Essa região comum representa exatamente a sua intersecção. Os elementos que estão na região em **vermelho** abaixo **pertencem simultaneamente aos conjuntos A e B**.

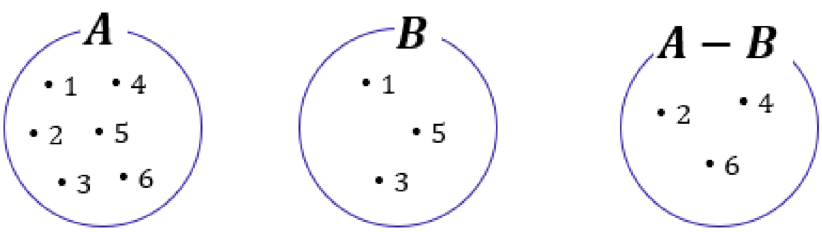


Caso os conjuntos não possuam elementos em comum, isto é, **não haja intersecção entre os dois**, nós vamos chamá-los de **disjuntos** e os representaremos utilizando círculos afastados um do outro.

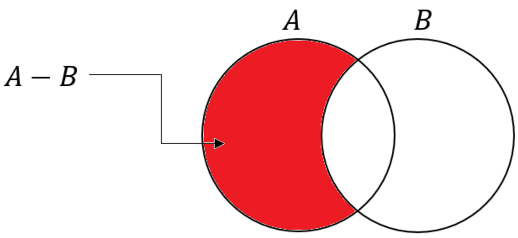


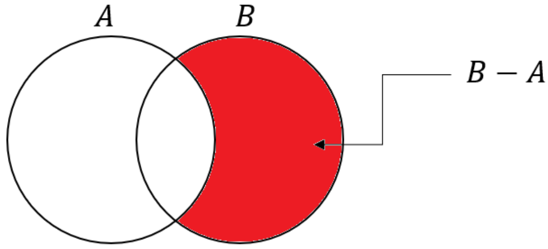
Diferença

Existe uma outra operação que é muito importante para a sua prova! Essa operação **é a diferença ou, como também é conhecida, a subtração de conjuntos**! O conjunto diferença é representado por $\boldsymbol{A - B}$ e é formado por **todos os elementos de A que não são elementos de B**! Por exemplo, considere os conjuntos:

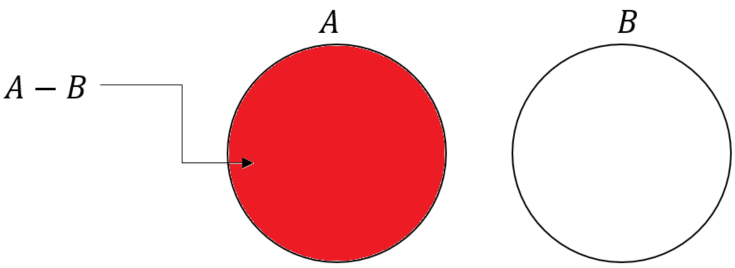


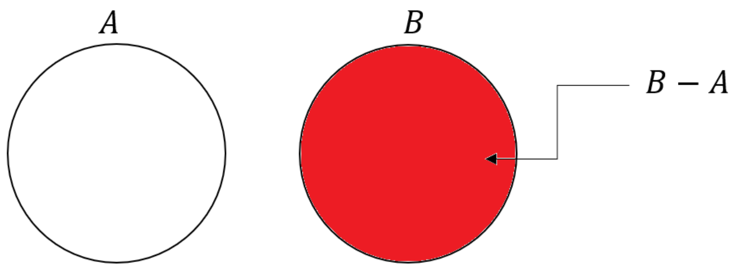
Observe que $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ e $B = \{1, 3, 5\}$. Para encontrar $A - B$, devemos selecionar **os elementos de A que não são elementos de B**! Ou seja, **aqueles elementos que são apenas elementos de A**! Observe que A e B possuem em comum os seguintes elementos: $A \cap B = \{1, 3, 5\}$. Logo, se $A = \{\mathbf{1}, 2, \mathbf{3}, 4, \mathbf{5}, 6\}$, então o $A - B = \{2, 4, 6\}$. Em diagramas, também é possível representar o conjunto diferença.





Um detalhe importante é que se A e B são **conjuntos disjuntos**, então $\boldsymbol{A - B = A}$ **e** $\boldsymbol{B - A = B}$. Veja como essa informação pode ser representada:





Vamos fazer alguns **exemplos numéricos** para visualizar ainda melhor essa última situação.

Considere os conjuntos $A = \{10, 20, 30\}$ e $B = \{40, 50\}$. Primeiramente, note que os conjuntos são disjuntos. *Mas qual é o motivo mesmo para eles serem disjuntos, professor?*

A e B são disjuntos pois não possuem elementos em comum! Nenhum sequer!! São totalmente diferentes um outro. *Tudo bem?!* Agora, lembre-se que **$A - B$ é o conjunto de elementos formados por todos os elementos de A que não são elementos de B**. Ora, nesse nosso exemplo, **<u>todos</u> os elementos de A não são elementos de B**!! Sendo assim, podemos escrever que:

$$A - B = \{10, 20, 30\} = A$$

HORA DE PRATICAR!

(PREF. LINHARES/2020) Dados os três conjuntos numéricos:

$A = \{1,2,3,4,5,6\}$,
$B = \{0,2,4,6\}$,
$C = \{1,3,5,7,9\}$.

O resultado de $(A - B) \cap C$ é igual a:
A) $\{1,3,5\}$
B) $\{1,3,5,7,9\}$
C) $\{0,1,3,5,7,9\}$
D) $\{2,4,6\}$
E) $\{0\}$

Comentários:
Primeiramente, devemos **fazer a diferença entre o conjunto A e B**. Lembre-se, quando tivermos a diferença entre dois conjuntos, por exemplo, $A - B$, estamos procurando **o conjunto dos elementos de A que não são elementos de B**. Na nossa questão, temos que:

$$A = \{1,2,3,4,5,6\}$$
$$B = \{0,2,4,6\}$$

Primeira pergunta: **quais elementos estão ao mesmo tempo em A e em B**? Observe que **2, 4 e 6** são os três **elementos comuns** aos dois conjuntos. ***Segunda pergunta:*** que conjunto é formado quando eu removo esses elementos em comum do conjunto A? **É exatamente o conjunto diferença**!

$$A = \{1, \mathbf{2}, 3, \mathbf{4}, 5, \mathbf{6}\}$$
$$A - B = \{1, 3, 5\}$$

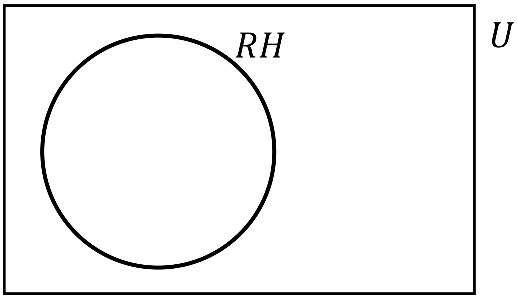
A questão não termina aqui. Ainda devemos fazer a intersecção desse conjunto com o C. **Note que C possui todos os três elementos do nosso conjunto diferença**. Portanto, **coincidentemente**, vamos ter que:

$$(A - B) \cap C = \{1, 3, 5\}$$

Gabarito: Letra A.

Complementar

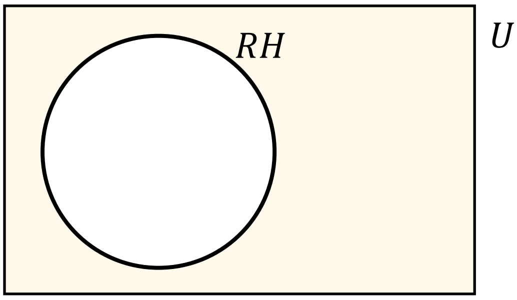
Quando falamos de um determinado conjunto, normalmente **estamos destacando determinado grupo dentro de um universo maior**. Por exemplo, podemos formar um conjunto dos funcionários especializados em RH de uma empresa. Esse grupo de funcionários foi retirado de um conjunto maior: **o conjunto formado por todos os funcionários da empresa**. Acompanhe o diagrama abaixo.



