RACIOCÍNIO LÓGICO

Raciocínio Sequencial

Livro Eletrônico

GRAN CURSOS ONLINE

Sumário

APRESENTAÇÃO

Olá, aluno(a), seja bem-vindo(a) a mais uma aula do nosso curso de Raciocínio Lógico. Nesta aula, falaremos sobre o Raciocínio Sequencial.

Estudaremos as sequências lógicas. Trata-se de um pedaço da matéria com pouquíssima teoria, mas com várias questões criativas. Portanto, você precisará de muita prática.

Bons estudos.

RACIOCÍNIO SEQUENCIAL

1. Raciocínio Sequencial

De maneira geral, o enunciado fornece uma sequência e pede para você encontrar o próximo termo. Por exemplo:

{1, 2, 3, 4, 5…}

Qual seria o próximo termo?

Percebeu que o termo posterior é sempre igual ao termo anterior somado a 1? Então, o próximo termo poderia ser 6. Na Matemática, isso é chamado de uma **conjectura.**

É basicamente isso que você vai ter que fazer em provas de concursos.

Porém, gostaria de dizer que não existe nenhum fundamento matemático para as questões cobradas desse assunto e que, por isso, o bom senso matemático nos levaria a anular todas elas.

Na Matemática, não tem espaço para “talvez”, “eu acho”, “parece que”, “supondo que”. Na Matemática, ou algo está definitivamente provado ou não pode ser tomado como verdadeiro.

As conjecturas são importantes. Elas são consideradas suposições que podem vir a ser provadas no futuro. Mas, enquanto não são provadas, não podem ser tomadas como verdadeiras.

A despeito disso, as bancas continuam criando questões sobre esse tema e elas continuam contando pontos para a sua nota final. Por isso, vamos tentar entender essa matéria da forma como ela aparece em questões de prova.

De maneira geral, podemos classificar as sequências (ou conjecturas) cobradas em concursos de duas formas:

- **Sequências Lineares:** são aquelas que exibem uma tônica geral de comportamento, seja ela crescente ou decrescente. Ex.: {1, 2, 3, 4, 5…}
- **Sequências Circulares:** são aquelas em que o termo geral vai se repetindo. Ex.: {1, -1, 1, -1,…}

2. Sequências Lineares

O assunto de sequências costuma ser cobrado tanto na parte de Raciocínio Lógico como na parte de Matemática Básica em diversos editais. Aqui, nós focaremos na parte aritmética.

Os dois principais tipos de sequências lineares que você precisa conhecer são as famosas:

- Progressão Aritmética (PA);
- Progressão Geométrica (PG).

Vamos a elas?

2.1. Progressão Aritmética

Uma progressão aritmética é aquela em que os termos crescem sendo adicionados a uma razão constante, normalmente representada pela letra *r*.

Exemplos:

2, 2, 2, 2, 2, 2 – é uma progressão aritmética estacionária (r = 0);

3, 4, 5, 6, 7, 8 – é uma progressão aritmética crescente (r = 1);

5, 3, 1, -1, -3 – é uma progressão aritmética decrescente (r = -2).

Já podemos adiantar a respeito das classificações de progressões aritméticas:

- **Estacionária:** quando a razão é igual a zero. Desse modo, os termos são todos iguais;
- **Crescente:** quando a razão é um número positivo, ou seja, r > 0;
- **Decrescente:** quando a razão é um número negativo, ou seja, r < 0.

2.1.1. Termo Geral

A principal convenção a respeito de progressões aritméticas é que o primeiro termo é chamado de a_1. Os demais são sucessivamente chamados a_2, a_3, ...

Vejamos um exemplo:

3	5	7	9	11	13	15
$\boldsymbol{a_1}$	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7

Essa progressão aritmética tem como características:

Primeiro Termo: $a_1 = 3$

Razão: r = 2

Podemos representá-la como mostrado na Figura 1.

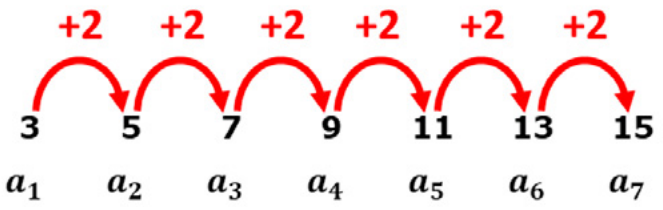


Figura 1: Representação de uma Progressão Aritmética

Observe que, do termo a_1 para o a_2, houve apenas a soma de uma razão. Entre os termos a_1 e a_3, foram duas razões. E assim por diante. Por isso, podemos esquematizar a seguinte expressão para o termo geral de uma progressão aritmética.

$$a_n = a_1 + (n-1)r$$

2.1.2. Soma dos Termos

Quando o célebre matemático Gauss era criança, sua turma foi punida pelo professor de Matemática. Ele ordenou que todos fizessem a soma de todos os números inteiros de 1 a 100.

Gauss surpreendeu a todos e entregou a conta em menos de 1 minuto. E aí, será que nós conseguiremos repetir o feito de Gauss?

Para isso, precisamos notar uma propriedade interessante das progressões aritméticas. Vejamos a mesma progressão da Figura 1. Perceba que ela possui um número ímpar de termos.

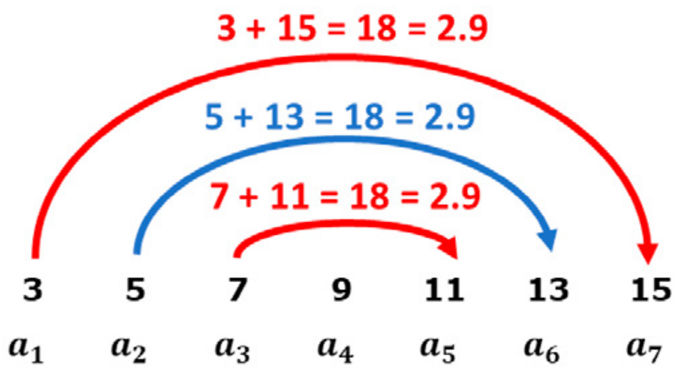


Figura 2: A média aritmética dos termos equidistantes dos extremos é sempre igual

Nesse caso, note que a média aritmética dos termos equidistantes dos extremos é sempre igual.

$$\frac{3+15}{2}=\frac{18}{2}=9$$

$$\frac{5+13}{2}=\frac{18}{2}=9$$

$$\frac{7+11}{2}=\frac{18}{2}=9$$

Como a progressão aritmética mostrada tem número de termos ímpar, a média aritmética é igual ao termo central, que é 9.

Portanto, a melhor forma de somar os termos de uma PA é utilizando esse fato.

$$S_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_{n-1} + a_n = (a_1 + a_n) + (a_2 + a_{n-1}) + \cdots$$

Acabamos de ver que as somas equidistantes dos extremos são iguais, isto é:

$$a_2 + a_{n-1} = a_1 + a_n$$

$$a_3 + a_{n-2} = a_1 + a_n$$

$$a_4 + a_{n-3} = a_1 + a_n$$

Por isso, podemos escrever todos esses produtos agrupados. Se a PA tem n termos, serão n/2 grupos de dois termos.

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)}{2}n$$

Guarde essa expressão, porque ela é muito útil nas questões sobre soma dos termos de uma progressão aritmética.

Vamos treinar o que aprendemos até agora?

DIRETO DO CONCURSO

001. (FCC/ARTESP/AGENTE DE FISCALIZAÇÃO À REGULAÇÃO DE TRANSPORTE) Em um experimento, uma planta recebe a cada dia 5 gotas a mais de água do que havia recebido no dia anterior. Se no 65º dia ela recebeu 374 gotas de água, no 1º dia do experimento ela recebeu:

a) 64 gotas.
b) 49 gotas.
c) 59 gotas.
d) 44 gotas.
e) 54 gotas.

Uma progressão aritmética é caracterizada pelo primeiro termo e pela razão. Já sabemos que a razão é r = 5. Portanto, o 65º termo é dado por:

$$a_n = a_1 + (n-1)r \therefore a_{65} = a_1 + (65-1).5$$

$$374 = a_1 + 64.5 = a_1 + 320 \therefore a_1 = 374 - 320 = 54$$

Letra e.

---

002. (CESPE/CÂMARA DOS DEPUTADOS/2014/TÉCNICO LEGISLATIVO) Em determinado colégio, todos os 215 alunos estiveram presentes no primeiro dia de aula; no segundo dia letivo, 2 alunos faltaram; no terceiro dia, 4 alunos faltaram; no quarto dia, 6 alunos faltaram, e assim sucessivamente.

Com base nessas informações, julgue os próximos itens, sabendo que o número de alunos presentes às aulas não pode ser negativo.

No vigésimo quinto dia de aula, faltaram 50 alunos.

Observe que o número de alunos faltantes segue uma progressão aritmética com o termo inicial igual a 0 e razão igual a 2. Portanto, o termo geral é dado por:

$$a_n = a_1 + (n-1).r$$

Assim, o vigésimo quinto termo será:

$$a_{25} = a_1 + (25 - 1).2 = 0 + 24.2 = 0 + 48 = 48$$

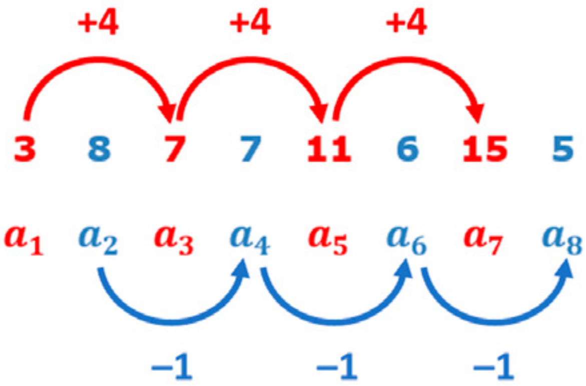
Errado.

