

Aula 02

*BNB - Raciocínio Lógico e Quantitativo -
2023 (Pré-Edital)*

Autor:
**Equipe Exatas Estratégia
Concursos**

17 de Março de 2023

Índice

1) Introdução - Diagramas Lógicos	3
2) Proposições Quantificadas e Categóricas	5
3) Diagramas Lógicos	11
4) Validade de Argumentos	12



PROPOSIÇÕES QUANTIFICADAS E DIAGRAMAS LÓGICOS

Introdução

Para introduzir o assunto da aula de hoje, falaremos um pouco sobre **as sentenças abertas**. De modo direto e simplificado, **sentenças abertas são expressões que possuem um termo variável**. Por possuírem esse termo variável, **não há como atribuir-lhes valor lógico** e, portanto, **não são proposições**. Você lembra das aulas anteriores? Acompanhe alguns exemplos de sentenças abertas:

- $x + 10 = 50$

Sendo x uma variável, **não sabemos** se a expressão acima é verdadeira ou falsa.

As sentenças abertas **não estão apenas relacionadas às expressões matemáticas**, podemos também encontrá-las escritas em orações usuais. Veja alguns outros exemplos:

- Aquele homem é careca.

A variável aqui é "aquele homem". **Não é possível atribuir um valor lógico** a essa sentença por não saber a que homem ela está se referindo. É, portanto, uma sentença aberta.

(PREF. HULHA NEGRA/2022) Analise as sentenças a seguir e classifique as em abertas ou fechadas. A seguir, assinale a sequência CORRETA da classificação das sentenças.

I. $x - 3 = 4$.

II. Paulo Freire foi presidente da Coreia do Norte.

III. Ela é bonita.

IV. Donald Trump é presidente dos EUA.

A) Aberta — Aberta — Fechada — Fechada.

B) Aberta — Fechada — Aberta — Fechada.

C) Fechada — Fechada — Aberta — Fechada.

D) Fechada — Aberta — Fechada — Aberta.

E) Fechada — Fechada — Fechada — Fechada.

Comentários:

I. $x - 3 = 4$.

É uma **sentença aberta**! Não sabemos se é verdadeira ou falsa, pois isso vai depender do valor de " x ".

II. Paulo Freire foi presidente da Coreia do Norte.

É uma **sentença fechada**! Não há variáveis aqui. Note que conseguimos atribuir um valor lógico a ela (**falso**) pois sabemos que Paulo Freire não foi presidente da Coreia do Norte.



III. Ela é bonita.

É uma **sentença aberta**! *Ela quem?! Sem saber, não conseguimos afirmar se a sentença é falsa ou verdadeira.*

IV. Donald Trump é presidente dos EUA.

É um outra **sentença fechada**! Observe também que, por ser fechada, conseguimos avaliá-la, já que sabemos que Donald Trump não é mais o presidente dos EUA (portanto, **a sentença é falsa**).

Gabarito: LETRA B.



Proposições Quantificadas e Categóricas

Agora que relembramos o que é uma sentença aberta, vamos descobrir como a transformamos em uma proposição. Para esse fim, podemos recorrer a duas alternativas:

1. Você pode atribuir um valor à variável.

- $20 + 10 = 50$.

Substituímos o x por 20 e agora é possível julgar a expressão. Temos uma **proposição falsa**, uma vez que o resultado dessa soma é 30 e não 50.

2. Você pode usar quantificadores.

- Os **quantificadores são palavras e/ou expressões** que, ao serem usados em sentenças abertas, **permitem transformá-las em proposições**. Essas proposições passam a ser chamadas de **proposições quantificadas**. **Existem dois tipos de quantificadores**.

Quantificador Universal - \forall

Matematicamente, o **quantificador universal** é representado pelo símbolo \forall ("para todo", "para qualquer", "qualquer que seja").

- $\forall x, x + 10 = 50$

Lemos essa expressão da seguinte forma: "**qualquer que seja x , x mais dez é igual a cinquenta**". De início, já percebemos que **é possível atribuir um valor lógico** a essa expressão. A igualdade acima não será satisfeita para qualquer valor de x e, por esse motivo, **é falsa**.

