

# ELEMENTOS DE UMA OPERAÇÃO DE JUROS

Para entendermos os **Elementos de uma Operação de Juros** em matemática financeira vamos pensar em uma situação cotidiana.

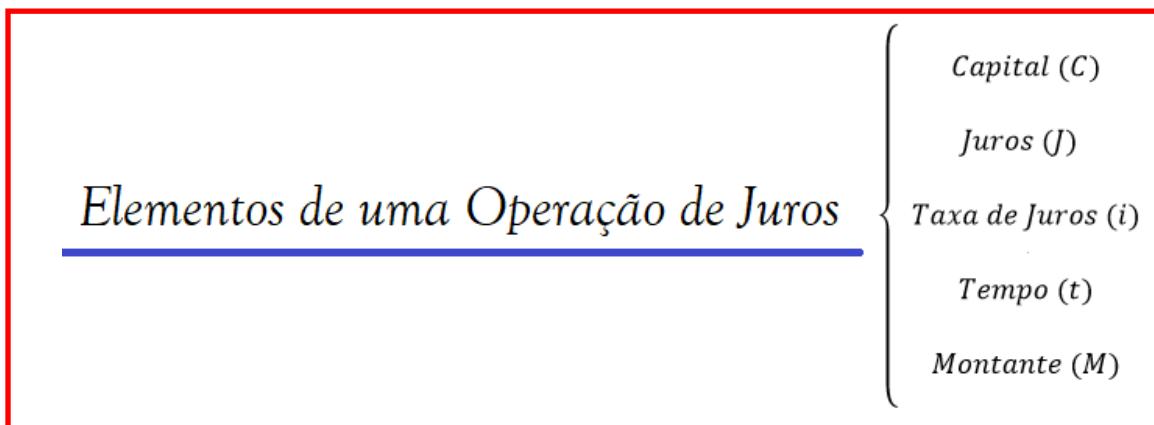
Imagine que você tenha um dinheiro guardado e queira aplicar esse Capital em um **investimento**. Ou então, você esteja passando por uma dificuldade financeira e planeje tomar um **financiamento** para quitar suas dívidas.

Algumas perguntas você terá de fazer para estudar se irá ou não proceder com a operação.

Primeiro, logicamente, é saber o quanto estará disposto a investir (ou que irá tomar emprestado). Qual será o **Capital** investido/financiado?

Posteriormente, você deve se perguntar qual a **Taxa de Juros** desta operação? E o **Tempo** que o Capital ficará investido/financiado? Quanto ganharei/pagarei de **Juros**? E, por fim, qual será o **Montante** desta operação?

Esses são os elementos que iremos trabalhar nas Operações de Juros.



Para entender melhor cada um desses conceitos, nada melhor que os definir, não é mesmo?

## 1 – Capital ( $C$ )

Continuando na nossa linha de raciocínio, o **Capital** é o **valor inicial** que será aplicado (no caso de um **investimento**, por exemplo) ou que será tomado emprestado (em um **financiamento**). Isto é, o **Capital** é o **valor inicial ("data zero") de uma operação financeira**.

*Capital → valor inicial "data zero" de uma operação financeira*

Outras notações que expressam o Capital Inicial são: Valor Atual, Principal, Valor Presente, Montante Inicial, etc.

## 2 – Juros ( $J$ )

É a remuneração obtida pelo uso do Capital em um intervalo de tempo.

No caso de um investimento, é o quanto se **ganha** com a aplicação. Já em um financiamento, é o quanto se **paga** pelo valor tomado emprestado.

Em termos matemáticos, **Juro** é definido pela **diferença do Montante da operação menos o Capital inicial**.

$$\text{Juros} = \text{Montante} - \text{Capital} \rightarrow J = M - C$$

## 3 – Taxa de Juros ( $i$ )

A Taxa de Juros é um coeficiente que define o **valor do Capital por unidade de tempo**. Por exemplo, a Taxa de Juros pode ser diária, mensal, semestral, anual, etc.

Exemplos:  $i = 5\%$  ao mês ;  $i = 7\%$  ao ano ;  $i = 13\%$  ao semestre ; etc

**Obs:** Nas fórmulas de Matemática Financeira, a Taxa de Juros é sempre utilizada na **forma unitária**. Então, por exemplo, uma taxa de 7,5% ao mês é expressa da seguinte forma:

$$i = 7,5\% \text{ ao mês} \rightarrow i = \frac{7,5}{100} \text{ ou } 0,075$$

Lembrando as aulas de matemática básica, para passar da forma percentual para forma unitária dividimos por 100, ou, **andamos com a vírgula duas "casas" para a esquerda**.

## 4 – Tempo ( $t$ )

Na matemática financeira, **tempo é o número de períodos** em que se desdobra a operação. É o período que o Capital ficará aplicado em um investimento, por exemplo.

## 5 – Montante ( $M$ )

É o **valor final** resultante de uma operação financeira.

Em termos matemáticos, é o **Capital Inicial somado aos Juros**, isto é, em um investimento, por exemplo, é o valor que foi aplicado inicialmente mais os Juros recebidos pela aplicação.

Outras notações que expressam o Montante são: Valor Futuro, Valor Final, Montante Final, etc.

$$\text{Montante} = \text{Capital} + \text{Juros} \rightarrow M = C + J$$

Vejamos como essas definições foram cobradas.



**(GASBRASILIANO - 2017) A diferença entre o Montante e o Capital investido chama-se?**

- a) Juros
- b) Capital Inicial
- c) Valor Futuro
- d) Valor Presente

**Comentários:**

Observe que a questão aborda de maneira bem direta o **conceito de Juros** que acabamos de estudar. Não se olvide dos conceitos iniciais de matemática financeira. Eles serão os alicerces de toda a matéria que virá pela frente.

Em termos matemáticos, Juro é definido pela diferença do Montante da operação menos o Capital inicial.

$$\text{Juros} = \text{Montante} - \text{Capital}$$

Gabarito: Alternativa A

**(Pref. Novo Hamburgo - 2020)** O Banco Central do Brasil define empréstimo como sendo um contrato entre o cliente e a instituição financeira pelo qual ele recebe uma quantia que deverá ser devolvida ao banco em prazo determinado, acrescida dos Juros acertados. Os recursos obtidos no empréstimo não têm

**destinação específica. Sendo assim, suponha um empréstimo de R\$ 2.500,00 a ser resgatado por R\$ 3.000,00 no final de um mês, nesse caso, os Juros resultantes dessa operação serão de:**

- a) R\$ 5.500,00
- b) R\$ 1.500,00
- c) R\$ 500,00
- d) R\$ 2.500,00
- e) R\$ 5.000,00

**Comentários:**

Em termos matemáticos, Juro é definido pela diferença do Montante da operação menos o Capital inicial.

$$\text{Juros} = \text{Montante} - \text{Capital}$$

$$J = M - C$$

$$J = 3.000 - 2.500 \rightarrow \boxed{J = 500}$$

Gabarito: Alternativa C

**(CM Taquaritinga - 2019 - Adaptada) Leia as afirmativas a seguir:**

- I. O conceito de Capital, em matemática financeira, refere-se à quantia em dinheiro na "data zero", ou seja, no início da aplicação. Pode ser o dinheiro investido em uma atividade econômica, o valor financiado de um bem ou de um empréstimo tomado, por exemplo.
- II. Em geral, os Juros referem-se à remuneração cobrada pelo empréstimo de dinheiro (ou outro item).

**Marque a alternativa CORRETA:**

- a) As duas afirmativas são falsas.
- b) A afirmativa I é verdadeira e a II é falsa.
- c) A afirmativa I é falsa e a II é verdadeira.
- d) As duas afirmativas são verdadeiras.

**Comentários:**

Vamos analisar os itens separadamente:

- I. O conceito de Capital, em matemática financeira, refere-se à quantia em dinheiro na "data zero", ou seja, no início da aplicação. Pode ser o dinheiro investido em uma atividade econômica, o valor financiado de um bem ou de um empréstimo tomado, por exemplo.

**CERTO.** Definição precisa acerca do conceito de Capital. Como vimos, o **Capital é o valor inicial** que será aplicado (no caso de um investimento, por exemplo) ou que será tomado emprestado (em um financiamento). Isto é, o Capital é o **valor inicial (data zero)** de uma operação financeira.

*II. Em geral, os Juros referem-se à remuneração cobrada pelo empréstimo de dinheiro (ou outro item).*

**CERTO.** Pela definição, os Juros referem-se à remuneração obtida pelo uso do Capital em um intervalo de tempo. Logo, item correto!

Gabarito: Alternativa **D**

**(CM Taquaritinga - 2019)** Leia as afirmativas a seguir:

- I. *A Taxa de Juros é o coeficiente resultante da razão entre os Juros e o Capital. Cada Taxa de Juros está relacionada a um período a que ela se refere. Assim, as taxas de Juros devem estar de acordo como prazo do investimento, por exemplo.*
- II. *O conceito de Juros, em matemática financeira, define a quantia total obtida ao final de uma aplicação financeira. Ou seja, matematicamente, os Juros podem ser representados como a soma entre o Montante inicialmente investido e a depreciação do Capital inicial do investidor.*

**Marque a alternativa CORRETA:**

- a) As duas afirmativas são falsas.
- b) A afirmativa I é verdadeira e a II é falsa.
- c) A afirmativa I é falsa e a II é verdadeira.
- d) As duas afirmativas são verdadeiras.

**Comentários:**

Vamos analisar os itens separadamente:

- I. *A Taxa de Juros é o coeficiente resultante da razão entre os Juros e o Capital. Cada Taxa de Juros está relacionada a um período a que ela se refere. Assim, as taxas de Juros devem estar de acordo como prazo do investimento, por exemplo.*

**CERTO.** A Taxa de Juros é um **coeficiente** que define o valor do Capital por unidade de tempo, ou seja, cada Taxa está relacionada a um período a que ela se refere.

Veremos mais à frente na aula que as Taxas de Juros deverão **obrigatoriamente** estar de acordo com o prazo do investimento. Por exemplo, se a aplicação ocorre em um período de 6 meses, a taxa deverá ser mensal.