2.1.3. Progressões Aritméticas Intercaladas

É muito comum em provas aparecerem questões envolvendo duas ou mais progressões aritméticas intercaladas, como mostrado a seguir.

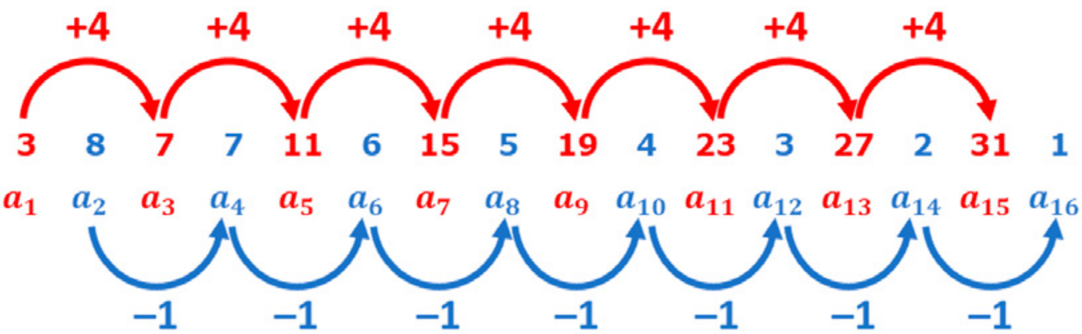
$$\begin{array}{cccccccc} 3 & 8 & 7 & 7 & 11 & 6 & 15 & 5 \\ \boldsymbol{a_1} & \boldsymbol{a_2} & \boldsymbol{a_3} & \boldsymbol{a_4} & \boldsymbol{a_5} & \boldsymbol{a_6} & \boldsymbol{a_7} & \boldsymbol{a_8} \end{array}$$

Perceba que, na verdade, têm-se duas sequências intercaladas. Em negrito, temos uma PA que corresponde aos termos pares da sequência total. Essa PA tem termo inicial 3 e razão 4. A sequência clara é outra PA cujo termo inicial é 8 e a razão é -1.



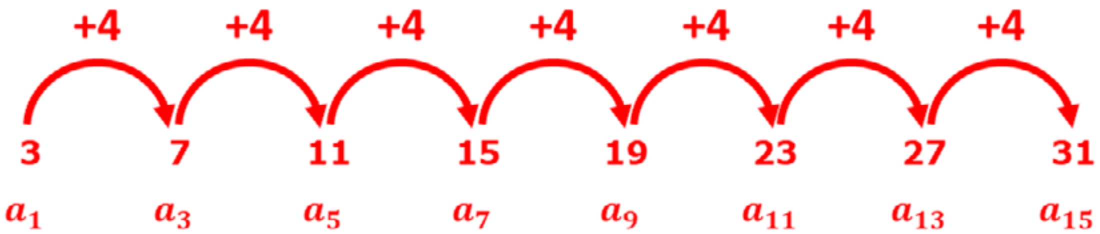
É muito comum as questões de prova perguntarem qual é, por exemplo, o 15º termo dessa sequência.

Apresentaremos duas formas de você fazer. A primeira delas é bem possível de ser feita quando a questão não pede um termo muito avançado. Nesse caso, podemos completar a sequência com relativa facilidade.



Dessa maneira, encontramos que $a_{15} = 31$.

É possível otimizar esse método. Como a questão pediu o 16º termo, basta pegarmos a sequência dos termos pares.



Novamente, chegamos à conclusão de que o termo $a_{15} = 31$.

Agora, vejamos uma forma diferente de fazer. Essa forma é mais difícil, porém é bem mais geral e vai te ajudar em questões mais complexas.

Queremos saber o termo a_{16}. Para você entender melhor, vamos calcular também o a_{15}.

- **Passo 1:** determinar os restos das divisões referentes às posições procuradas.

Como são duas sequências intercaladas, devemos calcular os restos das divisões por 2. Então:

15 dividido por 2 é igual a 7 e deixa resto 1.

16 dividido por 2 é igual a 8 e deixa resto 0.

- **Passo 2:** use o resto para identificar a sequência a qual PA pertence cada termo.

O termo 15 tem resto 1. Portanto, pertence à sequência que começa com o termo a_1. Isso acontece porque o resto da divisão de 1 por 2 também é igual a 1.

Vejamos a sequência: a_1, a_3, a_5, a_7, ..., a_{15}. Perceba que todas as posições 1, 3, 5, 7,..., 15 deixam resto 1 na divisão por 2. Por isso, eles pertencem à mesma PA.

O termo 16 tem resto 0. Portanto, pertence à sequência que começa com o termo a_2. Isso acontece porque o resto da divisão de 2 por 2 também é igual a 0.

Vejamos a sequência: a_2, a_4, a_6, a_7, ..., a_{16}. Perceba que todas as posições 2, 4, 6, 8,..., 16 deixam resto 0 na divisão por 2. Por isso, eles pertencem à mesma PA.

- **Passo 3:** use a fórmula do termo geral da PA em cada uma das PA

Aqui, devemos ter um cuidado.

Já vimos que o termo 15 pertence à sequência do termo 1. Portanto, usaremos o seguinte:

$$a_{15} = a_1 + (\square)r$$

Deixamos os parênteses vazios de propósito. Nós os preencheremos da seguinte forma: pegamos o quociente da divisão de 15 por 2, que é 7, e subtraímos o quociente da divisão de 1 por 2, que é 0.

$$a_{15} = a_1 + (7 - 0)r = 3 + 7.4 = 3 + 28 = 31$$

Perfeito. Exatamente igual ao que já tínhamos encontrado.

Agora, façamos o mesmo para o 16. Já vimos que ele pertence à sequência do termo inicial 2.

$$a_{16} = a_2 + (\square)r$$

16 dividido por 2 é igual a 8 e deixa resto 0. O quociente da divisão é 8.

2 (porque a PA começa no termo a_2) dividido por 2 é igual a 1 e deixa resto 1.

Nos parênteses, colocaremos a diferença entre os quocientes.

$$a_{16} = a_2 + (8 - 1)r = 8 + 7.(-1) = 8 - 7 = 1$$

Exatamente como tínhamos encontrado.

Você pode ter achado esse método complicado. Porém, caso você o domine, resolverá questões de prova em segundos.

No entanto, é normal que você não precise dele. As bancas costumam pedir termos menores, de modo que sair completando a sequência não se torna trabalhoso demais.

Direto do Concurso

003. (CESPE/SEED-PR/2021/PROFESSOR DE MATEMÁTICA) Suponha que cinco números estejam em progressão aritmética, sendo o menor deles igual a 4 e o maior igual a 16. Nesse caso, a soma desses números é igual a

a) 20.
b) 30.
c) 40.
d) 60.
e) 50.

De acordo com o enunciado, são cinco números em progressão aritmética, de tal modo que:

$$a_1 = 4$$

$$a_5 = 16$$

Como a questão pediu a soma dos termos da progressão aritmética, podemos utilizar a ideia de que ela é igual à média aritmética dos extremos multiplicada pelo número de termos.

$$S = \frac{(a_1 + a_n)}{2} \cdot n = \left[\frac{4 + 16}{2}\right] \cdot 5 = \frac{20}{2} \cdot 5 = 10 \cdot 5 = 50$$

Letra e.

---

004. (VUNESP/TCE-SP/2017/AGENTE DA FISCALIZAÇÃO/ADMINISTRAÇÃO) Considere a sequência de números naturais 0, 5, 100, 10, 15, 90, 20, 25, 80, 30, ..., 10. A diferença entre os números que ocupam as 26ª e 22ª posições é um número que ocupa, nessa sequência, a posição:
a) 8ª
b) 9ª
c) 7ª
d) 6ª
e) 5ª

Nessa sequência, têm-se três progressões aritméticas intercaladas. Vejamos os termos ímpares:

0	**5**	**100**	10	**15**	**90**	20	**25**	**80**	30	...	**10**
a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8	a_9	a_{10}	...	

Como queremos os termos nas posições 22ª e 26ª, precisamos calcular os restos das divisões de 22 e 26 por 3, que são, respectivamente: 1 e 2. Dessa maneira, o termo a_{22} está associado à sequência que contém o termo a_1, e o termo a_{26} está relacionado à PA que contém o termo a_2. Agora, podemos obter os quocientes. 22 dividido por 3 tem quociente 7 e deixa resto 1. 1 dividido por 3 tem quociente 0 e deixa resto 1. Portanto:

$$a_{22} = a_1 + (7 - 0).10 = 0 + 7.10 = 70$$

26 dividido por 3 tem quociente 8 e deixa resto 2. 2 dividido por 3 tem quociente 0 e deixa resto 2. Logo:

$$a_{26} = a_2 + (8 - 0).(10) = 5 + 8.10 = 5 + 80 = 85$$

Portanto, a diferença entre esses termos é:

$$a_{26} - a_{22} = 85 - 70 = 15$$

Letra e.

---

005. (VUNESP/TCE-SP/2017/AGENTE DA FISCALIZAÇÃO) Considere a sequência (10, 15, 13, 18, 16, 21, 19, 24, 22, 27,...). A soma do 16º, 17º e 18º termo dessa sequência é igual a:
a) 107.
b) 109.
c) 104.
d) 105.
e) 110.