- **Todo** homem é careca.

Substituímos "aquele" na expressão original pelo quantificador universal "todo". Veja que **se trata de uma proposição quantificada** e que facilmente conseguimos julgá-la como verdadeira ou falsa.

Quantificador Existencial - \exists

O **quantificador existencial** é representado pelo símbolo \exists ("existe", "algum", "pelo menos um").

- $\exists x : x + 10 = 50$

Lemos essa expressão como "**existe x tal que x mais dez é igual a cinquenta**". Observe que, de fato, existe x tal que a equação é satisfeita ($x = 40$). Portanto, ao adicionarmos o quantificador existencial a essa sentença aberta, **obtemos uma proposição quantificada** de valor lógico verdadeiro.

- **Algum** homem é careca.



Podemos usar também "algum" para denotar o quantificador existencial. *E aí?* Está começando a perceber como os quantificadores atuam? Vejam que, de fato, eles **transformam sentenças abertas em proposições**.

Negação de Proposições Quantificadas

Antes de aprendermos a negar proposições quantificadas, devemos conhecer alguns tipos de proposições que são fundamentais.

- **Proposição Universal Afirmativa:** É toda proposição iniciada por um quantificador universal e cujo predicado é uma afirmação.
 - **Todo** marinheiro **é** pescador.
 - **Qualquer** mulher **é** batalhadora.
- **Proposição Universal Negativa:** É toda proposição iniciada por um quantificador universal e cujo predicado é uma negação. Além desse caso, podemos identificar como proposições universais negativas todas aquelas que utilizam o quantificador "**nenhum**".
 - **Todo** brasileiro **não** é mentiroso.
 - **Nenhuma** estudante **é** preguiçosa.

Pessoal, **sempre que estivermos lidando com expressões do tipo "todo... não..." poderemos trocá-la por "nenhum"**. **Não há mudança de sentido** ao reescrever as proposições usando esse tipo de substituição:
- "Todo brasileiro não é mentiroso." = "Nenhum brasileiro é mentiroso."

- **Proposição Particular Afirmativa:** É toda proposição iniciada por um **quantificador existencial** e cujo predicado é uma afirmação.
 - **Existe** um matemático **que é** engenheiro.
 - **Algum** advogado **é** médico.
- **Proposição Particular Negativa:** É toda proposição iniciada por um **quantificador existencial** e cujo predicado é uma negação.
 - **Existe** um matemático **que não** é engenheiro.
 - **Algum** advogado **não** é médico.

Pessoal, o primeiro passo para negar esse tipo de proposição é compreender que se temos uma sentença do tipo "todo brasileiro gosta de futebol", para negá-la **não podemos dizer que** "nenhum brasileiro gosta de futebol". Esse tipo de erro é bastante comum entre os alunos.



Para negar o fato de que "todo brasileiro gosta de futebol" devemos falar que "pelo menos um brasileiro não gosta de futebol". Afinal, **só basta um brasileiro não gostar** de futebol para que a sentença "todo brasileiro gosta de futebol" não seja verdade. Veja que:

r: **Qualquer** pessoa **consegue passar**.

¬r: **Alguma** pessoa **não consegue passar**.


Então, comece a perceber que para negar uma proposição quantificada, **precisamos substituir o seu quantificador por outro**. Nesse caso, estamos substituindo um quantificador universal por um quantificador existencial. Além de realizar essa troca, **estamos negando sempre o predicado da oração**.

Você lembra o que é **predicado**? Predicado é tudo na oração que se declara sobre o sujeito, seja afirmando algo sobre ele ou negando. Confira alguns exemplos:

Todo brasileiro gosta de futebol.

[Sujeito = "todo brasileiro"; Predicado = "gosta de futebol"]

Então, quando falamos que devemos negar o predicado, **queremos transformar o que está sendo afirmado em uma negação ou que já está sendo negado em uma afirmação**. Por exemplo, ao negar o predicado "gosta de futebol" ficamos com "não gosta de futebol", ao negar o predicado "não faltou à aula", ficamos com "faltou à aula".