Observe que o conjunto formado por aqueles especializados em RH está contido dentro de um conjunto U. **Esse conjunto maior é frequentemente chamado de conjunto universo** e, nesse exemplo, poderia representar **o conjunto de todos os funcionários da empresa**.

Quer um outro exemplo? Imagine um conjunto formado por todas as vogais: $V = \{a, e, i, o, u\}$. Em um problema que estamos trabalhando com esse conjunto, qual seria o conjunto universo? O conjunto universo nessa situação seria o conjunto formado por todas as letras do alfabeto: $U = \{a, b, c, d, e, f, \dots, x, y, z\}$.

Quando estamos falando de conjunto universo, um novo conceito surge: **o conjunto complementar**. Lembre-se do conjunto que inventamos com os funcionários de uma empresa especializados em RH. *Qual o complementar desse conjunto?* Seria o conjunto formado por **todos os outros funcionários da empresa que <u>não</u> são especializados em RH!** Vamos mostrar no diagrama.



O complementar do conjunto RH é representado pela **parte pintada em amarelo**. *E no nosso exemplo das letras?* Qual o complementar do conjunto formado apenas pelas vogais? Ora, é **o conjunto formado por todas as outras letras que não são vogais, isto é, o conjunto das consoantes**! Para determinar o complementar de qualquer conjunto, **é de fundamental importância conseguir identificar qual é o conjunto universo**.

A notação utilizada para representar o complementar de um conjunto X é $\boldsymbol{X^C}$ **ou** $\boldsymbol{\overline{X}}$. Representamos o conjunto complementar com esse "expoente" C ou uma barra em cima. Ademais, podemos definir o conjunto complementar utilizando o que acabamos de ver **sobre conjunto diferença**.

$$\boxed{\boldsymbol{\overline{X} = X^C = U - X}}$$

Veja que utilizando a definição acima, temos que o conjunto complementar X^C é formado por **tudo que está no conjunto universo, mas não está em $\boldsymbol{X}$**.

Princípio da Inclusão-Exclusão

Pessoal, muitas vezes vamos precisar **determinar o número de elementos de um conjunto**. Essa tarefa de contar **pode ficar um pouco complicada quando temos elementos que pertencem a mais de um conjunto**, pois, nesses casos, **devemos eliminar as repetições** para não contar o mesmo elemento duas vezes.

Nesse sentido, surge o Princípio da Inclusão-Exclusão (PIE). Esse princípio possibilita uma contagem exata da quantidade de elementos **de um conjunto formado pela união de vários outros, mesmo que contenham intersecções**.

➢ 2 Conjuntos

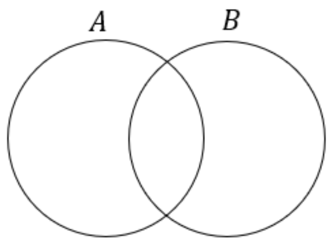
Imagine **dois conjuntos A e B com elementos em comum**. Se $n(A)$ é o número de elementos de A e $n(B)$ é o número de elementos de B, quanto vale $n(A \cup B)$?

TOME NOTA!

$$\boxed{\boldsymbol{n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)}}$$

Vamos tentar entender o caminho das pedras para chegar na relação acima. Considere os conjuntos:

- $A = \{1, 2, 3\} \quad \Rightarrow \quad n(A) = 3$
- $B = \{3, 4, 5\} \quad \Rightarrow \quad n(B) = 3$
- $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\} \quad \Rightarrow \quad n(A \cup B) = 5$
- $A \cap B = \{3\} \quad \Rightarrow \quad n(A \cap B) = 1$



Observe que **apesar da união entre A e B ser uma espécie de fusão entre os dois conjuntos**, o número de elementos na união, na maioria dos casos, **não é a soma direta do número de elementos de A com o número de elementos de B**.

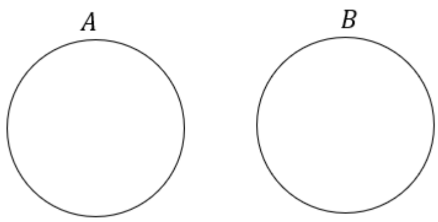
Perceba que **o elemento 3 aparece tanto em A como em B** e ao somar o número de elementos dos dois conjuntos **devemos considerar que estamos somando o mesmo elemento duas vezes!** É por isso esse motivo que devemos subtrair a quantidade de elementos que estão na intersecção. Já para **conjuntos disjuntos** temos que:

TOME NOTA!

$$\boxed{\boldsymbol{n(A \cup B) = n(A) + n(B)}}$$

pois:

$$\boldsymbol{n(A \cap B) = 0}.$$



(PREF. SÃO GONÇALO/2022) Em uma empresa na qual trabalham 116 pessoas, sabe-se que:

- 72 têm ensino médio completo;
- 64 sabem usar o EXCEL;
- 35 têm ensino médio completo e sabem usar o EXCEL.

O número de funcionários dessa empresa que não têm ensino médio completo e não sabem usar o EXCEL é:
A) 13
B) 14
C) 15
D) 16

Comentários:
Vamos usar o **Princípio da Inclusão-Exclusão** para resolver esse problema. Inicialmente, considere "**M**" como o conjunto formado por todos aqueles que têm o ensino médio. Além disso, considere "**X**" como o conjunto formado por todos aqueles que sabem usar o EXCEL. Com as informações do enunciado, temos que:

$$n(M) = 72 \qquad n(X) = 64 \qquad n(M \cap X) = 35$$

Do princípio da inclusão-exclusão, sabemos que:

$$n(M \cup X) = n(M) + n(X) - n(M \cap X)$$

Substituindo as informações que temos,

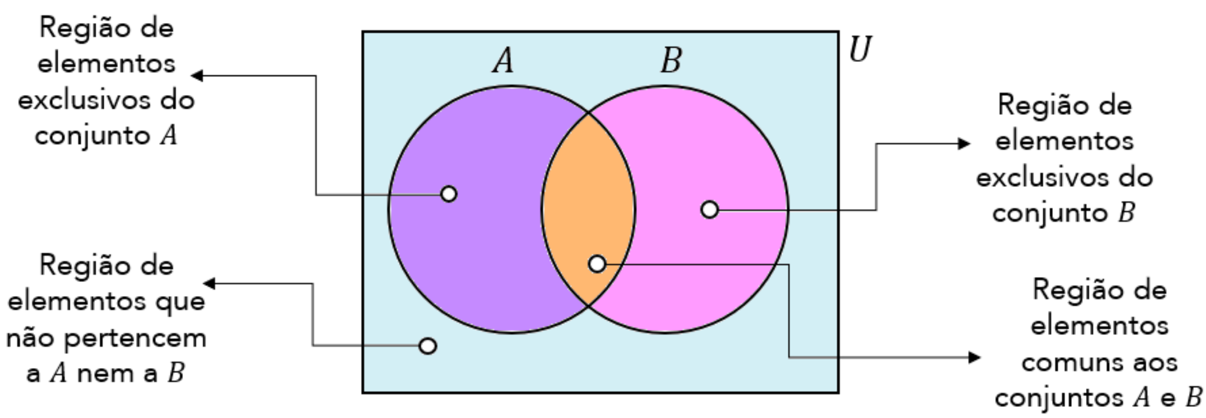
$$n(M \cup X) = 72 + 64 - 35 \quad \rightarrow \quad \boxed{\boldsymbol{n(M \cup X) = 101}}$$

Note que a união desses dois conjuntos tem 101 pessoas. Por sua vez, o enunciado disse que **o número total de funcionários dessa empresa é 116.** Com isso, a quantidade de funcionários que não possuem ensino médio e não sabem usar o EXCEL é exatamente **a diferença entre o total de funcionário e $\boldsymbol{n(M \cup X)}$**. Assim,

$$116 - 101 = 15$$

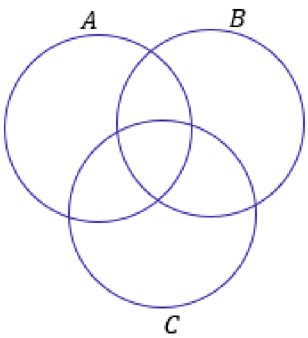
Gabarito: LETRA C.