- II. *O conceito de Juros, em matemática financeira, define a quantia total obtida ao final de uma aplicação financeira. Ou seja, matematicamente, os Juros podem ser representados como a soma entre o Montante inicialmente investido e a depreciação do Capital inicial do investidor.*

**ERRADO.** A quantia total obtida ao final de uma aplicação financeira é denominada: **Montante**.

Montante é o **valor final** resultante de uma operação financeira. Em termos matemáticos, é o Capital Inicial somado aos Juros.

Gabarito: Alternativa **B**

# REGIMES DE CAPITALIZAÇÃO – ASPECTOS CONCEITUAIS

Regime de Capitalização é um **modelo de aplicação financeira** em que se analisa o **crescimento do Capital de acordo com o tempo**.

Pode ser dividido em dois: Regime de Capitalização Simples e Regime de Capitalização Composta.

Iremos ver agora aspectos conceituais de cada um dos Regimes e em seguida faremos uma relação conceitual entre eles (tema bastante cobrado em prova).

## Regime de Capitalização Simples – Conceitos

No Regime de **Capitalização Simples**, os **Juros de cada período são os mesmos**, pois esses são SEMPRE calculados aplicando uma porcentagem (taxa de juros) sobre o Capital Inicial.

Suponha que você tenha um Capital de R\$ 1.000,00 e decida aplicar por 5 meses em um investimento que renda 10% ao mês.

No Regime de Juros Simples, os Juros são SEMPRE os mesmos em todos os períodos (pois são calculados sobre o Capital Inicial) e serão iguais a:

$$Juros = \frac{10}{100} \times 1.000 \rightarrow Juros = 100$$

Construindo uma tabela para melhor visualização teremos:

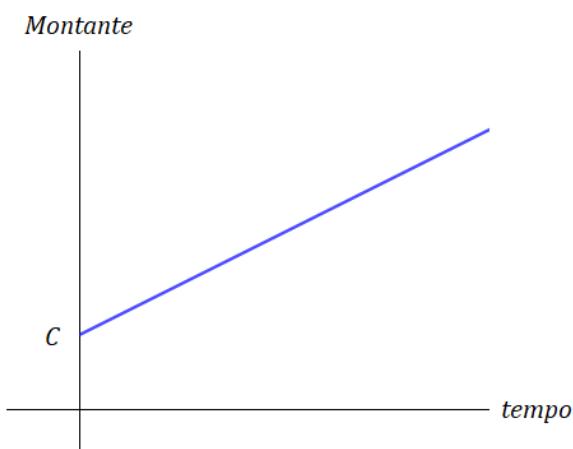
Período	Juros	Montante = C + J
1	$J = 0,1 \times 1.000 = 100$	$1.000 + 100 = 1.100$
2	$J = 0,1 \times 1.000 = 100$	$1.100 + 100 = 1.200$
3	$J = 0,1 \times 1.000 = 100$	$1.200 + 100 = 1.300$
4	$J = 0,1 \times 1.000 = 100$	$1.300 + 100 = 1.400$
5	$J = 0,1 \times 1.000 = 100$	$1.400 + 100 = 1.500$

Em Juros Simples, a sequência formada pelos valores dos Montantes em cada período é caracterizada por uma PROGRESSÃO ARITMÉTICA CRESCENTE onde a razão é sempre igual ao valor dos Juros.

Perceba, na tabela acima, que para calcular o Montante do período seguinte somamos os Juros (que são constantes) ao Montante do período anterior.

Ao representarmos **graficamente** o Montante de uma aplicação em Juros Simples, estaremos representando o gráfico de uma **FUNÇÃO DO PRIMEIRO GRAU**, isto é, uma reta.

Observe, em nosso exemplo acima, que o Montante da aplicação apresenta um **crescimento linear** constante (cresce 100 em cada período), característica básica de uma função do primeiro grau.



## Regime de Capitalização Composta – Conceitos

No cálculo dos **Juros Compostos**, os rendimentos em cada período são incorporados ao Capital, de forma que os Juros, ao final do período seguinte, **incidentem NÃO SÓ sobre o Capital Inicial, MAS TAMBÉM sobre os Juros anteriores** que foram incorporados ao Capital (e assim Capitalizados).

Utilizaremos o mesmo exemplo dos Juros Simples para começarmos a notar as diferenças entre os regimes. Suponha que você tenha um Capital de R\$ 1.000,00 e decida aplicar por 5 meses em um investimento que renda 10% (0,1) ao mês (em regime de Juros compostos).

<i>Período</i>	<i>Juros</i>	<i>Montante = C + J</i>
1	$J = 0,1 \times 1.000 = \mathbf{100}$	$1.000 + 100 = \mathbf{1.100}$
2	$J = 0,1 \times 1.100 = \mathbf{110}$	$1.100 + 110 = \mathbf{1.210}$
3	$J = 0,1 \times 1.210 = \mathbf{121}$	$1.210 + 121 = \mathbf{1.331}$

4	$J = 0,1 \times 1.331 = \mathbf{133,10}$	$1.331 + 133,10 = \mathbf{1.464,10}$
5	$J = 0,1 \times 1.464,10 = \mathbf{146,41}$	$1.464,10 + 146,41 = \mathbf{1.610,51}$

Note que, para calcular os Juros do período, foi necessário **incorporar os Juros do período anterior** ao Capital, isto é, foi necessário **CAPITALIZAR** os Juros.

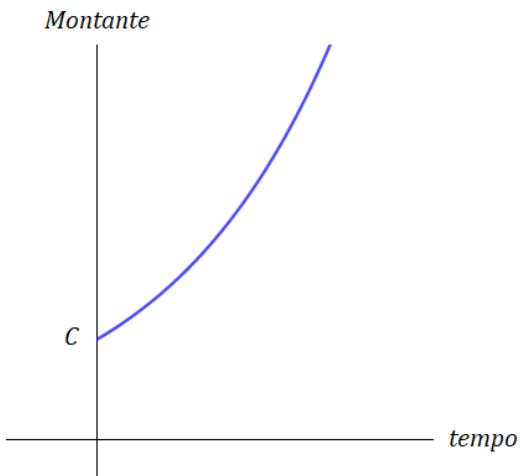
Em Juros Compostos, a sequência formada pelos valores dos Montantes em cada período é caracterizada por uma **PROGRESSÃO GEOMÉTRICA CRESCENTE** onde a **razão é sempre igual a:**

$$q = 1 + i$$

Ao representarmos **graficamente** o Montante de uma aplicação em Juros Compostos, estaremos representando o gráfico de uma **FUNÇÃO EXPONENCIAL**.

Observe, em nosso exemplo acima, que o Montante da aplicação apresenta um crescimento exponencial, onde o Montante do período seguinte é calculado pela multiplicação do Montante do período anterior vezes a razão.

Graficamente teremos:



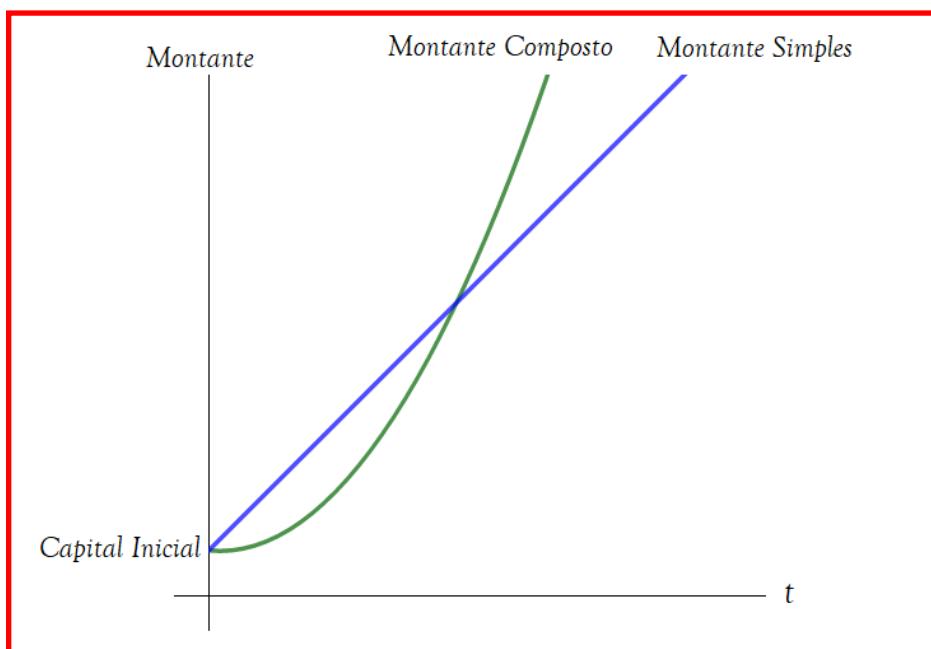
## Regimes de Capitalização (Aspectos Conceituais)

Capitalização Simples	Capitalização Composta
Os Juros de cada período são <b>iguais</b>	Os Juros são <b>diferentes</b> em cada período
Os Juros são SEMPRE calculados em cima do <b>Capital Inicial</b>	Os Juros são calculados em cima do <b>Capital Inicial mais os Juros dos períodos anteriores</b>
Os Juros <b>não são Capitalizados</b>	Os Juros <b>são Capitalizados</b>
Valores dos Montantes → P.A. $razão = Juros$	Valores dos Montantes → P.G. $razão = 1 + i$
Gráfico → função do primeiro grau	Gráfico → função exponencial

## Relação Conceitual: Montante Simples x Montante Composto

Uma vez estudado cada Regime separadamente, vamos estabelecer a **relação dos Montantes** em regime de Capitalização Simples e em regime de Capitalização Composta. As questões de concurso, quando abordam aspectos conceituais de Juros, adoram cobrar esse tópico em especial.

Iremos traçar o gráfico do Montante dos 2 regimes em uma mesma malha. Observe:



Esse gráfico é **MUITO IMPORTANTE** no estudo da matemática financeira. Perceba que, conforme aprendemos, o Montante Simples cresce linearmente enquanto o Montante Composto cresce exponencialmente.

