

Aula 00

*BNB (Analista Bancário) Matemática
Financeira - 2023 (Pré-Edital)*

Autor:
**Equipe Exatas Estratégia
Concursos**

15 de Março de 2023

Índice

1) Elementos de uma Operação de Juros	3
2) Regime de Capitalização e Aspectos Conceituais	7
3) Capitalização Simples - Aspectos Matemáticos	14
4) Taxas Proporcionais	19
5) Juros Comerciais e Juros Exatos	24
6) Questões Comentadas - Regimes de Capitalização - Cesgranrio	30
7) Questões Comentadas - Capitalização Simples (aspectos matemáticos) - Cesgranrio	32
8) Questões Comentadas - Taxas Proporcionais - Cesgranrio	56
9) Lista de Questões - Regimes de Capitalização - Cesgranrio	59
10) Lista de Questões - Capitalização Simples (aspectos matemáticos) - Cesgranrio	61
11) Lista de Questões - Taxas Proporcionais - Cesgranrio	68



ELEMENTOS DE UMA OPERAÇÃO DE JUROS

Para entendermos os **Elementos de uma Operação de Juros** em matemática financeira vamos pensar em uma situação cotidiana.

Imagine que você tenha um dinheiro guardado e queira aplicar esse Capital em um **investimento**. Ou então, você esteja passando por uma dificuldade financeira e planeje tomar um **financiamento** para quitar suas dívidas.

Algumas perguntas você terá de fazer para estudar se irá ou não proceder com a operação.

Primeiro, logicamente, é saber o quanto estará disposto a investir (ou que irá tomar emprestado). Qual será o **Capital** investido/financiado?

Posteriormente, você deve se perguntar qual a **Taxa de Juros** desta operação? E o **Tempo** que o Capital ficará investido/financiado? Quanto ganharei/pagarei de **Juros**? E, por fim, qual será o **Montante** desta operação?

Esses são os elementos que iremos trabalhar nas Operações de Juros.

Elementos de uma Operação de Juros

$\left\{ \begin{array}{l} \text{Capital (C)} \\ \text{Juros (J)} \\ \text{Taxa de Juros (i)} \\ \text{Tempo (t)} \\ \text{Montante (M)} \end{array} \right.$

Para entender melhor cada um desses conceitos, nada melhor que os definir, não é mesmo?

1 - Capital (C)

Continuando na nossa linha de raciocínio, o Capital é o **valor inicial** que será aplicado (no caso de um investimento, por exemplo) ou que será tomado emprestado (em um financiamento). Isto é, o Capital é o **valor inicial ("data zero") de uma operação financeira**.

Capital → valor inicial "data zero" de uma operação financeira



Outras notações que expressam o Capital Inicial são: Valor Atual, Principal, Valor Presente, Montante Inicial, etc.

2 - Juros (J)

É a **remuneração obtida pelo uso do Capital** em um intervalo de tempo.

Em termos matemáticos, **Juro** é definido pela **diferença do Montante da operação menos o Capital inicial**.

$$Juros = Montante - Capital \rightarrow J = M - C$$

3 – Taxa de Juros (i)

A Taxa de Juros é um coeficiente que define o **valor do Capital por unidade de tempo**. Por exemplo, a Taxa de Juros pode ser diária, mensal, semestral, anual, etc.

Exemplos: $i = 5\%$ ao mês ; $i = 7\%$ ao ano ; $i = 13\%$ ao semestre ; etc

Obs: Nas fórmulas de Matemática Financeira, a Taxa de Juros é sempre utilizada na **forma unitária**. Então, por exemplo, uma taxa de 7,5% ao mês é expressa da seguinte forma:

$$i = 7,5\% \text{ ao mês} \rightarrow i = \frac{7,5}{100} \text{ ou } 0,075$$

Lembrando as aulas de matemática básica, para passar da forma percentual para forma unitária dividimos por 100, ou, **andamos com a vírgula duas "casas" para a esquerda**.

4 - Tempo (t)

Na matemática financeira, tempo é o **número de períodos** em que se desdobra a operação. É o período que o Capital ficará aplicado em um investimento, por exemplo.

5 - Montante (M)

É o **valor final** resultante de uma operação financeira. Em termos matemáticos, é o **Capital Inicial somado aos Juros**.



Outras notações que expressam o Montante são: Valor Futuro, Valor Final, Montante Final, etc.

$$\text{Montante} = \text{Capital} + \text{Juros} \rightarrow M = C + J$$

Vejamos como essas definições foram cobradas.



(GASBRASILIANO - 2017) A diferença entre o Montante e o Capital investido chama-se?

- a) Juros
- b) Capital Inicial
- c) Valor Futuro
- d) Valor Presente

Comentários:

Observe que a questão aborda de maneira bem direta o **conceito de Juros** que acabamos de estudar. Não se olvide dos conceitos iniciais de matemática financeira. Eles serão os alicerces de toda a matéria que virá pela frente.

Em termos matemáticos, Juro é definido pela diferença do Montante da operação menos o Capital inicial.

$$\text{Juros} = \text{Montante} - \text{Capital}$$

Gabarito: Alternativa **A**

(Pref. Novo Hamburgo - 2020) O Banco Central do Brasil define empréstimo como sendo um contrato entre o cliente e a instituição financeira pelo qual ele recebe uma quantia que deverá ser devolvida ao banco em prazo determinado, acrescida dos Juros acertados. Os recursos obtidos no empréstimo não têm destinação específica. Sendo assim, suponha um empréstimo de R\$ 2.500,00 a ser resgatado por R\$ 3.000,00 no final de um mês, nesse caso, os Juros resultantes dessa operação serão de:

- a) R\$ 5.500,00
- b) R\$ 1.500,00
- c) R\$ 500,00
- d) R\$ 2.500,00
- e) R\$ 5.000,00



Comentários:

Em termos matemáticos, Juro é definido pela diferença do Montante da operação menos o Capital inicial.

$$Juros = Montante - Capital$$

$$J = M - C$$

$$J = 3.000 - 2.500 \rightarrow J = 500$$

Gabarito: Alternativa C



REGIMES DE CAPITALIZAÇÃO – ASPECTOS CONCEITUAIS

Regime de Capitalização é um **modelo de aplicação financeira** em que se analisa o **crescimento do Capital de acordo com o tempo**.

Pode ser dividido em dois: Regime de Capitalização Simples e Regime de Capitalização Composta.

Regime de Capitalização Simples - Conceitos

No Regime de **Capitalização Simples**, os **Juros de cada período são os mesmos**, pois esses são SEMPRE calculados aplicando uma porcentagem (taxa de juros) sobre o Capital Inicial.

Suponha que você tenha um Capital de R\$ 1.000,00 e decida aplicar por 5 meses em um investimento que renda 10% ao mês.

No Regime de Juros Simples, os Juros são SEMPRE os mesmos em todos os períodos (pois são calculados sobre o Capital Inicial) e serão iguais a:

$$Juros = \frac{10}{100} \times 1.000 \rightarrow \text{Juros} = 100$$

Construindo uma tabela para melhor visualização teremos:

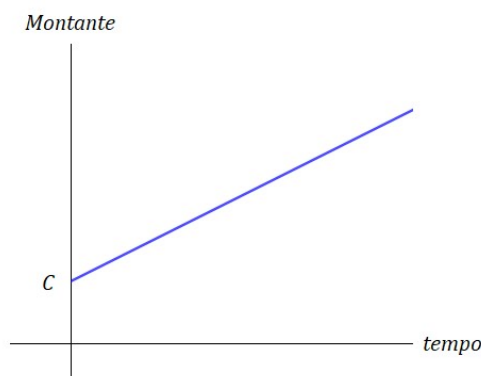
<i>Período</i>	<i>Juros</i>	<i>Montante = C + J</i>
1	$J = 0,1 \times 1.000 = 100$	$1.000 + 100 = 1.100$
2	$J = 0,1 \times 1.000 = 100$	$1.100 + 100 = 1.200$
3	$J = 0,1 \times 1.000 = 100$	$1.200 + 100 = 1.300$
4	$J = 0,1 \times 1.000 = 100$	$1.300 + 100 = 1.400$
5	$J = 0,1 \times 1.000 = 100$	$1.400 + 100 = 1.500$

Em Juros Simples, a sequência formada pelos valores dos Montantes em cada período é caracterizada por uma **PROGRESSÃO ARITMÉTICA CRESCENTE** onde a **razão é sempre igual ao valor dos Juros**.

Ao representarmos **graficamente** o Montante de uma aplicação em Juros Simples, estaremos representando o gráfico de uma **FUNÇÃO DO PRIMEIRO GRAU**, isto é, uma reta.



Observe, em nosso exemplo acima, que o Montante da aplicação apresenta um **crescimento linear** constante (cresce 100 em cada período), característica básica de uma função do primeiro grau.



Regime de Capitalização Composta - Conceitos

No cálculo dos **Juros Compostos**, os **rendimentos em cada período são incorporados ao Capital**, de forma que os Juros, ao final do período seguinte, **incidem NÃO SÓ sobre o Capital Inicial, MAS TAMBÉM sobre os Juros anteriores** que foram incorporados ao Capital (e assim Capitalizados).

Utilizaremos o mesmo exemplo dos Juros Simples para começarmos a notar as diferenças entre os regimes. Suponha que você tenha um Capital de R\$ 1.000,00 e decida aplicar por 5 meses em um investimento que renda 10% (0,1) ao mês (em regime de Juros compostos).

<i>Período</i>	<i>Juros</i>	<i>Montante = C + J</i>
1	$J = 0,1 \times 1.000 = \mathbf{100}$	$1.000 + 100 = \mathbf{1.100}$
2	$J = 0,1 \times 1.100 = \mathbf{110}$	$1.100 + 110 = \mathbf{1.210}$
3	$J = 0,1 \times 1.210 = \mathbf{121}$	$1.210 + 121 = \mathbf{1.331}$
4	$J = 0,1 \times 1.331 = \mathbf{133,10}$	$1.331 + 133,10 = \mathbf{1.464,10}$
5	$J = 0,1 \times 1.464,10 = \mathbf{146,41}$	$1.464,10 + 146,41 = \mathbf{1.610,51}$

Note que, para calcular os Juros do período, foi necessário **incorporar os Juros do período anterior** ao Capital, isto é, foi necessário **CAPITALIZAR** os Juros.

Em Juros Compostos, a sequência formada pelos valores dos Montantes em cada período é caracterizada por uma **PROGRESSÃO GEOMÉTRICA CRESCENTE** onde a **razão é sempre igual a:**

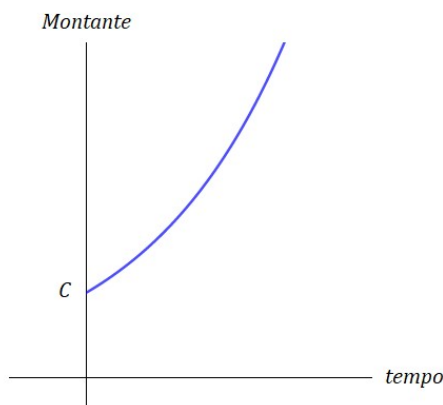
$$q = 1 + i$$



Ao representarmos **graficamente** o Montante de uma aplicação em Juros Compostos, estaremos representando o gráfico de uma **FUNÇÃO EXPONENCIAL**.

Observe, em nosso exemplo acima, que o Montante da aplicação apresenta um crescimento exponencial, onde o Montante do período seguinte é calculado pela multiplicação do Montante do período anterior vezes a razão.