A verdade é que **não precisamos decorar fórmulas** para responder questões que envolva esse princípio. Utilizando **um pouco de lógica e diagramas de Venn**, podemos encontrar a quantidade de elemento de cada conjunto envolvido em um problema típico de Princípio da Inclusão-Exclusão. Antes disso, quero deixar claro para vocês **o significado de cada uma das regiões** no seguinte diagrama:

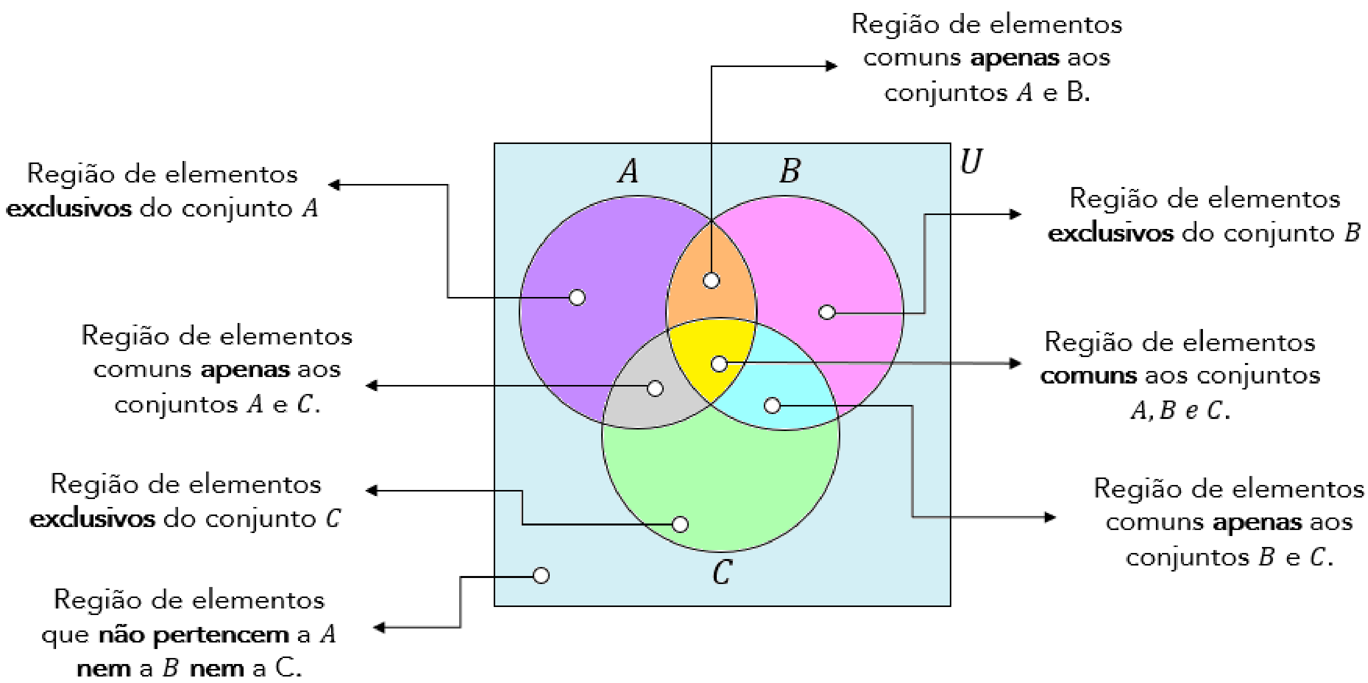


➢ 3 Conjuntos

Imagine que você tem 3 conjuntos, **cada conjunto possui elementos em comum com os outros dois**. A situação **mais completa** que podemos imaginar está representada pelo diagrama abaixo.



Vamos fazer **uma leitura** de cada uma das regiões da figura acima?



Observe que **o número de regiões com três conjuntos aumenta bastante** em relação à análise anteriormente feita com dois. Agora, considere que **você conhece a quantidade** de elementos de cada um dos conjuntos cima, isto é, $\boldsymbol{n(A)}$**,** $\boldsymbol{n(B)}$ **e** $\boldsymbol{n(C)}$**.**

Como você faria para encontrar $\boldsymbol{n(A \cup B \cup C)}$ *? Será que é só somar as três quantidades?* **A resposta para essa pergunta é não!** Precisamos ter atenção aos **elementos que podem pertencer a mais de um conjunto**.

Segundo o Princípio da Inclusão- Exclusão, a fórmula geral que permite calcular a quantidade de elementos de um **conjunto formado pela união de outros três** é dada por:

TOME NOTA!

$$\boxed{\boldsymbol{n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)}}$$

Vamos tentar entender com ela surge? Note que para achar a quantidade de elementos do conjunto união, primeiro **somamos individualmente as quantidades de cada um dos conjuntos**.

$$\boldsymbol{n(A) + n(B) + n(C)}$$

No entanto, nós vimos que, ao fazer isso, **não estamos considerando os elementos que podem pertencer a mais de um conjunto**. Essa soma dará, certamente, uma quantidade de elementos maior do que a quantidade real. *Mas, então, o que fazer?* **É preciso subtrair as quantidades dos elementos que estão nas intersecções, evitando assim a dupla contagem**.

$$\boldsymbol{n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C)}$$

Perceba que a fórmula ainda não está completa. Imagine um elemento que é **comum a todos os 3 conjuntos**, isto é, pertence a $A \cap B \cap C$. Esse elemento pertence tanto a A, quanto a B e a C. Quando fizemos a soma $n(A) + n(B) + n(C)$, **contamos ele três vezes**!

Quando fizemos a subtração $-n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C)$ estamos **tirando ele três vezes**! **Resultado: não estamos contando os elementos de** $\boldsymbol{A \cap B \cap C}$. Por esse motivo, **adicionamos** $\boldsymbol{n(A \cap B \cap C)}$**.** Logo,

$$\boxed{\boldsymbol{n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)}}$$

Eu sei que a fórmula **pode parecer um pouco complicada**, mas garanto que com **um pouco de paciência e resolução de exercícios**, ela se tornará **mais amigável e bastante intuitiva**! Além disso, também ensinarei um jeito que vocês poderão utilizar **caso não lembrem da fórmula**. Algumas vezes, no entanto, **a questão pode exigir a aplicação direta dela**. Confira o exercício abaixo.

HORA DE PRATICAR!

(IFF/2018) Para um conjunto qualquer X, $n(X)$ representa a quantidade de elementos de X. Nesse sentido, considere que os conjuntos A, B e C tenham as seguintes propriedades:

$$n(A) = n(B) = n(C) = 50;$$
$$n(A \cap B) = n(A \cap C) = n(B \cap C) = 10;$$
$$n(A \cap B \cap C) = 0.$$

Nessa situação, $n(A \cup B \cup C)$ é igual a
A) 100.
B) 110.
C) 120.
D) 130.
E) 140.

Comentários:
Percebam que essa questão exige apenas **a aplicação direta da fórmula** que acabamos de ver.

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

$$n(A \cup B \cup C) = 50 + 50 + 50 - 10 - 10 - 10 + 0$$

$$n(A \cup B \cup C) = 120$$

Gabarito: Letra C.

Em algumas questões **não precisaremos aplicar diretamente a fórmula acima**. Será necessário um trabalho mais braçal da nossa parte, para chegar à resposta. Muitas vezes a questão pede valores específicos que vão surgir de uma maneira mais fácil **se a gente for completando o diagrama de Venn** com as quantidades.

Por favor, **dê mais olhada naquele "mapa" que mostrei logo no início desse tópico**, destacando as regiões e o seu significado.

