





LÓGICA DE 1ª ORDEM

PROF. BRUNNO LIMA

NEGAÇÃO DE PROPOSIÇÕES COM QUANTIFICADOR

LÓGICA DE PRIMEIRA ORDEM
Prof. Bruno Lima



brunnolimaprofessor



@profbrunnolima



Professor Brunno Lima

NEGAÇÃO DE PROPOSIÇÕES COM QUANTIFICADOR

Para negarmos proposições com quantificadores, nos baseamos nas seguintes equivalências, conhecidas com “Segundas Regras de Negação de De Morgan”, que consiste em negar o quantificador (de universal para existencial ou vice-versa) e em seguida negar também o predicado (caso exista).

NEGAÇÃO DE PROPOSIÇÕES COM QUANTIFICADOR

- $\neg \forall x \Leftrightarrow \exists x$
- $\neg \exists x \Leftrightarrow \forall x$
- $\neg [(\forall x)P(x)] \Leftrightarrow (\exists x)(\neg P(x))$
- $\neg [(\exists x)P(x)] \Leftrightarrow (\forall x)(\neg P(x))$
- $\neg (\forall x)(\exists y)(P(x, y)) \Leftrightarrow (\exists x)(\forall y)(\neg P(x, y))$
- $\neg (\exists x)(\forall y)(P(x, y)) \Leftrightarrow (\forall x)(\exists y)(\neg P(x, y))$

Exemplos:

Negue cada uma das proposições abaixo:

$$(\forall n \in \mathbb{N})(n + 2 > 8)$$

NEGAÇÃO DE SÍMBOLOS MATEMÁTICOS

Símbolo	Negação
\geq	$<$
\leq	$>$
$>$	\leq
$<$	\geq
\neq	$=$
$=$	\neq

Qualquer que seja x , se x é homem então x é racional.

NEGAÇÃO DO “SE... ENTÃO...”

$$\sim(P \rightarrow Q) \Leftrightarrow P \wedge (\sim Q)$$

Para negarmos uma proposição com conectivo “se...então...”, devemos:

- 1º) **MA**nter a 1ª parte;
- 2º) trocar o conectivo “se...então...” pelo “**e**”
- 3º) **NE**gar a 2ª parte.

$$(\forall x)(x + 2 \leq 6) \wedge (\exists x)(x^2 - 5 = 4)$$

➤ **NEGAÇÃO DO “E” (Lei de De Morgan)**

$$\sim (P \wedge Q) \Leftrightarrow (\sim P) \vee (\sim Q)$$

1ª possibilidade:

Podemos negar todas as partes e trocar o conectivo “e” pelo “ou”.

$$\sim (P \wedge Q) \Leftrightarrow P \rightarrow (\sim Q)$$

2ª possibilidade:

1º) **MA**nter a primeira parte

2º) Trocar o “e” pelo “se... então”

3º) **NE**gar a 2ª parte.

NEGAÇÃO DE SÍMBOLOS MATEMÁTICOS

Símbolo	Negação
\geq	$<$
\leq	$>$
$>$	\leq
$<$	\geq
\neq	$=$
$=$	\neq

$$(\forall x)(\exists y)(x + 2y = 8)$$

NEGAÇÃO DE SÍMBOLOS MATEMÁTICOS

Símbolo	Negação
\geq	$<$
\leq	$>$
$>$	\leq
$<$	\geq
\neq	$=$
$=$	\neq

Para todo $x \in \mathbb{R}, x + 4 = 9$.

NEGAÇÃO DE SÍMBOLOS MATEMÁTICOS

Símbolo	Negação
\geq	$<$
\leq	$>$
$>$	\leq
$<$	\geq
\neq	$=$
$=$	\neq

$$(\exists x)(\forall y)(x + y = 10)$$

NEGAÇÃO DE SÍMBOLOS MATEMÁTICOS

Símbolo	Negação
\geq	$<$
\leq	$>$
$>$	\leq
$<$	\geq
\neq	$=$
$=$	\neq

$$(\exists y)(\exists x)(P(x) \wedge \neg Q(y))$$

➤ **NEGAÇÃO DO “E” (Lei de De Morgan)**

$$\sim (P \wedge Q) \Leftrightarrow (\sim P) \vee (\sim Q)$$

1ª possibilidade:

Podemos negar todas as partes e trocar o conectivo “e” pelo “ou”.

$$\sim (P \wedge Q) \Leftrightarrow P \rightarrow (\sim Q)$$

2ª possibilidade:

1º) **MA**nter a primeira parte

2º) Trocar o “e” pelo “se... então”

3º) **NE**gar a 2ª parte.

$$(\exists x)(\forall y)(P(x, y) \rightarrow Q(x, y))$$

NEGAÇÃO DO “SE... ENTÃO...”

$$\sim(P \rightarrow Q) \Leftrightarrow P \wedge (\sim Q)$$

Para negarmos uma proposição com conectivo “se...então...”, devemos:

- 1º) **MA**nter a 1ª parte;
- 2º) trocar o conectivo “se...então...” pelo “**e**”
- 3º) **NE**gar a 2ª parte.

Existe y tal que qualquer que seja x , $x + y = 9$.

NEGAÇÃO DE SÍMBOLOS MATEMÁTICOS

Símbolo	Negação
\geq	$<$
\leq	$>$
$>$	\leq
$<$	\geq
\neq	$=$
$=$	\neq