**RESUMINDO**

Predicado

Tudo na oração que se declara sobre o sujeito.

Todo estudante **alcança seus objetivos**.
O auditor **ganha muito bem**.

(IPE SAÚDE/2022) Considerando a proposição "Todo professor de estatística é professor de lógica", dizer que, de acordo com as regras da lógica para a negação de proposições quantificadas, a sua negação, é:

- A) Todo professor de estatística não é professor de lógica.
- B) Nenhum professor de estatística é professor de lógica.
- C) Nenhum professor de lógica é professor de estatística.
- D) Existe professor de estatística que não é professor de lógica.
- E) Existe professor de lógica que não é professor de estatística.

Comentários:

Galera, aqui temos uma proposição quantificada universal afirmativa. Para negá-la, precisamos **substituir o quantificador universal por um quantificador existencial**. Com essa afirmação, já era possível eliminar as



alternativa A, B e C, pois todas elas apresentam quantificadores universais. Ademais, além de trocar o quantificador, precisamos **negar o predicado da oração**. Vamos esquematizar essas mudanças.

p: **Todo** professor de estatística **é professor de lógica**.

~p: Existe professor de estatística **que não é professor de lógica**.

Gabarito: Letra D.

E se for necessário negar uma proposição universal negativa, como fazemos? **Realizamos exatamente a mesma coisa!** Vamos trocar o tipo de quantificador e negar o predicado da sentença. Acompanhe alguns exemplos:

p: **Todo** brasileiro **não gosta de música clássica**.

~p: Existe um brasileiro **que gosta de música clássica**.

Substituímos "**todo**" **que é um quantificador universal** por "**existe um**" **que é um quantificador existencial**. Além disso, tínhamos o predicado "não gosta de música clássica", ao negá-lo ficamos com "gosta de música clássica". Vamos ver mais um exemplo?

q: **Nenhum** investidor **quer perder dinheiro**.

~q: Pelo menos um investidor **quer perder dinheiro**.

Observe que quando temos **o quantificador universal "nenhum"**, não precisamos negar o predicado. Isso acontece pois quando falamos "nenhum", na verdade **já temos uma negação subentendida**.

(FGV/SEFAZ-ES/2022) A negação de "Nenhuma cobra voa" é

- A) Pelo menos uma cobra voa.
- B) Alguns animais que voam são cobras.
- C) Todas as cobras voam.
- D) Todos os animais que voam são cobras.
- E) Todas as cobras são répteis.

Comentários:

Pessoal, de um jeito mais técnico, "**nenhuma cobra voa**" **é uma proposição universal negativa**. Para negá-la, podemos simplesmente **substituir o quantificador "nenhum" por "pelo menos uma" ou "alguma"**. *Professor, mas não vamos ter que negar o predicado?*

Nessa situação, não precisa! Lembre-se que: "**nenhuma cobra voa**" = "**toda cobra não voa**". Ou seja, o quantificador "nenhum" já engloba a ideia de "todo (a) ... não ...". Logo, quando substituímos "nenhum" por "pelo menos um", **automaticamente já estamos negando o predicado**. *Tudo bem?!*

Gabarito: LETRA A.



Para negar as proposições existenciais, devemos fazer a substituição por quantificadores universais. Não podemos esquecer de também fazer a negação do predicado.

r: **Pelo menos uma** pessoa **participou do congresso**.

¬r: **Nenhuma** pessoa **participou do congresso**.

Proposições Categóricas

Proposição categórica é um tipo especial de proposição quantificada. Essas proposições vão estabelecer uma relação entre termos de categorias distintas. Quando dizemos, por exemplo, que **todo cachorro é obediente**, estou estabelecendo uma relação de inclusão entre a categoria dos cachorros e a categoria dos obedientes. Trata-se, portanto, de uma proposição categórica.

Por serem proposições quantificadas, **elas podem ser classificadas nos tipos vistos nessa aula**: "proposição universal afirmativa", "proposição universal negativa", "proposição particular positiva" e "proposição particular negativa". No entanto, **essa mesma classificação ganha uma nomenclatura nova** no contexto das proposições categóricas. Acompanhe:

- **Proposição Universal Afirmativa - Forma A**

Todo engenheiro é responsável.