Nessa sequência, têm-se duas progressões aritméticas intercaladas. Vejamos os termos ímpares:

$$a_1 = 10, a_3 = 13, a_5 = 16, a_7 = 19$$

Trata-se de uma PA com termo inicial igual a 10 e razão igual a 3. Assim, podemos calcular o 17º termo da sequência completa. Note que o 17 dividido por 2 é igual a 8 e deixa resto 1. Já 1 dividido por 2 é igual a 0 e deixa resto 1. Dessa forma, tem-se:

$$a_{17} = a_1 + (8 - 0).3 = 10 + 8.3 = 10 + 24 = 34$$

Por outro lado, os termos pares formam uma PA com termo inicial igual a 15 e razão também igual a 3.

$$a_2 = 15, a_4 = 18, a_6 = 21, a_8 = 24$$

Portanto, podemos calcular o 16º termo. Note que 16 dividido por 2 é igual a 8 e deixa resto 0. Já 2 dividido por 2 é igual a 1 e deixa resto 0. Assim, temos:

$$a_{16} = a_2 + (8 - 1).3 = 15 + 7.3 = 15 + 21 = 36$$

$$a_{18} = a_{16} + 3 = 36 + 3 = 39$$

Portanto, a soma solicitada é igual a:

$$a_{16} + a_{17} + a_{18} = 34 + 36 + 39 = 109$$

Letra b.

2.2. Progressão Geométrica

A Progressão Geométrica é um conceito muito parecido com o da Aritmética, porém ela cresce pela multiplicação de um termo constante, denominado razão, geralmente denominado por "q".

Vejamos exemplos:

- 2, 2, 2, 2, 2 é uma PG com termo inicial 2 e razão q = 1. Esse é um exemplo de progressão geométrica constante, porque todos os termos são iguais.
- 2, 4, 8, 16, 32 é uma PG com termo inicial 2 e razão q = 2. Esse é um exemplo de progressão geométrica crescente.
- 27, 9, 3, 1, 1/3 é uma PG com termo inicial 27 e razão q = 1/3. Esse é um exemplo de progressão geométrica decrescente.
- 2, 0, 0, 0, 0 é uma PG com termo inicial 2 e razão q = 0. Esse é um exemplo de progressão geométrica estacionária, porque se anula e permanece assim indefinidamente.

Da mesma maneira que vimos para o caso de PA, normalmente precisamos calcular o termo geral e a soma dos termos.

2.2.1. Termo Geral

Considere uma PG de exemplo.

$$\begin{array}{ccccccc} 2 & 4 & 8 & 16 & 32 & 64 & 128 \\ \\ a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 & a_6 & a_7 \end{array}$$

Utilizaremos a mesma técnica que fizemos no caso da PA.

$$2 \xrightarrow{x2} 4 \xrightarrow{x2} 8 \xrightarrow{x2} 16 \xrightarrow{x2} 32 \xrightarrow{x2} 64 \xrightarrow{x2} 128$$

$$\begin{array}{ccccccc} a_1 & a_3 & a_5 & a_7 & a_9 & a_{11} & a_{13} \end{array}$$

Observe que o terceiro termo (a_3) pode ser obtido pelo termo 1 multiplicando pela razão 2 vezes, ou seja, por q^2.

Analogamente, o sexto termo (a_6) pode ser obtido multiplicando pelo termo 1 multiplicando pela razão 5 vezes, isto é, por q^5.

Sendo assim, de maneira geral, pode-se escrever:

$$a_n = a_1 q^{n-1}$$

Direto do Concurso

006. (CESPE/TJ-PA/2020/ANALISTA JUDICIÁRIO/ANÁLISE DE SISTEMAS) No dia 1º de janeiro de 2019, uma nova secretaria foi criada em certo tribunal, a fim de receber todos os processos a serem protocolados nessa instituição. Durante o mês de janeiro de 2019, 10 processos foram protocolados nessa secretaria; a partir de então, a quantidade mensal de processos protocolados na secretaria durante esse ano formou uma progressão geométrica de razão igual a 2.

Nessa situação hipotética, a quantidade de processos protocolados nessa secretaria durante os meses de junho e julho de 2019 foi igual a

a) 320.
b) 480.
c) 640.
d) 960.
e) 1.270.

O mês de janeiro corresponde ao mês 1 do ano, o mês de junho corresponde ao mês 6 e o mês de julho ao mês 7. Assim, podemos calcular a quantidade de processos protocolados nesses meses pela expressão do termo geral da progressão geométrica:

$$a_n = a_1 . q^{n-1}$$

$$a_6 = 10 \cdot 2^{6-1} = 10 \cdot 2^5 = 10 \cdot 32 = 320$$

$$a_7 = 10 \cdot 2^{7-1} = 10 \cdot 2^6 = 10 \cdot 64 = 640$$

Assim, o total de processos protocolados nos dois meses pode ser obtido como a soma dos termos $a_6 + a_7$.

$$S = a_6 + a_7 = 320 + 640 = 960$$

Letra d.

2.2.2. Soma dos Termos

Considere a soma dos termos de uma PG:

$$S_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$$

Como já vimos a expressão do termo geral, teremos:

$$S_n = a_1 + a_1 q + a_1 q^2 + \cdots + a_1 q^{n-1}$$

Caso queira saber como chegamos à fórmula da soma dos termos, em vez de simplesmente decorá-la, podemos fazer um jogo com essa soma multiplicando pela razão q:

$$\boldsymbol{S_n = \quad a_1 + \quad a_1 q \quad a_1 q^2 + \quad + \cdots + \quad a_1 q^{n-1}}$$

$$\boldsymbol{S_n q} = \quad a_1 q + \quad a_1 q^2 \quad a_1 q^3 + \quad + \cdots + \quad a_1 q^n$$

É possível organizar um pouco melhor:

$$\boldsymbol{S_n q = \qquad a_1 q + \quad a_1 q^2 \quad + \cdots + \quad a_1 q^{n-1} + \quad a_1 q^n}$$

$$\boldsymbol{S_n} = \quad a_1 + \quad a_1 q \quad a_1 q^2 + \quad + \cdots + \quad a_1 q^{n-1}$$

Agora, basta subtrair uma equação da outra. Note que muitos termos serão cortados.

$$\begin{array}{rlllllll} & \boldsymbol{S_n q =} & & \boldsymbol{\cancel{a_1 q +}} & \boldsymbol{\cancel{a_1 q^2}} & + \cdots + & \boldsymbol{\cancel{a_1 q^{n-1} +}} & \boldsymbol{a_1 q^n} \\ - & S_n = & a_1 + & \cancel{a_1 q} & \cancel{a_1 q^2 +} & + \cdots + & \cancel{a_1 q^{n-1}} & \\ \hline & S_n(q-1) = & -a_1 & & & & & +a_1 q^n \end{array}$$

Por fim, podemos extrair a expressão para a soma dos termos de uma PG:

$$S_n(q-1) = a_1q^n - a_1 = a_1(q^n - 1)$$

$$\therefore S_n = a_1\frac{q^n - 1}{q - 1}$$

2.2.3. Soma dos Termos de uma PG Infinita Decrescente

Suponha que você ande 100 metros. Depois, você anda 50 metros. Depois, anda 25 metros, depois 12,5 metros etc. – sempre metade do que você andou anteriormente. Quanto você andará ao final?

Observe que o que temos é exatamente uma **progressão geométrica infinita.** Porém, essa PG é decrescente.

Já vimos que a soma dos termos de uma PG é dada por:

$$S_n = a_1\frac{q^n - 1}{q - 1}$$

Porém, no caso de uma PG infinita com razão 0 < q < 1, teremos que $q^n \to 0$.

Com $q^n \to 0$ queremos dizer que, quanto maior for o expoente, mais próximo de zero será esse termo. Você pode constatar isso pegando uma calculadora. Escreva 0,5 e multiplique por 0,5 várias vezes. Você verá que, após algumas iterações, o produto calculado estará próximo de zero.

Portanto, substituindo, teremos:

$$S_\infty = a_1\frac{0-1}{q-1} = a_1\frac{-1}{q-1} = \frac{a_1}{1-q}$$

$$S_\infty = \frac{a_1}{1-q}$$

Salientamos que só podemos calcular a soma dos termos de uma PG infinita decrescente, porque se a PG fosse crescente, o resultado seria o infinito, por envolver números cada vez maiores.

Direto do Concurso

007. (VUNESP/PREFEITURA DE FERRAZ DE VASCONCELOS-SP/2020/GUARDA MUNICIPAL) Considere que a soma dos algarismos do número 9357 seja igual a 9 + 3 + 5 + 7 = 24. Sendo assim, a soma dos algarismos do próximo elemento da sequência numérica 32, 128, 512, 2048, 8192,..., é igual a

a) 26.
b) 28.
c) 30.
d) 22.
e) 34.

Observe que essa sequência é uma progressão geométrica de razão q = 4. Cada termo é igual ao anterior multiplicado por 4. Vejamos:

$$a_2 = a_1.4 = 32.4 = 128$$

$$a_3 = a_2.4 = 128.4 = 512$$

Então, o próximo elemento será:

$$a_6 = a_5.4 = 8192.4 = 32768$$

Então, a soma dos algarismos será:

$$S = 3 + 2 + 7 + 6 + 8 = 26$$

Letra a.

008. (FADESP/COSANPA/2017/TÉCNICO INDUSTRIAL/SANEAMENTO) O Lago Bolonha é o principal reservatório de abastecimento de água da Região Metropolitana de Belém, e o controle da quantidade de algas e bactérias que nele habitam é importante. Sabe-se que, em condições favoráveis, o número de bactérias em uma colônia cresce segundo uma progressão geométrica. Se uma certa colônia, inicialmente com cerca de 1.000 bactérias, quadruplica seu número de bactérias a cada 24 horas, o número de bactérias ultrapassará 1.000.000 no decorrer do:
a) terceiro dia.
b) quarto dia.
c) quinto dia.
d) décimo dia.