Questões Comentadas - Cebraspe

União, Intersecção, Complementar e Diferença

1. (CESPE/COGE-CE/2019) Segundo o portal cearatransparente.ce.gov.br, em 2018, dos 184 municípios do estado do Ceará, 4 celebraram exatamente 1 convênio com o governo estadual, 22 celebraram exatamente 2 convênios com o governo estadual, e 156 celebraram 3 ou mais convênios com o governo estadual. De acordo com o texto, se, para cada $j = 0, 1, 2, ...,$ M_j for o conjunto dos municípios cearenses que celebraram, pelo menos, j convênios com o governo estadual, então o conjunto dos municípios que não celebraram nenhum convênio com o governo do estado será representado pelo conjunto

A) M_0
B) $M_1 - M_0$
C) $M_1 \cap M_0$
D) $M_0 - M_1$
E) $M_0 \cup M_1$

Comentários:

Se M_j representa o conjunto dos municípios que celebram, pelo menos, j convênios, **M_0 é o conjunto dos municípios que celebram, pelo menos, "zero convênios"**. Em outras palavras, basicamente todos os municípios estão inseridos nesse conjunto, pois **incluem aqueles que não fazem nenhum convênio e aqueles que fazem qualquer número**.

Para obter o conjunto dos munícipios que não celebraram nenhum convênio, **devemos retirar do conjunto M_0 todos os munícipios que celebram 1 ou mais convênios**. Isso é representado por $M_0 - M_1$.

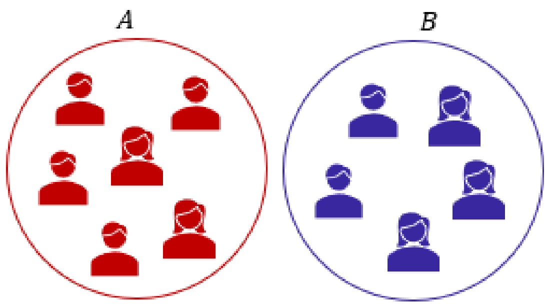
Gabarito: LETRA D.

2. (CESPE/TRF-1/2017) Em uma reunião de colegiado, após a aprovação de uma matéria polêmica pelo placar de 6 votos a favor e 5 contra, um dos 11 presentes fez a seguinte afirmação: "Basta um de nós mudar de ideia e a decisão será totalmente modificada." Considerando a situação apresentada e a proposição correspondente à afirmação feita, julgue o próximo item.

Se A for o conjunto dos presentes que votaram a favor e B for o conjunto dos presentes que votaram contra, então o conjunto diferença A\B terá exatamente um elemento.

Comentários:

É possível representar os conjuntos A e B conforme o diagrama abaixo.



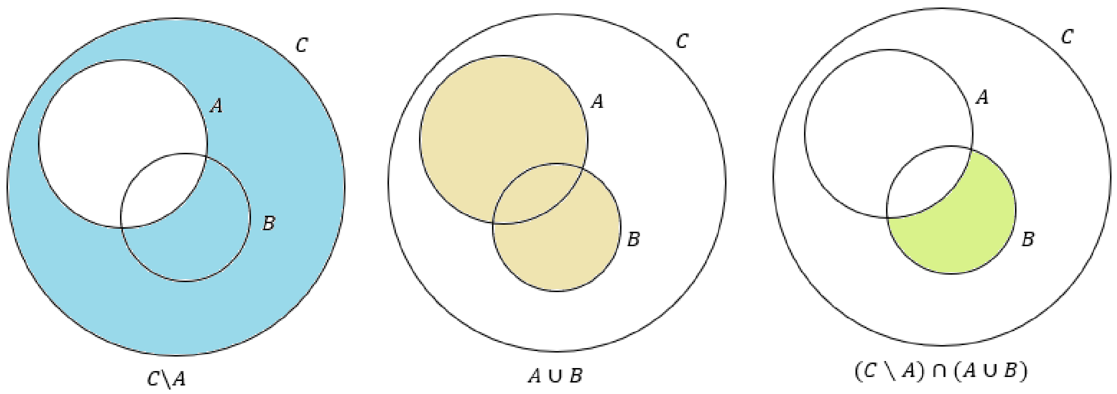
Observe que **não há intersecção entre A e B**, pois, **uma mesma pessoa não pode pertencer aos dois conjuntos**. Isso ocorre devido a **impossibilidade de se votar a favor e contra simultaneamente**. Portanto, sabemos que quando **A e B são disjuntos, então temos que $A \backslash B = A$**. Como A tem seis elementos, então A\B terá também seis elementos e **não apenas um**, como indica o item.

Gabarito: ERRADO.

3. (CESPE/INSS/2015) Julgue o item a seguir, relativos a raciocínio lógico e operações com conjuntos.

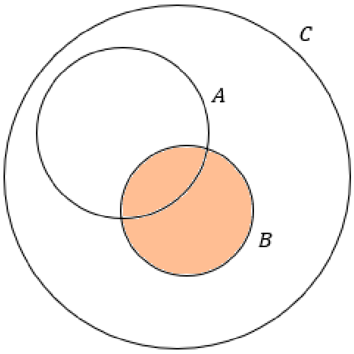
Se A, B e C forem conjuntos quaisquer tais que $A, B \subset C$, então $(C \setminus A) \cap (A \cup B) = C \cap B$.

Comentários:
Na minha opinião, a melhor forma de resolver esse tipo de exercício é por meio de desenhos. No entanto, antes de trazer qualquer imagem, gostaria de lembrar que **$C \backslash A$ é a mesma coisa que $C - A$**. Logo, **são os elementos de C que não são elementos de A**.



Olhem a figura acima. Veja que **A e B estão dentro de C pois o enunciado informa que $A, B \subset C$**. Como o enunciado não fala se A e B são disjuntos, podemos considerar que eles possuem uma intersecção entre si, conforme a imagem. **A região pintada corresponde exatamente ao resultado da operação**.

Por exemplo, **$C \backslash A$ está representada por toda região de azul**. $A \cup B$ por toda a região marrom. Por fim, quando tiramos a intersecção desses dois conjuntos, ficamos com a área verde. Esse é o lado esquerdo da equação do enunciado. Para que a equação seja verdadeira, **o lado direito deve representar exatamente a mesma região**. No entanto, note que:



$C \cap B$

Veja que **as regiões são diferentes** e, portanto, **a equação não bate**. Logo, o item está incorreto.

Obs.: Para a equação ser verdadeira **A e B devem ser disjuntos**. Como exercício, mostre esse fato! Basta observar as áreas, considerando que A e B não possuem intersecção.

Gabarito: ERRADO.

QUESTÕES COMENTADAS - CEBRASPE

Princípio da Inclusão-Exclusão

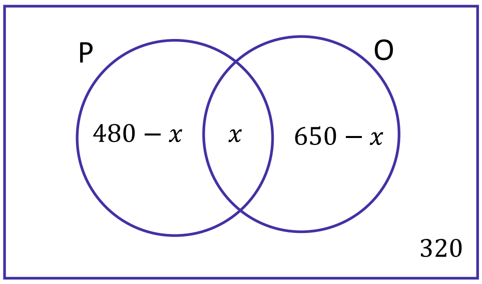
1. (CESPE/FUNPRESP-EXE/2022) A seguir, são apresentadas informações obtidas a partir de uma pesquisa realizada com 1.000 pessoas.

- 480 possuem plano de previdência privada;
- 650 possuem aplicações em outros tipos de produtos financeiros;
- 320 não possuem aplicação em nenhum produto financeiro.

Com base nessa situação hipotética, julgue o item seguinte.

Há mais pessoas que não possuem aplicações em nenhum produto financeiro que pessoas que possuem simultaneamente plano de previdência privada e aplicações em outros produtos financeiros.

Comentários:
Vamos desenhar os diagramas, moçada!



Para a compreensão do diagrama, considere "P" o conjunto formado por aquelas pessoas que possuem plano de **previdência privado**. Por sua vez, "O" é o conjunto formado por aquelas pessoas que possuem aplicação em **outros** tipos de produtos financeiros. Além disso, observe que:

1) "x" representa a quantidade de pessoas que possuem **tanto a previdência privada quanto outros tipos de produto financeiro**.

2) Se **480** é o total de elementos do conjunto "P", então podemos concluir que "$480 - x$" é o número de pessoas que possuem **apenas a previdência privada**.

3) Da mesma forma, se 650 é o total de elementos do conjunto "O", então podemos concluir que "$650 - x$" é o número de pessoas que possuem **apenas outros tipos de produtos financeiros**.

4) Por fim, temos 320 "fora" dos dois conjuntos, indicando quantas pessoas **não possuem nenhuma das aplicações financeiras**.