- **Proposição Universal Negativa - Forma E**

Nenhum engenheiro é responsável / Todo engenheiro não é responsável.

- **Proposição Particular Afirmativa - Forma I**

Algum engenheiro é responsável.

- **Proposição Particular Negativa - Forma O**

Algum engenheiro não é responsável.

As letras que utilizamos para nomear os tipos de proposições categóricas vêm das duas primeiras vogais das palavras, em latim, *affirmo* e *nego*. Portanto, **A e I se referem às proposições afirmativas enquanto E e O às proposições negativas**.

Forma	Aspecto Geral	Exemplo
A	Todo S é P.	Todo brasileiro é educado.
E	Todo S não é P. Nenhum S é P.	Todo brasileiro não é educado. Nenhum brasileiro é educado.
I	Algum S é P.	Algum brasileiro é educado.
O	Algum S não é P.	Algum brasileiro não é educado.



Um ponto muito importante que devemos entender é a diferença de **duas propriedades** das proposições categóricas, **a qualidade e a quantidade**. Quando falamos que uma proposição é **universal ou particular**, estamos no referindo a propriedade "**quantidade**". Por outro lado, quando falando que uma proposição é **afirmativa ou negativa**, estamos no referindo a "**qualidade**" da proposição.

Sintetizando, em relação à quantidade, uma proposição pode ser universal ou particular e em relação à qualidade, pode ser afirmativa ou negativa. Por que saber dessas coisas é importante? **Para conseguir entender melhor como classificamos as proposições categóricas em mais quatro tipos:**

- **Proposições contrárias:** São **proposições universais** que possuem **qualidades distintas**, isto é, todo par afirmativo-negativo de proposições universais.

Todo marinheiro é pescador. [Forma A]

Todo marinheiro não é pescador. [Forma E]

Perceba que sempre as proposições categóricas de forma A e E serão contrárias.

- **Proposições subcontrárias:** São **proposições particulares** que possuem **qualidades distintas**, isto é, todo par afirmativo-negativo de proposições particulares.

Algum empresário é rico. [Forma I]

Algum empresário não é rico. [Forma O]

Note, dessa vez, que as proposições categóricas de forma I e O serão sempre subcontrárias.

- **Proposições subalternas:** São proposições que, apesar de **possuírem a mesma qualidade, diferem pela quantidade**.

A: Todo estudante é preparado.

E: Nenhum cachorro é feio

I: Algum estudante é preparado.

O: Algum cachorro não é feio.

Todas as proposições categóricas de forma A e I são subalternas entre si, bem como as proposições de forma E e O.

- **Proposições contraditórias:** São proposições que **diferem, simultaneamente, em qualidade e quantidade**.

A: Todo animal é dócil.

E: Nenhum jogador é amigável.

O: Algum animal não é dócil.

I: Algum jogador é amigável.

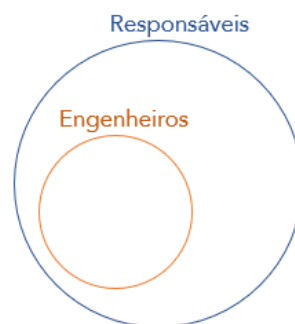


Diagramas Lógicos

Com essa bagagem formada sobre proposições categóricas, agora vamos entrar finalmente no estudo dos diagramas lógicos. Usamos esse tipo de diagrama para representar visualmente as proposições categóricas. Quando fazemos isso, muitas vezes conseguimos resolver mais facilmente determinado exercício, pois possibilita enxergarmos situações que de outra forma não enxergaríamos. Confira alguns exemplos e como representá-los.

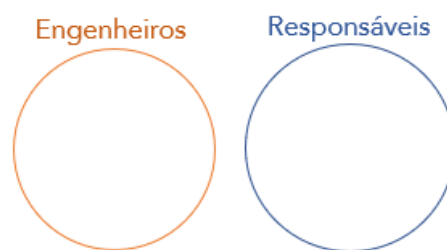
- **Todo engenheiro é responsável.**

Veja que podemos representar os engenheiros como um círculo menor, que está dentro de outro círculo maior, o círculo dos responsáveis. Formalmente, dizemos que os engenheiros são um subconjunto dos responsáveis. O que eu gostaria que você prestasse atenção, é que **quando falamos que "todo engenheiro é responsável", NÃO é o mesmo que dizer que "todo responsável é engenheiro"**.



