

## APRESENTAÇÃO DO MATERIAL

Queridos alunos!!

Sabemos que os **resumos** das disciplinas **são fundamentais para fixação de conteúdos** e, também, para **realização de revisões**. Um resumo bem feito garante que os principais pontos de cada matéria sejam revisados de forma rápida, **aumentando a produtividade dos estudos e a eficiência das revisões**.

Além disso, sabemos que, principalmente para os grandes concursos, o número de matérias cobradas no edital é muito grande. Dessa forma, além de revisar os pontos marcados em seus materiais, um bom resumo pode encurtar o tempo de revisão, garantindo, assim, que todo o material possa ser revisado em um período de tempo mais curto.

Com isso em mente, apresentamos a vocês o **Resumo de Matemática - Frações, Razão e Proporção**. Trata-se de um material pensado para lhe ajudar em todo esse processo, visando, inclusive, uma economia de tempo de confecção de materiais, tempo que é o bem mais precioso de um concurseiro, não é mesmo?

Esperamos poder ajudá-los!

Conte sempre com o Estratégia em sua caminhada!

**Estratégia Concursos**



*Esse é um material resumido. Em momento algum ele substitui o estudo do material completo. Trata-se de um complemento aos estudos e um facilitador de revisões!*

## RESUMO DE MATEMÁTICA

### Razão e Proporção

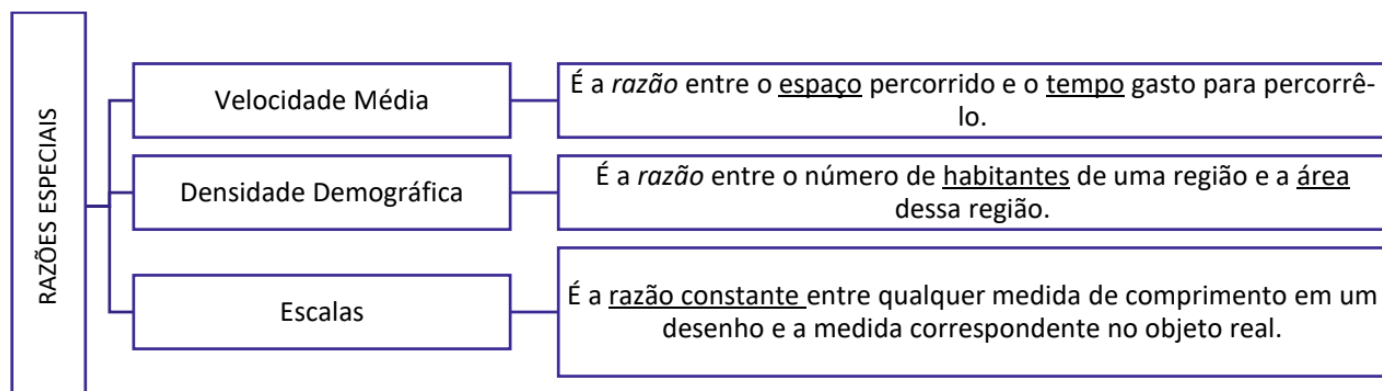
- **Razão:** A razão entre dois números é o quociente do primeiro pelo segundo. A razão de  $a$  para  $b$  é representada como:

$$\frac{a}{b} \text{ ou } a : b \text{ (com } b \neq 0)$$

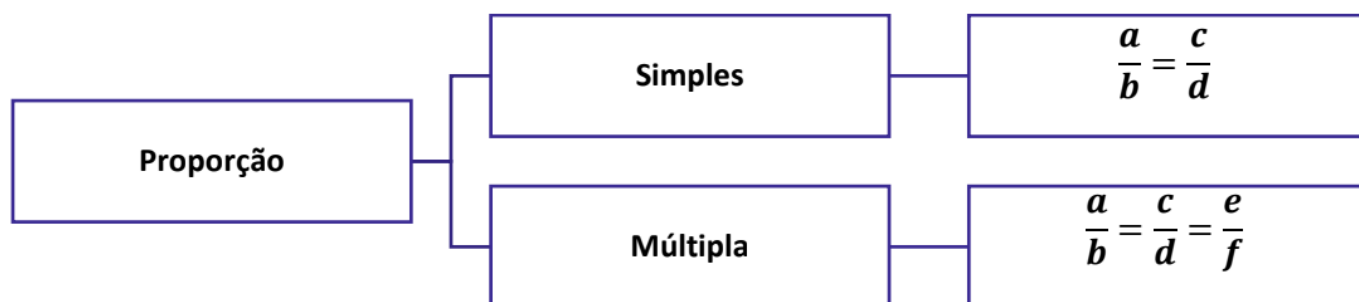
Em que  $a$  é chamado **antecedente** e  $b$  é chamado **consequente** da razão, de modo que ela é também representada por uma fração.



○ **Razões Especiais:**



- **Proporção:** Proporção é a relação de igualdade entre duas ou mais razões.



○ **Propriedades das Proporções:**

- **Propriedade Fundamental:** O produto dos meios é igual ao produto dos extremos.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \leftrightarrow b \cdot c = a \cdot d$$

- **Propriedade da soma ou da diferença:** A soma ou a diferença entre os dois primeiros termos de uma proporção está para o primeiro termo, assim como a soma ou a diferença entre os dois últimos está para o terceiro termo.

$$\frac{a + b}{a} = \frac{c + d}{c}$$

$$\frac{a - b}{a} = \frac{c - d}{c}$$

A soma ou a diferença entre os dois primeiros termos de uma proporção está para o segundo termo, assim como a soma ou a diferença entre os dois últimos está para o quarto termo.

$$\frac{a + b}{b} = \frac{c + d}{d}$$

$$\frac{a - b}{b} = \frac{c - d}{d}$$

- **Propriedade da soma ou diferença dos antecedentes e consequentes:** A soma ou a diferença dos antecedentes está para a soma ou a diferença dos consequentes, assim como qualquer antecedente está para o seu consequente.

$$\frac{a + c}{b + d} = \frac{a}{b} = \frac{a - c}{b - d}$$

$$\frac{a + c}{b + d} = \frac{c}{d} = \frac{a - c}{b - d}$$

- **Grandezas Diretamente Proporcionais:** São grandezas que crescem juntas e diminuem juntas. Do conceito acima, podemos chegar na conclusão de que a razão entre elas é constante.

$$\frac{a}{b} = k$$

Os números **a e b** são chamados **termos da proporção**. O resultado constante das razões entre dois termos correspondentes, **k**, é chamado de **constante de proporcionalidade**.

- **Grandezas Inversamente Proporcionais:** Aqui a proporcionalidade de crescimento ou de decréscimo é inversa. Resumindo, **AUMENTANDO** uma delas, a outra **DIMINUI** na mesma proporção, ou, **DIMINUINDO** uma delas, a outra **AUMENTA** na mesma proporção. Desse conceito, **podemos chegar a conclusão de que o produto entre duas grandezas dessa natureza é constante.**

$$a \cdot b = k$$

- **Divisão Proporcional:**
  - **Divisão em Números Diretamente Proporcionais:** Dividir um número T em n partes **diretamente** proporcionais a um grupo de números dados,  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ , significa encontrar um outro grupo,  $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ , que satisfaz duas propriedades, ou seja, vamos dividir algo que cumpra as duas condições abaixo:

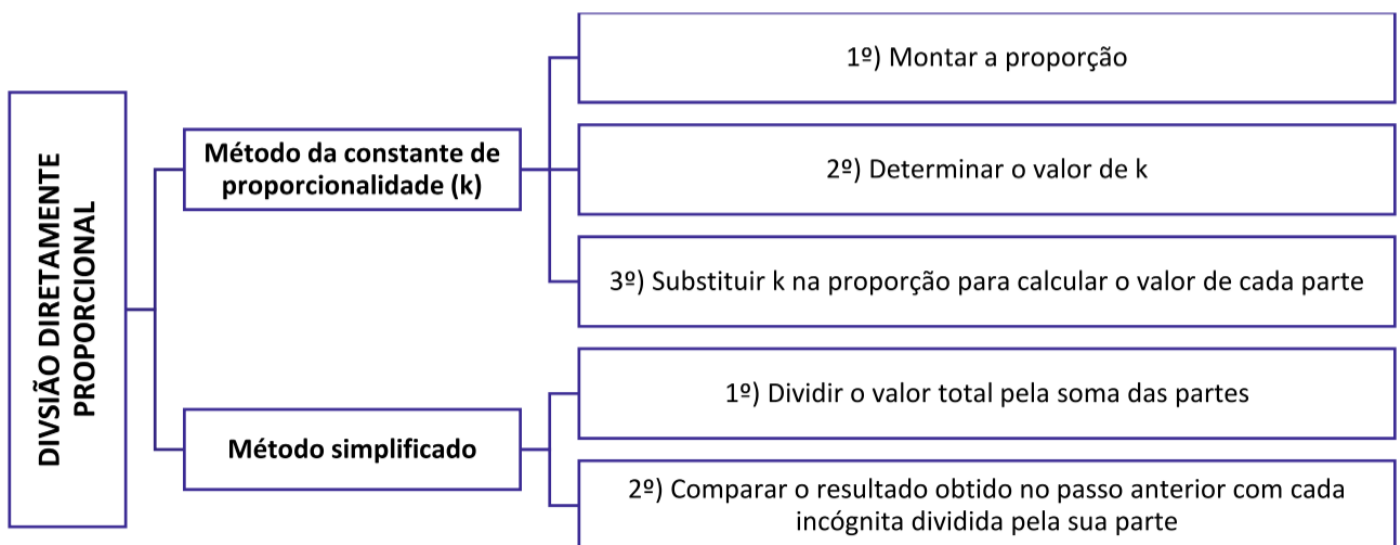
- As razões entre cada uma das partes procuradas e os respectivos membros do grupo proporcional devem ser todas iguais:

$$\frac{X_1}{a_1} = \frac{X_2}{a_2} = \frac{X_3}{a_3} = \dots = \frac{X_n}{a_n} = k$$

- A soma das partes procuradas deve ser igual ao valor original:

$$X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_n = T$$

O quadro abaixo mostra dois métodos de resolução de questões dessa natureza:



- **Divisão em Números Inversamente Proporcionais:** Dividir um número T em n partes inversamente proporcionais a um grupo de números dados,  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ , significa encontrar um outro grupo,  $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ , que satisfaz as seguintes propriedades:

➤ As razões de cada uma das partes procuradas pelos respectivos inversos dos membros do grupo proporcional devem ser todos iguais:

$$\frac{X_1}{\frac{1}{a_1}} = \frac{X_2}{\frac{1}{a_2}} = \frac{X_3}{\frac{1}{a_3}} = \dots = \frac{X_n}{\frac{1}{a_n}} = k$$

Repare que isso equivale a afirmar que os produtos de cada uma das partes procuradas pelos respectivos membros do grupo proporcional devem ser todos iguais:

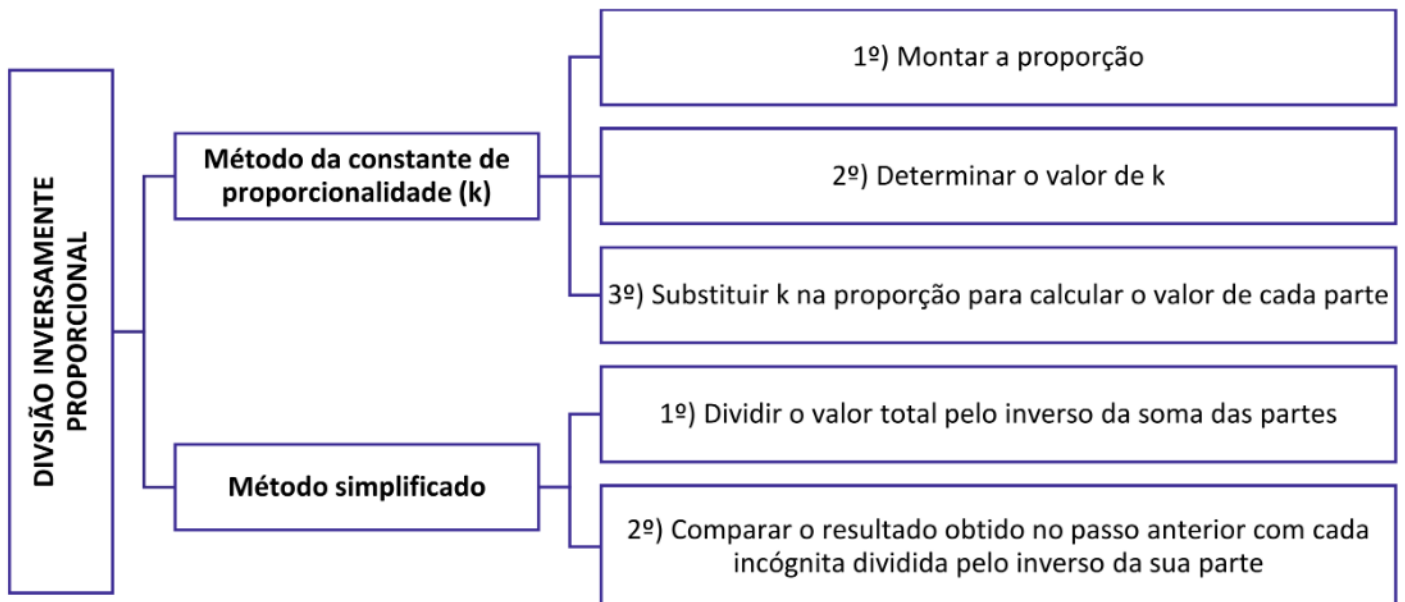
$$a_1 \cdot X_1 = a_2 \cdot X_2 = a_3 \cdot X_3 = \dots = a_n \cdot X_n = k$$



➤ A soma das partes procuradas deve ser igual ao valor original:

$$X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_n = T$$

O quadro abaixo mostra dois métodos de resolução de questões dessa natureza:



- **Conceito Misto - Divisão Direta e Inversamente Proporcional:** O conceito misto implica a divisão de um número em certa quantidade de partes, de tal forma que cada uma dessas partes seja, ao mesmo tempo, diretamente proporcional a pelo menos uma sucessão de números dados e inversamente proporcional a pelo menos uma outra.

Portanto, a fim de dividirmos um número **T** em **n** partes que sejam diretamente proporcionais à sucessão ( $a_1, a_2, \dots, a_n$ ) e, ao mesmo tempo, inversamente proporcional à sucessão ( $b_1, b_2, \dots, b_n$ ), devemos encontrar a sucessão de números ( $x_1, x_2, \dots, x_n$ ), de tal forma que:

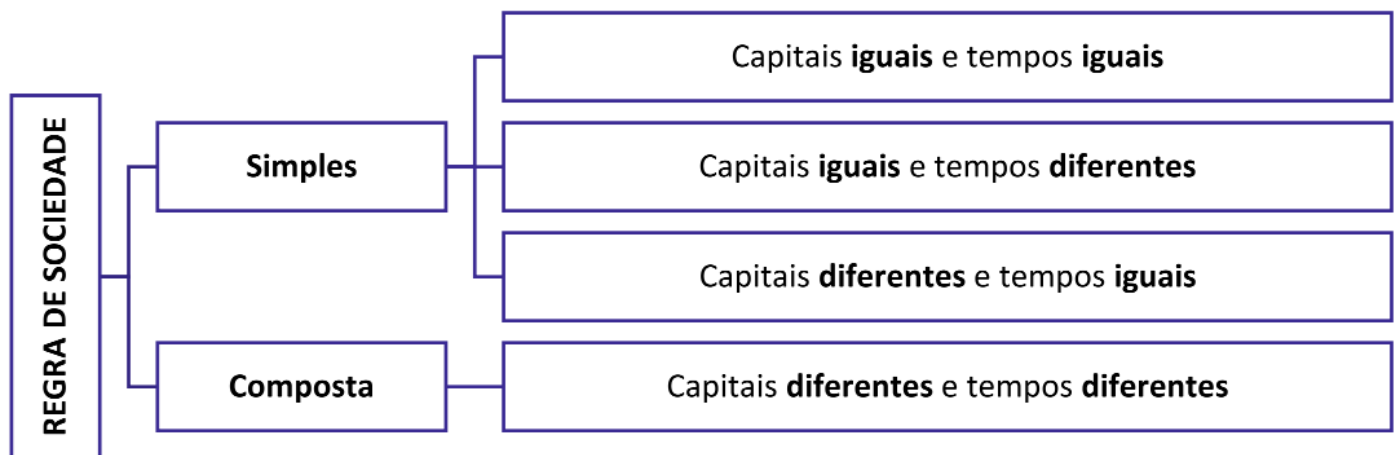
$$\frac{x_1}{a_1/b_1} = \frac{x_2}{a_2/b_2} = \dots = \frac{x_n}{a_n/b_n} = k$$

Dessa maneira, fica claro que dividir um número, **ao mesmo tempo**, de forma direta e inversamente proporcional a outros significa dividi-lo de forma **diretamente** proporcional ao produto entre as parcelas diretas e as parcelas inversas de cada uma das partes.

Em outras palavras, no numerador de cada igualdade da proporção ficarão as partes procuradas, e no denominador teremos uma fração, em que a parte dividida diretamente proporcional (DP) de cada um fica “em cima” e a inversamente proporcional (IP) fica “embaixo”:

$$\frac{\text{Parte procurada}}{\frac{\text{Parte DP}}{\text{Parte IP}}}$$

- **Regra de Sociedade:**



- Dessa maneira, **quatro casos** podem ocorrer:
  - **1º CASO:** Os capitais investidos são iguais e os tempos de permanência dos sócios na empresa são iguais.

Nessa situação, o lucro/prejuízo será dividido pelo **número de sócios da empresa**. Na verdade, trata-se do caso mais óbvio e fácil, de forma que não costuma ser cobrado em provas.

- **2º CASO:** Os capitais dos sócios são iguais e os tempos de permanência de cada um na empresa são diferentes.

Nessa situação, a divisão do lucro/prejuízo será **diretamente proporcional aos tempos de cada um**.

- **3º CASO:** Os capitais investidos são diferentes e os tempos de permanência dos sócios na empresa são iguais.

Nessa situação, a divisão do lucro/prejuízo será **diretamente proporcional aos valores dos capitais**.

➤ **4º CASO:** Os capitais e os tempos de permanência são diferentes.

Nessa situação, estamos diante da **Regra de Sociedade Composta**, em que a divisão do lucro/prejuízo será **diretamente proporcional ao produto dos capitais pelos tempos**.

Resumindo os **quatro casos** que estudamos:

| CAPITAIS (C) | TEMPOS (T) | A divisão é diretamente proporcional a: |
|--------------|------------|-----------------------------------------|
| =            | =          | Nº de sócios                            |
| =            | ≠          | T                                       |
| ≠            | =          | C                                       |
| ≠            | ≠          | C . T                                   |