A pesquisa foi realizada com **1.000 pessoas**. Sendo assim, quando somamos cada uma das regiões do diagrama que desenhamos, devemos obter **exatamente** esse número. Logo,

$$(480 - x) + x + (650 - x) + 320 = 1000$$

$$1450 - x = 1000$$

$$\boxed{x = 450}$$

Pronto, 450 é o número de pessoas que aplicam **tanto na previdência privada quanto em outros produtos financeiros**.

O item diz que a quantidade de pessoas que **não** possuem aplicações em **nenhum** produto (320) **é maior** que a quantidade de pessoas que possuem **simultaneamente** os dois produtos (450).

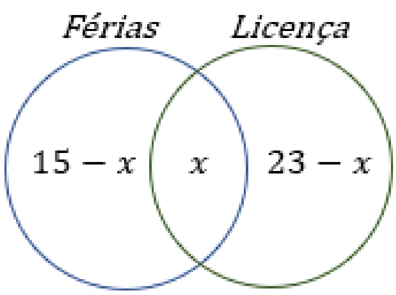
Com isso, podemos concluir que **tal afirmação está equivocada**, uma vez que se tem 450 pessoas que possuem os dois produtos, enquanto apenas 320 **não usam nenhum dos dois**.

Gabarito: ERRADO.

2. (CESPE/ME/2020) O setor de gestão de pessoas de determinada empresa realiza regularmente a análise de pedidos de férias e de licenças dos seus funcionários. Os pedidos são feitos em processos, em que o funcionário solicita apenas férias, apenas licença ou ambos (férias e licença). Em determinado dia, 30 processos foram analisados, nos quais constavam 15 pedidos de férias e 23 pedidos de licenças. Com base nessa situação hipotética, julgue o item que se segue. A quantidade de processos analisados nesse dia que eram referentes apenas a pedido de férias é igual a 8.

Comentários:

É uma questão típica de Diagrama de Venn. Nesses casos, a primeira informação que devemos procurar é **a quantidade de elementos na intersecção dos conjuntos**, nesse caso, quantas pessoas pediram **férias e licença, simultaneamente**. Como a questão não informou esse valor, suponha que seja x. O diagrama, portanto, é o seguinte:



$15 - x$ representa a quantidade de pessoas que pediram **APENAS férias**. $23 - x$ representa a quantidade de pessoas que pediram **APENAS licença**. A questão informou que **o total de processos analisados foram $\mathbf{30}$**. Logo, a soma dos valores discriminados acima deve ser 30.

$$(15 - x) + x + (23 - x) = 30 \quad \rightarrow \quad 38 - x = 30 \quad \rightarrow \quad x = 8$$

Note que **8 é o número de pessoas que tiraram férias e pediram licença**. Para descobrir o número de processos analisados referentes **apenas a pedido de férias**, devemos pegar **o total de pedidos de férias e subtrair o valor de processos que pediram férias e licença**, simultaneamente.

$$SÓ\ FERIAS = 15 - x = 15 - 8 = 7$$

7 pessoas fizeram APENAS o pedido de férias.

Gabarito: ERRADO.

3. (CESPE/PREF. B dos COQUEIROS/2020) Em uma pesquisa feita com um grupo de 100 turistas que visitavam Aracaju, verificou-se que todos eles tinham visitado pelo menos duas das seguintes praias: Atalaia, Aruana e da Costa. A tabela a seguir mostra quantos desses turistas visitaram as referidas praias.

Praias Visitadas	Número de Turistas
Atalaia e Aruana	**40**
Atalaia e da Costa	**40**
Aruana e da Costa	**40**

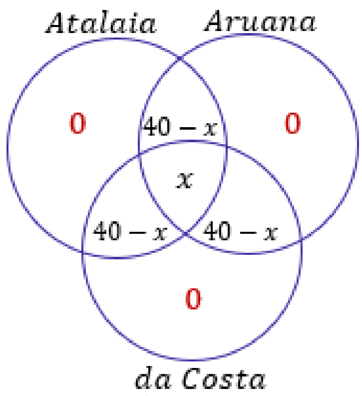
Com base nessas informações, julgue os itens seguintes.

I. Menos de 40 turistas visitaram a praia de Atalaia.
II. Nenhum dos turistas participantes da pesquisa visitou apenas uma das praias citadas.
III. Nenhum dos turistas participantes da pesquisa visitou todas as três praias citadas.

Assinale a opção correta.
A) Apenas o item II está certo.
B) Apenas o item III está certo.
C) Apenas os itens I e II estão certos.
D) Apenas os itens I e III estão certos.
E) Todos os itens estão certos.

Comentários:

Não esqueça que, nesse tipo de questão, **a primeira coisa** que você deve se perguntar é: *qual a quantidade de elementos na* ***intersecção dos três conjuntos em questão****?* Se **não** for fornecido esse valor, você deve chamá-lo de x. Observe como fica o diagrama para essa questão.



Observe que também preenchemos $40 - x$ nas intersecções dois a dois. Quando o enunciado diz que 40 pessoas visitaram a praia A e a praia B, ele **não está dizendo que 40 visitaram apenas a praia A e a praia B. Dentro dessas 40 pessoas pode ter tido 10 que também foram para a praia C**.

Se estamos nos perguntando a quantidade de pessoas que visitaram **APENAS as praias A e B**, devemos **subtrai**r a quantidade de pessoas que **além das praias A e B, também visitou a C**. Ficou claro, pessoal?!

Uma informação muito importante dada no enunciado é que: **todos os turistas tinham visitado pelo menos duas das praias**. Com isso, foi possível colocar o 0, indicando que **não houve quem visitou uma única praia**. Com o nosso diagrama montado e sabendo que **100 turistas visitaram as praias**, sabemos que ao somar os elementos discriminados acima, devemos obter exatamente o valor total de turistas.

$$(40 - x) + (40 - x) + (40 - x) + x = 100$$
$$120 - 2x = 100 \quad \rightarrow \quad 2x = 20 \quad \rightarrow \quad x = 10$$

Esse valor encontrado indica que **10 pessoas visitaram as três praias**! Com isso, **30 pessoas visitaram APENAS Atalaia e Aruana**, **30 pessoas visitaram APENAS Aruana e da Costa** e **30 pessoas visitaram APENAS Atalaia e da Costa**. Podemos agora analisar os itens.

I. Menos de 40 turistas visitaram a praia de Atalaia.
ERRADO. Vimos que 30 pessoas visitaram Atalaia e Aruana, outras 30 visitaram Atalaia e da Costa e 10 pessoas visitaram as 3 praias. Com isso, $30 + 30 + 10 =$ **70 pessoas visitaram a praia de Atalaia**.

II. Nenhum dos turistas participantes da pesquisa visitou apenas uma das praias citadas.
CORRETO. Essa informação está no próprio enunciado, quando ele diz que **os turistas visitaram pelo menos duas das praias.**

III. Nenhum dos turistas participantes da pesquisa visitou todas as três praias citadas.
ERRADO. De acordo com o que desenvolvemos, **10 pessoas visitaram as três praias**.

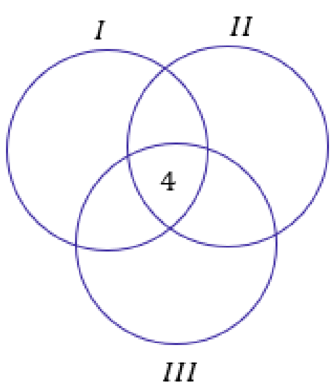
Gabarito: LETRA A.

4. (CESPE/TJ-PR/2019) Em determinado tribunal, os conselheiros atuam nos conselhos I, II e III, podendo atuar em apenas um, em dois ou em todos os conselhos, como mostra a tabela seguinte.

