

Estudo de Caso: Remuneração de executivos¹

Esse estudo de caso explora a variação de salários de 1.800 líderes de negócios. Apesar da mídia anunciar os salários absurdos de poucos, a maioria dos executivos ganha bem menos que os mais famosos. Entender essa variação requer que transformemos os dados em uma outra escala. Se não, os histogramas e as estatísticas descritivas nos mostram somente as observações extremas, ignorando a maioria dos dados. A transformação usada nesse exemplo é a mais comum e importante em business, o logaritmo.

Renda e assimetria

Os salários de CEOs de grandes empresas têm estado nas notícias. A maioria delas descrevem os salários dos executivos no topo e ignoram os outros. Só que existe uma enorme variação de salários de empresas diferentes, se você souber onde e como procurar.

A tabela de dados para esse estudo de caso tem 1.835 linhas, um para cada CEO de 1.835 empresas nos Estados Unidos. Essa tabela tem muitas colunas, mas começamos com a mais interessante: remuneração total. Essa variável combina o salário com outros bônus pagos para recompensar o CEO por feitos conquistados durante o ano. Alguns bônus são pagos em dinheiro e outros por ações da empresa. O histograma na Figura 1 mostra a distribuição da compensação total, em milhões de dólares, em 2010. O gráfico parece o que você esperaria de dados que tem a mediana de \$4 milhões com a amplitude interquartil (IQR) de \$6 milhões?

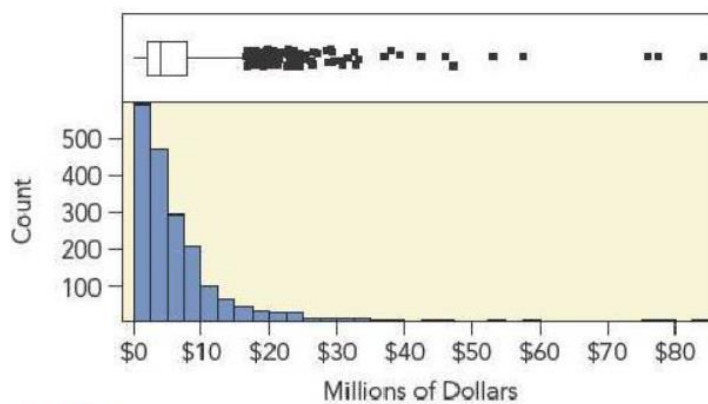


Figura 1: Histograma da remuneração total de CEOs

Essa distribuição é bem assimétrica. Poucos CEOs ganharam uma remuneração muito alta: 17 ganharam mais de \$30 milhões nesse ano. Esses 17 estão evidentes no boxplot, mas praticamente invisíveis no histograma. Como esses outliers vão de \$30 milhões a mais de \$80 milhões, é difícil ver as barrinhas pequenas no histograma para contá-las. A tabela abaixo mostra os top 5 CEOs.

Ao comparar com este grupo, as remunerações dos outros CEOs parecem razoáveis. A barra mais alta à esquerda do histograma representa os CEOs que fizeram menos que \$2,5 milhões.

¹ Estudo de Caso retirado e adaptado do livro *Statistics for Business – Decision Making and Analysis*, por Robert Shine and Dean Foster

Estatística com foco em Ciência de Dados e Business Analytics

Prof. Fernanda Maciel

Esse grupo é formado por aproximadamente um terço dos casos mostrados na Figura 1, mas quase não os vemos no boxplot já que eles estão espremidos à esquerda.

Tabela 1: Os CEOs mais bem remunerados em 2010.

CEO	Company	Business	Compensation
Philippe P. Dauman	VIACOM	Cable	\$84.5 million
Lawrence J. Ellison	Oracle	Business software	\$77.6 million
Ray R. Irani, Ph.D.	Occidental Petroleum	Petroleum and gas	\$76.1 million
Leslie Moonves	CBS	Television network	\$57.7 million
Adam S. Metz	General Growth	Commercial leasing	\$53.3 million

A assimetria no histograma afeta a descrição numérica. **Se os dados forem muito assimétricos, temos que tomar cuidado ao interpretar as estatísticas descritivas, com a média e o desvio padrão.** Nesses casos, nem a mediana é uma boa medida. O boxplot mostra a mediana, mas ela parece estar muito longe à esquerda. A média é alta, mas também à esquerda na Figura 1, já que muitos casos se acumulam próximo de zero. A mediana é \$4,01 milhões e a média é \$6,01 milhões. A assimetria puxa a média para a direita.