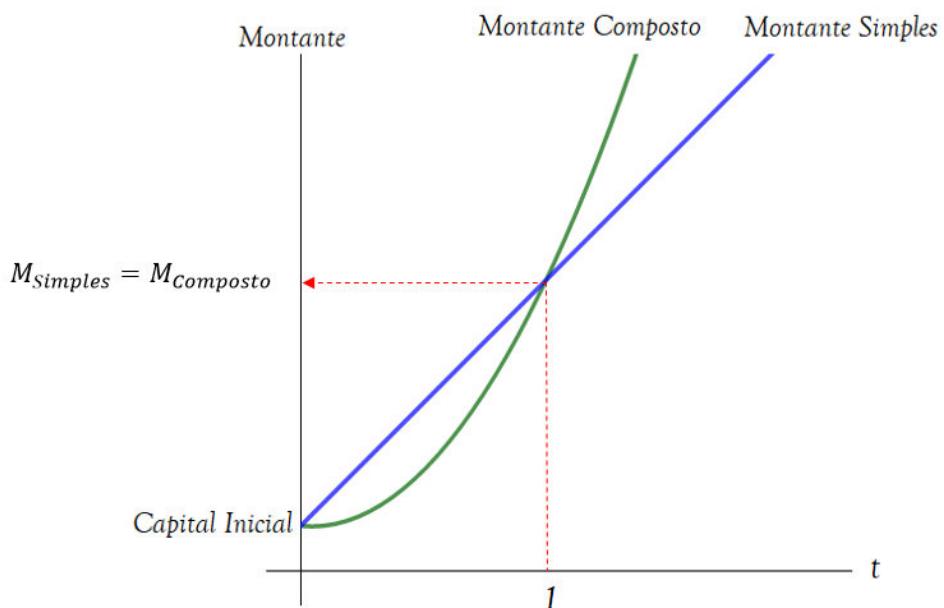
Observe que os gráficos se cruzam. Neste ponto, **o tempo de aplicação é igual a 1 unidade de tempo**.

**Explicando melhor:** Imagine 2 Capitais de mesmo valor. O primeiro é aplicado em regime de Juros Simples enquanto o segundo é aplicado em regime de Juros Compostos e ambos a uma mesma taxa de, digamos, 7% ao mês.

Como a taxa é fornecida na unidade mensal, nossa unidade de tempo será "mês".

Então, para 1 unidade de tempo (1 mês no nosso caso), o Montante em regime de Juros Simples é igual ao Montante em regime de Juros Compostos e, logicamente, os Juros Simples também são iguais aos Juros Compostos.

Vejamos no gráfico:



E você pode estar se perguntando o que acontece quando a unidade de tempo é menor que 1 e o que acontece quando ela é maior que 1.

Dois possíveis cenários ocorrerão:

- Quando a **unidade de tempo é menor que 1**, o Montante Simples é **MAIOR** que o Montante Composto e, consequentemente, o Juro Simples é **MAIOR** que o Juro Composto. Observe o gráfico e constate que, na região do tempo menor que 1 (a esquerda de 1), a reta azul referente ao Montante Simples está "mais alta" que a curva em verde referente ao Montante Composto.

- Quando a unidade de tempo é maior que 1, o Montante Composto é MAIOR que o Montante Simples e, consequentemente, o Juro Composto é MAIOR que o Juro Simples. Observe o gráfico e constate que, na região do tempo maior que 1 (a direita de 1), a curva em verde referente ao Montante Composto está "mais alta" que a reta azul referente ao Montante Simples.

Então, no nosso exemplo, em que 2 Capitais de mesmo valor foram aplicados, um em regime Simples e outro em Composto, a uma mesma Taxa de Juros de 7% ao mês, chegamos à conclusão que:

- a. Para uma aplicação com tempo menor que 1 mês, é mais vantajoso escolher o regime de Juros Simples, pois irá proporcionar um Montante (e logicamente um Juros) maior.
- b. Para uma aplicação igual a 1 mês (1 unidade de tempo) é indiferente a escolha. Os Montantes, tanto em Regime Simples quanto em Regime Composto (e logicamente os Juros), serão iguais.
- c. Para uma aplicação com tempo maior que 1 mês, é mais vantajoso escolher o regime de Juros Compostos, pois irá proporcionar um Montante (e logicamente um Juros) maior.



Dado 2 Capitais de mesmo valor inicial submetidos a uma mesma Taxa de Juros, 3 hipóteses de cenários serão possíveis em função do tempo de aplicação:

1.  $t < 1$ : Para  $t$  menor que 1 unidade de tempo, o Regime de Juros Simples irá proporcionar um Montante (e logicamente um Juros) maior que o Regime de Juros Compostos.

$$M_{Simples} > M_{Composto} \quad \therefore \quad J_{Simples} > J_{Compostos}$$

2.  $t = 1$ : Para o tempo igual a 1 unidade: Há indiferença nas aplicações.

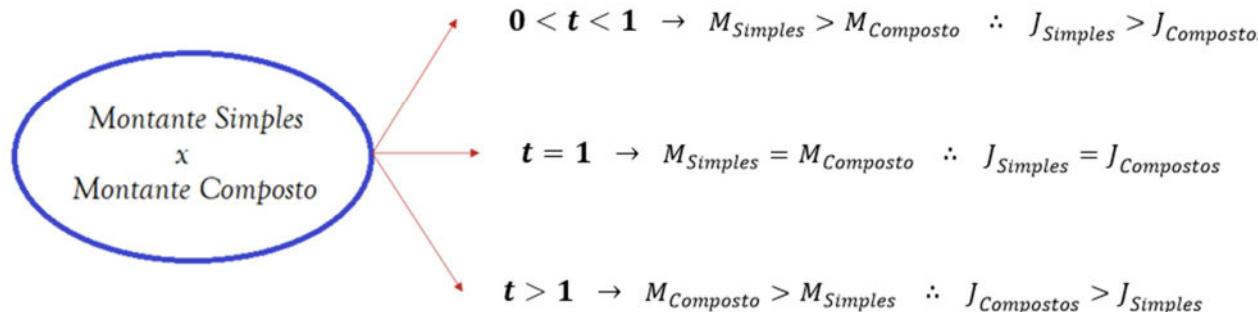
$$M_{Simples} = M_{Composto} \quad \therefore \quad J_{Simples} = J_{Compostos}$$

3.  $t > 1$ : Para  $t$  maior que 1 unidade de tempo, o Regime de Juros Compostos irá proporcionar um Montante (e logicamente um Juros) maior que o Regime de Juros Simples.

$$M_{Composto} > M_{Simples} \therefore J_{Compostos} > J_{Simples}$$

O quadro acima é **MUITO IMPORTANTE** para sua prova. As questões teóricas de matemática financeira abordam constantemente a diferença da relação conceitual entre o Montante Simples e o Montante Composto.

Vamos **esquematizar** essa relação:



**Obs:** Dado dois Capitais de igual valor aplicados a uma mesma Taxa de Juros



(FUNSPREV - 2016) A respeito de finanças nos regimes de Juros simples e compostos e da precificação de títulos, julgue o item a seguir.

Para uma operação com prazo de um ano, com Taxa de Juros anual e mesmo Capital investido, os sistemas de Juros simples e de Juros compostos produzem o mesmo Montante.

### Comentários:

Acabamos de estudar que: Dado 2 Capitais de mesmo valor inicial submetidos a uma mesma Taxa de Juros, 3 possíveis cenários ocorrerão em função do tempo de aplicação (nesse caso "anual"):

1.  $t < 1$ : Para o tempo **menor que 1 ano**, o Regime de Juros Simples irá proporcionar um Montante (e logicamente um Juros) maior que o Regime de Juros Compostos.

$$M_{Simples} > M_{Composto} \quad \therefore \quad J_{Simples} > J_{Compostos}$$

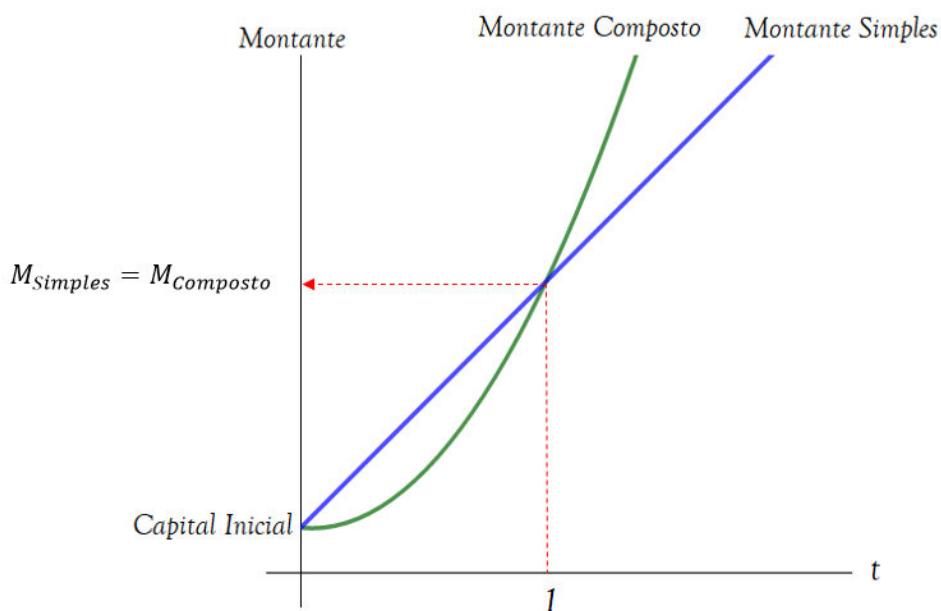
2.  $t = 1$ : Para o tempo **igual a 1 ano**: Há indiferença nas aplicações.

$$M_{Simples} = M_{Composto} \quad \therefore \quad J_{Simples} = J_{Compostos}$$

3.  $t > 1$ : Para o tempo **maior que 1 ano**, o Regime de Juros Compostos irá proporcionar um Montante (e logicamente um Juros) maior que o Regime de Juros Simples.

$$M_{Composto} > M_{Simples} \quad \therefore \quad J_{Compostos} > J_{Simples}$$

Podemos confirmar, também, tais hipóteses pelo gráfico comparativo entre o crescimento dos Montantes:



Ou seja, para uma operação com **prazo de 1 ano**, com **Taxa de Juros anual** e **mesmo Capital** investido, os sistemas de Juros simples e de Juros compostos produzirão **SIM** o mesmo Montante.

Observe que a unidade de tempo no nosso exercício é "ano".

Gabarito: **CERTO**

**(PETROBRAS - 2007) A respeito de finanças nos regimes de Juros simples e compostos e da precificação de títulos, julgue o item a seguir.**

Diferentemente do que ocorre na Capitalização composta, no regime de Capitalização simples o Montante de Juros relativo a cada período é crescente, em razão da incorporação dos Juros do período anterior ao Capital investido.