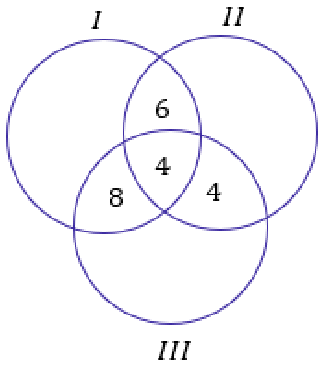
Quantidade de Conselheiros	Conselho de Atuação
35	I
25	II
24	III
10	I e II
12	I e III
8	II e III
4	I, II e III

Nesse caso, a quantidade de conselheiros que atuam em, no máximo, um dos conselhos é igual a
A) 26.
B) 36.
C) 50.
D) 58.
E) 84.

Comentários:
Temos **três conselhos de atuação**, sendo que os conselheiros podem atuar em **apenas um, em dois ou em todos os conselhos**. É uma questão clássica de diagrama de Venn e PIE. Nesse tipo de questão, devemos sempre começar com a quantidade de elementos na intersecção dos três conjuntos. De acordo com a tabela, temos **4 conselheiros que atuam nos três conselhos**.

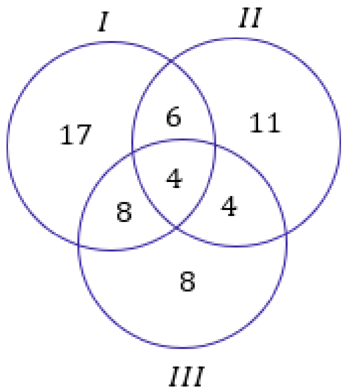


Uma vez com a quantidade de elementos da intersecção dos três conjuntos, **partimos para a análise dos elementos das intersecções de dois conjuntos**. Por exemplo, da tabela é possível ver que 10 conselheiros atuam nos conselhos I e II. Como já contamos 4 deles na intersecção, temos que $10 - 4 = 6$ conselheiros atuam **APENAS nos conselhos I e II**. Podemos usar esse raciocínio para as demais intersecções.



Agora que achamos as quantidades das intersecções, devemos partir para a análise das quantidades de conselheiros que atuam **APENAS um único conselho**. A tabela diz que 35 conselheiros atuam no conselho I, nosso diagrama mostra que $6 + 4 + 8 = 18$ estão conselheiros estão atuando no conselho I **mas também em outros conselhos**.

Portanto, devemos fazer $35 - 18 = 17$ para obter a quantidade de conselheiros que estão atuando apenas no conselho I. Analogamente, se o conselho II possui 25 conselheiros e contabilizamos $6 + 4 + 4 = 14$, então sobra que **11 conselheiros que atuam somente no conselho II**. Por fim, dos 24 conselheiros de III, já temos contabilizados $8 + 4 + 4 = 16$ no diagrama. Logo, **8 atuam apenas em III**.



Com o nosso diagrama completo, podemos analisar o que a questão pede. O examinador quer **o número de conselheiros que atuam em apenas um dos conselhos**.

$$N = 17 + 11 + 8 \quad \rightarrow \quad N = 36$$

Gabarito: LETRA B.

5. (CESPE/IFF/2018) Em uma consulta a 600 estudantes de uma escola acerca da preferência deles entre teatro ou cinema, apenas 50 deles não gostam de cinema nem de teatro. Entre os demais, 370 gostam de teatro e 420 gostam de cinema. Nesse caso, a quantidade desses estudantes que gostam de teatro e cinema é igual a

A) 50.

B) 130.

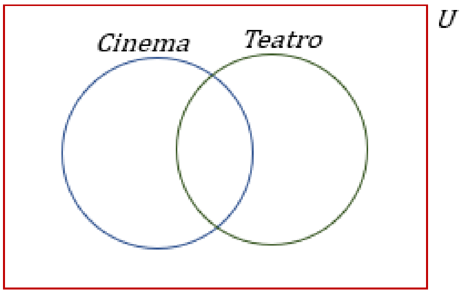
C) 180.

D) 240.

E) 370.

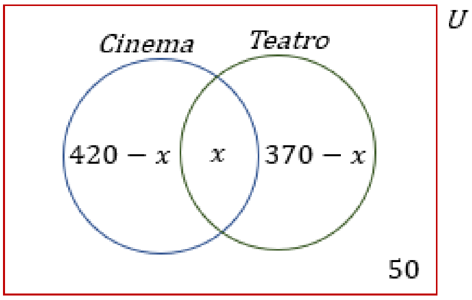
Comentários:

O **conjunto universo é representado pelos 600 estudantes dessa escola.** O diagrama que é interessante desenhar para a resolução do exercício é o seguinte:



Devemos inserir no desenho acima as informações que foram passadas pelo enunciado. O primeiro ponto a ser levado em consideração é **a quantidade de elementos na intersecção dos conjuntos**. No nosso caso, é exatamente **a quantidade de estudantes que gostam tanto de teatro e de cinema**.

No entanto, esse valor é exatamente o que é pedido no enunciado e **ainda não sabemos quanto vale**. Vamos chamá-lo de x. Como 370 alunos gostam de teatro, então $370 - x$ **gostam APENAS de teatro**. Além disso, se 420 gostam de cinema, $420 - x$ **gostam APENAS de cinema**. Note **que 50 não gosta de nenhum dos dois**.



Veja que foi possível completarmos nosso diagrama com as informações analisadas. Como nosso conjunto universo é formado por 600 estudantes, a soma das quantidades de cada uma das partes do diagrama deve totalizar esse mesmo número.

$$(420 - x) + x + (370 - x) + 50 = 600$$
$$840 - x = 600$$
$$x = 240$$

Gabarito: LETRA D.

6. (CESPE/IFF/2018) Para um conjunto qualquer X, $n(X)$ representa a quantidade de elementos de X. Nesse sentido, considere que os conjuntos A, B e C tenham as seguintes propriedades:

$$\boldsymbol{n(A) = n(B) = n(C) = 50;}$$

$$\boldsymbol{n(A \cap B) = n(A \cap C) = n(B \cap C) = 10;}$$

$$\boldsymbol{n(A \cap B \cap C) = 0.}$$

Nessa situação, $n(A \cup B \cup C)$ é igual a:
A) 100.
B) 110.
C) 120.
D) 130.
D) 140.

Comentários:
Essa questão é uma **aplicação direta do Princípio da Inclusão-Exclusão**.

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

Aplicando os valores do enunciado, ficamos com:

$$n(A \cup B \cup C) = 50 + 50 + 50 - 10 - 10 - 10 + 0 \quad \rightarrow \quad n(A \cup B \cup C) = 120$$

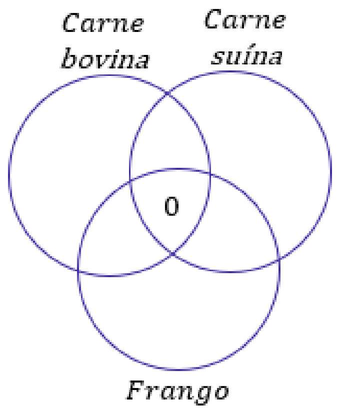
Gabarito: LETRA C.

Texto para as próximas questões
Determinado porto recebeu um grande carregamento de frango congelado, carne suína congelada e carne bovina congelada, para exportação. Esses produtos foram distribuídos em 800 contêineres, da seguinte forma: nenhum contêiner foi carregado com os três produtos; 300 contêineres foram carregados com carne bovina; 450, com carne suína; 100, com frango e carne bovina; 150, com carne suína e carne bovina; 100, com frango e carne suína.

Comentários Iniciais:

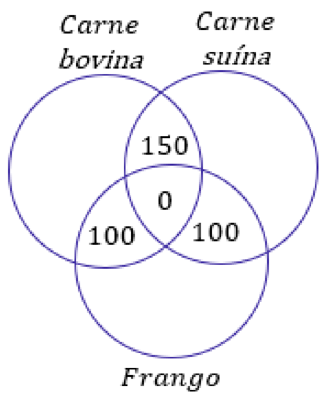
Antes de julgar as questões, vamos fazer alguns comentários iniciais. É preciso desenvolver o diagrama de Venn. Observe que temos **800 contêineres** que vamos distribuir frango, carne suína e carne bovina.

A primeira coisa que devemos procurar é **quantos contêineres abrigarão os 3 tipos de carne**, o enunciado fornece essa informação quando diz que **nenhum contêiner foi carregado com os três produtos**.