O número de bactérias segue uma progressão geométrica. Seja a_n a população de bactérias no começo do dia, ela será uma PG cujo primeiro termo é igual a 1.000 e a razão é q = 4. Portanto, temos:

$$a_n = a_1(q^{n-1}) > 1.000.000$$

Queremos que o número de bactérias ultrapasse 1.000.000, por isso, escrevemos o sinal de maior.

$$1000.(4^{n-1}) > 1000000 \therefore 4^{n-1} > \frac{1000000}{1000} = 1000$$

$$4^{n-1} > 1000$$

$$\therefore n - 1 > 4$$

$$\therefore n > 5$$

Encontramos n = 6, porque 4^5 = 1.024, que é maior que 1.000. Se o n fosse só 5, teríamos 4^4 = 256, que é menor que 1.000.

Agora, devemos ter cuidado com a nossa resposta. Como dissemos, o a_n corresponde à população de bactérias no início do dia. Portanto, no sexto dia, a colônia iniciará com mais de 1.000.000 de bactérias.

No quinto dia, a colônia iniciará com menos de 1.000.000 de bactérias, mas ultrapassará esse valor. É exatamente o que foi pedido pelo enunciado.

Letra c.

---

009. (FCC/FUNAPE/2017/ANALISTA EM GESTÃO PREVIDENCIÁRIA) Na sequência (100.000; 90.000; 81.000; 72.900;...), o segundo termo não inteiro é o que está na posição:

a) 6
b) 5
c) 7
d) 8
e) 9

Observe que a sequência mostrada é uma progressão geométrica.

$$a_2 = a_1.\frac{9}{10} = 10000.\frac{9}{10} = 90000$$

$$a_3 = a_2.\frac{9}{10} = 90000.\frac{9}{10} = 81000$$

$$a_4 = a_3.\frac{9}{10} = 81000.\frac{9}{10} = 72900$$

Tem-se que o primeiro termo é 100.000 e a razão da PG é q = 1/9. Portanto, o termo geral será dado por:

$$a_n = a_1 q^{n-1} = 100000.\left(\frac{9}{10}\right)^{n-1} = 10^5.\frac{9^{n-1}}{10^{n-1}}$$

Para termos um termo não inteiro, precisamos que:

$$5 < n - 1 \therefore n > 5 + 1 = 6 \therefore n = \{7{,}8{,}9 \dots\}$$

Portanto, os termos não inteiros serão a_7, a_8 e por aí em diante. Dessa forma, o segundo termo não inteiro será o oitavo.

Letra d.

---

010. (IFB/2016/TECNÓLOGO/GESTÃO PÚBLICA) Qual é o quinto termo da sequência (18, 216, 432, 864, a_5)?

a) 16128
b) 1728
c) 64128
d) 63127
e) 15127

Vejamos a formação de cada número. Note que cada termo é formado por duas casinhas e que cada uma dessas casinhas vai dobrando a cada passo. Vejamos:

18 → **2**16 → **4**32 → **8**64

Sendo assim, o próximo termo será **16**128.

Letra a.

2.2.4. Sequências de Termo Geral Misto

É muito comum em provas de Raciocínio Lógico pedir o próximo termo de uma sequência que é formada como uma mistura de uma PA com uma PG.

Existem basicamente três formas que as bancas utilizam para criar suas sequências mistas.

- **Sequências Intercaladas:** já vimos anterior como essa situação pode acontecer com duas progressões aritméticas. Nada impede, porém, que a banca intercale uma PA com uma PG.

8	**8**	**6**	**4**	**4**	**2**	**2**	**1**
a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8

Esse é um exemplo. Observe que os termos ímpares correspondem a uma PA de termo inicial igual a 8 e razão -2. Já os termos pares correspondem a uma PG de termo inicial igual a 8 e razão 1/2.

Fica mais fácil de enxergar quando colocamos os termos pares em negrito.

8	8	**6**	4	**4**	2	**2**	1
a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8

- **Soma de uma PA com uma PG:** essa é a situação mais comum.

0	1	3	7	15	31	63	127
a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8

Uma dica que posso dar é que sempre que vemos os termos crescendo rapidamente, devemos desconfiar da existência de uma PG.

Agora, podemos resolver facilmente essa sequência, notando que se trata de uma PG de razão 2 em que cada termo foi subtraído de 1.

1 – 1	2 – 1	4 – 1	8 – 1	16 – 1	32 – 1	64 – 1	128 – 1
a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8

Assim podemos estabelecer os próximos termos facilmente.

1 – 1	2 – 1	4 – 1	8 – 1	16 – 1	32 – 1	64 – 1	128 – 1	256 – 1
a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8	a_9

Chegamos a:

$$a_9 = 256 - 1 = 255$$

$$a_{10} = 512 - 1 = 511$$

- **Razão Mista:** é comum termos uma "PG" cuja razão cresce conforme uma PA. Da mesma forma, podemos ter uma "PA" cuja razão vai crescendo como uma PG. Vejamos exemplos dos dois casos:

> **DICA!**
> Se tivermos números fracionários alternados com números inteiros, é provável que estejamos tratando dessa situação.

1	3/2	5/2	4	6
a_1	a_2	a_3	a_4	a_5

Essa sequência pode parecer estranha à primeira vista. Porém, facilita muito se colocarmos todos os termos no mesmo denominador.

2/2	3/2	5/2	8/2	12/2
a_1	a_2	a_3	a_4	a_5

gora, note que:

$$a_2 = a_1 + \frac{1}{2} = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

$$a_3 = a_2 + \frac{2}{2} = \frac{3}{2} + \frac{2}{2} = \frac{5}{2}$$

$$a_4 = a_3 + \frac{3}{2} = \frac{5}{2} + \frac{3}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

$$a_5 = a_4 + \frac{4}{2} = 4 + \frac{4}{2} = 4 + 2 = 6$$

Em seguida, podemos identificar os próximos termos da sequência:

$$a_6 = a_5 + \frac{5}{2} = 6 + \frac{5}{2} = \frac{10}{2} + \frac{5}{2} = \frac{15}{2}$$

$$a_7 = a_6 + \frac{6}{2} = \frac{15}{2} + 3 = \frac{15+6}{2} = \frac{21}{2}$$

$$a_8 = a_7 + \frac{7}{2} = \frac{21}{2} + \frac{7}{2} = \frac{28}{2} = 14$$

Por fim, podemos completar a tabela:

1	3/2	5/2	4	6	15/2	21/2	14
a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8

Vamos a algumas questões de prova sobre esse assunto?

Direto do Concurso

011. (VUNESP/EBSERH/2020/ADVOGADO) Na sequência numérica 1, 3, 7, 13, 21, 31, 43, 57, 73, ..., o próximo elemento é

a) 89.
b) 91.
c) 103.
d) 115.
e) 127.

Podemos observar que essa sequência é uma progressão aritmética, cuja razão cresce por meio de outra progressão aritmética. Vejamos:

+6 +8 +10 +12 +14 +16

7	13	21	31	43	47	73
a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7

Assim, podemos concluir que o próximo termo será igual ao anterior acrescido de 18, já que a razão da PA cresce de duas em duas unidades:

$$a_8 = a_7 + 18 = 73 + 18 = 91$$

Letra b.

012. (CONSULPLAN/TRE-RJ/2017/TÉCNICO JUDICIÁRIO/OPERAÇÃO DE COMPUTADORES) Os termos de uma determinada sequência foram sucessivamente obtidos seguindo um determinado padrão: (5, 9, 17, 33, 65, 129...)
O décimo segundo termo da sequência anterior é um número:
a) menor que 8.000.
b) maior que 10.000.
c) compreendido entre 8.100 e 9.000.
d) compreendido entre 9.000 e 10.000.

Sempre que os termos de uma sequência crescem rápido demais, devemos desconfiar de que se trata de uma PG, ainda que disfarçada.
Podemos, então, perceber que a sequência é a soma de uma PG com uma PA.

4+1	8+1	16+1	32+1	64+1	128+1
a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6

Podemos, portanto, escrever nossa sequência como:

$$a_n = b_n + 1$$

O termo b_n corresponde a uma PG de termo inicial 4 e razão 2. Dessa maneira, o décimo segundo termo será:

$$b_{12} = b_1 . q^{12-1} = 4.2^{11} = 4.2048 = 8192$$

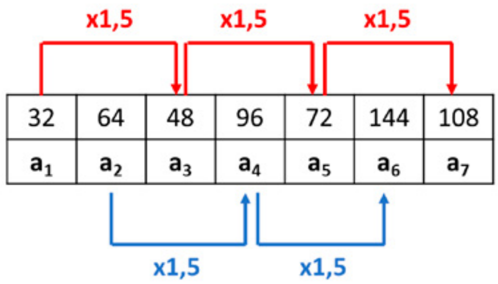
Letra c.

---

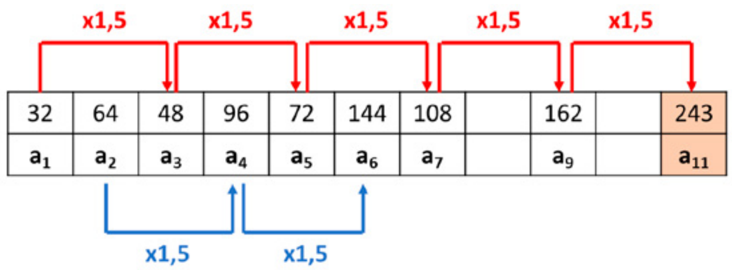
013. (VUNESP/EBSERH/2020/ASSISTENTE ADMINISTRATIVO) Na sequência: 32, 64, 48, 96, 72, 144, 108, ..., o primeiro termo que é um número ímpar é o:

a) 9º termo.
b) 10º termo.
c) 11º termo.
d) 12º termo.
e) 13º termo.