Graficamente teremos:



ESQUEMATIZANDO

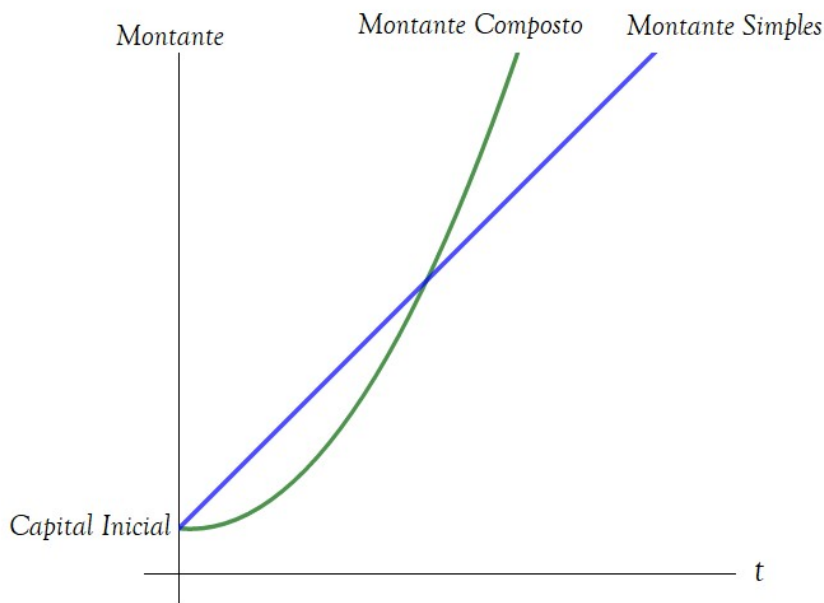
<u>Regimes de Capitalização (Aspectos Conceituais)</u>	
Capitalização Simples	Capitalização Composta
Os Juros de cada período são iguais	Os Juros são diferentes em cada período
Os Juros são SEMPRE calculados em cima do Capital Inicial	Os Juros são calculados em cima do Capital Inicial mais os Juros dos períodos anteriores
Os Juros não são Capitalizados	Os Juros são Capitalizados
Valores dos Montantes → P.A. $razão = Juros$	Valores dos Montantes → P.G. $razão = 1 + i$
Gráfico → função do primeiro grau	Gráfico → função exponencial



Relação Conceitual: Montante Simples x Montante Composto

Uma vez estudado cada Regime separadamente, vamos estabelecer a **relação dos Montantes** em regime de Capitalização Simples e em regime de Capitalização Composta. As questões de concurso, quando abordam aspectos conceituais de Juros, adoram cobrar esse tópico em especial.

Iremos traçar o gráfico do Montante dos 2 regimes em uma mesma malha. Observe:



Esse gráfico é **MUITO IMPORTANTE** no estudo da matemática financeira. Perceba que, conforme aprendemos, o Montante Simples cresce linearmente enquanto o Montante Composto cresce exponencialmente.

Observe que os gráficos se cruzam. Neste ponto, **o tempo de aplicação é igual a 1 unidade de tempo**.

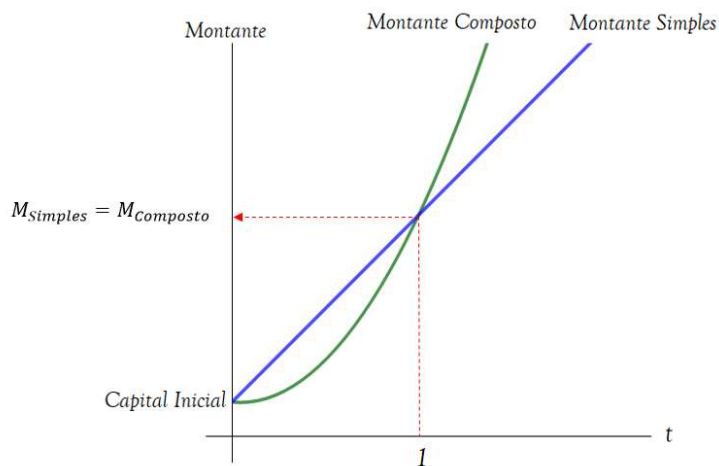
Explicando melhor: Imagine 2 Capitais de mesmo valor. O primeiro é aplicado em regime de Juros Simples enquanto o segundo é aplicado em regime de Juros Compostos e ambos a uma mesma taxa de, digamos, 7% ao mês.

Como a taxa é fornecida na unidade mensal, nossa unidade de tempo será "mês".

Então, para 1 unidade de tempo (1 mês no nosso caso), o Montante em regime de Juros Simples é igual ao Montante em regime de Juros Compostos e, logicamente, os Juros Simples também são iguais aos Juros Compostos.

Vejamos no gráfico:





E você pode estar se perguntando o que acontece quando a unidade de tempo é menor que 1 e o que acontece quando ela é maior que 1.

Dois possíveis cenários ocorrerão:

- Quando a **unidade de tempo é menor que 1**, o Montante Simples é MAIOR que o Montante Composto e, conseqüentemente, o Juro Simples é MAIOR que o Juro Composto. Observe o gráfico e constate que, na região do tempo menor que 1 (à esquerda de 1), a reta azul referente ao Montante Simples está "mais alta" que a curva em verde referente ao Montante Composto.
- Quando a **unidade de tempo é maior que 1**, o Montante Composto é MAIOR que o Montante Simples e, conseqüentemente, o Juro Composto é MAIOR que o Juro Simples. Observe o gráfico e constate que, na região do tempo maior que 1 (à direita de 1), a curva em verde referente ao Montante Composto está "mais alta" que a reta azul referente ao Montante Simples.

Vamos **esquematizar** essa relação:



Obs: Dado dois Capitais de igual valor aplicados a uma mesma Taxa de Juros



(FUNSPREV - 2016) A respeito de finanças nos regimes de Juros simples e compostos e da precificação de títulos, julgue o item a seguir.

Para uma operação com prazo de um ano, com Taxa de Juros anual e mesmo Capital investido, os sistemas de Juros simples e de Juros compostos produzem o mesmo Montante.

Comentários:

Acabamos de estudar que: Dado 2 Capitais de mesmo valor inicial submetidos a uma mesma Taxa de Juros, 3 possíveis cenários ocorrerão em função do tempo de aplicação (nesse caso "anual"):

1. $t < 1$: Para o tempo **menor que 1 ano**, o Regime de Juros Simples irá proporcionar um Montante (e logicamente um Juros) maior que o Regime de Juros Compostos.

$$M_{\text{Simples}} > M_{\text{Composto}} \quad \therefore \quad J_{\text{Simples}} > J_{\text{Compostos}}$$

2. $t = 1$: Para o tempo **igual a 1 ano**: Há indiferença nas aplicações.

$$M_{\text{Simples}} = M_{\text{Composto}} \quad \therefore \quad J_{\text{Simples}} = J_{\text{Compostos}}$$

3. $t > 1$: Para o tempo **maior que 1 ano**, o Regime de Juros Compostos irá proporcionar um Montante (e logicamente um Juros) maior que o Regime de Juros Simples.

$$M_{\text{Composto}} > M_{\text{Simples}} \quad \therefore \quad J_{\text{Compostos}} > J_{\text{Simples}}$$

Observe, novamente, que a unidade de tempo no nosso exercício é "ano".

Gabarito: **CERTO**

(Pref. Novo Hamburgo - 2020) Pode-se definir Juros como a remuneração cobrada de quem efetuou um empréstimo e que deve ser paga ao proprietário do Capital emprestado. As taxas de Juros devem remunerar com base: no risco agregado no investimento (quanto mais arriscado o investimento, deve-se exigir taxas de Juros proporcionalmente maiores); nas expectativas inflacionárias; na compensação pela não aplicação do dinheiro em outro investimento e os custos administrativos envolvidos na operação. Os Juros podem ser calculados pelo sistema de Capitalização simples ou composta, sendo essa última a mais utilizada na prática. Assim, no sistema de Capitalização composta,

- a) o juro é calculado somente sobre o Capital inicial.



- b) o juro é calculado da mesma maneira que na Capitalização simples.
- c) o juro de cada período não é incorporado ao Capital inicial.
- d) a Taxa de Juros não incide sobre os Juros do período anterior.
- e) o juro de cada intervalo de tempo é incorporado ao Capital inicial e passa a render Juros também.

Comentários:

Vamos analisar as assertivas isoladamente:

- a) o juro é calculado ~~somente~~ sobre o Capital inicial.

ERRADO. Perceba que essa é uma característica do Regime de Juros Simples. No regime de Juros Compostos, os Juros são calculados em cima do Capital inicial acrescido dos Juros dos períodos anteriores.

- b) o juro é calculado da ~~mesma maneira~~ que na Capitalização simples.

ERRADO. Acabamos de ver que são duas maneiras distintas de cálculo. Enquanto que nos Juros Simples, o juro é calculado somente sobre o Capital inicial, no regime de Juros Compostos, o juro é calculado agregando os Juros dos períodos anteriores ao Capital.

- c) o juro de cada período ~~não é~~ incorporado ao Capital inicial.

ERRADO. No regime de Juros Compostos, o Juro é (sim) incorporado ao Capital.

- d) a Taxa de Juros ~~não incide~~ sobre os Juros do período anterior.

ERRADO. Na Capitalização Composta, a Taxa de Juros incide sobre o Capital Inicial mais os Juros dos períodos anteriores.

- e) o juro de cada intervalo de tempo é incorporado ao Capital inicial e passa a render Juros também.

CERTO. Definição precisa do que ocorre no sistema de Capitalização composta. No cálculo dos Juros Compostos, os rendimentos em cada período são incorporados ao Capital, de forma que os Juros, ao final do período seguinte, incidem NÃO SÓ sobre o Capital Inicial, MAS TAMBÉM sobre os Juros anteriores que foram incorporados ao Capital (e assim Capitalizados).

Gabarito: Alternativa E



CAPITALIZAÇÃO SIMPLES - ASPECTOS MATEMÁTICOS

Na parte conceitual, vimos que no Regime de Capitalização Simples os Juros de cada período são os mesmos, pois esses são SEMPRE calculados aplicando uma porcentagem (taxa de juros) sobre o Capital Inicial.

Passaremos agora para a **parte matemática** desse Regime. Vamos aprender a calcular os Juros e o Montante em Regime de Capitalização Simples.

Cálculo dos Juros Simples

Os Juros Simples são **SEMPRE** calculados aplicando a **Taxa de Juros sobre o Capital Inicial**. Sua fórmula é dada pela seguinte equação:

$$J = C \times i \times t$$

Onde,

J = Juros Simples ; C = Capital ; i = Taxa de Juros e t = tempo

Duas observações importantes são necessárias na hora de aplicar essa fórmula:

1. Atente-se para as unidades do Tempo e da Taxa de Juros. **OBRIGATORIAMENTE** elas devem estar na mesma unidade de grandeza.

Então, se a Taxa, por exemplo, estiver em "por cento ao mês", a unidade de tempo **NECESSARIAMENTE** deve estar em "meses".

2. A Taxa de Juros deve ser inserida na equação na **forma unitária**.

Cálculo do Montante Simples

O Montante em regime de Juros Simples é calculado por:

$$M = C \times (1 + i \times t)$$

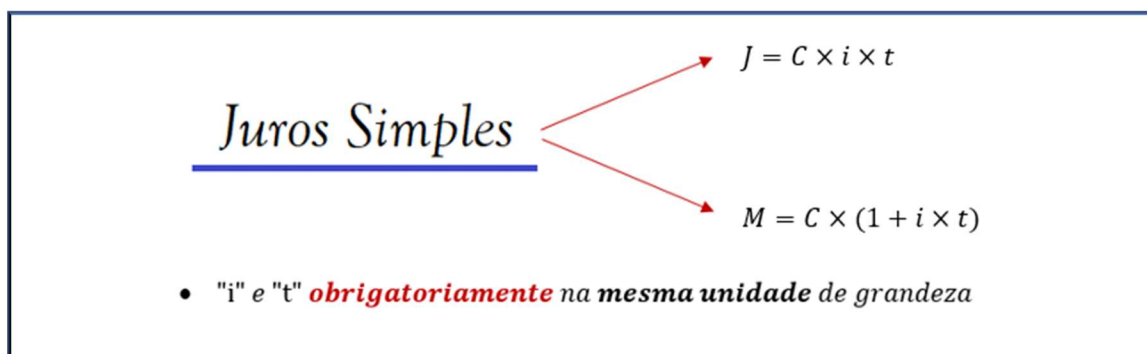
Onde,

M = Montante Simples ; C = Capital ; i = Taxa de Juros e t = tempo



As mesmas observações feitas na fórmula dos Juros valem para a fórmula do Montante.

A Taxa de Juros deve ser inserida na **forma unitária** e a grandeza da Taxa de Juros e do Tempo devem estar, **OBRIGATORIAMENTE**, na **mesma unidade de grandeza**.



Antes de praticarmos, vamos a uma **observação**:

No quadro acima, foi apresentada a fórmula dos Juros e do Montante em regime de Juros Simples. Porém, você pode calcular o Montante de **duas** maneiras diferentes.