**Comentários:**

Vimos que, no Regime de Capitalização Simples, os Juros de cada período são os mesmos e esses **NÃO SÃO INCORPORADOS** ao Capital Investido, isto é, **NÃO OCORRE A CAPITALIZAÇÃO** dos Juros.

A assertiva nos apresentou o conceito de Capitalização Composta. Nesse sim, o juro relativo a cada período é crescente, em razão da incorporação dos Juros do período anterior ao Capital investido.

Gabarito: **ERRADO**

**(FUB - 2011) A respeito de finanças nos regimes de Juros simples e compostos e da precificação de títulos, julgue o item a seguir.**

No regime de Juros Simples, não ocorre Capitalização.

**Comentários:**

A assertiva traz a definição precisa do que ocorre no regime de Juros Simples. Nesse, os Juros **NÃO SÃO CAPITALIZADOS**, isto é, não são incorporados ao Capital para cálculo dos Juros do período seguinte.

A Capitalização dos Juros é característica própria do Regime de Capitalização Composta.

Gabarito: **CERTO**

**(CENSIPAM - 2006) Acerca do valor do dinheiro no tempo, julgue o item subsequente.**

No regime de Capitalização composta, os empréstimos são realizados por determinado número de períodos, e os Juros de cada período vão sendo incorporados ao principal emprestado.

**Comentários:**

Exato. No regime de Capitalização composta, **os rendimentos em cada período são incorporados ao Capital**, de forma que os Juros ao final do período seguinte incidem NÃO SÓ sobre o Capital Inicial, MAS TAMBÉM sobre os Juros anteriores que foram incorporados ao Capital (e assim Capitalizados).

Gabarito: **CERTO**

**(IFPA - 2016) Quando os Juros produzidos em um período de Capitalização e não pagos são integrados ao Capital constituído no início do período seguinte, para produzirem novos Juros, com incidência de Juros sobre o Capital e sobre os próprios Juros, o regime adotado é de Juros:**

- a) Direto
- b) Compostos
- c) Absolutos
- d) Simples
- e) Relativos

**Comentários:**

Observe que a banca deixa explícito que os Juros produzidos em um período são integrados ao Capital, isto é, são Capitalizados.

Essa característica retrata o regime de Juros compostos.

Gabarito: Alternativa **B**

**(UFRJ - 2014) O conceito de Juros compostos é importante na Matemática Financeira. Assinale a alternativa a seguir que melhor define esse conceito.**

- a) É um percentual constante do Capital inicial, sem a inclusão dos Juros auferidos.
- b) É um valor em dinheiro do Capital inicial, retirando-se os Juros ganhos em períodos anteriores.
- c) É um valor em dinheiro do Capital corrigido, descontado dos Juros auferidos.
- d) É um percentual do Capital corrigido, agregado dos Juros ganhos em períodos anteriores.
- e) É um percentual do valor do Capital auferido.

**Comentários:**

No regime de Capitalização composta, os rendimentos em cada período são incorporados ao Capital de modo que os Juros Compostos expressam um percentual do Capital corrigido.

Esta correção é dada pela soma (agregação) dos Juros obtidos em períodos anteriores. Ou seja, é um percentual do Capital corrigido agregado dos Juros ganhos em períodos anteriores.

Gabarito: Alternativa **D**

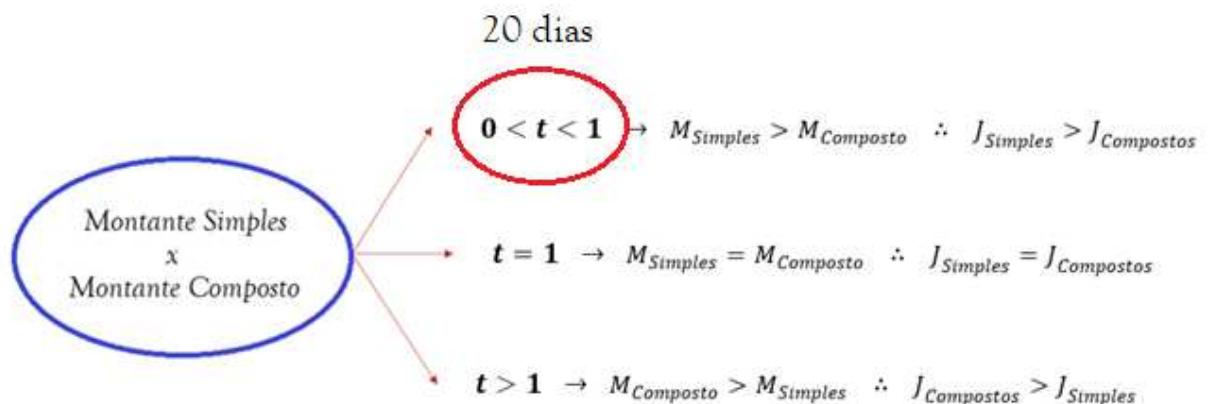
(BNDES - 2008) Um indivíduo fez uma aplicação com taxa pré-fixada de 2,25% ao mês. Entretanto, passados 20 dias, precisou fazer o resgate. Suponha que seja possível escolher entre os regimes de Capitalização simples ou composto para realizar o resgate desse Montante. Pode-se afirmar que o Montante obtido:

- a) pelo regime simples será igual ao Capital inicial (não haverá Juros simples).
- b) pelo regime composto será igual ao Capital inicial (não haverá Juros compostos).
- c) pelo regime composto será maior.
- d) pelo regime simples será maior.
- e) será o mesmo, considerando os dois regimes de Capitalização.

#### Comentários:

Observe, primeiramente, que a unidade da Taxa de Juros é mensal. Ou seja, nossa unidade de tempo para compararmos os Montantes Simples e Composto será o "mês".

Estudamos na **esquematização** que:



**Obs:** Dado dois Capitais de igual valor aplicados a uma mesma Taxa de Juros

Perceba que 20 dias é menor que 1 mês (nossa unidade de tempo). Sendo assim, o enunciado se encaixa na primeira hipótese em que o tempo de aplicação é menor que a unidade de tempo.

Nesse caso, pode-se afirmar que **o Montante obtido pelo regime Simples é maior que o Montante obtido pelo regime Composto**.

Gabarito: Alternativa **D**

(Pref. Novo Hamburgo - 2020) Pode-se definir Juros como a remuneração cobrada de quem efetuou um empréstimo e que deve ser paga ao proprietário do Capital emprestado. As taxas de Juros devem remunerar com base: no risco agregado no investimento (quanto mais arriscado o investimento, deve-se exigir taxas de Juros proporcionalmente maiores); nas expectativas inflacionárias; na compensação pela

**não aplicação do dinheiro em outro investimento e os custos administrativos envolvidos na operação. Os Juros podem ser calculados pelo sistema de Capitalização simples ou composta, sendo essa última a mais utilizada na prática. Assim, no sistema de Capitalização composta,**

- a) o juro é calculado somente sobre o Capital inicial.
- b) o juro é calculado da mesma maneira que na Capitalização simples.
- c) o juro de cada período não é incorporado ao Capital inicial.
- d) a Taxa de Juros não incide sobre os Juros do período anterior.
- e) o juro de cada intervalo de tempo é incorporado ao Capital inicial e passa a render Juros também.

**Comentários:**

Vamos analisar as assertivas isoladamente:

- a) *o juro é calculado ~~somente~~ sobre o Capital inicial.*

**ERRADO.** Perceba que essa é uma característica do Regime de Juros Simples. No regime de Juros Compostos, os Juros são calculados em cima do Capital inicial acrescido dos Juros dos períodos anteriores.

- b) *o juro é calculado da ~~mesma maneira~~ que na Capitalização simples.*

**ERRADO.** Acabamos de ver que são duas maneiras distintas de cálculo. Enquanto que nos Juros Simples, o juro é calculado somente sobre o Capital inicial, no regime de Juros Compostos, o juro é calculado agregando os Juros dos períodos anteriores ao Capital.

- c) *o juro de cada período ~~não~~ é incorporado ao Capital inicial.*

**ERRADO.** No regime de Juros Compostos, o Juro é (sim) incorporado ao Capital.

- d) *a Taxa de Juros ~~não incide~~ sobre os Juros do período anterior.*

**ERRADO.** Na Capitalização Composta, a Taxa de Juros incide sobre o Capital Inicial mais os Juros dos períodos anteriores.

- e) *o juro de cada intervalo de tempo é incorporado ao Capital inicial e passa a render Juros também.*

**CERTO.** Definição precisa do que ocorre no sistema de Capitalização composta. No cálculo dos Juros Compostos, os rendimentos em cada período são incorporados ao Capital, de forma que os Juros, ao final do período seguinte, incidem NÃO SÓ sobre o Capital Inicial, MAS TAMBÉM sobre os Juros anteriores que foram incorporados ao Capital (e assim Capitalizados).

Gabarito: Alternativa E



# CAPITALIZAÇÃO SIMPLES - ASPECTOS MATEMÁTICOS

Na parte conceitual, vimos que no Regime de Capitalização Simples os Juros de cada período são os mesmos, pois esses são SEMPRE calculados aplicando uma porcentagem (taxa de juros) sobre o Capital Inicial.

Passaremos agora para a **parte matemática** desse Regime. Vamos aprender a calcular os Juros e o Montante em Regime de Capitalização Simples.

## Cálculo dos Juros Simples

Os Juros Simples são **SEMPRE** calculados aplicando a **Taxa de Juros sobre o Capital Inicial**. Sua fórmula é dada pela seguinte equação:

$$J = C \times i \times t$$

Onde,

$J$  = Juros Simples

$C$  = Capital

$i$  = Taxa de Juros

$t$  = tempo

**Duas observações** Importantes são necessárias na hora de aplicar essa fórmula:

1. Atente-se para as unidades do Tempo e da Taxa de Juros. **OBRIGATORIAMENTE** elas devem estar na mesma unidade de grandeza.

Então, se a Taxa, por exemplo, estiver em "por cento ao mês", a unidade de tempo **NECESSARIAMENTE** deve estar em "meses".

Iremos resolver muitos exercícios que trabalharão com essa conversão. Fique tranquilo. Apenas decore que a grandeza do Tempo e da Taxa de Juros DEVEM estar na mesma unidade.