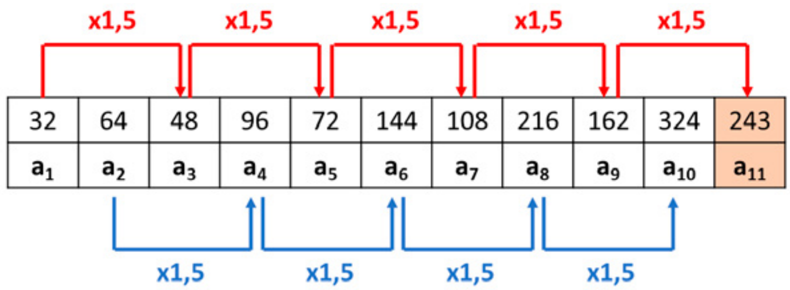
Nessa sequência, podemos notar duas progressões geométricas intercaladas, com a mesma razão igual a 1,5 (ou 3/2).



Assim, podemos continuar o raciocínio e desenhar os próximos termos:



Os termos a_8 e a_{10} também podem ser calculados, mas ambos serão pares.



Conclui-se, então, que o primeiro termo ímpar é o décimo primeiro.

Letra c.

---

014. (VUNESP/CÂMARA MUNICIPAL DE ITATIBA-SP/2015/TÉCNICO EM INFORMÁTICA) Na sequência 2, 8/3, 4, 6, 26/3,..., há uma regularidade. Mantida essa regularidade, o próximo elemento da sequência será:

a) 28/3
b) 10
c) 34/3
d) 12
e) 38/3

Como temos uma mistura entre números fracionários e inteiros, devemos desconfiar que temos uma "PA" com uma razão crescente.

Podemos, ainda, reescrever a sequência da seguinte maneira:

2	8/3	4	6	26/3
6/3	**8/3**	**12/3**	**18/3**	**26/3**

Perceba que a razão da PA vai crescendo de 2/3 em 2/3.

$$a_1 = 2$$

$$a_2 = a_1 + \frac{2}{3} = 2 + \frac{2}{3} = \frac{8}{3}$$

$$a_3 = a_2 + \frac{4}{3} = \frac{8}{3} + \frac{4}{3} = \frac{12}{3} = 4$$

$$a_4 = a_3 + \frac{6}{3} = \frac{12}{3} + \frac{6}{3} = \frac{18}{3} = 6$$

$$a_5 = a_4 + \frac{8}{3} = \frac{18}{3} + \frac{8}{3} = \frac{26}{3}$$

$$a_6 = a_5 + \frac{10}{3} = \frac{26}{3} + \frac{10}{3} = \frac{36}{3} = 12$$

Letra d.

---

015. (VUNESP/MPE-SP/2016/ANALISTA TÉCNICO-CIENTÍFICO) Na sequência (4; 4; 6; 12; 30; 90;...), a partir do 2º termo, cada termo é obtido por meio de uma operação, ou operações, aplicada(s) ao termo imediatamente anterior. O 7º termo somado ao 10º termo, ambos dessa sequência, resultam em:

a) 5445
b) 7020

c) 27035
d) 28665
e) 29610

Quando os termos de uma sequência crescem muito rápido, devemos desconfiar que se trata de uma PG, ainda que disfarçada.
No caso, note que:

$$a_1 = 4$$

$$a_2 = a_1.\frac{2}{2} = 4.1 = 4$$

$$a_3 = a_2.\frac{3}{2} = 4.\frac{3}{2} = -31$$

$$a_4 = a_3.\frac{4}{2} = 6.\frac{4}{2} = 12$$

$$a_5 = a_4.\frac{5}{2} = 12.\frac{5}{2} = 30$$

$$a_6 = a_5.\frac{6}{2} = 30.\frac{6}{2} = 90$$

Agora, basta continuar a sequência.

$$a_7 = a_6.\frac{7}{2} = 90.\frac{7}{2} = 315$$

$$a_8 = a_7.\frac{8}{2} = 315.\frac{8}{2} = 1260$$

$$a_9 = a_8.\frac{9}{2} = 1260.\frac{9}{2} = 5670$$

$$a_{10} = a_9.\frac{10}{2} = 1260.\frac{10}{2} = 28350$$

Portanto, a soma pedida no enunciado é igual a:

$$a_7 + a_{10} = 315 + 28350 = 28665$$

Letra d.

---

016. (CESPE/PC-ES/2009/AGENTE DE POLÍCIA) Na sequência numérica 23, 32, 27, 36, 31, 40, 35, 44, X, Y, Z,..., o valor de Z é igual a 43.

Observe que temos duas sequências intercaladas. As duas são PAs de razão 4. Vejamos como completar a sequência.
32, 36, 40, 44, Y.
27, 31, 35, X, Z.
Assim, vemos que Y = 44 + 4 =8, X = 35 + 4 = 39 e Z = 39 + 4 = 43.
Certo.

017. (UFMT/2017/ANALISTA DE TECNOLOGIA DA INFORMAÇÃO) A série de FIBONACCI é formada por uma sequência de números naturais, começando normalmente por 0 e 1, na qual, cada termo subsequente corresponde à soma dos dois anteriores. A série de RICCI difere da série de FIBONACCI porque os dois primeiros termos são dois números naturais quaisquer. Os demais termos são gerados da mesma forma que a série de FIBONACCI. Sendo assim, assinale o décimo termo da série de RICCI que iniciou com 3 e 4.
a) 123
b) 199
c) 322
d) 512

Basta seguir a lógica da sequência, iniciando por 3 e 4 e calculando cada termo seguinte como a soma dos dois termos anteriores.

Elemento	3	4	7	11	18	29	47	76	123	199
Posição	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**

Portanto, o décimo termo da sequência solicitada é 199.
Letra b.

2.3. Sequências Circulares

Em concursos públicos, a sequência circular mais importante que você precisa aprender é o **resto da divisão.**

A operação **resto** transforma uma sequência linear qualquer em uma sequência circular. Vejamos alguns exemplos:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Resto por 4	**1**	**2**	**3**	**0**	**1**	**2**	**3**	**0**	**1**	**2**	**3**	**0**	**1**	**2**	**3**

	1	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
Resto por 7	**1**	**2**	**4**	**1**	**2**	**4**	**1**	**2**	**4**	**1**	**2**

O resto da divisão é uma operação imprescindível ao lidar com sequências circulares.

Uma típica questão de prova desse assunto colocará letras ou figuras que se repetem e perguntará qual a figura na 1000ª posição.

Para fazer esse tipo de questão, você deve associar cada elemento da sequência a um número. Vejamos como exemplo a sequência CONCURSOCONCURSO...

Começaremos a numerar a sequência da primeira letra com o número 1. No momento em que a sequência começar a se repetir, devemos cortar o último número e substituí-lo por 0. O período da sequência será exatamente esse número que foi cortado. Vejamos:

C	O	N	C	U	R	S	O	C	O	N	C	U	R	S	O	C	O	N	C	U	R	S	O
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**~~8~~ 0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**0**

No caso, o período da sequência será igual a 8.

Se a questão te perguntar qual seria o 1003º elemento dessa sequência, o trabalho a se fazer é bastante simples. Devemos tomar a divisão de 1003 por 8.

$$\begin{array}{r|l} 1003 & 8 \\ \hline -1000 & 125 \\ = (3) & \end{array}$$

Temos duas informações importantes:

- O quociente da divisão indica o número de repetições completas da sequência até o termo 1003;
- O resto da divisão indica a posição relativa na sequência exatamente no termo 1003.

Como podemos ver, o resto 3 é associado à letra N. Portanto, a 1003ª letra da sequência será um N.

É importante destacar que o período da sequência deve considerar **toda a sequência**, não basta a repetição de um único termo específico. Por exemplo, o C se repete na posição 4, mas não a sequência inteira.

Outra pergunta interessante é quantas vezes a letra N se repetiu até a 1003ª posição (inclusive).

Como dissemos, o quociente da divisão representa o número de repetições completas da sequência, ou seja, da palavra CONCURSO.

C	O	N	C	U	R	S	O	...	C	O	N	C	U	R	S	O	C	O	N
1	2	3	4	5	6	7	0	...	1	2	3	4	5	6	7	0	1	2	3
125 repetições																			

Sendo assim, temos 125 repetições completas da palavra CONCURSO. Além disso, temos um fragmento da sequência em que a letra N aparece mais uma vez. São, portanto, 126 aparições dessa letra.

Então, colega, esse é um assunto sem muita teoria mesmo. Vamos resolver questões de prova?

Direto do Concurso

018. (FGV/PREFEITURA DE PAULÍNIA-SP/2015/GUARDA MUNICIPAL) Um decorador de muros vazios escreveu em um deles, com letras grandes, a sequência:

PAULINOPAULINOPAULINOPAUL...

A 1000ª letra dessa sequência é:

a) A

b) U

c) L

d) I

e) N

Vamos numerar a sequência.

P	A	U	L	I	N	O	...	P	A	U	L	I	N	O
1	2	3	4	5	6	7 0	...	1	2	3	4	5	6	0

Dessa forma, o período da sequência é igual a 7.

$$\begin{array}{r|l} 1000 & 7 \\ \hline -994 & 142 \\ = (6) & \end{array}$$

Sendo assim, a posição relativa na sequência será 6, que coincide com a letra N.