1. Utilizar diretamente a fórmula do Montante.

$$M = C \times (1 + i \times t)$$

2. Calcular primeiramente os Juros.

$$J = C \times i \times t$$

E, posteriormente, somar ao Capital Inicial. Pois, como estudamos no início da aula, em termos matemáticos, **Montante é o Capital Inicial somado aos Juros**.

$$M = C + J$$





(UEPA - 2020) Um comerciante, precisando de dinheiro para fechar um negócio que julgava ser vantajoso, tomou o dinheiro emprestado no banco em que possui conta corrente. O contrato assinado previa que o pagamento deveria ser feito dez meses após o empréstimo ter sido concedido, com Taxa de Juros de 10% ao mês, no regime de Juros simples. O contrato estabelecia pagamento de Juros no valor de R\$ 20.000,00. O comerciante fez um empréstimo, em reais, no valor de

- a) 20.000
- b) 22.000
- c) 23.000
- d) 24.000

Comentários:

O enunciado nos informa que houve pagamento de Juros no valor de R\$ 20.000 sobre um Capital emprestado por 10 meses a Taxa de Juros de 10% ao mês.

No Regime de **Capitalização Simples**, os Juros são calculados pela seguinte fórmula:

$$J = C \times i \times t$$

Onde,

$$J = \text{Juros Simples} = 20.000$$

$$C = \text{Capital} = ?$$

$$i = \text{Taxa de Juros} = 10\% \text{ ao mês} = 0,1$$

$$t = \text{tempo} = 10 \text{ meses}$$

A Taxa de Juros e o Tempo já estão na mesma unidade de grandeza.

Nesse caso, vamos substituir os valores na equação e calcular o valor do Capital que foi tomado emprestado.

$$J = C \times i \times t$$

$$J = 20.000 \times 0,1 \times 10 \rightarrow J = 20.000$$

Gabarito: Alternativa A



(Pref. Novo Hamburgo - 2020 Adaptada) João tinha uma dívida contratual com valor nominal de R\$ 2.000,00. Essa dívida foi paga com atraso de 1 semestre, sendo que a Taxa de Juros simples era de 10% ao mês, caso João atrasasse o pagamento. Assim, o valor total da dívida paga por João foi de

- a) R\$ 4.000,00
- b) R\$ 3.200,00
- c) R\$ 3.100,00
- d) R\$ 3.400,00
- e) R\$ 3.600,00

Comentários:

Essa questão foi cobrada na prova de Auditor Fiscal. Perceba que, independentemente do cargo, uma questão de Juros Simples sempre estará na sua prova.

O enunciado nos informa que João tinha uma dívida (Capital) de R\$ 2.000,00 que foi paga com atraso de 1 semestre a uma Taxa de Juros Simples de 10% ao mês. A banca nos questiona o valor do Montante (dívida final) paga por João.

No **Regime de Juros Simples** o Montante é calculado pela seguinte fórmula:

$$M = C \times (1 + i \times t)$$

Onde,

$M = \text{Montante Simples} = ?$

$C = \text{Capital (dívida inicial)} = 2.000$

$i = \text{Taxa de Juros} = 10 \% \text{ ao mês} = 0,1$

$t = \text{tempo} = 1 \text{ semestre} = 6 \text{ meses}$

Observe que o enunciado nos fornece a Taxa de Juros mensal e o Tempo de aplicação em semestre.

Na teoria vimos que as unidades do Tempo e da Taxa de Juros, **OBRIGATORIAMENTE**, devem estar na **mesma unidade de grandeza**.

Então, convertamos o tempo de semestre para mês. Sabemos que em 1 semestre há 6 meses.

Nesse caso, vamos substituir os valores na equação e calcular o valor total da dívida paga por João.

$$M = C \times (1 + i \times t)$$

$$M = 2.000 \times (1 + 0,1 \times 6)$$



$$M = 2.000 \times (1 + 0,6)$$

$$M = 2.000 \times 1,6 \rightarrow \mathbf{M = 3.200}$$

Ou, como dito na observação na parte teórica, poderíamos primeiro calcular os Juros da operação:

$$J = C \times i \times t$$

$$J = 2.000 \times 0,1 \times 6 \rightarrow \mathbf{J = 1.200}$$

E, posteriormente, somar ao Capital Inicial.

$$M = C + J$$

$$M = 2.000 + 1.200 \rightarrow \mathbf{M = 3.200}$$

Gabarito: Alternativa **B**



TAXAS PROPORCIONAIS

Taxas Proporcionais são taxas de Juros que apresentam **unidades diferentes de tempo** que, quando aplicadas sobre o mesmo Capital, produzirão **igual Montante** em Regime de Juros Simples.

A Taxa de Juros, em regime de Capitalização Simples, comporta-se de **maneira Linear** em relação ao tempo.

Sendo assim, para calcular a taxa proporcional basta fazermos uma simples divisão/multiplicação ou uma regra de três.



EXEMPLIFICANDO

Exemplo 1: Uma taxa bimestral de 8% terá sua Taxa de Juros mensal igual a:

Como em 1 bimestre há 2 meses, a taxa mensal será a metade da taxa bimestral.

$$i_{\text{mensal}} = \frac{i_{\text{bimestral}}}{2}$$
$$i_{\text{mensal}} = \frac{8\%}{2} \rightarrow i_{\text{mensal}} = 4\%$$

Você poderia também resolver por uma regra de três (as contas seriam as mesmas).

Em 1 bimestre (2 meses) temos 8%. Em 1 mês teremos $i\%$.

$$\begin{array}{rcl} 2 \text{ meses} & - & 8\% \\ 1 \text{ mês} & - & i\% \end{array}$$

Fazendo o produto dos meios igual ao produto dos extremos (multiplicando cruzado) teremos:

$$2 \times i\% = 8\%$$
$$i = \frac{8\%}{2} \rightarrow i = 4\% \text{ ao mês}$$

Exemplo 2: Uma taxa semestral de 5% terá sua taxa proporcional anual igual a:

Sabemos que em 1 ano há 2 semestres. Logo, a taxa anual será o dobro da taxa semestral.



$$i_{anual} = i_{semestral} \times 2$$
$$i_{anual} = 5\% \times 2 \rightarrow i_{anual} = 10\%$$

Exemplo 3: Uma taxa bimestral de 5% terá sua taxa proporcional semestral igual a:

Em 1 semestre há 3 bimestres. Sendo assim, a taxa semestral será 3 vezes a taxa bimestral.

$$i_{semestral} = i_{bimestral} \times 3$$
$$i_{semestral} = 5\% \times 3 \rightarrow i_{semestral} = 15\%$$



Taxas Proporcionais estão associadas a Regime de Juros Simples e comportam-se de maneira Linear em função do tempo.

Taxas Proporcionais → Juros Simples

Em regime de **Capitalização Simples**, a **Taxa Equivalente é igual a Taxa Proporcional**.

Nos exercícios abaixo, veremos como este assunto é cobrado em concursos.



(SEDU ES - 2018) A taxa de juro simples bimestral proporcional à 4,8% ao ano é igual a

- a) 3,6%
- b) 1,2%
- c) 0,4%
- d) 0,8%
- e) 2,4%



Comentários:

Sabemos que em 1 ano há 6 bimestres. Então, a taxa de juro simples i bimestral proporcional à 4,8% ao ano será:

$$i_{bimestral} = \frac{i_{anual}}{6}$$
$$i = \frac{4,8\%}{6} \rightarrow i = 0,8\% \text{ ao bimestre}$$

Ou poderíamos fazer uma regra de três (a conta seria a mesma).

Em 1 ano (6 bimestres) temos 4,8%. Em 1 bimestre teremos $i\%$.

$$\begin{array}{rcl} 6 \text{ bimestres} & - & 4,8\% \\ 1 \text{ bimestre} & - & i\% \end{array}$$

Fazendo o produto dos meios igual ao produto dos extremos (multiplicando cruzado) teremos:

$$6 \times i\% = 1 \times 4,8\%$$
$$i = \frac{4,8\%}{6} \rightarrow i = 0,8\% \text{ ao bimestre}$$

Gabarito: Alternativa **D**

(STM - 2018) Julgue o item seguinte, relativo à matemática financeira.

No regime de Juros simples, a taxa de 21% ao mês é equivalente à taxa de 252% ao ano.

Comentários:

Em regime de **Capitalização Simples**, a **Taxa Equivalente é igual a Taxa Proporcional**.

Sabemos que em 1 ano há 12 meses.

Então, a Taxa de Juros Simples anual i proporcional à 21% ao mês será:

$$i_{anual} = i_{mensal} \times 12$$
$$i = 21\% \times 12 \rightarrow i = 252\% \text{ ao ano}$$

Gabarito: **CERTO**



(CM Pontal PR - 2014) Em relação a uma aplicação financeira Capitalizada a Juros simples de 10% ao ano, analise as afirmações:

- I. O Montante cresce exponencialmente.
- II. Para dobrar o Capital investido demorará 10 anos.
- III. A taxa equivalente de Juros e a taxa proporcional são iguais.

Podemos concluir que:

- a) Apenas I e II estão corretas.
- b) Apenas I e III estão corretas.
- c) Apenas II e III estão corretas.
- d) Todas estão corretas.
- e) Apenas a II está correta.

Comentários:

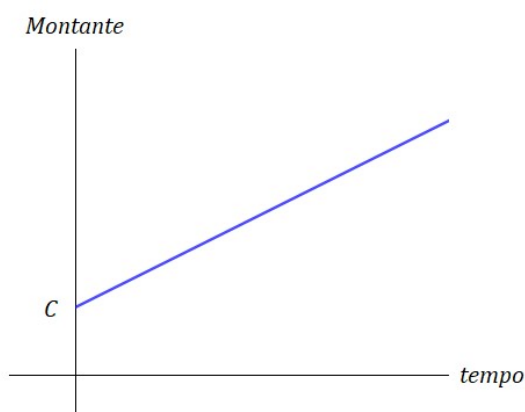
Vamos analisar os itens separadamente e fazer uma revisão dos conceitos que já aprendemos até aqui.

- I. O Montante cresce exponencialmente.

ERRADO. Em Juros Simples, a sequência formada pelos valores dos Montantes em cada período é caracterizada sempre por uma **PROGRESSÃO ARITMÉTICA CRESCENTE** onde a **razão é igual ao valor dos Juros**.

Ao representarmos **graficamente** o Montante de uma aplicação em Juros Simples, estaremos representando o gráfico de uma **FUNÇÃO DO PRIMEIRO GRAU**, isto é, uma reta.

O Montante da aplicação apresenta um **crescimento linear** constante, característica básica de uma função do primeiro grau.



- II. Para dobrar o Capital investido demorará 10 anos.

CERTO. Para o Montante atingir um valor igual ao dobro do Capital investido será necessário um tempo igual a:



$$M = C \times (1 + i \times t)$$

$$2C = C \times (1 + 0,1 \times t)$$

$$2 = 1 + 0,1t$$

$$1 = 0,1t$$

$$t = \frac{1}{0,1} \rightarrow t = 10 \text{ anos}$$

III. A taxa equivalente de Juros e a taxa proporcional são iguais.

CERTO. **Taxas Proporcionais** estão associadas a Regime de Juros Simples e comportam-se de maneira Linear em função do tempo.

Taxas Proporcionais → Juros Simples

Em regime de **Capitalização Simples**, a **Taxa Equivalente é igual a Taxa Proporcional**.

Gabarito: Alternativa C



JUROS COMERCIAIS E JUROS EXATOS

Nas operações financeiras e nas provas de concursos, existem duas convenções sobre os Juros em função do número de dias em que se remunera o Capital.

- Nos **Juros Comerciais** (ou ordinários ou bancários) é adotado como referência um **mês de 30 dias** e, por consequência, um **ano com 360 dias** (não importando o calendário civil).
- Já nos **Juros Exatos**, calculam-se os Juros em função do calendário civil, isto é, um **ano pode ter 365 ou 366 dias** (ano bissexto). Adota-se o mês com seu número real de dias, ou seja, 30 ou 31 dias.



Juros Comerciais → mês com 30 dias e ano com 360 dias

Juros Exatos → mês com 28 (ou 29), 30 ou 31 dias e ano com 365 ou 366 dias

Vejamos como esses conceitos foram cobrados em prova.



(CRN - 2019) Julgue o item seguinte, relativo à matemática financeira.

Na matemática financeira, os Juros exatos são calculados arredondando-se o resultado para a segunda casa decimal, enquanto os Juros comerciais são calculados desprezando-se o resultado a partir da terceira casa decimal.

Comentários:

A questão tentou confundir o candidato acerca das definições de Juros exatos e Juros comerciais.



