

DETERMINANTES



CÁLCULO

ORDEM 2

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \rightarrow \det A = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$$

$$\det A = a \cdot d - b \cdot c$$

ORDEM 3

$$A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} \rightarrow \det A = \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix}$$

TÉCNICA DE SAURUS

$$\det A = \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} \begin{matrix} a & b \\ d & e \\ g & h \end{matrix}$$

$\det A$

$$= a \cdot e \cdot i + b \cdot f \cdot g + c \cdot d \cdot h - (c \cdot e \cdot g + a \cdot f \cdot h + b \cdot d \cdot i)$$



Soma dos produtos no sentido da diagonal principal

- Soma dos produtos no sentido contrário

ASPECTOS GERAIS

- = número associado a uma matriz.
- Apenas **matrizes quadradas** admitem seu cálculo
- Denotado por $\det A$

MENOR COMPLEMENTAR

- Menor complementar do elemento a_{ij} é D_{ij} = determinante da matriz que se obtém **suprimindo-se** a **linha i** e a **coluna j**

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & -1 \\ 0 & 3 & 2 \\ -2 & 2 & \pi \end{bmatrix} \rightarrow D_{1,3} = \begin{vmatrix} 0 & 3 \\ -2 & 2 \end{vmatrix} = 6$$

PROPRIEDADES



DECORE!

- Se os elementos de **uma fila** qualquer (Linha ou coluna) forem **todos nulos** $\rightarrow \det A = 0$
- Se A tem duas **filas paralelas** (Linha ou coluna) formadas por elementos **iguais** $\rightarrow \det A = 0$

$$A = \begin{bmatrix} 2\pi & \sqrt{37} & 2\pi \\ 1 & 2 & 1 \\ 15 & -1,37 & 15 \end{bmatrix} \rightarrow \det A = 0$$

- Se A tem duas **filas paralelas** (Linha ou coluna) formadas por elementos **proporcionais** $\rightarrow \det A = 0$

$$A = \begin{bmatrix} 2\pi & \sqrt{37} & 4\pi \\ 1 & 2 & 2 \\ 15 & -1,37 & 30 \end{bmatrix} \rightarrow \det A = 0$$

- Se uma matriz quadrada A tem uma linha (ou coluna) que é **combinação linear** de outras linhas (ou colunas) $\rightarrow \det A = 0$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 19 \\ 3 & 2 & 12 \\ 1 & 7 & 23 \end{bmatrix} \rightarrow \det A = 0$$

Coluna 3 = 2 . Coluna1 + 3 . Coluna 2

DETERMINANTES



- Se A é uma matriz quadrada: $\det A = \det A^t$
- Se

$$A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix}$$

$$A' = \begin{bmatrix} a & b & k \cdot c \\ d & e & k \cdot f \\ g & h & k \cdot i \end{bmatrix}$$

(Qualquer coluna)

$$A'' = \begin{bmatrix} a & b & c \\ k \cdot d & k \cdot e & k \cdot f \\ g & h & i \end{bmatrix}$$

(Qualquer linha)

$$\det A' = \det A'' = k \cdot \det A$$

- Se A é uma matriz quadrada (Ordem > 2), ao **trocarmos duas filas** (Linha ou coluna) de posição, o determinante troca de sinal.
- O determinante de uma **matriz triangular** ou diagonal é o **produto** dos elementos da **diagonal principal**.

DETERMINANTES

COFATORES

- Cofator do elemento a_{ij} é o número A_{ij} , tal que :

$$A_{ij} = (-1)^{i+j} \cdot D_{ij}$$

Menor complementar
de A_{ij}

TABELA DE SINAIS 3 X 3

$$\begin{pmatrix} + & - & + \\ - & + & - \\ + & - & + \end{pmatrix}$$

TABELA DE SINAIS 4 X 4

$$\begin{pmatrix} + & - & + & - \\ - & + & - & + \\ + & - & + & - \\ - & + & - & + \end{pmatrix}$$



ATENÇÃO!

ESCOLHA BEM A FILA !

(uma com muitos zeros ou
números inteiros, menores ...)

TEOREMA DE LAPLACE

- O **determinante** de uma matriz A (Ordem >1) é a **soma dos produtos** dos elementos de **uma fila** qualquer (linha ou coluna) pelos seus respectivos **cofatores**.

PASSO A PASSO

1. Escolher uma fila qualquer (Linha ou coluna)
2. Calcular os cofatores dos elementos da fila
3. Multiplicas cada elemento por seu cofator
4. Somar os resultados