Para alguns propósitos, a média ainda é útil. Suponha que você tenha que pagar todos esses salários. O que você precisa saber para descobrir o total de dinheiro que você precisa, a média ou a mediana? Você precisa da média, já que é a soma de todos os salários dividido pelo número de observações, $\$6,01 \times 1.833 = \11.030 milhões, ou seja, você precisaria de \$11 bilhões para pagar a todos.

A assimetria também afeta as medidas de variação. A amplitude interquartil (IQR) é \$5,9 milhões. Essa amplitude é muito menor que a amplitude dos salários. O desvio padrão é maior, \$6,68 milhões, mas ainda pequena comparado com a amplitude do histograma (em dados com distribuição normal, a amplitude interquartil é geralmente maior que o desvio padrão).

Nós não podemos nem pensar em usar a Regra Empírica. A regra empírica descreve uma distribuição simétrica e obteríamos uma informação enviesada se tentássemos usar nesses dados. Por exemplo, o intervalo entre a média mais e menos um desvio padrão, que concentra 68% dos dados, seria $6,01 - 6,68 = -\$0,67$ milhões e $6,01 + 6,68 = \$12,69$ milhões. O valor mais baixo é negativo, o que não faz o menor sentido nesses dados.

Transformação Logarítmica

Para ver a variação entre os executivos que recebem menos, precisamos ampliar o lado esquerdo do histograma e condensar o lado direito. Se pudéssemos fazer isso, poderíamos ver a variação entre todos os valores ao invés de enfatizar os outliers. Além disso, o histograma ficaria com uma forma mais simétrica, fazendo mais sentido usar a média e o desvio padrão. O jeito simples de fazer isso é fazendo uma transformação. Na área de negócios, uma transformação muito usada é a logarítmica. Os logs nos ajudam a representar dados muito assimétricos em uma maneira que podemos usar média e desvio padrão. Usamos o log na base

Estatística com foco em Ciência de Dados e Business Analytics
Prof. Fernanda Maciel

10 ou logs². O log na base 10, abreviada como \log_{10} , é o poder no qual você deve elevar o 10 para achar o número. O \log_{10} de 100 é 2, já que $10^2=100$.

Os logs mudam a forma como vemos as remunerações. A tabela 2 mostra vários salários com logs na base 10. As duas colunas “distância para o próximo salário” mostram as diferenças entre dois salários próximos.

Tabela 2: Ilustração dos salários em dólares e na escala log.

Salary	Gap to Next Salary	Log ₁₀ Salary	Gap to Next Log Salary
\$100	\$900	2	1
\$1,000	\$9,000	3	1
\$10,000	\$90,000	4	1
\$100,000	\$900,000	5	1
\$1,000,000	\$9,000,000	6	1
\$10,000,000		7	

Observamos na tabela que os salários crescem em um fator de 10. As distâncias entre os salários crescem mais espaçados. Compare essas diferenças com a distância em logs. Em termos de dólar, tem uma distância muito maior entre \$10.000 e \$100.000 do que entre \$100 e \$1.000. Porém, ao transformar em logs, essas distâncias são as mesmas já que cada um representa um crescimento multiplicado por 10.