Essas taxas **não são determinadas pela quantidade de casas decimais**. A convenção é **determinada pelo número de dias** em que se remunera o Capital.

Nos Juros Comerciais é adotado como referência um mês de 30 dias e, por consequência, um ano com 360 dias. Já nos Juros Exatos, calculam-se os Juros em função do calendário civil, isto é, um ano pode ter 365 ou 366 dias.

Gabarito: **ERRADO**

(SEFAZ PB - 2006) Certas operações podem ocorrer por um período de apenas alguns dias, tornando conveniente utilizar a taxa diária e obtendo os Juros segundo a convenção do ano civil ou do ano comercial. Então, se um Capital de R\$ 15.000,00 foi aplicado por 5 dias à Taxa de Juros simples de 9,3% ao mês, em um mês de 31 dias, o módulo da diferença entre os valores dos Juros comerciais e dos Juros exatos é

- a) R\$ 7,50
- b) R\$ 15,00
- c) R\$ 22,50
- d) R\$ 30,00
- e) R\$ 37,50

Comentários:

Questão bem interessante que caiu na prova de Auditor Fiscal do Estado da Paraíba. Uma questão antiga, mas bem elaborada sobre o tema.

O enunciado nos informa que um Capital de R\$ 15.000 é aplicado por 5 dias à Taxa de Juros simples de 9,3% ao mês e questiona o valor da diferença dos Juros comerciais e dos Juros exatos.

Vamos calcular separadamente cada Juros e no final proceder com a operação de subtração (diferença).

Juros Comercias

Nos Juros Comerciais é adotado como referência um mês de 30 dias (não importando se este mês tem 28, 30 ou 31).

Em Regime de Capitalização Simples, os Juros são calculados pela seguinte fórmula:

$$J = C \times i \times t$$

Onde,

$$J = \text{Juros Simples} = ?$$

$$C = \text{Capital} = 15.000$$

$$i = \text{Taxa de Juros} = 9,3\% \text{ ao mês}$$



$t = \text{tempo} = 5 \text{ dias}$

Observe que a taxa e o tempo estão em **unidades diferentes**. Vamos transformar a taxa mensal em diária. Como nos Juros Comerciais é adotado como referência um mês de 30 dias, a taxa diária será igual a:

$$i = \frac{0,093}{30} \rightarrow i = 0,0031 \text{ ao dia}$$

Vamos substituir os valores e calcular os Juros Comerciais.

$$J_{\text{Comerciais}} = C \times i \times t$$
$$J_{\text{Comerciais}} = 15.000 \times 0,0031 \times 5 \rightarrow J_{\text{Comerciais}} = 232,50$$

Juros Exatos

Nos Juros Exatos, calculam-se os Juros em função do calendário civil. Então, como o mês em destaque no enunciado tem 31 dias, a taxa diária, neste caso, será calculada dividindo-se a taxa mensal por 31.

$$i = \frac{0,093}{31} \rightarrow i = 0,003 \text{ ao dia}$$

Iremos proceder com o mesmo raciocínio do cálculo dos Juros Comerciais. Porém, substituiremos na equação dos Juros a taxa calculada acima.

$$J_{\text{Exatos}} = C \times i \times t$$
$$J_{\text{Exatos}} = 15.000 \times 0,003 \times 5 \rightarrow J_{\text{Exatos}} = 225$$

Sendo assim, a diferença d entre os Juros será igual a:

$$d = J_{\text{Comerciais}} - J_{\text{Exatos}}$$
$$d = 232,50 - 225,00 \rightarrow d = 7,50$$

Gabarito: Alternativa A



RESUMO DA AULA

Elementos de uma Operação de Juros

Elementos de uma Operação de Juros

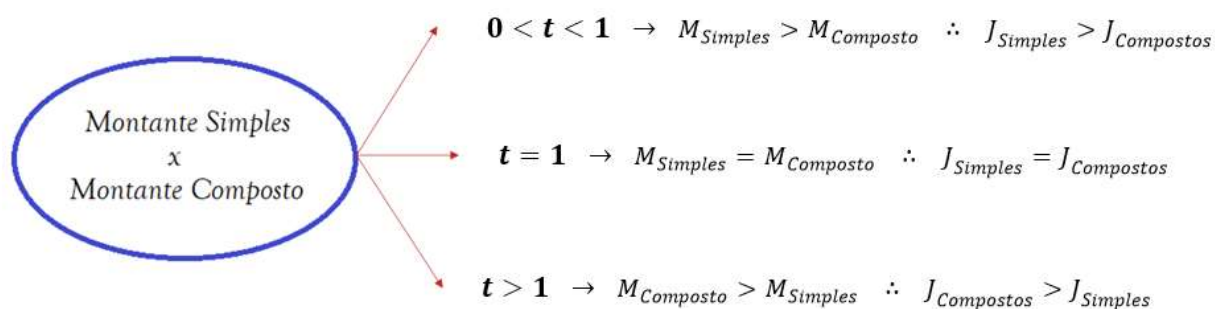
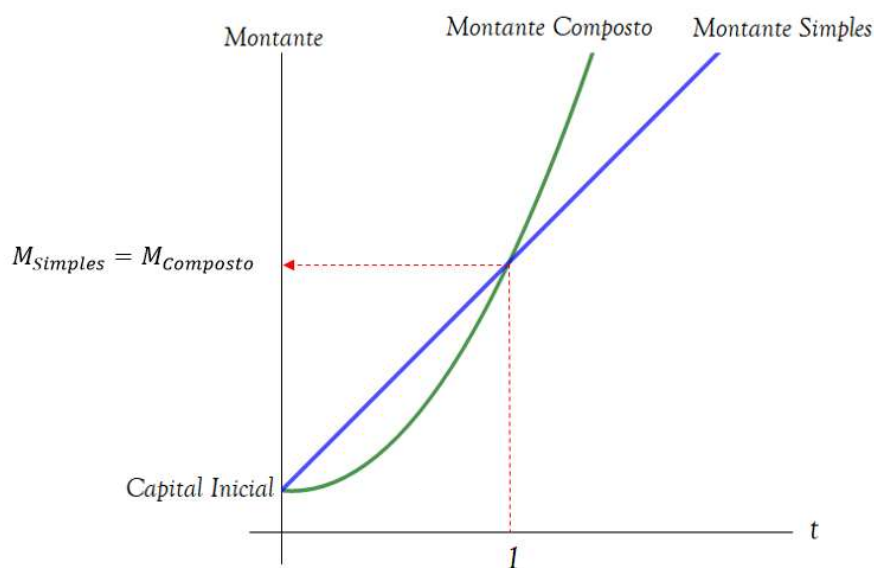
$\left\{ \begin{array}{l} \text{Capital } (C) \\ \text{Juros } (J) \\ \text{Taxa de Juros } (i) \\ \text{Tempo } (t) \\ \text{Montante } (M) \end{array} \right.$

Regimes de Capitalização

<u>Regimes de Capitalização (Aspectos Conceituais)</u>	
Capitalização Simples	Capitalização Composta
Os Juros de cada período são iguais	Os Juros são diferentes em cada período
Os Juros são SEMPRE calculados em cima do Capital Inicial	Os Juros são calculados em cima do Capital Inicial mais os Juros dos períodos anteriores
Os Juros não são Capitalizados	Os Juros são Capitalizados
Valores dos Montantes \rightarrow P.A. $razão = Juros$	Valores dos Montantes \rightarrow P.G. $razão = 1 + i$
Gráfico \rightarrow função do primeiro grau	Gráfico \rightarrow função exponencial



Relação Conceitual: Montante Simples x Montante Composto



Obs: Dado dois Capitais de igual valor aplicados a uma mesma Taxa de Juros

Aspectos matemáticos

Juros Simples

- $J = C \times i \times t$
- $M = C \times (1 + i \times t)$

- "i" e "t" **obrigatoriamente** na **mesma unidade** de grandeza



Taxas Proporcionais

Taxas Proporcionais estão associadas a Regime de Juros Simples e comportam-se de maneira Linear em função do tempo.

Taxas Proporcionais → Juros Simples

Em regime de **Capitalização Simples**, a **Taxa Equivalente é igual a Taxa Proporcional**.

Juros Comerciais e Juros Exatos

Juros Comerciais → mês com 30 dias e ano com 360 dias

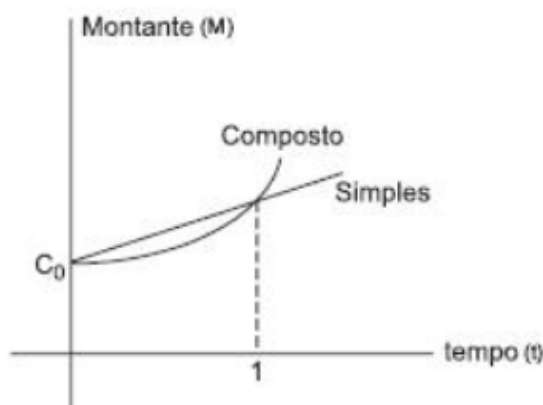
Juros Exatos → mês com 28 (29), 30 ou 31 dias e ano com 365 ou 366 dias



QUESTÕES COMENTADAS - CESGRANRIO

Regimes de Capitalização

1. (CESGRANRIO / Caixa - 2008) O gráfico a seguir representa as evoluções no tempo do Montante a Juros Simples e do Montante a Juros Compostos, ambos à mesma Taxa de Juros. M é dado em unidades monetárias e t , na mesma unidade de tempo a que se refere a Taxa de Juros utilizada.



Analisando-se o gráfico, conclui-se que para o credor é mais vantajoso emprestar a Juros

- a) compostos, sempre.
- b) compostos, se o período do empréstimo for menor do que a unidade de tempo.
- c) simples, sempre.
- d) simples, se o período do empréstimo for maior do que a unidade de tempo.
- e) simples, se o período do empréstimo for menor do que a unidade de tempo.

Comentários:

Aprendemos na teoria que: dado 2 Capitais de mesmo valor inicial submetidos a uma mesma Taxa de Juros, 3 hipóteses de cenários serão possíveis em função do tempo de aplicação:

1. $t < 1$: Para o tempo **menor que 1 unidade de tempo**, o Regime de Juros Simples irá proporcionar um Montante (e logicamente um Juros) maior que o Regime de Juros Compostos.

$$M_{\text{Simples}} > M_{\text{Composto}} \quad \therefore \quad J_{\text{Simples}} > J_{\text{Compostos}}$$

2. $t = 1$: Para o tempo **igual a 1 unidade**: Há indiferença nas aplicações.

$$M_{\text{Simples}} = M_{\text{Composto}} \quad \therefore \quad J_{\text{Simples}} = J_{\text{Compostos}}$$



3. $t > 1$: Para o tempo **maior que 1 unidade de tempo**, o Regime de Juros Compostos irá proporcionar um Montante (e logicamente um Juros) maior que o Regime de Juros Simples.

$$M_{Composto} > M_{Simples} \quad \therefore \quad J_{Compostos} > J_{Simples}$$

Então, analisando-se o gráfico, conclui-se que para o credor **é mais vantajoso emprestar a Juros Simples se o período do empréstimo for menor do que a unidade de tempo**, uma vez que o retorno (Juros) será maior.

Gabarito: Alternativa E



QUESTÕES COMENTADAS - CESGRANRIO

Juros Simples – Aspectos Matemáticos

1. (CESGRANRIO / BB - 2021) Devido às oscilações de receita em seu negócio durante a pandemia, um cliente vai precisar pagar um boleto, cujo principal (até a data de vencimento) é de R\$ 25.000,00, com 12 dias de atraso. Nesse caso, são cobrados adicionalmente, sobre o valor do principal, dois encargos: 2% de multa, mais juros simples de 0,2% ao dia. Por causa dos juros altos, o cliente procurou seu gerente, que não conseguiu uma solução menos custosa.