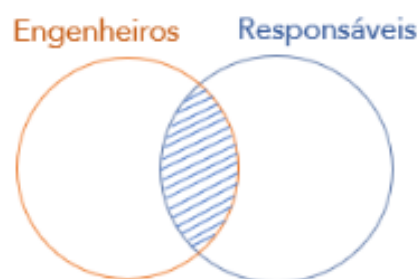
- **Nenhum engenheiro é responsável.**

Nesse caso, representamos os dois conjuntos totalmente separados entre si. Dessa forma, estamos mostrando que não há intersecção entre eles e que, portanto, não existe nenhum elemento de um que seja também elemento do outro. Quando existe um grupo de conjuntos que **não possuem intersecção** entre si, dizemos que esses conjuntos são **disjuntos**.



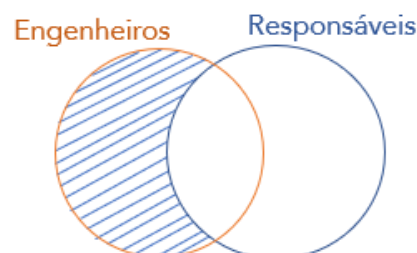
- **Algun engenheiro é responsável**

Quando temos uma proposição categórica de forma I, **devemos representar esse tipo de proposição com um diagrama que mostre a intersecção entre os dois conjuntos**. É exatamente essa intersecção que indicará que existe algum engenheiro que também é responsável, sendo ele, então, um **elemento comum** dos dois conjuntos.



- **Algun engenheiro não é responsável**

É uma situação praticamente análoga a anterior. No entanto, a parte do diagrama que estaremos interessados **será o conjunto dos engenheiros que não é responsável**. Ou seja, a parte do conjunto que está fora da intersecção. Veja como fica:



Validade de Argumentos

Pessoal, é possível também utilizar diagramas lógicos para demonstrar **a validade ou não de determinados argumentos**. Muitas vezes, os argumentos trazem uma conclusão que **não é necessariamente verdadeira**.

Esse tipo de situação **pode ser identificado de imediato com o uso de diagramas**. Vamos ver um exemplo para entender melhor como essa ferramenta pode nos auxiliar na prática.



(PC-ES/2019) Assinale a alternativa que apresenta um argumento lógico válido.

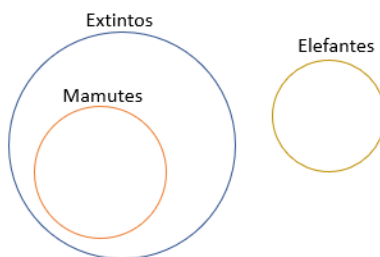
- a) Todos os mamutes estão extintos e não há elefantes extintos, logo nenhum elefante é um mamute.
- b) Todas as meninas jogam vôlei e Jonas não é uma menina, então Jonas não joga vôlei.
- c) Em São Paulo, moram muitos retirantes e João é um retirante, logo João mora em São Paulo.
- d) Não existem policiais corruptos e Paulo não é corrupto, então Paulo é policial.
- e) Todo bolo é de chocolate e Maria fez um bolo, logo Maria não fez um bolo de chocolate.

Comentários:

a) **Alternativa correta.** Se todos os mamutes estão extintos, então podemos desenhar o seguinte diagrama:



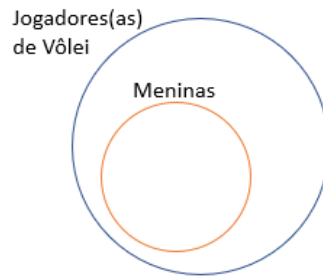
Se não há elefantes extintos, então:



Observe que, de fato, nenhum elefante é mamute, pois, não há intersecção entre os diagramas. Logo, a conclusão do argumento é verdadeira, permitindo concluir que se trata de um argumento válido.