2. A Taxa de Juros deve ser inserida na equação na **forma unitária**.

## Cálculo do Montante Simples

Em termos matemáticos, **Montante é o Capital Inicial somado aos Juros**, isto é, em um investimento por exemplo, é o valor que foi aplicado inicialmente mais os Juros recebidos pela aplicação.

$$Montante = Capital + Juros$$

$$M = C + J$$

No tópico acima, apresentamos a fórmula dos Juros:

$$J = C \times i \times t$$

Vamos substituí-la e calcular o Montante.

$$M = C + J$$

$$M = C + C \times i \times t$$

Colocando o  $C$  em evidência teremos:

$$M = C \times (1 + i \times t)$$

Onde,

$M$  = Montante Simples

$C$  = Capital

$i$  = Taxa de Juros

$t$  = tempo

As mesmas observações feitas na fórmula dos Juros valem para a fórmula do Montante.

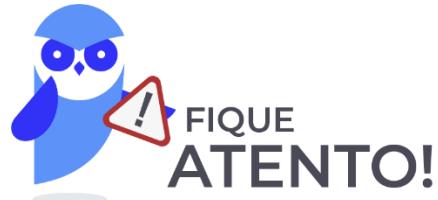
A Taxa de Juros deve ser inserida na **forma unitária** e a grandeza da Taxa de Juros e do Tempo devem estar, **OBRIGATORIAMENTE**, na **mesma unidade de grandeza**.



Juros Simples

$$J = C \times i \times t$$
$$M = C \times (1 + i \times t)$$

- "i" e "t" **obrigatoriamente** na **mesma unidade** de grandeza



Antes de praticarmos, vamos a uma **observação**:

No quadro acima, foi apresentada a fórmula dos Juros e do Montante em regime de Juros Simples. Porém, você pode calcular o Montante de duas maneiras diferentes.

1. Utilizar diretamente a fórmula do Montante.

$$M = C \times (1 + i \times t)$$

2. Calcular primeiramente os Juros.

$$J = C \times i \times t$$

E, posteriormente, somar ao Capital Inicial. Pois, como estudamos no início da aula, o Montante é igual ao Capital Inicial mais os Juros.

$$M = C + J$$



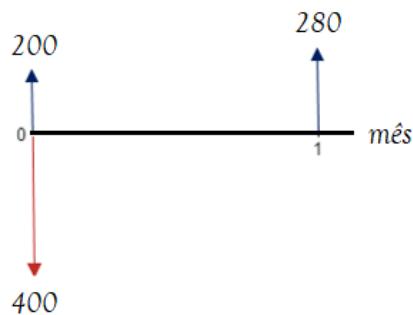
**(SEFAZ ES - 2022)** Marlene comprou uma mercadoria que custava R\$ 400,00 e pagou em duas parcelas: R\$ 200,00 no ato da compra e R\$ 280,00 um mês após a compra.

A taxa de juro mensal paga por Marlene foi de

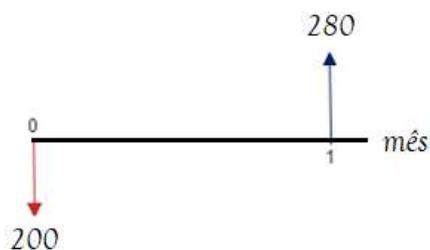
- a) 40%
- b) 30%
- c) 25%
- d) 20%
- e) 15%

#### Comentários:

Marlene comprou uma mercadoria que custava R\$ 400,00 e pagou em duas parcelas: R\$ 200,00 no **ato da compra** e R\$ 280,00 **um mês após** a compra. Graficamente teremos:



Ora, se a mercadoria custava R\$ 400,00 e Marlene deu R\$ 200,00 de entrada, é porque ainda falta pagar um Capital de R\$ 200,00, concorda?



Então, faltava pagar um Capital de R\$ 200,00 e ela pagou um Montante de R\$ 280,00 um mês após.

Vamos aplicar a fórmula do Montante para uma unidade de tempo e calcular a taxa de juro mensal paga por Marlene:

$$M = C \times (1 + i \times t)$$

$$280 = 200 \times (1 + i \times 1)$$

$$(1 + i) = \frac{280}{200}$$

$$1 + i = 1,4$$

$$i = 1,4 - 1 \rightarrow \boxed{i = 0,4 \text{ ou } 40\% \text{ ao mês}}$$

Gabarito: Alternativa A

(UEPA - 2020) Um comerciante, precisando de dinheiro para fechar um negócio que julgava ser vantajoso, tomou o dinheiro emprestado no banco em que possui conta corrente. O contrato assinado previa que o pagamento deveria ser feito dez meses após o empréstimo ter sido concedido, com Taxa de Juros de 10% ao mês, no regime de Juros simples. O contrato estabelecia pagamento de Juros no valor de R\$ 20.000,00. O comerciante fez um empréstimo, em reais, no valor de

- a) 20.000
- b) 22.000
- c) 23.000
- d) 24.000

#### Comentários:

O enunciado nos informa que houve pagamento de Juros no valor de R\$ 20.000 sobre um Capital emprestado por 10 meses a Taxa de Juros de 10% ao mês.

No Regime de **Capitalização Simples**, os Juros são calculados pela seguinte fórmula:

$$J = C \times i \times t$$

Onde,

$$J = Juros Simples = 20.000$$

$$C = Capital = ?$$

$$i = Taxa de Juros = 10\% \text{ ao mês} = 0,1$$

$$t = tempo = 10 \text{ meses}$$

A Taxa de Juros e o Tempo já estão na mesma unidade de grandeza.

Nesse caso, vamos substituir os valores na equação e calcular o valor do Capital que foi tomado emprestado.

$$J = C \times i \times t$$

$$J = 20.000 \times 0,1 \times 10 \rightarrow J = 20.000$$

Gabarito: Alternativa A

**(CRMV AM - 2020 - Adaptada)** Para formar sua empresa, Josué tomou R\$ 50.000,00 emprestados a Juros simples de 3% ao mês.

Com base nesse caso hipotético, julgue o item.

Ao final do terceiro mês, Josué pagou um total de R\$ 4.500,00 de Juros.

#### Comentários:

O enunciado nos informa que o empréstimo ocorre em **Regime de Capitalização Simples**. Nesse Regime, os Juros são calculados pela seguinte fórmula:

$$J = C \times i \times t$$

Onde,

$$J = Juros Simples = ?$$

$$C = Capital = 50.000$$

$$i = Taxa de Juros = 3\% \text{ ao mês} = 0,03$$

$$t = tempo = 3 \text{ meses}$$

A Taxa de Juros e o Tempo já estão na mesma unidade de grandeza.

Nesse caso, vamos substituir os valores na equação e **calcular o valor total dos Juros pagos** ao final do terceiro mês.

$$J = C \times i \times t$$

$$J = 50.000 \times 0,03 \times 3 \rightarrow J = 4.500$$

Gabarito: CERTO

**(Pref. Novo Hamburgo - 2020)** João tinha uma dívida contratual com valor nominal de R\$ 2.000,00. Essa dívida foi paga com atraso de 6 meses, sendo que a Taxa de Juros simples era de 10% ao mês, caso João atrasasse o pagamento. Assim, o valor total da dívida paga por João foi de

- a) R\$ 4.000,00
- b) R\$ 3.200,00
- c) R\$ 3.100,00
- d) R\$ 3.400,00
- e) R\$ 3.600,00

**Comentários:**

Essa questão foi cobrada na prova de Auditor Fiscal. Perceba que, independentemente do cargo, uma questão de Juros Simples sempre estará na sua prova.

O enunciado nos informa que João tinha uma dívida (Capital) de R\$ 2.000,00 que foi paga com atraso de 6 meses a uma Taxa de Juros Simples de 10% ao mês. A banca nos questiona o valor do Montante (dívida final) paga por João.

No **Regime de Juros Simples** o Montante é calculado pela seguinte fórmula:

$$M = C \times (1 + i \times t)$$

Onde,

$$M = \text{Montante Simples} = ?$$

$$C = \text{Capital (dívida inicial)} = 2.000$$

$$i = \text{Taxa de Juros} = 10\% \text{ ao mês} = 0,1$$

$$t = \text{tempo} = 6 \text{ meses}$$

A Taxa de Juros e o Tempo já estão na mesma unidade de grandeza.

Nesse caso, vamos substituir os valores na equação e calcular o valor total da dívida paga por João.

$$M = C \times (1 + i \times t)$$

$$M = 2.000 \times (1 + 0,1 \times 6)$$

$$M = 2.000 \times (1 + 0,6)$$

$$M = 2.000 \times 1,6 \rightarrow \boxed{\mathbf{M = 3.200}}$$

Ou, como dito na observação na parte teórica, poderíamos primeiro calcular os Juros da operação:

$$J = C \times i \times t$$

$$J = 2.000 \times 0,1 \times 6 \rightarrow \boxed{\mathbf{J = 1.200}}$$

E, posteriormente, somar ao Capital Inicial.

$$M = C + J$$

$$M = 2.000 + 1.200 \rightarrow \boxed{M = 3.200}$$

Gabarito: Alternativa **B**

(Pref. Santo Augusto RS - 2020) Quanto de Juros renderá uma aplicação sob regime de Juros simples, de um Capital de R\$ 3.000,00, a uma taxa mensal de 2%, durante 6 meses?

- a) R\$ 360,00
- b) R\$ 480,00
- c) R\$ 600,00
- d) R\$ 720,00
- e) R\$ 840,00

#### Comentários:

O enunciado nos informa que o empréstimo ocorre em **Regime de Capitalização Simples**. Nesse Regime, os Juros são calculados pela seguinte fórmula:

$$J = C \times i \times t$$

Onde,

$$J = Juros Simples = ?$$

$$C = Capital = 3.000$$

$$i = Taxa de Juros = 2\% \text{ ao mês} = 0,02$$

$$t = tempo = 6 \text{ meses}$$

A Taxa de Juros e o Tempo já estão na mesma unidade de grandeza.