Utilidade para Riqueza

Mudança relativa é natural quando descrevemos diferenças entre salários. Lembre da última vez que você ouvir falar sobre aumento de salário. Provavelmente o aumento de salário foi descrito como um percentual, e não em valores. Quando você ouve sobre alguém negociando um salário, se fala em um aumento de 5% e não em \$500. **Colocar os dados na escala log realça as diferenças relativas (ou alteração percentual) do que a diferença absoluta.**

Quando descrevemos o valor do dinheiro, os economistas usam um conceito importante conhecido como utilidade. Cada real que você ganha é tão importante como qualquer outro real? Para a maioria, ganhar um extra de R\$1.000 ao ano tem muita “utilidade”. Esse dinheiro extra significa que você pode pagar e comprar mais. Mas esse dinheiro extra nos afeta igualmente? Esses R\$1.000 mudariam as coisas que o Phillippe Dauman já pode pagar? Provavelmente não. O jeito formal de transmitir o impacto desses R\$1.000 extras é pelas utilidades.

Considere o impacto de um bônus de \$1.000. Para Phillippe Dauman, indo de \$85.000.000 para \$85.001.000, seria um acréscimo de 0,0012%. Este bônus é um percentual muito baixo quando o salário é muito alto. Para um engenheiro que recebe \$100.000, o bônus adiciona 1%. Na linguagem da utilidade, A gente diria que a utilidade de \$1.000 para o engenheiro é de $1/0,0012 = 833$ vezes maior que a utilidade para o Phillippe Dauman.

² Outra transformação comum é o log natural, abreviado como ln. A base do log natural é o e = 2,71. Para valores em dólares, o log na base 10 faz mais sentido para entender o processo de transformação.

Estatística com foco em Ciência de Dados e Business Analytics
Prof. Fernanda Maciel

O log captura esse conceito. As diferenças entre os logs medem a diferença percentual ao invés das diferenças reais. A diferença entre $\log_{10}101.000$ e $\log_{10}100.000$ é de $\log_{10}\frac{101.000}{100.000} = 0,0043$.

É uma diferença pequena e sugere que se nosso salário é \$100.000, 1% de bônus não vai nos dar a possibilidade de comprar uma casa. Para Phillip Dauman, a diferença na escala log é quase zero: $\log_{10}\frac{85.001.000}{85.000.000} = 0,0000051$.

O log muda a forma como pensamos em diferenças. As diferenças entre os logs são diferenças relativas. Então, quando olhamos a variação em uma escala log, nós pensamos em termos de comparações relativas.

Logs e histogramas

Vamos voltar à remuneração dos executivos e a remuneração transformada na escala log. A transformação logs muda o formato do histograma, fazendo com que fique mais próximo à uma distribuição simétrica³.

Na figura 2 vemos que o eixo x está em unidades de \log_{10} e em dólares. **Quando usar uma escala não usual, facilite o trabalho do leitor mostrando unidades familiares.** Por exemplo, ao invés de mostrar 6, o gráfico mostra \$1.000.000.

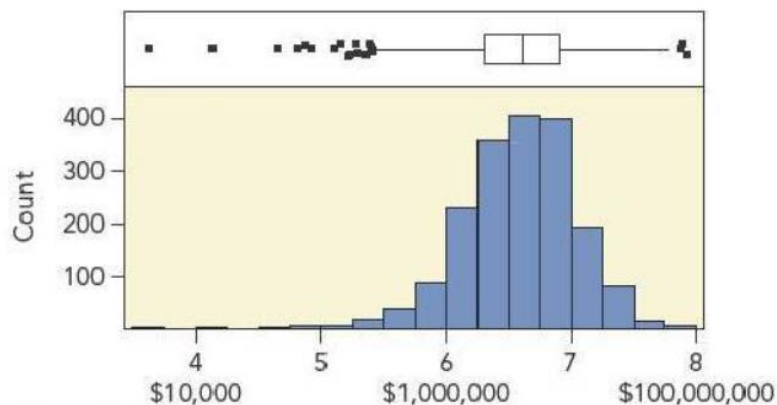


Figura 2: Histograma da remuneração total na escala log

Agora o leitor entende o que o histograma mostra. Por exemplo, podemos ver que a remuneração típica varia entre \$1 milhão e \$10 milhões (de 6 a 7 na escala log). Também observamos outliers, mas agora vemos nos dois lados do boxplot.

