

SISTEMAS LINEARES

sistemas lineares

ASPECTOS GERAIS

EQUAÇÃO LINEAR:

$$ax + by + cz + \dots = k$$

termo independente
coeficiente

- Os **expoentes** das incógnitas devem ser **1**
- Não pode haver **produto** de incógnitas

SISTEMAS LINEARES

- Conjunto de equações lineares

REPRESENTAÇÃO MATRICIAL

$$\begin{cases} a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z = k_1 \\ a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z = k_2 \\ a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z = k_3 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \end{bmatrix}$$

SOLUÇÃO

- Conjunto de números que é **solução** de todas as equações que compõem sistema
- Ex.: $\begin{cases} 2x + 5y = 9 \\ x - y = 1 \end{cases}$
 Solução: (2,1) ($x=2 | y=1$)

CLASSIFICAÇÕES

POSSÍVEL

- Sistema que admite solução pode ser:
 - Determinado: a solução é única
 - Indeterminado: Há infinitas soluções

IMPOSSÍVEL

- não admite solução
 O conjunto solução é $S=\emptyset$ (vazio)

HOMOGÊNEO

- o **termo independente** de cada equação é zero
- Todo sistema linear homogêneo é possível:
 - Solução Trivial: Todas as incógnitas = 0

SISTEMAS LINEARES



TEOREMA DE CRAMER

• Seja o sistema representado pelas matrizes:

(O número de incógnitas deve ser igual ao número de equações)

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \end{bmatrix}$$

A matriz incompleta é uma matriz quadrada

D = determinante da matriz incompleta

D_x = determinante da matriz incompleta substituindo a coluna de x pelos termos independentes

$$D_x = \begin{vmatrix} k_1 & a_{12} & a_{13} \\ k_2 & a_{22} & a_{23} \\ k_3 & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \quad \text{(} D_y \text{ e } D_z \text{ são o equivalente para } y \text{ e } z \text{)}$$



DETERMINANTES	TIPO DE SISTEMA
$D \neq 0$	possível e determinado
$D=Dx=Dy=Dz=\dots=0$	possível e indeterminado
$D=0$ e algum $D_i \neq 0$	impossível

• Se $D \neq 0$, a solução do sistema será:

$$x = \frac{D_x}{D} \quad y = \frac{D_y}{D} \quad z = \frac{D_z}{D}$$