Nesse caso, vamos substituir os valores na equação e calcular o valor dos Juros pagos ao final do terceiro mês.

$$J = C \times i \times t$$

$$J = 3.000 \times 0,02 \times 6 \rightarrow \boxed{J = 360}$$

Gabarito: Alternativa **A**

**(AVAREPREV SP - 2020)** Pedro aplicou R\$ 1.200,00 a Juros simples em um investimento que, isento de quaisquer descontos, retornou-lhe, após um ano, o valor de R\$ 1.272,00. A taxa mensal desse investimento era de

- a) 0,3%
- b) 0,5%
- c) 0,7%
- d) 0,9%
- e) 1,1%

**Comentários:**

O enunciado nos informa que Pedro aplicou R\$ 1.200,00 e obteve um Montante de R\$ 1.272,00 após 1 ano.

Vamos calcular os Juros recebidos por Pedro. Sabemos que os Juros são obtidos pela diferença do Montante ( $M$ ) recebido menos o Capital ( $C$ ) aplicado.

$$J = M - C$$

$$J = 1.272 - 1.200 \rightarrow \boxed{J = 72}$$

No Regime de Capitalização Simples, os Juros são calculados pela seguinte fórmula:

$$J = C \times i \times t$$

Onde,

$$J = \text{Juros Simples} = 72$$

$$C = \text{Capital} = 1.200$$

$$i = \text{Taxa de Juros} = ?$$

$$t = \text{tempo} = 1 \text{ ano} = 12 \text{ meses}$$

Observe que o enunciado nos questiona a Taxa mensal. Logo, como a Taxa de Juros e o Tempo devem estar na mesma unidade de grandeza, transformamos o Tempo de ano em meses. Em 1 ano há 12 meses.

Substituindo os valores e calculando a Taxa mensal desse investimento teremos:

$$J = C \times i \times t$$

$$72 = 1.200 \times i \times 12$$

$$i = \frac{72}{1.200 \times 12} = \frac{6}{1.200} \rightarrow \boxed{i = 0,005 \text{ ou } 0,5\% \text{ ao mês}}$$

Gabarito: Alternativa **B**

**(AVAREPREV SP - 2020) Um Capital de R\$ 1.200,00, aplicado no regime de Juros simples, rendeu R\$ 65,00 de Juros. Sabendo-se que a Taxa de Juros contratada foi de 2,5% ao ano, é correto afirmar que o período da aplicação foi de**

- a) 20 meses
- b) 22 meses
- c) 24 meses
- d) 26 meses
- e) 30 meses

**Comentários:**

Observe que a banca nos questiona o tempo de aplicação em meses e fornece a Taxa de Juros em anos.

Primeiro passo, então, é converter a Taxa anual em mensal. Sabemos que em 1 ano há 12 meses. Logo, para passar de ano para mês, dividimos por 12.

$$i = 0,025 \text{ ao ano} \rightarrow i = \frac{0,025}{12} \text{ ao mês}$$

No **Regime de Capitalização Simples**, os Juros são calculados pela seguinte fórmula:

$$J = C \times i \times t$$

Onde,

$$J = \text{Juros Simples} = 65$$

$$C = \text{Capital} = 1.200$$

$$i = \text{Taxa de Juros} = 0,025/12 \text{ ao mês}$$

$$t = \text{tempo} = ?$$

Vamos substituir os valores e calcular o período da aplicação:

$$J = C \times i \times t$$

$$65 = 1.200 \times \frac{0,025}{12} \times t$$

$$65 = 2,5 \times t$$

$$t = \frac{65}{2,5} \rightarrow \boxed{t = 26 \text{ meses}}$$

Gabarito: Alternativa D

(Pref. Imbé RS - 2020) A aplicação de R\$1.500,00 durante três trimestres em um sistema de Capitalização simples, a uma taxa mensal de 2%, produz ao final do período um juro de:

- a) R\$ 1.750,00
- b) R\$ 1.500,00
- c) R\$ 1.000,00
- d) R\$ 540,00
- e) R\$ 270,00

**Comentários:**

No Regime de Capitalização Simples, os Juros são calculados pela seguinte fórmula:

$$J = C \times i \times t$$

Onde,

$$J = Juros Simples = ?$$

$$C = Capital = 1.500$$

$$i = Taxa de Juros = 2\% \text{ ao mês} = 0,02$$

$$t = tempo = 3 \text{ trimestres} = 9 \text{ meses}$$

Observe que o enunciado nos fornece a Taxa de Juros mensal e o Tempo de aplicação em trimestres.

Na teoria vimos que as unidades do Tempo e da Taxa de Juros, **OBRIGATORIAMENTE**, devem estar na **mesma unidade de grandeza**.

Então, convertemos o tempo de trimestre para mês. Sabemos que em 1 trimestre há 3 meses. Logo, em 3 trimestres haverá 9 meses.

Agora, como a Taxa de Juros e o Tempo estão na mesma unidade de grandeza, iremos substituir os valores e calcular os Juros ao final do período.

$$J = C \times i \times t$$

$$J = 1.500 \times 0,02 \times 9 \rightarrow \boxed{J = 270}$$

Gabarito: Alternativa E

**(CRA PR - 2019) Quanto às noções de matemática financeira, de finanças em geral e de orçamento, julgue o item.**

Se um Capital de R\$ 1.800,00, aplicado sob regime de Juros simples, gera como Montante o dobro desse valor no período de quatro anos, então a Taxa de Juros contratada é inferior a 18% ao ano.

**Comentários:**

No **Regime de Juros Simples**, o Montante é calculado pela seguinte equação:

$$M = C \times (1 + i \times t)$$

Onde,

$$M = \text{Montante Simples} = 2 \times 1.800 = 3.600$$

$$C = \text{Capital} = 1.800$$

$$i = \text{Taxa de Juros} = ?$$

$$t = \text{tempo} = 4 \text{ anos}$$

Vamos substituir os valores e calcular a Taxa de Juros anual da aplicação:

$$M = C \times (1 + i \times t)$$

$$3.600 = 1.800 \times (1 + i \times 4)$$

$$\frac{3.600}{1.800} = 1 + 4i$$

$$2 = 1 + 4i$$

$$1 = 4i \rightarrow i = \frac{1}{4} \rightarrow \boxed{i = 0,25 \text{ ou } 25\% \text{ ao ano}}$$

Ou seja, a Taxa de Juros contratada é **SUPERIOR** a 18% ao ano.

Gabarito: **ERRADO**

# TAXAS PROPORCIONAIS

**Taxas Proporcionais** são taxas de Juros que apresentam **unidades diferentes de tempo** que, quando aplicadas sobre o mesmo Capital, produzirão igual Montante em Regime de Juros Simples.

A Taxa de Juros, em regime de Capitalização Simples, comporta-se de **maneira Linear** em relação ao tempo. Sendo assim, para calcular a taxa proporcional basta fazermos uma simples divisão/multiplicação ou uma regra de três.



**Exemplo 1:** Uma taxa bimestral de 8% terá sua Taxa de Juros mensal igual a:

Como em 1 bimestre há 2 meses, a taxa mensal será a metade da taxa bimestral.

$$i_{mensal} = \frac{i_{bimestral}}{2}$$
$$i_{mensal} = \frac{8\%}{2} \rightarrow i_{mensal} = 4\%$$

Você poderia também resolver por uma regra de três (as contas seriam as mesmas).

Em 1 bimestre (2 meses) temos 8%. Em 1 mês teremos  $i\%$ .

$$2 \text{ meses} - 8\%$$

$$1 \text{ mês} - i\%$$

Fazendo o produto dos meios igual ao produto dos extremos (multiplicando cruzado) teremos:

$$2 \times i\% = 8\%$$

$$i = \frac{8\%}{2} \rightarrow i = 4\% \text{ ao mês}$$

**Exemplo 2:** Uma taxa semestral de 5% terá sua taxa proporcional anual igual a:

Sabemos que em 1 ano há 2 semestres. Logo, a taxa anual será o dobro da taxa semestral.

$$i_{anual} = i_{semestral} \times 2$$

$$i_{anual} = 5\% \times 2 \rightarrow i_{anual} = 10\%$$

**Exemplo 3:** Uma taxa bimestral de 5% terá sua taxa proporcional semestral igual a:

Em 1 semestre há 3 bimestres. Sendo assim, a taxa semestral será 3 vezes a taxa bimestral.

$$i_{semestral} = i_{bimestral} \times 3$$

$$i_{semestral} = 5\% \times 3 \rightarrow i_{semestral} = 15\%$$



**Taxas Proporcionais** estão associadas a Regime de Juros Simples e comportam-se de maneira Linear em função do tempo.

*Taxas Proporcionais → Juros Simples*

Em regime de Capitalização Simples, a Taxa Equivalente é igual a Taxa Proporcional.

Nos exercícios abaixo, veremos como este assunto é cobrado em concursos.



**(SEDU ES - 2018)** A taxa de juro simples bimestral proporcional à 4,8% ao ano é igual a

- a) 3,6%
- b) 1,2%
- c) 0,4%
- d) 0,8%
- e) 2,4%

### Comentários:

Sabemos que em 1 ano há 6 bimestres. Então, a taxa de juro simples  $i$  bimestral proporcional à 4,8% ao ano será:

$$i_{bimestral} = \frac{i_{anual}}{6}$$
$$i = \frac{4,8\%}{6} \rightarrow i = 0,8\% \text{ ao bimestre}$$

Ou poderíamos fazer uma regra de três (a conta seria a mesma).

Em 1 ano (6 bimestres) temos 4,8%. Em 1 bimestre teremos  $i\%$ .

$$6 \text{ bimestres} - 4,8\%$$

$$1 \text{ bimestre} - i\%$$

Fazendo o produto dos meios igual ao produto dos extremos (multiplicando cruzado) teremos:

$$6 \times i\% = 1 \times 4,8\%$$
$$i = \frac{4,8\%}{6} \rightarrow i = 0,8\% \text{ ao bimestre}$$

Gabarito: Alternativa D

### (STM - 2018) Julgue o item seguinte, relativo à matemática financeira.

No regime de Juros simples, a taxa de 21% ao mês é equivalente à taxa de 252% ao ano.

### Comentários:

Em regime de **Capitalização Simples, a Taxa Equivalente é igual a Taxa Proporcional**.

Sabemos que em 1 ano há 12 meses.