Como o histograma dos logs da remuneração total dos CEOs mostra uma distribuição simétrica, é mais fácil analisar. A média e a mediana são quase as mesmas, no meio do histograma. A compensação média é 6,55 e a mediana é 6,60. O desvio padrão na escala log é 0,62, e pela regra empírica temos que 95% dos dados estão entre $6,55 - 2 \times 0,62 = 5,31$ e $6,55 + 2 \times 0,62 = 7,79$.

³ Na verdade, o histograma é assimétrico à esquerda. Quatro CEOs, incluindo Vikram Pandit do Citigroup, receberam remuneração de \$1 ao ano. Outros quatro CEOs receberam \$0. A Figura 2 exclui esses oito outliers para mostrar mais detalhes no histograma. Os dados são cheios de surpresas se você souber para onde olhar.

Atenção: Com o uso de uma transformação log, se perde informação. Por exemplo, quando dizemos que a média do log da compensação é 6,55, o que acontece com as unidades? Dizemos 6,55 log-dólares? Unidades são difíceis de definir quando os dados são transformados em logs. Em geral, evite converter as estatísticas na escala log de volta às unidades originais. Podemos cair na tentação de converter 6,55 log-dólares de volta para dólares, fazendo $10^{6,55} = \$3,55$ milhões. Mas essa não é a média dos dados, e é na verdade próxima da mediana. A média dos logs não é igual ao log da média, é menor.

Associações e Transformações

Se algumas medidas, como a média, são difíceis de interpretar, então por que transformamos? O motivo principal para transformar uma variável assimétrica não é só para saber informações que estão escondidas na assimetria de sua distribuição, mas também para ver como essa variável está associada com outras variáveis. Sabendo essa variação, fica mais claro ver como a diferença em salários estão relacionadas com outras variáveis.

Vamos ver a associação em um gráfico de dispersão (scatterplot) usando as unidades originais. Faz sentido que CEOs de empresas com mais receita recebam mais que CEOs de empresas com um menos receita. A figura 3 mostra o gráfico das remunerações vs. a receita total da empresa.

O que podemos aprender com o gráfico? Vemos claramente os outliers. Esses à direita são empresas com mais receita. Wal-Mart e ExxonMobil tiveram mais receita em 2010.

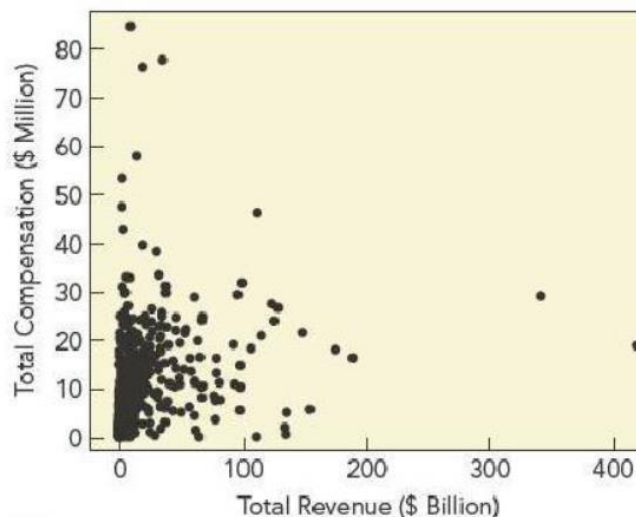


Figura 3: Gráfico de dispersão da remuneração total e receita líquida, ambos em milhões de dólares.

Neste gráfico é difícil ver o grau da associação. Intuitivamente, esperamos que tenha uma associação entre a remuneração do CEO e a receita da empresa. Porém, a maioria desses dados se esconde no lado esquerdo do gráfico já que as duas variáveis são assimétricas à direita. Você pode ver a assimétrica nos histogramas em cada eixo.

Estatística com foco em Ciência de Dados e Business Analytics
Prof. Fernanda Maciel

A figura 4 mostra o histograma da receita líquida de vendas no eixo x é ainda mais assimétrica que o histograma dos salários. Essa assimetria faz com que seja impossível ver como a variação de uma variável é associada com a variação da outra. Também é difícil ver a correlação entre essas variáveis, até mesmo a direção. Fazendo a análise, a correlação é $r=0,36$.