Com isso, nas condições dadas, o cliente deverá pagar nessa operação um valor total de

- a) R\$ 25.600,00
- b) R\$ 25.800,00
- c) R\$ 26.100,00
- d) R\$ 26.300,00
- e) R\$ 26.500,00

Comentários:

Perceba que são cobrados adicionalmente, sobre o valor do principal, dois encargos: a multa e os juros. Vamos calcular separadamente:

Multa

Multa de 2% sobre o principal.

$$multa = \frac{2}{100} \times 25.000 \rightarrow \boxed{multa = 500}$$

Juros Simples

Juros Simples de 0,2% ao dia por 12 dias. Vamos aplicar diretamente a fórmula dos Juros em regime Simples:

$$J = C \times i \times t$$
$$J = 25.000 \times \frac{0,2}{100} \times 12 \rightarrow \boxed{J = 600}$$

Sendo assim, nas condições dadas, o cliente deverá pagar nessa operação um valor total de:



$$\text{pagar} = \text{principal} + \text{multa} + \text{juros}$$

$$\text{pagar} = 25.000 + 500 + 600 \rightarrow \text{pagar} = 26.100$$

Gabarito: Alternativa C

2. (CESGRANRIO / BB - 2021) No boleto bancário da sua prestação, uma pessoa leu que é cobrada uma multa de 1,2% por dia de atraso sobre o valor da prestação, condicionada a atrasos não maiores que 30 dias. Em certo mês, essa pessoa pagou uma prestação com atraso, tendo de desembolsar R\$ 233,20 em vez dos R\$ 220,00 normalmente pagos nos meses em que não houve atraso no pagamento.

Por quantos dias ela atrasou a prestação nesse mês?

- a) 5
- b) 10
- c) 15
- d) 20
- e) 25

Comentários:

A pessoa deveria pagar um Capital de R\$ 220,00 e pagou um Montante R\$ 233,20. Logo, ela pagou de Juros:

$$J = M - C$$

$$J = 233,20 - 220 \rightarrow J = 13,2$$

Vamos aplicar a fórmula dos Juros em regime Simples e calcular por quanto tempo (em dias) ela atrasou o pagamento:

$$J = C \times i \times t$$

$$13,2 = 220 \times \frac{1,2}{100} \times t$$

$$t = \frac{13,2 \times 10}{22 \times 1,2} \rightarrow t = 5$$

Logo, ela atrasou a prestação nesse mês por 5 dias.



Gabarito: Alternativa A

3. (CESGRANRIO / BB - 2021) Um banco fez um empréstimo de R\$ 10.000,00 a um cliente, pelo prazo de um mês, cobrando o valor de R\$ 100,00 a título de juros.

Qual foi a taxa de juros que o banco cobrou do cliente?

- a) 0,01 ao mês
- b) 10% ao ano
- c) 1% ao ano
- d) 0,1 ao mês
- e) 0,05 ao mês

Comentários:

Iremos aplicar diretamente a **fórmula dos Juros em regime Simples** e calcular a taxa de juros i cobrada pelo banco em cima do Capital de R\$ 10.000,00 que gerou um Juros de de R\$ 100,00 em 1 mês:

$$J = C \times i \times t$$

$$100 = 10.000 \times i \times 1$$

$$i = \frac{1}{100} \rightarrow i = 0,01 \text{ ou } 1\% \text{ ao mês}$$

Observe que temos duas possibilidades de representar a taxa:

- **Forma unitária:** 0,01
- **Forma Percentual:** 1%

Ambas são iguais. Apenas muda a forma de representação. A taxa unitária nada mais é que a taxa percentual dividida por 100.

A única alternativa que nos traz uma das duas possibilidades é a **Alternativa A**.

Gabarito: Alternativa A

4. (CESGRANRIO / BB - 2021) Uma pessoa está planejando comprar uma geladeira no valor de R\$ 1.300,00, no futuro.



Sabendo-se que ela pretende gastar exatamente esse valor e que dispõe de um capital de R\$1.000,00, que será aplicado no dia de hoje a uma taxa de juros simples de 1,5% ao mês, qual será o prazo dessa aplicação, em meses, para que ela consiga comprar a geladeira à vista, o mais rápido possível?

- a) 2
- b) 16
- c) 20
- d) 50
- e) 200

Comentários:

A pessoa dispõe um Capital de R\$ 1.000,00 e pretende aplicá-lo para obter um valor futuro, isto é, um Montante de R\$ 1.300,00 a uma taxa de juros simples de 1,5% ao mês.

Ou seja, a pessoa deseja obter um Juros, que é dado pela diferença do Montante menos o Capital, de R\$ 300,00.

$$J = M - C$$
$$J = 1.300 - 1.000 \rightarrow J = 300$$

Vamos aplicar diretamente a **fórmula dos Juros em regime de Juros Simples** e calcular o tempo necessário para que ela consiga tal valor:

$$J = C \times i \times t$$
$$300 = 1.000 \times \frac{1,5}{100} \times t$$
$$t = \frac{300}{10 \times 1,5}$$
$$t = \frac{30}{1,5} \rightarrow t = 20 \text{ meses}$$

Gabarito: Alternativa C

5. (CESGRANRIO / BB - 2021) Qual é a taxa de juros simples utilizada por uma aplicação para tornar um capital inicial de R\$ 1.000,00 em um montante de R\$ 1.240,00, em um período de um ano?



- a) 0,02 ao mês
- b) 0,02% ao mês
- c) 0,02 ao ano
- d) 0,02% ao ano
- e) 0,24% ao ano

Comentários:

Temos um Montante de R\$ 1.240,00 e um Capital de R\$ 1.000,00. Logo, os Juros, que são dados pela diferença do Montante menos o Capital será de R\$ 240,00, certo?

Vamos aplicar diretamente a fórmula dos Juros em regime de Juros Simples e calcular o tempo necessário para que ela consiga tal valor:

$$J = C \times i \times t$$

Em que:

$$J = \text{Juros Simples} = 240$$

$$C = \text{Capital} = 1.000$$

$$i = \text{taxa de juros} = ?$$

$$t = \text{tempo} = 1 \text{ ano}$$

Substituindo os valores e calculando a taxa de juros:

$$J = C \times i \times t$$

$$240 = 1.000 \times i \times 1$$

$$i = \frac{240}{1.000} \rightarrow \boxed{i = 0,24 \text{ ou } 24\% \text{ ao ano}}$$

Observe que **NÃO temos gabarito com a taxa ANUAL**. Cuidado para não marcar a alternativa E. A taxa é 0,24 ou 24% ao ano. E não 0,24%.

Então, vamos calcular a taxa mensal de juros. Em Regime de Juros Simples as taxas são proporcionais.

Sabemos que em 1 ano há 12 meses. Então, a taxa de juro simples mensal será um doze avos da taxa anual:



$$i_{mensal} = \frac{i_{anual}}{12}$$
$$i_{mensal} = \frac{0,24}{12} \rightarrow i_{mensal} = 0,02 \text{ ou } 2\% \text{ ao mês}$$

Perceba que agora sim temos gabarito. **Alternativa A**. Cuidado novamente para não assinalar a alternativa B. A taxa é 0,02 ou 2% ao mês. E não 0,02%.

Gabarito: Alternativa **A**

6. (CESGRANRIO / CEF - 2021) Um cliente pagou, via internet banking, quatro duplicatas vencidas com exatamente 12 dias de atraso, cujos valores de face são de R\$4.200,00; R\$3.800,00; R\$2.600,00 e R\$7.400,00. Nesse caso, para pagamentos até 30 dias após o vencimento, são cobrados juros simples à taxa de 6% ao mês, mais uma multa de 2% sobre o valor de face de cada duplicata.

Considerando-se o mês comercial (30 dias), o valor total pago, em reais, por essas quatro duplicatas vencidas foi de

- a) 18.432,00
- b) 18.792,00
- c) 18.872,00
- d) 18.912,00
- e) 18.982,00

Comentários:

Todas as duplicatas foram pagas com 12 dias de atraso e todas são submetidas a uma taxa de juros simples de 6% ao mês.

Sendo assim, vamos trabalhar com o valor total dessas duplicatas ao invés de trabalhar com uma a uma.

$$C = 4.200 + 3.800 + 2.600 + 7.400 \rightarrow C = 18.000$$

Observe que, apesar do enunciado chamar de "duplicata", essa é uma questão de juros simples. Pois o cliente pagou com atraso e não as descontou.

Ele deveria pagar um Capital de R\$ 18.000,00 e com a incidência de juros de 6% ao mês com 12 dias de atraso pagará um Montante que será calculado pela fórmula do Montante em Juros Simples:

$$M = C \times (1 + i \times t)$$





Observe que ele nos fornece o tempo em **DIAS** e a taxa **MENSAL**. Sabemos que, **obrigatoriamente**, a unidade de grandeza da taxa de juros e a unidade de grandeza do tempo devem coincidir.

Vamos transformar o tempo de dias para meses. 12 dias equivalem a 12/30 do mês.

$$M = C \times (1 + i \times t)$$

$$M = 18.000 \times \left(1 + 0,06 \times \frac{12}{30}\right)$$

$$M = 18.000 \times (1 + 0,024)$$

$$M = 18.000 \times 1,024 \rightarrow \mathbf{M = 18.432}$$

Logo, o valor total pago, em reais, por essas quatro duplicatas vencidas foi de R\$ 18.432,00.

Gabarito: Alternativa **A**

7. (CESGRANRIO / Liquigás - 2018) Uma empresa toma um empréstimo de R\$ 200.000,00, por 20 dias, a uma determinada taxa de juro, no regime de simples. Considere que, ao final desse período, os juros pagos são de R\$ 8.800,00.

Assim, a taxa mensal de juro simples cobrada nesse empréstimo, considerando o mês com 30 dias, foi igual a

- a) 4,0%
- b) 4,4%
- c) 6,0%
- d) 6,6%
- e) 8,8%

Comentários:

Estudamos que no Regime de Juros Simples, os Juros são calculados pela seguinte fórmula:

$$J_s = C \times i \times t$$

Onde,



$$J_s = \text{Juros Simples} = 8.800$$

$$C = \text{Capital inicial} = 200.000$$

$$t = \text{tempo de aplicação} = 20 \text{ dias}$$

$$i = \text{taxa de juros} = ?$$

Observe que a banca nos fornece o tempo de aplicação em DIAS e nos questiona a taxa MENSAL.



A **CESGRANRIO** vai sempre tentar confundir o candidato nessa "pegadinha". Lembre-se de que a Taxa de Juros e o tempo de aplicação devem estar, **OBRIGATORIAMENTE**, na mesma unidade de grandeza.

Vamos substituir os valores na fórmula e calcular a taxa de juros.

$$J_s = C \times i \times t$$

$$8.800 = 200.000 \times i \times 20$$

$$i = \frac{88}{40.000} \rightarrow i = 0,0022 \text{ ou } 0,22\% \text{ ao dia}$$

Perceba que, como entramos na fórmula com o tempo em dias, a resposta da taxa também será em dia. Precisamos agora, transformar a taxa diária para taxa mensal.

Em regime de Juros Simples, **as taxas são proporcionais**. Logo, como 1 mês tem 30 dias:

$$i_{\text{mensal}} = i_{\text{diária}} \times 30$$

$$i_{\text{mensal}} = 0,22\% \times 30 \rightarrow i_{\text{mensal}} = 6,6\% \text{ ao mês}$$



Obs: Você poderia também, converter o tempo do enunciado para a unidade "mês" e a resposta da taxa, necessariamente, já sairia na unidade mensal.



$t = \text{tempo de aplicação} = 20 \text{ dias} = 2/3 \text{ mês}$

E calculando a taxa mensal:

$$J_S = C \times i \times t$$

$$8.800 = 200.000 \times i \times \frac{2}{3}$$

$$i = \frac{3 \times 88}{4.000} \rightarrow i = 0,066 \text{ ou } 6,6\% \text{ ao mês}$$

Gabarito: Alternativa **D**

8. (CESGRANRIO / Liquigás - 2018) Aldo aplicou R\$ 7.000,00 por um tempo numa caderneta de poupança e recebeu um total de R\$ 1.750,00 de juros. No mesmo dia em que Aldo fez a aplicação, Baldo aplicou, na mesma poupança, uma certa quantia que rendeu R\$ 1.375,00 de juros no mesmo período de tempo da aplicação de Aldo.

Quanto, em reais, Baldo aplicou na poupança?

- a) 5.500
- b) 5.000
- c) 6.500
- d) 6.000
- e) 4.500

Comentários:



Vamos utilizar as informações iniciais de Aldo e calcular algo interessante.

"Aldo aplicou R\$ 7.000,00 por um tempo numa caderneta de poupança e recebeu um total de R\$ 1.750,00 de juros."

No regime de Juros Simples, os Juros são calculados pela seguinte aplicação:

$$J_S = C \times i \times t$$



Vamos substituir os valores:

$$J_s = C \times i \times t$$

$$1.750 = 7.000 \times i \times t$$

$$i \times t = \frac{1.750}{7.000} \rightarrow i \times t = 0,25$$



Observe que **não sabemos o valor da taxa i nem do tempo de aplicação t** . Mas, sabemos que **a multiplicação de i por t será igual a 0,25**.