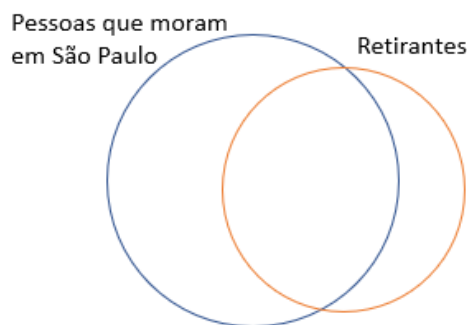
b) **Alternativa incorreta.** Se todas as meninas jogam vôlei, então podemos desenhar o seguinte:





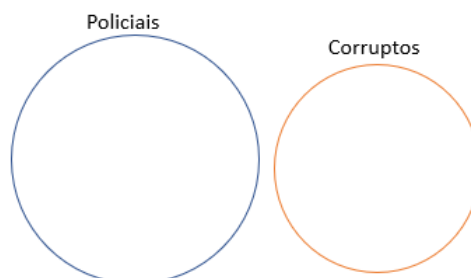
Observe que existe uma grande região do diagrama que não é preenchido pelo conjunto das meninas. Isso significa que pode haver jogadores de vôlei que não são meninas. Logo, mesmo que Jonas não seja uma menina, ele pode ser sim um jogador de vôlei. Trata-se de um argumento inválido.

c) **Alternativa incorreta.** Quando dizemos que "muitos retirantes vivem em São Paulo", fica implícita a ideia de que são alguns (apesar de muitos) e não a totalidade dos retirantes que vivem lá. Dessa forma, podemos usar o seguinte diagrama.



Com isso, não podemos concluir que João, apesar de ser retirante, mora em São Paulo. Note que há uma pequena região no diagrama dos retirantes, que não está incluída no de pessoas que moram em São Paulo.

d) **Alternativa incorreta.** Não existem policiais corruptos. Isso pode ser representado por meio de dois conjuntos disjuntos.



Se Paulo não é corrupto, isso não o torna automaticamente policial. Isso simplesmente indica que ele não está dentro do nosso conjunto laranja. Logo, a conclusão do argumento não é verdadeira.

e) **Alternativa incorreta.** Se todo bolo é de chocolate e Maria fez um bolo, então, necessariamente, o bolo de Maria é de chocolate. Por esse motivo, a alternativa encontra-se errada.

Gabarito: LETRA A.



ESSA LEI TODO MUNDO CONHECE: PIRATARIA É CRIME.

Mas é sempre bom revisar o porquê e como você pode ser prejudicado com essa prática.



1 Professor investe seu tempo para elaborar os cursos e o site os coloca à venda.



2 Pirata divulga ilicitamente (grupos de rateio), utilizando-se do anonimato, nomes falsos ou laranjas (geralmente o pirata se anuncia como formador de "grupos solidários" de rateio que não visam lucro).



3 Pirata cria alunos fake praticando falsidade ideológica, comprando cursos do site em nome de pessoas aleatórias (usando nome, CPF, endereço e telefone de terceiros sem autorização).



4 Pirata compra, muitas vezes, clonando cartões de crédito (por vezes o sistema anti-fraude não consegue identificar o golpe a tempo).



5 Pirata fere os Termos de Uso, adultera as aulas e retira a identificação dos arquivos PDF (justamente porque a atividade é ilegal e ele não quer que seus fakes sejam identificados).



6 Pirata revende as aulas protegidas por direitos autorais, praticando concorrência desleal e em flagrante desrespeito à Lei de Direitos Autorais (Lei 9.610/98).



7 Concurseiro(a) desinformado participa de rateio, achando que nada disso está acontecendo e esperando se tornar servidor público para exigir o cumprimento das leis.



8 O professor que elaborou o curso não ganha nada, o site não recebe nada, e a pessoa que praticou todos os ilícitos anteriores (pirata) fica com o lucro.



Deixando de lado esse mar de sujeira, aproveitamos para agradecer a todos que adquirem os cursos honestamente e permitem que o site continue existindo.