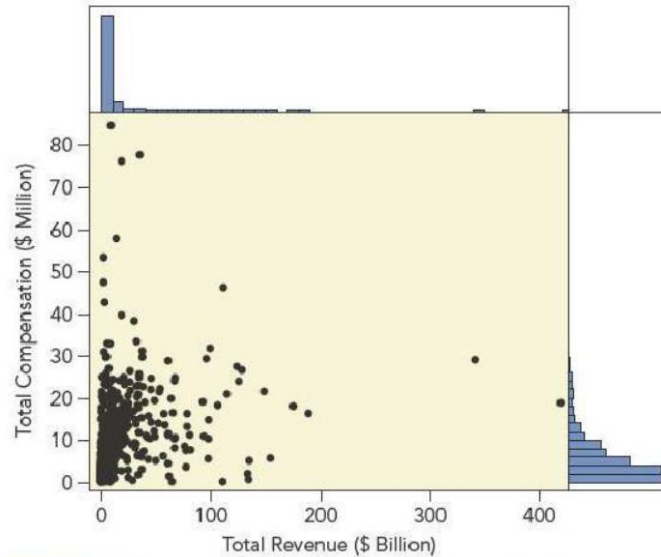


Figura 4: Histogramas ao longo dos eixos mostram a assimetria de ambas as variáveis.

A gente tem uma impressão da associação entre remuneração e receita bem diferente se transformarmos ambas as variáveis em logs. **Se as variáveis são assimétricas, geralmente temos um gráfico mais claro da associação se usarmos logs para reduzir assimetria.** A figura 5 mostra o gráfico de dispersão com ambas as variáveis transformadas usando \log_{10} . Repare na escala log em ambos os eixos.

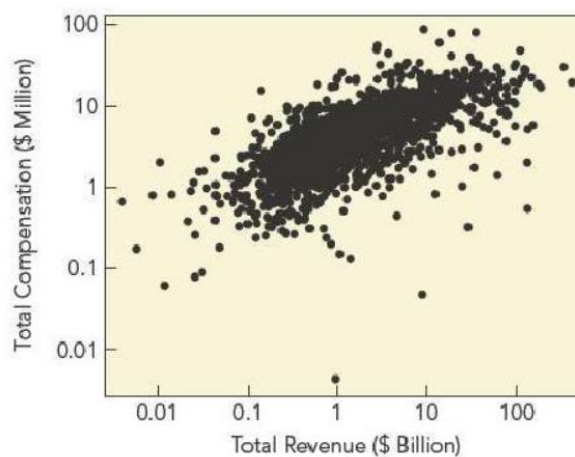


Figura 5: A transformação para uma escala log mostra uma associação evidente.

A associação é mais aparente: esse gráfico mostra que a diferença percentual nas receitas líquidas é associada com a diferença em salário. A direção é claramente positiva e o padrão é linear (a figura 5 exclui oito CEOs que receberam salários iguais a 0 ou 1).

Estatística com foco em Ciência de Dados e Business Analytics

Prof. Fernanda Maciel

A correlação entre o \log_{10} da remuneração total e o \log_{10} da receita líquida é $r=0,69$, bem maior que a correlação entre remuneração e receita líquida. É interessante observar que o coeficiente de correlação representa a associação visual entre os logs.

Resumo do Caso

Variáveis que medem renda são tipicamente assimétricas à direita. Essa assimetria faz com que a média e o desvio padrão não sejam tão úteis para descrever os dados. Uma **transformação** muda a escala de medida em uma forma que altera a distribuição dos dados. A transformação log é a transformação mais usada para dados na área de negócios porque mostra a variação em uma escala relativa. Economistas as vezes usam logs para medir utilidade. A variação em uma escala log é equivalente a variação entre a diferença percentual. A transformação log também nos permite medir a associação entre renda e outros fatores usando correlação.

Dados usados da base de dados Standard & Poor's ExecuComp, obtida pela Wharton Research Data Services. Esses dados informam os salários dos executivos de grandes empresas cujas ações são negociadas publicamente. Essas empresas são obrigadas por lei a informar os salários de seus executivos. Empresas privadas não são.