Então, a Taxa de Juros Simples anual  $i$  proporcional à 21% ao mês será:

$$i_{anual} = i_{mensal} \times 12$$
$$i = 21\% \times 12 \rightarrow i = 252\% \text{ ao ano}$$

Gabarito: CERTO

**(TCE PE - 2017) Julgue o item seguinte, relativo à matemática financeira.**

A taxa de 24% ao ano é proporcional à taxa de 2% ao mês.

**Comentários:**

Sabemos que em 1 ano há 12 meses. Logo, a taxa mensal  $i$  proporcional à taxa anual será:

$$i_{mensal} = \frac{i_{anual}}{12}$$

$$i = \frac{24\%}{12} \rightarrow i = 2\% \text{ ao mês}$$

Gabarito: **CERTO**

**(CFO DF - 2017) Com base em conhecimentos relativos à matemática financeira, a finanças e a orçamento, julgue o item a seguir.**

Sendo a Taxa de Juros anual de 18%, conclui-se que a taxa proporcional bimestral seja de 9%.

**Comentários:**

Sabemos que em 1 ano há 6 bimestres. Então, a taxa de juro simples  $i$  bimestral proporcional à 18% ao ano será:

$$i_{bimestral} = \frac{i_{anual}}{6}$$

$$i = \frac{18\%}{6} \rightarrow i = 3\% \text{ ao bimestre}$$

Gabarito: **ERRADO**

**(CFO DF - 2017 Adaptada) Com base em conhecimentos relativos à matemática financeira, a finanças e a orçamento, julgue o item a seguir.**

Uma Taxa de Juros simples de 16% ao semestre será equivalente a 64% em dois anos.

**Comentários:**

Em 2 anos há 4 semestres. Logo, a Taxa de Juros simples  $i$  bienal (o certo é bienal. Bianual é que ocorre duas vezes no ano e bienal que ocorre de dois em dois anos) proporcional à 16% ao semestre será:

$$i_{biênio} = i_{semestral} \times 4$$

$$i = 16\% \times 4 \rightarrow \boxed{i = 64\% \text{ ao biênio}}$$

Gabarito: CERTO

(MPE GO - 2016) A Taxa de Juros de 4% ao trimestre tem qual taxa equivalente anual no regime de Juros simples?

- a) 18% a. a.
- b) 12% a. a.
- c) 16% a. a.
- d) 13% a. a.

Comentários:

Em 1 ano há 4 trimestres. Sendo assim, a taxa equivalente anual será igual a:

$$i_{anual} = i_{trimestral} \times 4$$

$$i = 4\% \times 4 \rightarrow \boxed{i = 16\% \text{ ao ano}}$$

Gabarito: Alternativa C

(Pref. Florianópolis SC - 2014) A Taxa de Juros simples mensais de 4,25% é equivalente à taxa de:

- a) 12,5% trimestral
- b) 16% quadrimestral
- c) 25,5% semestral
- d) 36% anual
- e) 52% anual

Comentários:

O enunciado nos fornece a taxa mensal e questiona a Taxa Equivalente em Juros Simples. Lembrando que, em regime de **Capitalização Simples, a Taxa Equivalente é igual a Taxa Proporcional**.

Vamos calcular rapidamente as taxas proporcionais trimestral (3 meses), quadrimestral (4 meses), semestral (6 meses) e anual (12 meses).

$$i_{trimestral} = i_{mensal} \times 3 \rightarrow i_{trimestral} = 4,25 \times 3 \rightarrow i_{trimestral} = 12,75\%$$

$$i_{quadrimestral} = i_{mensal} \times 4 \rightarrow i_{quadrimestral} = 4,25 \times 4 \rightarrow i_{quadrimestral} = 17\%$$

$$i_{semestral} = i_{mensal} \times 6 \rightarrow i_{semestral} = 4,25 \times 6 \rightarrow i_{semestral} = 25,5\%$$

$$i_{anual} = i_{mensal} \times 12 \rightarrow i_{anual} = 4,25 \times 12 \rightarrow i_{anual} = 51\%$$

Gabarito: Alternativa C

(CM Pontal PR - 2014) Em relação a uma aplicação financeira Capitalizada a Juros simples de 10% ao ano, analise as afirmações:

- I. O Montante cresce exponencialmente.
- II. Para dobrar o Capital investido demorará 10 anos.
- III. A taxa equivalente de Juros e a taxa proporcional são iguais.

Podemos concluir que:

- a) Apenas I e II estão corretas.
- b) Apenas I e III estão corretas.
- c) Apenas II e III estão corretas.
- d) Todas estão corretas.
- e) Apenas a II está correta.

Comentários:

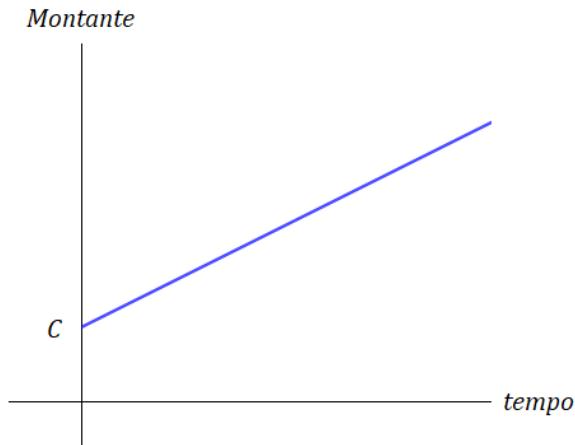
Vamos analisar os itens separadamente.

- I. O Montante cresce exponencialmente.

**ERRADO.** Em Juros Simples, a sequência formada pelos valores dos Montantes em cada período é caracterizada sempre por uma **PROGRESSÃO ARITMÉTICA CRESCENTE** onde a **razão é igual ao valor dos Juros**.

Ao representarmos **graficamente** o Montante de uma aplicação em Juros Simples, estaremos representando o gráfico de uma **FUNÇÃO DO PRIMEIRO GRAU**, isto é, uma reta.

O Montante da aplicação apresenta um **crescimento linear** constante, característica básica de uma função do primeiro grau.



*II. Para dobrar o Capital investido demorará 10 anos.*

**CERTO.** Para o Montante atingir um valor igual ao dobro do Capital investido será necessário um tempo igual a:

$$M = C \times (1 + i \times t)$$

$$2\mathcal{E} = \mathcal{E} \times (1 + 0,1 \times t)$$

$$2 = 1 + 0,1t$$

$$1 = 0,1t$$

$$t = \frac{1}{0,1} \rightarrow \textbf{\textit{t = 10 anos}}$$

*III. A taxa equivalente de Juros e a taxa proporcional são iguais.*

**CERTO.** **Taxas Proporcionais** estão associadas a Regime de Juros Simples e comportam-se de maneira Linear em função do tempo.

*Taxas Proporcionais → Juros Simples*

Em regime de **Capitalização Simples**, a **Taxa Equivalente é igual a Taxa Proporcional**.

Gabarito: Alternativa **C**

## JUROS COMERCIAIS E JUROS EXATOS

Nas operações financeiras e nas provas de concursos, existem duas convenções sobre os Juros em função do número de dias em que se remunera o Capital.

- + Nos Juros Comerciais (ou ordinários ou bancários) é adotado como referência um **mês de 30 dias** e, por consequência, um **ano com 360 dias** (não importando o calendário civil).
- + Já nos **Juros Exatos**, calculam-se os Juros em função do calendário civil, isto é, um **ano pode ter 365 ou 366 dias** (ano bissexto). Adota-se o mês com seu número real de dias, ou seja, 30 ou 31 dias.



*Juros Comerciais → mês com 30 dias e ano com 360 dias*

*Juros Exatos → mês com 30 ou 31 dias e ano com 365 ou 366 dias*

Vejamos como esses conceitos foram cobrados em prova.



(TCE PI - 2021) Um capital de R\$ 20.000,00 foi aplicado a juros simples pelo prazo de 1 mês, tendo produzido um montante de R\$ 20.720,00.

Se nenhum saque ou aporte for feito e considerando-se o mês comercial, após mais 10 dias, o montante será de:

- a) R\$ 20.968,64;
- b) R\$ 20.960,00;
- c) R\$ 20.869,46;
- d) R\$ 20.864,90;

- e) R\$ 20.860,00.

**Comentários:**

Conforme estudamos, nos **Juros Comerciais** é adotado como referência um mês de 30 dias (não importando se este mês tem 28, 30 ou 31).

Vamos então utilizar as informações iniciais do enunciado e **calcular a taxa de juros diária** desta operação. Um capital de R\$ 20.000,00 foi aplicado a juros simples pelo prazo de 1 mês (30 dias), tendo produzido um montante de R\$ 20.720,00. Ou seja, os Juros foram de R\$ 720,00.

Aplicando a fórmula dos Juros no regime Simples teremos:

$$J = C \times i \times t$$
$$720 = 20.000 \times i \times 30 \rightarrow i = \frac{720}{600.000} \text{ ao dia}$$

Não precisamos calcular esta fração por ora. Deixemos assim e continuamos.

Esta operação continuou por mais 10 dias e a banca nos questiona o valor do Montante ao final desse período. Ou seja, o capital de R\$ 20.000,00 ficou **aplicado por um período total de 40 dias** (os 30 iniciais mais os 10 seguintes).

Iremos calcular os Juros para esse período.

$$J = C \times i \times t$$
$$J = 20.000 \times \frac{720}{600.000} \times 40 \rightarrow J = 960$$

Logo, o Montante será:

$$M = C + J$$
$$M = 20.000 + 960 \rightarrow M = 20.960$$

Gabarito: Alternativa **B**

**(CRN - 2019) Julgue o item seguinte, relativo à matemática financeira.**

Na matemática financeira, os Juros exatos são calculados arredondando-se o resultado para a segunda casa decimal, enquanto os Juros comerciais são calculados desprezando-se o resultado a partir da terceira casa decimal.

**Comentários:**

A questão tentou confundir o candidato acerca das definições de Juros exatos e Juros comerciais.

Essas taxas **não são determinadas pela quantidade de casas decimais**. A convenção é **determinada pelo número de dias** em que se remunera o Capital.

Nos Juros Comerciais é adotado como referência um mês de 30 dias e, por consequência, um ano com 360 dias. Já nos Juros Exatos, calculam-se os Juros em função do calendário civil, isto é, um ano pode ter 365 ou 366 dias.