Letra e.

---

019. (FCC/SABESP/2018/TÉCNICO EM GESTÃO/INFORMÁTICA) Na geração automatizada de um teste, 200 perguntas de múltipla escolha são sorteadas por um *software* dentre milhares disponíveis em um banco de questões. Sorteada a sequência das 200 questões, suas alternativas são reordenadas para gerar os diferentes gabaritos.

Em certa ocasião, houve uma falha na execução do *software*, que gerou um gabarito em que as alternativas corretas das questões seguiam um padrão, como pode ser notado nas primeiras 13 questões exibidas a seguir:

Questão	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Alternativa correta	E	A	D	B	C	E	E	A	D	B	C	E	E

De acordo com esse gabarito, a resposta correta à questão 200 é a alternativa:

a) A
b) B
c) C
d) D
e) E

A sequência de letras que se repete é EADBCE. Portanto, o período da sequência será 6. Basta utilizar o algoritmo da divisão.

$$\begin{array}{r|l} 200 & 6 \\ \cline{2-2} -198 & 66 \\ = (2) & \end{array}$$

A ordenação das letras na base da sequência é:

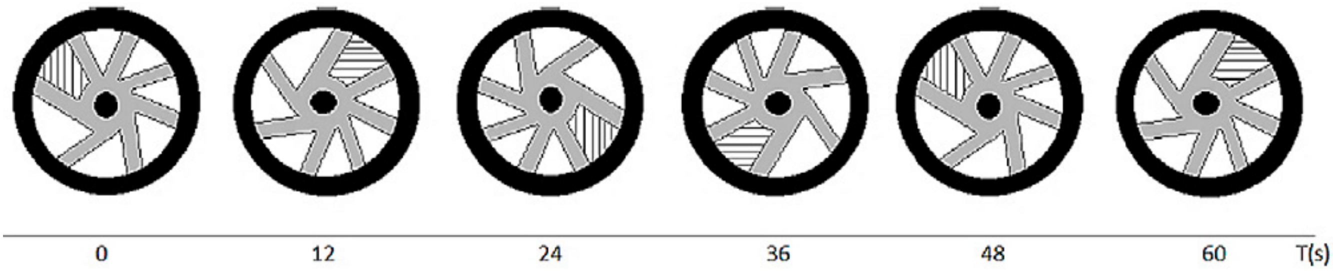
E = 1

A = 2

Portanto, a letra “a” ocupa a posição desejada.

Letra a.

020. (IDECAN/CÂMARA DE ARACRUZ-ES/2016/AGENTE ADMINISTRATIVO E LEGISLATIVO) A sequência formada pelas figuras representa as posições, a cada 12 segundos, de uma das rodas de um carro que mantém velocidade constante. Analise-a.



Após 25 minutos e 48 segundos, tempo no qual o carro permanece nessa mesma condição, a posição da roda será:

a) 

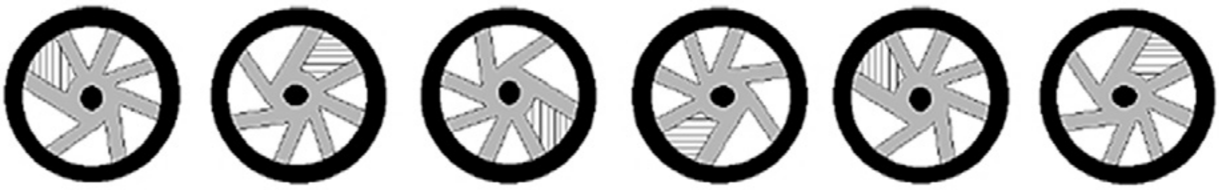
b) 

c) 

d) 

As observações da roda são feitas a cada 12 segundos. Note que cada minuto tem 5 conjuntos de 12 segundos. Sendo assim, em 25 minutos, temos 125 conjuntos de 12 segundos. Além disso, sobraram 48 segundos, totalizando a observação número 129.

Além disso, é importante notar que as observações começam em t = 0. Portanto,



0 1 2 3 0 1

Temos, assim, uma sequência circular de período igual a 4. O número 129 dividido por 4 é igual a 32 e deixa resto igual a 1.

Portanto, o termo 129 será exatamente igual ao termo 1.

1

Letra b.

---

021. (FGV/MRE/2016) Em certo ano, o dia 31 de dezembro caiu em um domingo e, em um reino distante, o rei fez o seguinte pronunciamento: "Como as segundas-feiras são dias horríveis, elas estão abolidas a partir de hoje. Assim, em nosso reino, cada semana terá apenas 6 dias, de terça-feira a domingo. Portanto, como hoje é domingo, amanhã, o primeiro dia do ano novo, será terça-feira." O ano novo não foi bissexto. Então, nesse reino distante, o dia de Natal (25 de dezembro) desse ano caiu em:

a) uma terça-feira
b) uma quarta-feira
c) uma quinta-feira;
d) uma sexta-feira;
e) um sábado.

O ano tem 365 dias. Entre 25 de dezembro e 31 de dezembro, são 6 dias, portanto o espaço entre o dia 25 de dezembro será o 359º dia do ano.

359 dividido por 6 deixa resto 5. Dessa maneira, será o mesmo dia da semana do dia 5 do ano. Contemos.

01 - terça-feira
02 - quarta-feira
03 - quinta-feira
04 – sexta-feira

05 - sábado

O Natal cairá, portanto, em um sábado.

Letra e.

---

022. (VUNESP/TJ-SP/2017/ESCREVENTE) Observe as 4 primeiras figuras de uma sequência, em que cada figura contém 5 símbolos:

♣♦♥♠●	♦♣♥♠●	♣♦♠♥●	●♦♥♠♣
Figura 1	Figura 2	Figura 3	Figura 4

Nessa sequência, as figuras 5, 6, 7 e 8 correspondem, respectivamente, às figuras 1, 2, 3 e 4, assim como as figuras 9, 10, 11 e 12, e assim por diante, mantendo-se essa correspondência. Com relação à ordem dos símbolos, o 1º dessa sequência é (paus), o oitavo é (copas) e o décimo quinto é (ponto), e assim por diante. Nessas condições, o 189º símbolo é:

a) ♦
b) ♥
c) ●
d) ♠
e) ♣

Conforme instruções do enunciado, as quatro figuras formam um total de 20 símbolos que se repetem. Portanto, o período da sequência será igual a 20.

Para saber o símbolo na 189ª posição, devemos tomar a divisão. 189 dividido por 20 é igual a 9 e deixa resto 9.

Portanto, devemos procurar o símbolo na posição 9.

1 2 3 4 5 6 7 8 9

♣♦♥♠●	♦♣♥♠●	♣♦♠♥●	●♦♥♠♣
Figura 1	Figura 2	Figura 3	Figura 4

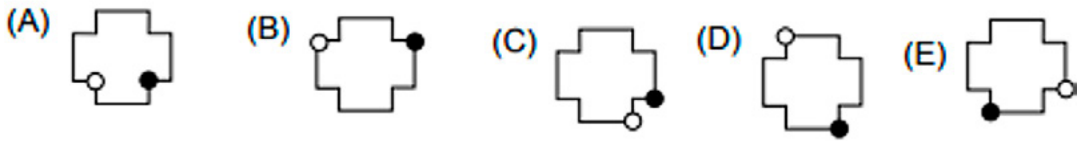
Contando da esquerda para a direita, chegamos ao símbolo de paus.

Letra d.

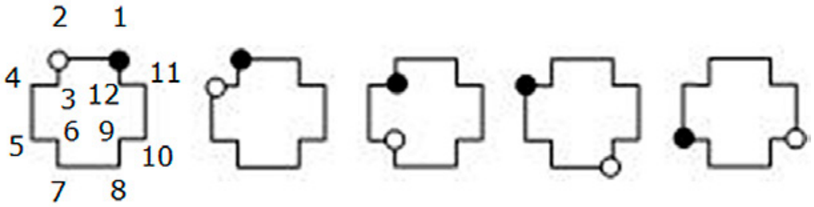
---

023. (VUNESP/TJ-SP/2014/ESCREVENTE) Observe os cinco primeiros elementos da sequência figural ilimitada a seguir:

Observando a regularidade apresentada pelos pontos em destaque em cada figura, conclui-se que a 10ª figura é:



Para facilitar a nossa orientação pela figura, vamos numerar as posições de 1 a 12.



Perceba que a bola branca anda 2 passos a cada rodada. Ela partiu da posição 2 para a 4, depois para 6, depois para a 8, 10 e assim por diante.

Por outro lado, a bola preta anda um passo a cada rodada. Começou na posição 1, depois foi para a 2, 3, 4 e assim por diante.

Sendo assim, para chegar à décima figura, ambas as bolas deram 9 passos. Portanto, a bola branca estará na posição 2 + 9.2 = 20 e a bola preta estará na posição 1 + 9.1 = 10.

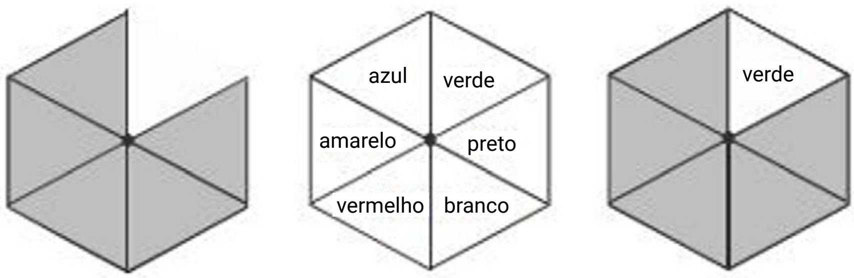
A posição 20 não existe, mas, como a pista é circular, devemos tomar o resto da divisão por 12, que é 8. No caso, isso significa que a bola branca deu uma volta e chegou à posição 8.