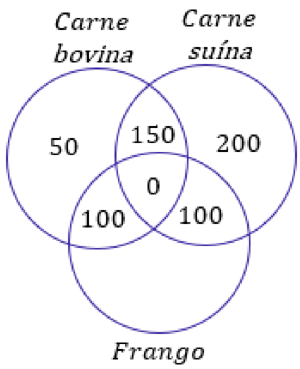
Agora, vamos olhar **as intersecções de dois conjuntos**. O enunciado disse **que 100 foram carregados com frango e carne bovina**, **150 com carne suína e carne bovina** e **100 com frango e carne suína**.

Como não houveram nenhum contêiner com os três tipos de carnes, **não há nada para ser descontado** e podemos levar esses valores diretos para o diagrama.



Por fim, sabemos que **300 contêineres** foram carregados com carne bovina, mas nosso diagrama já está contabilizando $150 + 100 = 250$ contêineres de carne bovina. Assim, **os 50 contêineres que faltam para fechar os 300 estão APENAS com carne bovina**.

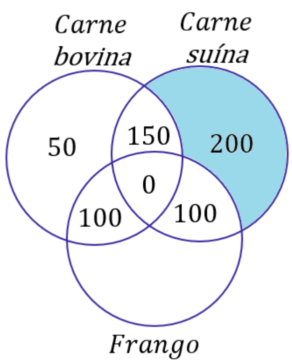
Ademais, é fornecido que **450 contêineres estão com carne suína**. Nosso diagrama também já está contabilizando $150 + 100 = 250$ contêineres com carne suína. Isso significa que temos **200 contêineres APENAS com carne suína**.



7. (CESPE/EMAP/2018) Nessa situação hipotética, 250 contêineres foram carregados somente com carne suína.

Comentários:

O item trouxe **250 contêineres** carregados com **apenas carne suína**. No entanto, quando olhamos o diagrama desenvolvido nos comentários iniciais, vemos que **foram apenas 200.**

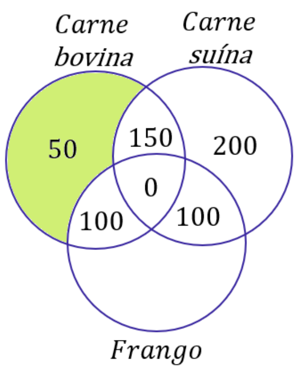


Gabarito: ERRADO.

8. (CESPE/EMAP/2018) Nessa situação, 50 contêineres foram carregados somente com carne bovina.

Comentários:

Observando o diagrama que desenvolvemos nos comentários iniciais, veja que realmente **temos 50 contêineres carregados apenas com carne bovina**.

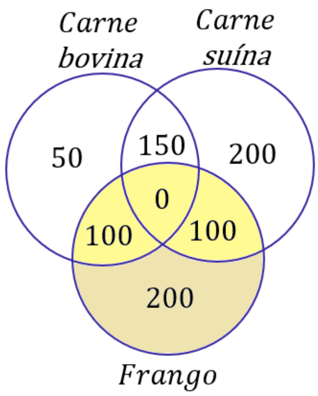


Gabarito: CERTO.

9. (CESPE/EMAP/2018) Nessa situação hipotética, a carga de 400 contêineres continha frango congelado.

Comentários:

Veja que o nosso diagrama já contabilizou $50 + 150 + 100 + 100 + 200 = \mathbf{600}$ **contêineres**. O enunciado informou que são, ao total, **800 contêineres**. Logo, essa diferença (200) certamente é o número que está faltando: **a quantidade de contêineres com APENAS frango**.



Quando somamos os valores dos contêineres com frango, encontramos $100 + 100 + 200 = 400$. Logo, **o item encontra-se correto** ao afirmar que existem 400 contêineres com frango congelado.

Gabarito: CERTO.

(PF/2018) Texto para as próximas questões

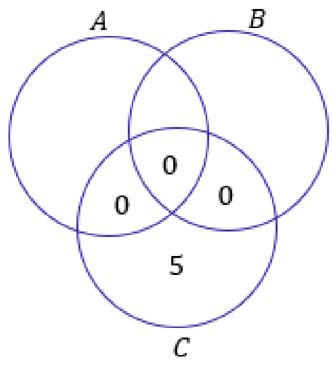
Em um aeroporto, 30 passageiros que desembarcaram de determinado voo e que estiveram nos países A, B ou C, nos quais ocorre uma epidemia infecciosa, foram selecionados para ser examinados. Constatou-se que exatamente 25 dos passageiros selecionados estiveram em A ou em B, nenhum desses 25 passageiros esteve em C e 6 desses 25 passageiros estiveram em A e em B. Com referência a essa situação hipotética, julgue os itens a seguir.

10. (CESPE/PF/2018) Se 11 passageiros estiveram em B, então mais de 15 estiveram em A.

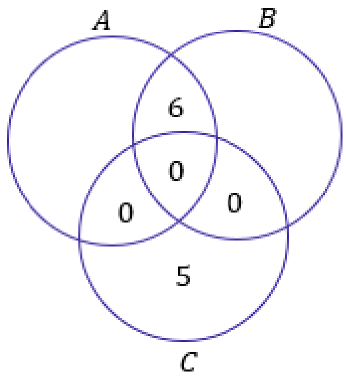
Comentários:

Nosso **conjunto universo é composto pelos 30 passageiros** que foram selecionados para fazer os exames. Para nos auxiliar no desenvolvimento da questão, é necessário desenhar o diagrama de Venn. Vamos primeiro utilizar as informações do enunciado para concluir algumas coisas importantes.

Note que **se 25 dos 30 passageiros estiveram em A ou em B, então 5 passageiros estiveram SOMENTE em C**. Além disso, como nenhum desses 25 passageiros que esteve em A ou em B esteve em C, então **o número de elementos na intersecção dos três conjuntos é nulo**, bem como qualquer intersecção com C.

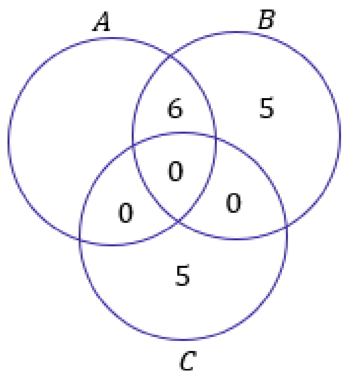


O enunciado ainda fala que **6 dos 25 passageiros estiveram em A e em B**.

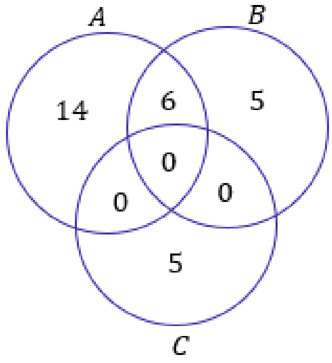


Pronto, nesse momento utilizamos todas as informações do enunciado que poderíamos usar para compor o diagrama. Agora, vamos analisar o item propriamente dito. O examinador diz que **se 11 passageiros estiveram em B, então mais de 15 estiveram em A.**

Note, do nosso último diagrama, que já marcamos 6 pessoas que visitaram B. Se o examinador diz que foi 11, então sobra **5 pessoas que visitaram APENAS o país B**.



Sabemos que 25 pessoas visitaram A ou B e que **já contabilizamos 11 delas** no diagrama. As **14 pessoas que estão faltando para completar essas 25 pessoas são aquelas que estiveram APENAS no país A**.



Por fim, podemos ver que $14 + 6 = \mathbf{20}$ **pessoas estiverem em A** e, portanto, o item está correto.

Gabarito: CERTO.