Gabarito: **ERRADO**

**(ADRR - 2018) Em operações de curto prazo é conveniente utilizar a taxa diária equivalente. O cálculo pode ser feito segundo duas convenções: Juro Exato e Juro Comercial. Para os cálculos de Juro Comercial, considera-se o ano e o mês, respectivamente, com:**

- a) 365 dias e o ano com 30 dias.
- b) 360 dias e o ano com 30 dias.
- c) 360 dias e o mês com seu número real de dias.
- d) o ano e cada mês vigente com seu número real de dias.
- e) o ano vigente com seu número real de dias e o mês com 30 dias.

**Comentários:**

Vamos relembrar a diferença entre as duas convenções:

*Juros Comerciais → mês 30 dias e ano com 360 dias*

*Juros Exatos → mês com 30 ou 31 dias e ano com 365 ou 366 dias*

Logo, nos Juros Comerciais é adotado como referência um ano com 360 dias e, por consequência, um mês com 30 dias (não importando o calendário civil).

Gabarito: Alternativa **B**

**(SEFAZ PB - 2006) Certas operações podem ocorrer por um período de apenas alguns dias, tornando conveniente utilizar a taxa diária e obtendo os Juros segundo a convenção do ano civil ou do ano comercial. Então, se um Capital de R\$ 15.000,00 foi aplicado por 5 dias à Taxa de Juros simples de 9,3% ao mês, em um mês de 31 dias, o módulo da diferença entre os valores dos Juros comerciais e dos Juros exatos é**

- a) R\$ 7,50
- b) R\$ 15,00
- c) R\$ 22,50
- d) R\$ 30,00
- e) R\$ 37,50

## Comentários:

Questão bem interessante que caiu na prova de Auditor Fiscal do Estado da Paraíba. Uma questão antiga, mas bem elaborada sobre o tema.

O enunciado nos informa que um Capital de R\$ 15.000 é aplicado por 5 dias à Taxa de Juros simples de 9,3% ao mês e questiona o valor da diferença dos Juros comerciais e dos Juros exatos.

Vamos calcular separadamente cada Juros e no final proceder com a operação de subtração (diferença).

### Juros Comercias

Nos Juros Comerciais é adotado como referência um mês de 30 dias (não importando se este mês tem 30 ou 31).

Em Regime de Capitalização Simples, os Juros são calculados pela seguinte fórmula:

$$J = C \times i \times t$$

Onde,

$$J = \text{Juros Simples} = ?$$

$$C = \text{Capital} = 15.000$$

$$i = \text{Taxa de Juros} = 9,3\% \text{ ao mês}$$

$$t = \text{tempo} = 5 \text{ dias}$$

Observe que a taxa e o tempo estão em unidades diferentes. Vamos transformar a taxa mensal em diária. Como nos Juros Comerciais é adotado como referência um mês de 30 dias, a taxa diária será igual a:

$$i = \frac{0,093}{30} \rightarrow i = 0,0031 \text{ ao dia}$$

Vamos substituir os valores e calcular os Juros Comerciais.

$$J_{\text{comerciais}} = C \times i \times t$$

$$J_{\text{comerciais}} = 15.000 \times 0,0031 \times 5 \rightarrow J_{\text{comerciais}} = 232,50$$

## Juros Exatos

Nos Juros Exatos, calculam-se os Juros em função do calendário civil. Então, como o mês em destaque no enunciado tem 31 dias, a taxa diária, neste caso, será calculada dividindo-se a taxa mensal por 31.

$$i = \frac{0,093}{31} \rightarrow i = 0,003 \text{ ao dia}$$

Iremos proceder com o mesmo raciocínio do cálculo dos Juros Comerciais. Porém, substituiremos na equação dos Juros a taxa calculada acima.

$$\begin{aligned} J_{\text{Exatos}} &= C \times i \times t \\ J_{\text{Exatos}} &= 15.000 \times 0,003 \times 5 \rightarrow J_{\text{Exatos}} = 225 \end{aligned}$$

Sendo assim, a diferença  $d$  entre os Juros será igual a:

$$\begin{aligned} d &= J_{\text{Comerciais}} - J_{\text{Exatos}} \\ d &= 232,50 - 225,00 \rightarrow d = 7,50 \end{aligned}$$

Gabarito: Alternativa A

**(PF - 2004) Considerando os conceitos de matemática financeira relativos ao cálculo de Juros, descontos e taxas, julgue o seguinte item.**

No cálculo de Juros exatos, considera-se a média de trinta dias para cada mês.

**Comentários:**

Essa questão e a próxima foram cobradas na prova da Polícia Federal no respectivo ano e pode ser que volte a ser cobrada nos próximos concursos. **Fique atento!**

Nos Juros Exatos, calculam-se os Juros em função do calendário civil, isto é, um ano pode ter 365 ou 366 dias (ano bissexto). Adota-se o mês com seu número real de dias, ou seja, 30 ou 31 dias.

A questão trouxe a definição de Juros Comerciais. Nesse, é adotado como referência um ano com 360 dias e, por consequência, um mês com 30 dias (não importando o calendário civil).

Gabarito: **ERRADO**

**(PF - 2004) Considerando os conceitos de matemática financeira relativos ao cálculo de Juros, descontos e taxas, julgue o seguinte item.**

Para o cálculo de Juros ordinários, utiliza-se o ano de 365 dias, desconsiderando-se anos bissextos.

#### Comentários:

Juros ordinários são os Juros Comerciais.

Nos Juros Comerciais (ou ordinários ou bancários) é adotado como referência um mês de 30 dias e, por consequência, um ano com 360 dias (não importando o calendário civil).

Gabarito: **ERRADO**

Chegamos ao final da teoria. Iremos comentar agora uma **bateria de questões de concursos** que sintetizam todo o conteúdo estudado.

Vamos juntos!



# RESUMO DA AULA

## Elementos de uma Operação de Juros

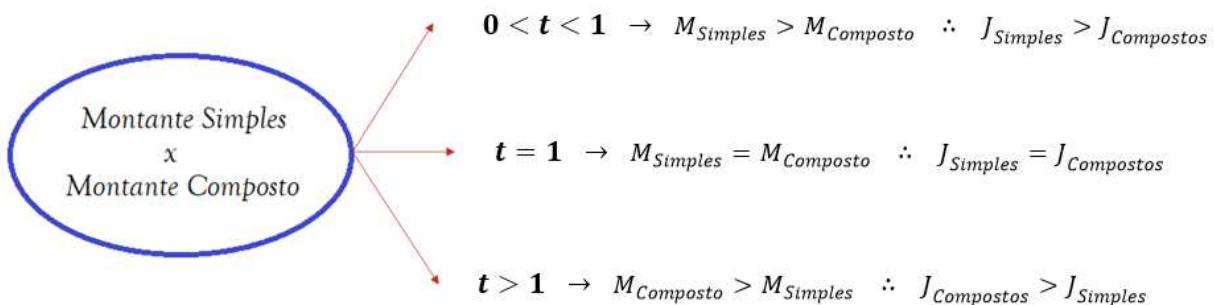
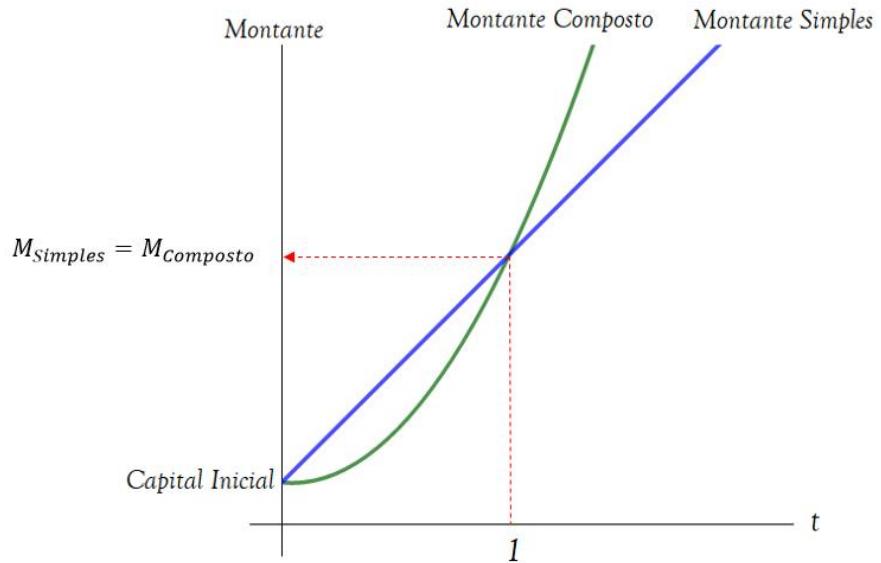
### Elementos de uma Operação de Juros

*Capital (C)*  
*Juros (J)*  
*Taxa de Juros (i)*  
*Tempo (t)*  
*Montante (M)*

## Regimes de Capitalização

Regimes de Capitalização (Aspectos Conceituais)	
Capitalização Simples	Capitalização Composta
Os Juros de cada período são <b>iguais</b>	Os Juros são <b>diferentes</b> em cada período
Os Juros são SEMPRE calculados em cima do <b>Capital Inicial</b>	Os Juros são calculados em cima do <b>Capital Inicial mais os Juros dos períodos anteriores</b>
Os Juros <b>não são Capitalizados</b>	Os Juros <b>são Capitalizados</b>
Valores dos Montantes → P.A. $razão = Juros$	Valores dos Montantes → P.G. $razão = 1 + i$
Gráfico → função do primeiro grau	Gráfico → função exponencial

## Relação Conceitual: Montante Simples x Montante Composto



**Obs:** Dado dois Capitais de igual valor aplicados a uma mesma Taxa de Juros

## Aspectos matemáticos

$$\underline{\text{Juros Simples}}$$

- $J = C \times i \times t$
- $M = C \times (1 + i \times t)$

- "i" e "t" **obrigatoriamente** na **mesma unidade** de grandeza

## Taxas Proporcionais

**Taxas Proporcionais** estão associadas a Regime de Juros Simples e comportam-se de maneira Linear em função do tempo.

*Taxas Proporcionais → Juros Simples*

Em regime de **Capitalização Simples**, a **Taxa Equivalente é igual a Taxa Proporcional**.

## Juros Comerciais e Juros Exatos

*Juros Comerciais → mês com 30 dias e ano com 360 dias*

*Juros Exatos → mês com 30 ou 31 dias e ano com 365 ou 366 dias*