Basta, agora, marcar a alternativa em que a bola branca está na posição 8 e a bola preta está na posição 10.

Letra c.

---

024. (CESPE/TCE-ES/2013) As figuras acima ilustram um brinquedo que consiste em colocar a peça A sobre a peça B, de modo que a peça A permaneça fixa e a peça B gire em torno de seu eixo central, mostrando, a cada segundo(s), um triângulo diferente com o nome de uma cor. Se a rotação da peça B se der no sentido horário e, no instante *t* = 0 s, o brinquedo mostrar a cor verde, então, nos instantes *t* = 577 s e *t* = 578 s, serão mostradas, respectivamente, as cores:



peça A **peça B** **peça A sobre a peça B**

a) amarelo e vermelho
b) branco e preto.
c) preto e verde.
d) verde e azul.
e) azul e amarelo.

O aluno deve reparar que, se a peça B gira no sentido horário e a primeira cor mostrada é a verde, a segunda mostrada será a cor azul. Temos a seguinte ordem.

0 – verde
1 – azul
2 - amarelo
3 - vermelho
4 - branco
5 - preto

Colocamos a posição 0 no verde, porque sabemos que o movimento começou em t = 0s.

E, a seguir, essa sequência se repete. Tem-se, portanto, uma sequência circular de período igual a 6. Como queremos as posições 577 e 578, basta fazer a divisão. 577 dividido por 6 é igual a 96 e deixa resto 1. Portanto, a cor será azul e, a seguir, amarelo.

Letra e.

025. (FCC/SEFAZ-PI/2015/AUDITOR-FISCAL) Em uma sequência de números inteiros, o primeiro elemento vale 1 e o segundo elemento vale -1. A partir do terceiro, cada elemento é igual ao produto dos dois elementos imediatamente anteriores a ele. A soma dos 2015 primeiros elementos dessa sequência é igual a:

a) -671
b) -673
c) -1
d) -2013
e) -2015

Essa é uma questão bastante criativa. Precisamos estudar como se comporta essa sequência.

Sequência	1	-1	-1	1	-1	-1	...	1	-1	-1
Restos	**1**	**2**	**~~3~~0**	**1**	**2**	**0**	**...**	**1**	**2**	**0**

Como queremos a soma dos 2015 primeiros termos, precisamos saber o que acontecerá com essa sequência até essa posição.

Para isso, dividimos 2015 pelo período da sequência, que é igual a 3. 2015 dividido por 3 é igual a 671 e deixa resto 2.

Isso significa que, na posição 2015, temos 671 repetições e mais dois elementos sobrando.

Sequência	1	-1	-1	...	1	-1	-1	1	-1
	671 repetições								

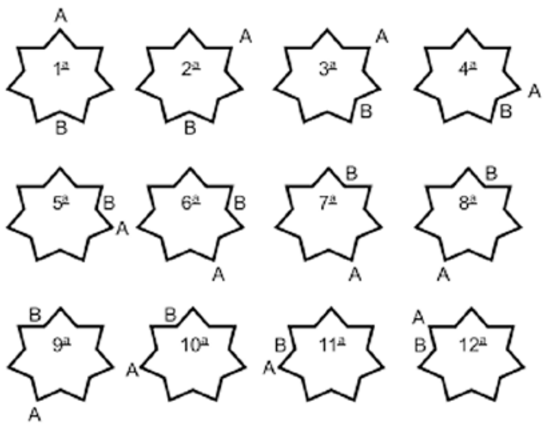
Observe que a soma dentro de cada repetição é igual a (1 – 1 –1 = -1). Dessa forma, temos que a soma desses 2015 primeiros elementos será:

$$S = 671.(-1) + 1 - 1 = -671$$

Letra a.

---

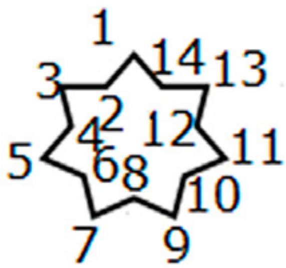
026. (VUNESP/PC-SP/2018/INVESTIGADOR DE POLÍCIA) Nas figuras da sequência a seguir, a letra A sempre ocupa uma posição que será chamada de ponta. Já a letra B sempre ocupa uma posição que será chamada de fundo. Na 4ª figura da sequência, as duas letras estão em posições consecutivas, o que acontece também na 5ª figura e não acontece nas três primeiras figuras.



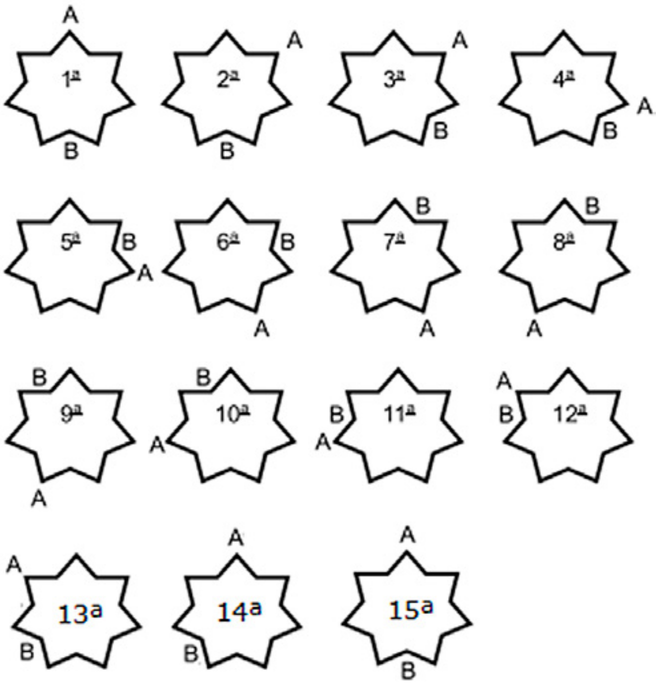
Sabendo que essa sequência foi criada com um padrão lógico, e que é ilimitada, então o número de vezes em que as duas letras estão em posições consecutivas, nas cento e nove primeiras figuras, é igual a:

a) 31
b) 28
c) 37
d) 25
e) 33

Para entender essa questão, vamos primeiramente numerar as posições na estrela, notando que ela tem 14 posições, das quais o A somente pode ocupar as posições 1, 3, 5, 7, 9, 11 e 13. Já o B somente pode ocupar as posições 2, 4, 6, 8, 10, 12 e 14.



Note que, se em um passo, a letra A andou, no outro passo, será a letra B a andar. E assim por diante. No último passo desenhado, a letra A andou; portanto, na 13ª figura, temos um passo da letra b.



Observe que a décima quinta posição é igual à primeira, portanto a sequência tem um período de 14. São 14 figuras que se repetem. Dessas, as posições 4, 5, 11 e 12 possuem letras A e B em posições consecutivas.

Devemos dividir 109 por 14 obtendo quociente 7 e resto 11. Sendo assim, teremos percorrido exatamente 7 repetições – em cada uma, as letras aparecem 4 vezes em posições consecutivas – e mais uma sequência incompleta até a posição de número 11 – registrando mais três posições consecutivas.

Desse modo, as letras A e B apareceram em posições consecutivas 31 vezes nas 109 primeiras posições.

Letra a.

Espero que você tenha aprendido bastante nesta aula.

Forte abraço!

Thiago Cardoso

RESUMO

Progressão Aritmética

Termo Geral:

$$a_n = a_1 + (n-1)r$$

Soma dos Termos:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)}{2} n$$

Progressão Geométrica

Termo Geral:

$$a_n = a_1 . q^{n-1}$$

Soma dos Termos:

$$S_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

Soma dos Termos de uma PG Infinita: se $0 < q < 1$, a soma infinita dos termos de uma PG é:

$$S_n = \frac{a_1}{1 - q}$$

Sequências Circulares

Qual a 2020ª letra na sequência LÓGICALÓGICALÓGICA...?

- **Passo 1:** calcule o período da sequência como o número de letras que se repetem continuamente. Nesse caso, é **LÓGICA**, que tem 6 letras;
- **Passo 2:** numere a sequência, dando 1 para o primeiro termo e 0 para o último termo que se repete.

L	Ó	G	I	C	A	L	Ó	G	I	C	A
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**0**

- **Passo 3:** tome o resto da divisão da posição desejada pelo período da sequência

$$\begin{array}{r|l} 2020 & 6 \\ \hline -2016 & 336 \\ = (4) & \end{array}$$

MAPA MENTAL


Termo Geral
$S_n = \frac{(a_1 + a_n)}{2} n$
Termo Geral
$S_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$
$a_n = a_1 + (n-1)r$
Soma dos Termos
$a_n = a_1 . q^{n-1}$
Soma dos Termos
Progressão Aritmética
Progressão Geométrica
Soma dos Termos de uma PG Infinita
Raciocínio Sequencial
se 0 < q < 1, a soma infinita dos termos de uma PG é:
$S_n = \frac{a_1}{1 - q}$
Sequências Circulares
Qual a 2020ª letra na sequência LÓGICALÓGICALÓGICA...?
Passo 1
calcule o período da sequência como o número de letras que se repetem continuamente. Nesse caso, é LÓGICA, que tem 6 letras
Passo 2
numere a sequência, dando 1 para o primeiro termo e 0 para o último termo que se repete
Passo 3
tome o resto da divisão da posição desejada pelo período da sequência
L Ó G I C A L Ó G I C A
1 2 3 4 5 0 1 2 3 4 5 0
2020 | 6
-2016 336
= (4)

QUESTÕES COMENTADAS EM AULA

001. (FCC/ARTESP/AGENTE DE FISCALIZAÇÃO À REGULAÇÃO DE TRANSPORTE) Em um experimento, uma planta recebe a cada dia 5 gotas a mais de água do que havia recebido no dia anterior. Se no 65º dia ela recebeu 374 gotas de água, no 1º dia do experimento ela recebeu:
a) 64 gotas.
b) 49 gotas.
c) 59 gotas.
d) 44 gotas.
e) 54 gotas.