Segure esta informação.

Vamos trabalhar com as informações de Baldo agora.

"No mesmo dia em que Aldo fez a aplicação, Baldo aplicou, na mesma poupança, uma certa quantia que rendeu R\$ 1.375,00 de juros no mesmo período de tempo da aplicação de Aldo."

Iremos aplicar a fórmula dos Juros Simples para Baldo.

$$J_s = C \times i \times t$$

$$1.375 = C \times i \times t$$

Observe que o tempo de aplicação e a taxa de juros são as mesmas de Aldo. Então, nesta equação, onde temos $i \times t$ substituiremos por 0,25.

Conseguiu "pegar" esta passagem?

Perceba que nesta equação também temos a multiplicação de i por t . E, como se trata do mesmo tempo e da mesma poupança (mesma taxa), **a multiplicação $i \times t$ será a mesma nas duas fórmulas** (tanto de Aldo quanto de Baldo).

$$1.375 = C \times \overset{0,25}{i \times t}$$



Substituindo $i \times t$ por 0,25 e calculando o Capital aplicado por Baldo teremos:

$$1.375 = C \times i \times t$$

$$1.375 = C \times 0,25$$

$$C = \frac{1.375}{0,25}$$

Lembrando que, dividir por 0,25 é a mesma coisa que multiplicar por 4. Boa hora de voltar às aulas de matemática básica e revisar a parte de frações.

$$C = 1.375 \times 4 \rightarrow C = 5.500$$

Gabarito: Alternativa A

9. (CESGRANRIO / Liquigás - 2018) Um comprador tem duas opções de pagamento: pagar à vista, com desconto de 20% sobre o preço de tabela ou a prazo, um mês após a data da compra, com um acréscimo de 10% sobre o preço de tabela.

O valor mais próximo da taxa de juro mensal cobrada nessa operação, comparando-se o valor a ser pago, por um mesmo produto, em cada uma das opções apresentadas, é igual a

- a) 10%
- b) 22%
- c) 30%
- d) 33%
- e) 38%

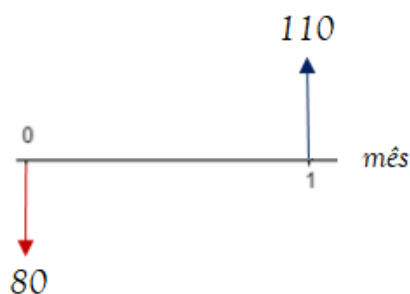
Comentários:

Neste problema, para facilitar as contas, podemos arbitrar um valor de R\$ 100,00 para o preço "normal" do produto.

✚ Se o cliente comprar à vista, terá um desconto de 20% e assim, pagará um valor de R\$ 80,00.

✚ Se o cliente comprar a prazo, com pagamento em um mês, terá um acréscimo de 10% e assim pagará R\$ 110,00. Então, graficamente teremos:





Então, ao invés de pagar um Capital de R\$ 80,00 no período zero, foi pago um Montante de R\$ 110,00 um mês após. **Ou seja, 30 reais de juros em 1 mês.**

Vamos utilizar a fórmula dos Juros Simples e calcular a taxa de juros desta operação.

$$J_S = C \times i \times t$$

Onde,

$$J_S = \text{Juros Simples} = 30$$

$$C = \text{Capital inicial} = 80$$

$$t = \text{tempo de aplicação} = 1 \text{ mês}$$

$$i = \text{taxa de juros} = ?$$

Substituindo os valores e calculando a taxa teremos:

$$J_S = C \times i \times t$$

$$30 = 80 \times i \times 1$$

$$3 = 8 \times i$$

$$i = \frac{3}{8}$$

Para calcular esta divisão diretamente na forma percentual, podemos multiplicar por 100 e, conforme falamos, **o resultado já sairá na forma percentual.**

$$i = \frac{3}{8} \times 100$$



$$i = \frac{300}{8} \rightarrow i = 37,5\% \text{ ao mês}$$

Perceba (mais uma vez) que, quando multiplicamos por 100, o resultado já sai na forma percentual.

A banca nos pede o valor mais próximo. Então, $i = 38\%$



Observe que **a banca não informa o regime de Juros**, se simples ou composto. Porém, aprendemos na teoria que, para o período igual a 1 unidade de tempo (1 mês no nosso caso), os Juros Simples e os Juros Compostos serão iguais.

Ou seja, você pode escolher qualquer regime para trabalhar. Logicamente, escolheremos o regime Simples. Mas tenha em mente que o resultado será o mesmo para 1 unidade de tempo.

Gabarito: Alternativa E

10. (CESGRANRIO / Liquigás - 2018) Um funcionário da Liquigás pretende fazer uma pequena reforma em sua casa daqui a 1 ano e gostaria de ter, em sua conta investimento, R\$ 3.000,00 no momento de iniciar a reforma.

Considerando que suas economias rendem juros de 20% a.a., quanto ele deveria ter hoje, em sua conta investimento, para ter exatamente a quantia desejada daqui a 1 ano, sem que seja feito nenhum depósito?

- a) R\$ 2.800,00
- b) R\$ 2.600,00
- c) R\$ 2.500,00
- d) R\$ 2.400,00
- e) R\$ 2.333,33

Comentários:

Mais uma questão que **a banca não nos fornece o regime de Juros**. Porém, conforme estudamos, para o período igual a 1 unidade de tempo (1 ano no nosso caso), os Juros Simples e os Juros Compostos serão iguais.



Iremos utilizar a fórmula do Montante em Juros Simples e calcular o **valor do Capital inicial** que a empresa necessita ter para ter um Montante de R\$ 3.000,00 em 1 ano.

$$M = C \times (1 + i \times t)$$

Onde,

$$M = \text{Montante} = 3.000$$

$$C = \text{Capital inicial} = ?$$

$$i = \text{taxa de juros} = 20\% \text{ ao ano} = 0,2$$

$$t = \text{tempo} = 1 \text{ ano}$$

Substituindo os valores e calculando o tempo teremos:

$$M = C \times (1 + i \times t)$$

$$3.000 = C \times (1 + 0,2 \times 1)$$

$$3.000 = C \times (1 + 0,2)$$

$$3.000 = C \times 1,2$$

$$C = \frac{3.000}{1,2} \rightarrow C = 2.500$$

Gabarito: Alternativa C

11. (CESGRANRIO / Liquigás - 2018) Uma empresa toma um empréstimo de R\$ 350.000,00 por 25 dias, a uma taxa de juro simples de 4,8% ao mês, em um mês com 30 dias. Considere que, ao final desse período, a empresa quita a dívida pagando, além dos juros, uma taxa de utilização de crédito igual a 0,5% do valor tomado emprestado.

Assim, o valor mais próximo do custo total do empréstimo no momento da quitação, em reais, é igual a

- a) 13.500,00
- b) 14.250,00
- c) 15.750,00
- d) 16.800,00
- e) 18.550,00



Comentários:



Questão **bem interessante** de Juros Simples que eu acredito que possa vir na sua prova.

Uma empresa toma um empréstimo de R\$ 350.000,00 por 25 dias, a uma taxa de juro simples de 4,8% ao mês, em um mês com 30 dias. Vamos calcular o custo total desta dívida.

Primeiramente, iremos calcular os Juros Simples.

$$J_S = C \times i \times t$$

Onde,

$$J_S = \text{Juros Simples} = ?$$

$$C = \text{Capital inicial} = 350.000$$

$$t = \text{tempo} = 25 \text{ dias}$$

$$i = \text{taxa de juros} = 4,8\% \text{ ao mês}$$



A **CESGRANRIO** vai sempre tentar confundir o candidato nessa "pegadinha". Lembre-se de que a Taxa de Juros e o tempo de aplicação devem estar, **OBRIGATORIAMENTE**, na mesma unidade de grandeza.

Vamos então, transformar o tempo da unidade "dias" para a unidade "mês". 25 dias é igual a 25/30 mês.

Ou então, para quem tem mais dificuldade, basta fazer uma regra de três simples.

Dias	Mês
30	1
25	t



Multiplicando cruzado:

$$30 \times t = 25 \times 1$$

$$t = \frac{25}{30} \rightarrow t = \frac{5}{6} \text{ mês}$$

Vamos substituir os valores na fórmula e calcular os Juros.

$$J_s = C \times i \times t$$

$$J_s = 350.000 \times \frac{4,8}{100} \times \frac{5}{6} \rightarrow J_s = 14.000$$



Observe que o enunciado nos informa que **o Custo total é dado pelos Juros e também pelo valor de uma taxa de utilização de crédito igual a 0,5% do valor tomado emprestado**. Vamos calcular o valor desta taxa.

$$taxa = \frac{0,5}{100} \times 350.000$$

$$taxa = 0,5 \times 3.500 \rightarrow taxa = 1.750$$

Logo, o Custo total vai ser igual a:

$$Custo\ total = Juros + Taxa$$

$$Custo\ total = 14.000 + 1.750 \rightarrow \text{Custo total} = 15.750$$

Gabarito: Alternativa C

12. (CESGRANRIO / TRANSPETRO - 2016) Um equipamento, cujo preço anunciado é de R\$ 100.000,00 pode ser comprado à vista com um desconto de 20%, ou a prazo, em duas parcelas mensais e iguais de R\$ 55.000,00, sendo a primeira na data da compra, e a segunda para daí a 1 mês.



A taxa mensal de juros cobrada pela loja, comparando-se as duas formas de pagamento, é igual a

- a) 20%
- b) 30%
- c) 55%
- d) 120%
- e) 150%

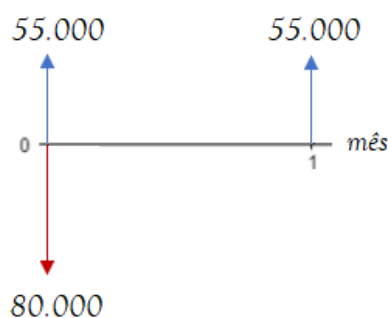
Comentários:

Um equipamento, cujo preço anunciado é de R\$ 100.000,00 pode ser comprado à vista com um desconto de 20%. Logo, o Preço à vista será igual a:

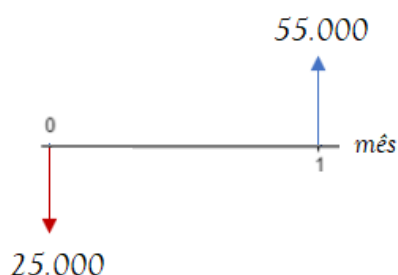
$$P = 100.000 - \frac{20}{100} \times 100.000$$
$$P = 100.000 - 20.000 \rightarrow \boxed{P = 80.000}$$

Ou a prazo, em duas parcelas mensais e iguais de R\$ 55.000,00, sendo a primeira na data da compra, e a segunda para daí a 1 mês.

Vamos representar graficamente essas duas opções de compra.



Ora, se o comprador deu R\$ 55.000 de entrada e o valor total é de R\$ 80.000, é porque ficou faltando a este pagar um **Capital de R\$ 25.000**, certo?



Então, ao invés de pagar um Capital de R\$ 25.000 no período zero, foi pago um Montante de R\$ 55.000 um mês após. Ou seja, **R\$ 30.000 reais de juros em 1 mês.**

Vamos aplicar a fórmula dos Juros Simples e calcular a taxa mensal aplicada sobre esta operação.

$$J_S = C \times i \times t$$

$$30.000 = 25.000 \times i \times 1$$

$$30 = 25 \times i$$

$$i = \frac{30}{25} \rightarrow i = 1,2 \text{ ou } 120\% \text{ ao mês}$$

Gabarito: Alternativa D

13. (CESGRANRIO / BASA - 2015 - Adaptada) Considere que hoje é uma segunda-feira e um carnê de pagamentos apresenta um vencimento em atraso desde a última terça-feira, para um valor de R\$ 100,00, e ainda prevê multa de 2%, e mora simples de 12% a.m.