LISTA DE QUESTÕES - CEBRASPE

União, Intersecção, Complementar e Diferença

1. (CESPE/COGE-CE/2019) Segundo o portal cearatransparente.ce.gov.br, em 2018, dos 184 municípios do estado do Ceará, 4 celebraram exatamente 1 convênio com o governo estadual, 22 celebraram exatamente 2 convênios com o governo estadual, e 156 celebraram 3 ou mais convênios com o governo estadual. De acordo com o texto, se, para cada $j = 0, 1, 2, \ldots,$ M_j for o conjunto dos municípios cearenses que celebraram, pelo menos, j convênios com o governo estadual, então o conjunto dos municípios que não celebraram nenhum convênio com o governo do estado será representado pelo conjunto

A) M_0

B) $M_1 - M_0$

C) $M_1 \cap M_0$

D) $M_0 - M_1$

E) $M_0 \cup M_1$

2. (CESPE/TRF-1/2017) Em uma reunião de colegiado, após a aprovação de uma matéria polêmica pelo placar de 6 votos a favor e 5 contra, um dos 11 presentes fez a seguinte afirmação: "Basta um de nós mudar de ideia e a decisão será totalmente modificada." Considerando a situação apresentada e a proposição correspondente à afirmação feita, julgue o próximo item.

Se A for o conjunto dos presentes que votaram a favor e B for o conjunto dos presentes que votaram contra, então o conjunto diferença A\B terá exatamente um elemento.

3. (CESPE/INSS/2015) Julgue o item a seguir, relativos a raciocínio lógico e operações com conjuntos.

Se A, B e C forem conjuntos quaisquer tais que $A, B \subset C$, então $(C \setminus A) \cap (A \cup B) = C \cap B$.

GABARITO

1. LETRA D
2. ERRADO
3. ERRADO

LISTA DE QUESTÕES - CEBRASPE

Princípio da Inclusão-Exclusão

1. (CESPE/FUNPRESP-EXE/2022) A seguir, são apresentadas informações obtidas a partir de uma pesquisa realizada com 1.000 pessoas.

- 480 possuem plano de previdência privada;
- 650 possuem aplicações em outros tipos de produtos financeiros;
- 320 não possuem aplicação em nenhum produto financeiro.

Com base nessa situação hipotética, julgue o item seguinte.

Há mais pessoas que não possuem aplicações em nenhum produto financeiro que pessoas que possuem simultaneamente plano de previdência privada e aplicações em outros produtos financeiros.

2. (CESPE/ME/2020) O setor de gestão de pessoas de determinada empresa realiza regularmente a análise de pedidos de férias e de licenças dos seus funcionários. Os pedidos são feitos em processos, em que o funcionário solicita apenas férias, apenas licença ou ambos (férias e licença). Em determinado dia, 30 processos foram analisados, nos quais constavam 15 pedidos de férias e 23 pedidos de licenças. Com base nessa situação hipotética, julgue o item que se segue.

A quantidade de processos analisados nesse dia que eram referentes apenas a pedido de férias é igual a 8.

3. (CESPE/PREF. B dos COQUEIROS/2020) Em uma pesquisa feita com um grupo de 100 turistas que visitavam Aracaju, verificou-se que todos eles tinham visitado pelo menos duas das seguintes praias: Atalaia, Aruana e da Costa. A tabela a seguir mostra quantos desses turistas visitaram as referidas praias.

Praias Visitadas	Número de Turistas
Atalaia e Aruana	**40**
Atalaia e da Costa	**40**
Aruana e da Costa	**40**

Com base nessas informações, julgue os itens seguintes.

I. Menos de 40 turistas visitaram a praia de Atalaia.
II. Nenhum dos turistas participantes da pesquisa visitou apenas uma das praias citadas.

III. Nenhum dos turistas participantes da pesquisa visitou todas as três praias citadas.

Assinale a opção correta.

A) Apenas o item II está certo.

B) Apenas o item III está certo.

C) Apenas os itens I e II estão certos.

D) Apenas os itens I e III estão certos.

E) Todos os itens estão certos.

4. (CESPE/TJ-PR/2019) Em determinado tribunal, os conselheiros atuam nos conselhos I, II e III, podendo atuar em apenas um, em dois ou em todos os conselhos, como mostra a tabela seguinte.

Quantidade de Conselheiros	Conselho de Atuação
35	I
25	II
24	III
10	I e II
12	I e III
8	II e III
4	I, II e III

Nesse caso, a quantidade de conselheiros que atuam em, no máximo, um dos conselhos é igual a

A) 26.

B) 36.

C) 50.

D) 58.

E) 84.

5. (CESPE/IFF/2018) Em uma consulta a 600 estudantes de uma escola acerca da preferência deles entre teatro ou cinema, apenas 50 deles não gostam de cinema nem de teatro. Entre os demais, 370 gostam de teatro e 420 gostam de cinema. Nesse caso, a quantidade desses estudantes que gostam de teatro e cinema é igual a

A) 50.

B) 130.

C) 180.

D) 240.

E) 370.

6. (CESPE/IFF/2018) Para um conjunto qualquer X, $n(X)$ representa a quantidade de elementos de X. Nesse sentido, considere que os conjuntos A, B e C tenham as seguintes propriedades:

$$n(A) = n(B) = n(C) = 50;$$
$$n(A \cap B) = n(A \cap C) = n(B \cap C) = 10;$$
$$n(A \cap B \cap C) = 0.$$

Nessa situação, $n(A \cup B \cup C)$ é igual a:

A) 100.

B) 110.

C) 120.

D) 130.

D) 140.

Texto para as próximas questões

Determinado porto recebeu um grande carregamento de frango congelado, carne suína congelada e carne bovina congelada, para exportação. Esses produtos foram distribuídos em 800 contêineres, da seguinte forma: nenhum contêiner foi carregado com os três produtos; 300 contêineres foram carregados com carne bovina; 450, com carne suína; 100, com frango e carne bovina; 150, com carne suína e carne bovina; 100, com frango e carne suína.

7. (CESPE/EMAP/2018) Nessa situação hipotética, 250 contêineres foram carregados somente com carne suína.

8. (CESPE/EMAP/2018) Nessa situação, 50 contêineres foram carregados somente com carne bovina.

9. (CESPE/EMAP/2018) Nessa situação hipotética, a carga de 400 contêineres continha frango congelado.

(PF/2018) Texto para as próximas questões

Em um aeroporto, 30 passageiros que desembarcaram de determinado voo e que estiveram nos países A, B ou C, nos quais ocorre uma epidemia infecciosa, foram selecionados para ser examinados. Constatou-se que exatamente 25 dos passageiros selecionados estiveram em A ou em B, nenhum desses 25 passageiros esteve em C e 6 desses 25 passageiros estiveram em A e em B. Com referência a essa situação hipotética, julgue os itens a seguir.

10. (CESPE/PF/2018) Se 11 passageiros estiveram em B, então mais de 15 estiveram em A.

GABARITO

1. ERRADO
2. ERRADO
3. LETRA A
4. LETRA B
5. LETRA D
6. LETRA C
7. ERRADO
8. CERTO
9. CERTO
10. CERTO

ESSA LEI TODO MUNDO CONHECE:
PIRATARIA É CRIME.

Mas é sempre bom revisar o porquê e como você pode ser prejudicado com essa prática.

1. Professor investe seu tempo para elaborar os cursos e o site os coloca à venda.

2. Pirata divulga ilicitamente (grupos de rateio), utilizando-se do anonimato, nomes falsos ou laranjas (geralmente o pirata se anuncia como formador de "grupos solidários" de rateio que não visam lucro).

3. Pirata cria alunos fake praticando falsidade ideológica, comprando cursos do site em nome de pessoas aleatórias (usando nome, CPF, endereço e telefone de terceiros sem autorização).

4. Pirata compra, muitas vezes, clonando cartões de crédito (por vezes o sistema anti-fraude não consegue identificar o golpe a tempo).

5. Pirata fere os Termos de Uso, adultera as aulas e retira a identificação dos arquivos PDF (justamente porque a atividade é ilegal e ele não quer que seus fakes sejam identificados).

6. Pirata revende as aulas protegidas por direitos autorais, praticando concorrência desleal e em flagrante desrespeito à Lei de Direitos Autorais (Lei 9.610/98).

7. Concurseiro(a) desinformado participa de rateio, achando que nada disso está acontecendo e esperando se tornar servidor público para exigir o cumprimento das leis.

8. O professor que elaborou o curso não ganha nada, o site não recebe nada, e a pessoa que praticou todos os ilícitos anteriores (pirata) fica com o lucro.

Deixando de lado esse mar de sujeira, aproveitamos para agradecer a todos que adquirem os cursos honestamente e permitem que o site continue existindo.