O valor a pagar, em reais, é de

- a) 104,40
- b) 114,00
- c) 104,00
- d) 103,60
- e) 104,45

Comentários:

Considere que hoje é uma segunda-feira e um carnê de pagamentos apresenta um vencimento em atraso desde a última terça-feira. Logo, **o carnê está 6 dias em atraso.**

Vamos calcular os Juros Simples desta operação.

$$J_S = C \times i \times t$$

Onde,

$$J_S = \text{Juros Simples} = ?$$

$$C = \text{Capital inicial} = 100$$



$t = \text{tempo} = 6 \text{ dias}$

$i = \text{taxa de juros} = 12\% \text{ ao mês}$



A **CESGRANRIO** vai sempre tentar confundir o candidato nessa "pegadinha". Lembre-se de que a Taxa de Juros e o tempo de aplicação devem estar, **OBRIGATORIAMENTE**, na mesma unidade de grandeza.

Vamos então, transformar o tempo da unidade "dias" para a unidade "mês". 6 dias é igual a 6/30 mês (0,2).

Substituindo na equação e calculando os Juros.

$$J_s = C \times i \times t$$

$$J_s = 100 \times \frac{12}{100} \times 0,2 \rightarrow J_s = 2,4$$



Observe que há ainda, **o pagamento da mora de 2%** (que incide sobre o valor inicial da dívida).

$$\text{mora} = \frac{2}{100} \times 100 \rightarrow \text{mora} = 2$$

Logo, o valor total a ser pago será igual a:

$$\text{total} = C + J + \text{mora}$$

$$\text{total} = 100 + 2,4 + 2 \rightarrow \text{total} = 104,4$$

Gabarito: Alternativa **A**

14. (CESGRANRIO / Petrobras Distribuidora - 2015) As operadoras de cartões de crédito, em geral, cobram 12% ao mês por atrasos no pagamento. No caso de atrasos superiores a 1 mês, o sistema utilizado é o de juros compostos e, no caso de atrasos inferiores a 1 mês, utiliza-se o sistema



de juros simples. O vencimento da fatura de um cliente é no dia 5, mas ele só receberá o pagamento de seu salário no dia 15 do mesmo mês, quando, então, fará o pagamento da fatura com atraso de 10 dias.

Se a fatura desse cliente é de R\$ 900,00, quanto ele pagará, em reais, de juros?

- a) 108
- b) 72
- c) 36
- d) 18
- e) 12

Comentários:

Olha que interessante esse início.

"As operadoras de cartões de crédito, em geral, cobram 12% ao mês por atrasos no pagamento. No caso de atrasos superiores a 1 mês, o sistema utilizado é o de juros compostos e, no caso de atrasos inferiores a 1 mês, utiliza-se o sistema de juros simples."

As operadoras (serve também para os bancos) cobram Juros Simples antes de 1 mês (antes de 1 unidade de tempo) pois, justamente, para períodos menores que 1 unidade de tempo, os Juros Simples são maiores que os Juros Compostos. Estudamos isto na teoria. Boa hora de voltar e rever este ponto teórico que é **MUITO importante** para sua prova.

Voltando à questão.

Observe que o cliente pagará a fatura com 10 dias de atraso, isto é, em tempo menor que 1 mês. Logo, o regime a ser utilizado é o regime de Juros Simples.

Vamos aplicar a fórmula dos Juros Simples e calcular o valor dos Juros.

$$J_S = C \times i \times t$$

Onde,

$$J_S = \text{Juros Simples} = ?$$

$$C = \text{Capital inicial} = 900$$

$$t = \text{tempo} = 10 \text{ dias}$$

$$i = \text{taxa de juros} = 12\% \text{ ao mês}$$





A **CESGRANRIO** vai sempre tentar confundir o candidato nessa "pegadinha". Lembre-se de que a Taxa de Juros e o tempo de aplicação devem estar, **OBRIGATORIAMENTE**, na mesma unidade de grandeza.

10 dias é equivalente a 10/30 mês.

Substituindo os valores e calculando os Juros teremos:

$$J_s = C \times i \times t$$
$$J_s = 900 \times \frac{12}{100} \times \frac{10}{30}$$
$$J_s = \frac{9 \times 12}{3} \rightarrow J_s = 36$$

Gabarito: Alternativa **C**

15. (CESGRANRIO / EPE - 2015) Um investidor conservador, tendo disponível um determinado capital, recebeu uma proposta para aplicar tal capital, em uma única parcela, à taxa de juros simples de 12% ao trimestre.

Nas condições oferecidas, o valor investido em quota única, para ser quadruplicado, deverá ficar investido pelo prazo de quantos meses?

- a) 8,3
- b) 25
- c) 50
- d) 75
- e) 125

Comentários:

Vamos fazer esta questão como você fará na prova e depois o passo a passo. Acompanhe.

Iremos arbitrar um Capital inicial de 100.



Para quadruplicar, o **Montante será igual a 400**. Ou seja, **300 de Juros**. A Taxa é 12% ao trimestre, isto é, 4% ao mês (já que 1 mês tem 3 trimestres). Então, aplicando a fórmula dos Juros Simples teremos:

$$J_s = C \times i \times t$$

$$300 = 100 \times \frac{4}{100} \times t$$

$$t = \frac{300}{4} \rightarrow t = 75 \text{ meses}$$

E assim, marcaríamos a Alternativa **D**.

Agora, vamos ao passo a passo (que nada mais é que o desdobramento desta resolução mais "rápida").

Um investidor tem disponível um determinado capital C e quer saber o tempo, em meses, necessário para quadruplicar o Capital ($4C$) a uma taxa de 12% ao trimestre. Os Juros dessa operação será igual a:

$$M = C + J$$

$$4C = C + J$$

$$J = 4C - C \rightarrow J = 3C$$

Iremos aplicar a fórmula dos Juros Simples e calcular o tempo pedido.

$$J_s = C \times i \times t$$

Onde,

$$J_s = \text{Juros Simples} = 3C$$

$$C = \text{Capital inicial} = C$$

$$t = \text{tempo} = ?$$

$$i = \text{taxa de juros} = 12\% \text{ ao trimestre} = 4\% \text{ ao mês}$$



A **CESGRANRIO** vai sempre tentar confundir o candidato nessa "pegadinha". Lembre-se de que a Taxa de Juros e o tempo de aplicação devem estar, **OBRIGATORIAMENTE**, na mesma unidade de grandeza.

Transformando a taxa trimestral em mensal.

$$i_{\text{mensal}} = \frac{i_{\text{trimestral}}}{3}$$
$$i_{\text{mensal}} = \frac{12\%}{3} \rightarrow i_{\text{mensal}} = 4\%$$

Substituindo na fórmula teremos:

$$J_s = C \times i \times t$$
$$3\text{€} = \text{€} \times \frac{4}{100} \times t$$
$$t = \frac{3 \times 100}{4} \rightarrow t = 75 \text{ meses}$$

Gabarito: Alternativa **D**

16. (CESGRANRIO / BNDES - 2013) Paulo aplicou R\$ 10.000,00 em um fundo de investimentos que rendeu juros de 6% em um ano. Ao término desse ano, Paulo manteve aplicados tanto os R\$ 10.000,00 quanto os juros obtidos nesse primeiro ano e, ainda, aplicou mais R\$ 4.400,00. Ele deixou seu dinheiro investido por mais um ano e, ao final desses dois anos, seu saldo (valor aplicado mais juros) foi de R\$ 16.050,00.

Sabendo-se que, ao longo desses dois anos, Paulo não fez qualquer retirada, qual foi a taxa anual de juros no segundo ano?

- a) 5%
- b) 6%
- c) 7%
- d) 8%
- e) 9%

Comentários:

"Paulo aplicou R\$ 10.000,00 em um fundo de investimentos que rendeu juros de 6% em um ano."

Logo, ao final do primeiro ano, Paulo tinha um **Montante** igual a:



$$M = C \times (1 + i \times t)$$

$$M = 10.000 \times (1 + 0,06 \times 1)$$

$$M = 10.000 \times 1,06 \rightarrow \boxed{M = 10.600}$$

"Ao término desse ano, Paulo manteve aplicados tanto os R\$ 10.000,00 quanto os juros obtidos nesse primeiro ano e, ainda, aplicou mais R\$ 4.400,00."

Então, Paulo ficou com um total para **aplicar** igual a:

$$aplicar = 10.600 + 4.400 \rightarrow \boxed{aplicar = 15.000}$$

"Ele deixou seu dinheiro investido por mais um ano e, ao final desses dois anos, seu saldo (valor aplicado mais juros) foi de R\$ 16.050,00."

Vamos aplicar novamente a fórmula do Montante em Juros Simples e substituir os valores.

$$M = C \times (1 + i \times t)$$

$$16.050 = 15.000 \times (1 + i \times 1)$$

Observe que agora, o Montante é igual ao total do saldo (R\$ 16.050) e o valor aplicado nesse segundo ano é o total a aplicar que calculamos acima (R\$ 15.000).

Calculando a taxa do segundo ano teremos:

$$16.050 = 15.000 \times (1 + i \times 1)$$

$$\frac{16.050}{15.000} = (1 + i)$$

$$1,07 = 1 + i$$

$$i = 1,07 - 1 \rightarrow \boxed{i = 0,07 \text{ ou } 7\% \text{ ao ano}}$$

Gabarito: Alternativa C



QUESTÕES COMENTADAS - CESGRANRIO

Taxas Proporcionais

1. (CESGRANRIO / BASA - 2022) Um banco oferece um financiamento utilizando uma taxa de juros simples de 6% a.a.

Qual a taxa trimestral equivalente à taxa oferecida pelo banco?

- a) 0,0147 a. t.
- b) 0,15 a. t.
- c) 0,50% a. t.
- d) 1,47% a. t.
- e) 1,50% a. t.

Comentários:

Taxas Proporcionais estão associadas a Regime de Juros Simples e comportam-se de maneira Linear em função do tempo.

Taxas Proporcionais → Juros Simples

Em regime de **Capitalização Simples**, a **Taxa Equivalente é igual a Taxa Proporcional**.

Então, vamos calcular a taxa trimestral que é proporcional a taxa anual de 6%. Em 1 ano há 4 trimestres. Logo, a taxa anual será 4 vezes a taxa trimestral.

$$i_{anual} = 4 \times i_{trimestral}$$

$$6\% = 4 \times i_{trimestral}$$

$$i_{trimestral} = \frac{6\%}{4} \rightarrow i_{trimestral} = 1,5\% \text{ a. t.}$$

Gabarito: Alternativa E



2. (CESGRANRIO / TRANSPETRO - 2012) Um capital de R\$ 1.500,00 resultou em um montante de R\$ 1.530,00 após dois meses.

Sendo a remuneração calculada com juros simples, qual é a taxa anual utilizada?

- a) 1%
- b) 1,96%
- c) 2%
- d) 11,76%
- e) 12%

Comentários:

Um capital inicial, no valor de R\$ 1.500,00, resultou em um montante de R\$ 1.530,00 após dois meses, ou seja, **R\$ 30,00 de Juros**.

Em regime de Juros Simples, os Juros são iguais a:

$$J_S = C \times i \times t$$

Onde,

$$J_S = \text{Juros Simples} = 30$$

$$C = \text{Capital aplicado} = 1.500$$

$$i = \text{taxa de juros} = ?$$

$$t = \text{tempo} = 2 \text{ meses}$$

Substituindo os valores e calculando a taxa mensal teremos:

$$J_S = C \times i \times t$$

$$30 = 1.500 \times i \times 2$$

$$i = \frac{3}{300}$$

$$i = \frac{1}{100} \rightarrow \boxed{i = 1\% \text{ ao mês}}$$

Cuidado para não marcar a letra A.





Observe que a banca nos questiona a taxa **ANUAL**.

Em regime de juros simples as taxas são proporcionais. Então, a taxa simples anual será igual a:

$$i_{anual} = i_{mensal} \times 12$$

$$i_{anual} = 1\% \times 12 \rightarrow i_{anual} = 12\% \text{ ao ano}$$

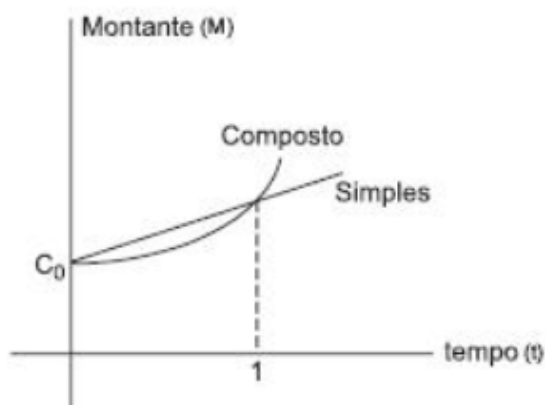
Gabarito: Alternativa E



LISTA DE QUESTÕES - CESGRANRIO

Regimes de Capitalização

1. (CESGRANRIO / Caixa - 2008) O gráfico a seguir representa as evoluções no tempo do Montante a Juros Simples e do Montante a Juros Compostos, ambos à mesma Taxa de Juros. M é dado em unidades monetárias e t , na mesma unidade de tempo a que se refere a Taxa de Juros utilizada.



Analizando-se o gráfico, conclui-se que para o credor é mais vantajoso emprestar a Juros

- a) compostos, sempre.
- b) compostos, se o período do empréstimo for menor do que a unidade de tempo.
- c) simples, sempre.
- d) simples, se o período do empréstimo for maior do que a unidade de tempo.
- e) simples, se o período do empréstimo for menor do que a unidade de tempo.



GABARITO

1. E



LISTA DE QUESTÕES – CESGRANRIO

Juros Simples - Aspectos Matemáticos

1. (CESGRANRIO / BB - 2021) Devido às oscilações de receita em seu negócio durante a pandemia, um cliente vai precisar pagar um boleto, cujo principal (até a data de vencimento) é de R\$ 25.000,00, com 12 dias de atraso. Nesse caso, são cobrados adicionalmente, sobre o valor do principal, dois encargos: 2% de multa, mais juros simples de 0,2% ao dia. Por causa dos juros altos, o cliente procurou seu gerente, que não conseguiu uma solução menos custosa.

Com isso, nas condições dadas, o cliente deverá pagar nessa operação um valor total de

- a) R\$ 25.600,00
- b) R\$ 25.800,00
- c) R\$ 26.100,00
- d) R\$ 26.300,00
- e) R\$ 26.500,00

2. (CESGRANRIO / BB - 2021) No boleto bancário da sua prestação, uma pessoa leu que é cobrada uma multa de 1,2% por dia de atraso sobre o valor da prestação, condicionada a atrasos não maiores que 30 dias. Em certo mês, essa pessoa pagou uma prestação com atraso, tendo de desembolsar R\$ 233,20 em vez dos R\$ 220,00 normalmente pagos nos meses em que não houve atraso no pagamento.

Por quantos dias ela atrasou a prestação nesse mês?

- a) 5
- b) 10
- c) 15
- d) 20
- e) 25

3. (CESGRANRIO / BB - 2021) Um banco fez um empréstimo de R\$ 10.000,00 a um cliente, pelo prazo de um mês, cobrando o valor de R\$ 100,00 a título de juros.

Qual foi a taxa de juros que o banco cobrou do cliente?

- a) 0,01 ao mês
- b) 10% ao ano



- c) 1% ao ano
- d) 0,1 ao mês
- e) 0,05 ao mês

4. (CESGRANRIO / BB - 2021) Uma pessoa está planejando comprar uma geladeira no valor de R\$ 1.300,00, no futuro.

Sabendo-se que ela pretende gastar exatamente esse valor e que dispõe de um capital de R\$1.000,00, que será aplicado no dia de hoje a uma taxa de juros simples de 1,5% ao mês, qual será o prazo dessa aplicação, em meses, para que ela consiga comprar a geladeira à vista, o mais rápido possível?

- a) 2
- b) 16
- c) 20
- d) 50
- e) 200

5. (CESGRANRIO / BB - 2021) Qual é a taxa de juros simples utilizada por uma aplicação para tornar um capital inicial de R\$ 1.000,00 em um montante de R\$ 1.240,00, em um período de um ano?

- a) 0,02 ao mês
- b) 0,02% ao mês
- c) 0,02 ao ano
- d) 0,02% ao ano
- e) 0,24% ao ano

6. (CESGRANRIO / CEF - 2021) Um cliente pagou, via internet banking, quatro duplicatas vencidas com exatamente 12 dias de atraso, cujos valores de face são de R\$4.200,00; R\$3.800,00; R\$2.600,00 e R\$7.400,00. Nesse caso, para pagamentos até 30 dias após o vencimento, são cobrados juros simples à taxa de 6% ao mês, mais uma multa de 2% sobre o valor de face de cada duplicata.

Considerando-se o mês comercial (30 dias), o valor total pago, em reais, por essas quatro duplicatas vencidas foi de

- a) 18.432,00
- b) 18.792,00
- c) 18.872,00
- d) 18.912,00



e) 18.982,00

7. (CESGRANRIO / Liquigás - 2018) Uma empresa toma um empréstimo de R\$ 200.000,00, por 20 dias, a uma determinada taxa de juro, no regime de simples. Considere que, ao final desse período, os juros pagos são de R\$ 8.800,00.

Assim, a taxa mensal de juro simples cobrada nesse empréstimo, considerando o mês com 30 dias, foi igual a

- a) 4,0%
- b) 4,4%
- c) 6,0%
- d) 6,6%
- e) 8,8%

8. (CESGRANRIO / Liquigás - 2018) Aldo aplicou R\$ 7.000,00 por um tempo numa caderneta de poupança e recebeu um total de R\$ 1.750,00 de juros. No mesmo dia em que Aldo fez a aplicação, Baldo aplicou, na mesma poupança, uma certa quantia que rendeu R\$ 1.375,00 de juros no mesmo período de tempo da aplicação de Aldo.

Quanto, em reais, Baldo aplicou na poupança?

- a) 5.500
- b) 5.000
- c) 6.500
- d) 6.000
- e) 4.500

9. (CESGRANRIO / Liquigás - 2018) Um comprador tem duas opções de pagamento: pagar à vista, com desconto de 20% sobre o preço de tabela ou a prazo, um mês após a data da compra, com um acréscimo de 10% sobre o preço de tabela.

O valor mais próximo da taxa de juro mensal cobrada nessa operação, comparando-se o valor a ser pago, por um mesmo produto, em cada uma das opções apresentadas, é igual a

- a) 10%
- b) 22%
- c) 30%
- d) 33%
- e) 38%



10. (CESGRANRIO / Liquigás - 2018) Um funcionário da Liquigás pretende fazer uma pequena reforma em sua casa daqui a 1 ano e gostaria de ter, em sua conta investimento, R\$ 3.000,00 no momento de iniciar a reforma.

Considerando que suas economias rendem juros de 20% a.a., quanto ele deveria ter hoje, em sua conta investimento, para ter exatamente a quantia desejada daqui a 1 ano, sem que seja feito nenhum depósito?

- a) R\$ 2.800,00
- b) R\$ 2.600,00
- c) R\$ 2.500,00
- d) R\$ 2.400,00
- e) R\$ 2.333,33

11. (CESGRANRIO / Liquigás - 2018) Uma empresa toma um empréstimo de R\$ 350.000,00 por 25 dias, a uma taxa de juro simples de 4,8% ao mês, em um mês com 30 dias. Considere que, ao final desse período, a empresa quita a dívida pagando, além dos juros, uma taxa de utilização de crédito igual a 0,5% do valor tomado emprestado.

Assim, o valor mais próximo do custo total do empréstimo no momento da quitação, em reais, é igual a

- a) 13.500,00
- b) 14.250,00
- c) 15.750,00
- d) 16.800,00
- e) 18.550,00

12. (CESGRANRIO / TRANSPETRO - 2016) Um equipamento, cujo preço anunciado é de R\$ 100.000,00 pode ser comprado à vista com um desconto de 20%, ou a prazo, em duas parcelas mensais e iguais de R\$ 55.000,00, sendo a primeira na data da compra, e a segunda para daí a 1 mês.

A taxa mensal de juros cobrada pela loja, comparando-se as duas formas de pagamento, é igual a

- a) 20%
- b) 30%
- c) 55%
- d) 120%
- e) 150%



13. (CESGRANRIO / BASA - 2015 - Adaptada) Considere que hoje é uma segunda-feira e um carnê de pagamentos apresenta um vencimento em atraso desde a última terça-feira, para um valor de R\$ 100,00, e ainda prevê multa de 2%, e mora simples de 12% a.m.

O valor a pagar, em reais, é de

- a) 104,40
- b) 114,00
- c) 104,00
- d) 103,60
- e) 104,45

14. (CESGRANRIO / Petrobras Distribuidora - 2015) As operadoras de cartões de crédito, em geral, cobram 12% ao mês por atrasos no pagamento. No caso de atrasos superiores a 1 mês, o sistema utilizado é o de juros compostos e, no caso de atrasos inferiores a 1 mês, utiliza-se o sistema de juros simples. O vencimento da fatura de um cliente é no dia 5, mas ele só receberá o pagamento de seu salário no dia 15 do mesmo mês, quando, então, fará o pagamento da fatura com atraso de 10 dias.

Se a fatura desse cliente é de R\$ 900,00, quanto ele pagará, em reais, de juros?

- a) 108
- b) 72
- c) 36
- d) 18
- e) 12

15. (CESGRANRIO / EPE - 2015) Um investidor conservador, tendo disponível um determinado capital, recebeu uma proposta para aplicar tal capital, em uma única parcela, à taxa de juros simples de 12% ao trimestre.

Nas condições oferecidas, o valor investido em quota única, para ser quadriplicado, deverá ficar investido pelo prazo de quantos meses?

- a) 8,3
- b) 25
- c) 50
- d) 75
- e) 125



16. (CESGRANRIO / BNDES - 2013) Paulo aplicou R\$ 10.000,00 em um fundo de investimentos que rendeu juros de 6% em um ano. Ao término desse ano, Paulo manteve aplicados tanto os R\$ 10.000,00 quanto os juros obtidos nesse primeiro ano e, ainda, aplicou mais R\$ 4.400,00. Ele deixou seu dinheiro investido por mais um ano e, ao final desses dois anos, seu saldo (valor aplicado mais juros) foi de R\$ 16.050,00.

Sabendo-se que, ao longo desses dois anos, Paulo não fez qualquer retirada, qual foi a taxa anual de juros no segundo ano?

- a) 5%
- b) 6%
- c) 7%
- d) 8%
- e) 9%



GABARITO

1. C
2. A
3. A
4. C
5. A
6. A
7. D
8. A
9. E
10. C
11. C
12. D
13. A
14. C
15. D
16. C



LISTA DE QUESTÕES - CESGRANRIO

Taxas Proporcionais

1. (CESGRANRIO / BASA - 2022) Um banco oferece um financiamento utilizando uma taxa de juros simples de 6% a.a.

Qual a taxa trimestral equivalente à taxa oferecida pelo banco?

- a) 0,0147 a. t.
- b) 0,15 a. t.
- c) 0,50% a. t.
- d) 1,47% a. t.
- e) 1,50% a. t.

2. (CESGRANRIO / TRANSPETRO - 2012) Um capital de R\$ 1.500,00 resultou em um montante de R\$ 1.530,00 após dois meses.

Sendo a remuneração calculada com juros simples, qual é a taxa anual utilizada?

- a) 1%
- b) 1,96%
- c) 2%
- d) 11,76%
- e) 12%



GABARITO

1. E
2. E



ESSA LEI TODO MUNDO CONHECE: PIRATARIA É CRIME.

Mas é sempre bom revisar o porquê e como você pode ser prejudicado com essa prática.



1 Professor investe seu tempo para elaborar os cursos e o site os coloca à venda.



2 Pirata divulga ilicitamente (grupos de rateio), utilizando-se do anonimato, nomes falsos ou laranjas (geralmente o pirata se anuncia como formador de "grupos solidários" de rateio que não visam lucro).



3 Pirata cria alunos fake praticando falsidade ideológica, comprando cursos do site em nome de pessoas aleatórias (usando nome, CPF, endereço e telefone de terceiros sem autorização).



4 Pirata compra, muitas vezes, clonando cartões de crédito (por vezes o sistema anti-fraude não consegue identificar o golpe a tempo).



5 Pirata fere os Termos de Uso, adultera as aulas e retira a identificação dos arquivos PDF (justamente porque a atividade é ilegal e ele não quer que seus fakes sejam identificados).



6 Pirata revende as aulas protegidas por direitos autorais, praticando concorrência desleal e em flagrante desrespeito à Lei de Direitos Autorais (Lei 9.610/98).



7 Concurseiro(a) desinformado participa de rateio, achando que nada disso está acontecendo e esperando se tornar servidor público para exigir o cumprimento das leis.



8 O professor que elaborou o curso não ganha nada, o site não recebe nada, e a pessoa que praticou todos os ilícitos anteriores (pirata) fica com o lucro.



Deixando de lado esse mar de sujeira, aproveitamos para agradecer a todos que adquirem os cursos honestamente e permitem que o site continue existindo.