002. (CESPE/CÂMARA DOS DEPUTADOS/2014/TÉCNICO LEGISLATIVO) Em determinado colégio, todos os 215 alunos estiveram presentes no primeiro dia de aula; no segundo dia letivo, 2 alunos faltaram; no terceiro dia, 4 alunos faltaram; no quarto dia, 6 alunos faltaram, e assim sucessivamente.
Com base nessas informações, julgue os próximos itens, sabendo que o número de alunos presentes às aulas não pode ser negativo.
No vigésimo quinto dia de aula, faltaram 50 alunos.

003. (CESPE/SEED-PR/2021/PROFESSOR DE MATEMÁTICA) Suponha que cinco números estejam em progressão aritmética, sendo o menor deles igual a 4 e o maior igual a 16. Nesse caso, a soma desses números é igual a
a) 20.
b) 30.
c) 40.
d) 60.
e) 50.

004. (VUNESP/TCE-SP/2017/AGENTE DA FISCALIZAÇÃO - ADMINISTRAÇÃO) Considere a sequência de números naturais 0, 5, 100, 10, 15, 90, 20, 25, 80, 30, ..., 10. A diferença entre os números que ocupam as 26ª e 22ª posições é um número que ocupa, nessa sequência, a posição:
a) 8ª
b) 9ª
c) 7ª
d) 6ª
e) 5ª

005. (VUNESP/TCE-SP/2017/AGENTE DA FISCALIZAÇÃO) Considere a sequência (10, 15, 13, 18, 16, 21, 19, 24, 22, 27,...). A soma do 16º, 17º e 18º termo dessa sequência é igual a:
a) 107.
b) 109.
c) 104.
d) 105.
e) 110.

006. (CESPE/TJ-PA/2020/ANALISTA JUDICIÁRIO/ANÁLISE DE SISTEMAS) No dia 1º de janeiro de 2019, uma nova secretaria foi criada em certo tribunal, a fim de receber todos os processos a serem protocolados nessa instituição. Durante o mês de janeiro de 2019, 10 processos foram protocolados nessa secretaria; a partir de então, a quantidade mensal de processos protocolados na secretaria durante esse ano formou uma progressão geométrica de razão igual a 2.
Nessa situação hipotética, a quantidade de processos protocolados nessa secretaria durante os meses de junho e julho de 2019 foi igual a
a) 320.
b) 480.
c) 640.
d) 960.
e) 1.270.

007. (VUNESP/PREFEITURA DE FERRAZ DE VASCONCELOS-SP/2020/GUARDA MUNICIPAL) Considere que a soma dos algarismos do número 9357 seja igual a 9 + 3 + 5 + 7 = 24. Sendo assim, a soma dos algarismos do próximo elemento da sequência numérica 32, 128, 512, 2048, 8192,..., é igual a
a) 26.
b) 28.
c) 30.
d) 22.
e) 34.

008. (FADESP/COSANPA/2017/TÉCNICO INDUSTRIAL/SANEAMENTO) O Lago Bolonha é o principal reservatório de abastecimento de água da Região Metropolitana de Belém, e o controle da quantidade de algas e bactérias que nele habitam é importante. Sabe-se que, em condições favoráveis, o número de bactérias em uma colônia cresce segundo uma progressão geométrica. Se uma certa colônia, inicialmente com cerca de 1.000 bactérias, quadruplica seu número de bactérias a cada 24 horas, o número de bactérias ultrapassará 1.000.000 no decorrer do:

a) terceiro dia.
b) quarto dia.
c) quinto dia.
d) décimo dia.

009. (FCC/FUNAPE/2017/ANALISTA EM GESTÃO PREVIDENCIÁRIA) Na sequência (100.000; 90.000; 81.000; 72.900;...), o segundo termo não inteiro é o que está na posição:
a) 6
b) 5
c) 7
d) 8
e) 9

010. (IFB/2016/TECNÓLOGO/GESTÃO PÚBLICA) Qual é o quinto termo da sequência (18, 216, 432, 864, a_5)?
a) 16128
b) 1728
c) 64128
d) 63127
e) 15127

011. (VUNESP/EBSERH/2020/ADVOGADO) Na sequência numérica 1, 3, 7, 13, 21, 31, 43, 57, 73, ..., o próximo elemento é
a) 89.
b) 91.
c) 103.
d) 115.
e) 127.

012. (CONSULPLAN/TRE-RJ/2017/TÉCNICO JUDICIÁRIO/OPERAÇÃO DE COMPUTADORES) Os termos de uma determinada sequência foram sucessivamente obtidos seguindo um determinado padrão: (5, 9, 17, 33, 65, 129...)
O décimo segundo termo da sequência anterior é um número:
a) menor que 8.000.
b) maior que 10.000.
c) compreendido entre 8.100 e 9.000.
d) compreendido entre 9.000 e 10.000.

013. (VUNESP/EBSERH/2020/ASSISTENTE ADMINISTRATIVO) Na sequência: 32, 64, 48, 96, 72, 144, 108, …, o primeiro termo que é um número ímpar é o:
a) 9º termo.
b) 10º termo.
c) 11º termo.
d) 12º termo.
e) 13º termo.

014. (VUNESP/CÂMARA MUNICIPAL DE ITATIBA-SP/2015/TÉCNICO EM INFORMÁTICA) Na sequência 2, 8/3, 4, 6, 26/3,..., há uma regularidade. Mantida essa regularidade, o próximo elemento da sequência será:
a) 28/3
b) 10
c) 34/3
d) 12
e) 38/3

015. (VUNESP/MPE-SP/2016/ANALISTA TÉCNICO-CIENTÍFICO) Na sequência (4; 4; 6; 12; 30; 90;...), a partir do 2º termo, cada termo é obtido por meio de uma operação, ou operações, aplicada(s) ao termo imediatamente anterior. O 7º termo somado ao 10º termo, ambos dessa sequência, resultam em:
a) 5445
b) 7020
c) 27035
d) 28665
e) 29610

016. (CESPE/PC-ES/2009/AGENTE DE POLÍCIA) Na sequência numérica 23, 32, 27, 36, 31, 40, 35, 44, X, Y, Z,..., o valor de Z é igual a 43.

017. (UFMT/2017/ANALISTA DE TECNOLOGIA DA INFORMAÇÃO) A série de FIBONACCI é formada por uma sequência de números naturais, começando normalmente por 0 e 1, na qual, cada termo subsequente corresponde à soma dos dois anteriores. A série de RICCI difere da série de FIBONACCI porque os dois primeiros termos são dois números naturais quaisquer. Os demais termos são gerados da mesma forma que a série de FIBONACCI. Sendo assim, assinale o décimo termo da série de RICCI que iniciou com 3 e 4.
a) 123
b) 199
c) 322
d) 512

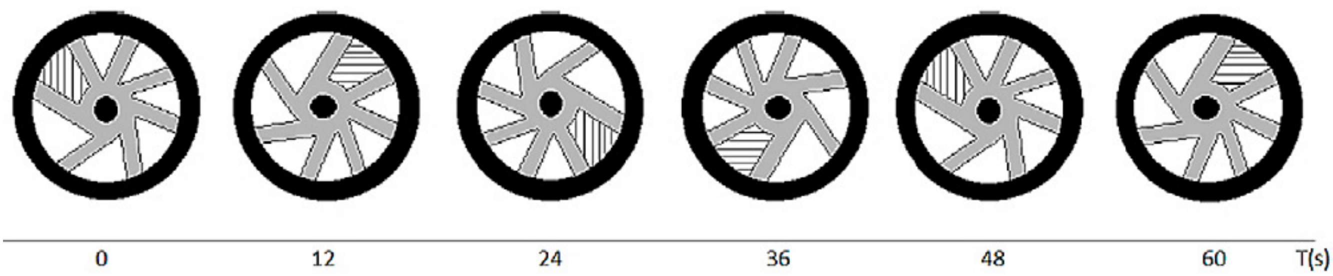
018. (FGV/PREFEITURA DE PAULÍNIA-SP/2015/GUARDA MUNICIPAL) Um decorador de muros vazios escreveu em um deles, com letras grandes, a sequência:
PAULINOPAULINOPAULINOPAUL...
A 1000ª letra dessa sequência é:
a) A
b) U
c) L
d) I
e) N

019. (FCC/SABESP/2018/TÉCNICO EM GESTÃO/INFORMÁTICA) Na geração automatizada de um teste, 200 perguntas de múltipla escolha são sorteadas por um software dentre milhares disponíveis em um banco de questões. Sorteada a sequência das 200 questões, suas alternativas são reordenadas para gerar os diferentes gabaritos.
Em certa ocasião, houve uma falha na execução do software, que gerou um gabarito em que as alternativas corretas das questões seguiam um padrão, como pode ser notado nas primeiras 13 questões exibidas a seguir:

Questão	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Alternativa correta	E	A	D	B	C	E	E	A	D	B	C	E	E

De acordo com esse gabarito, a resposta correta à questão 200 é a alternativa:
a) A
b) B
c) C
d) D
e) E

020. (IDECAN/CÂMARA DE ARACRUZ-ES/2016/AGENTE ADMINISTRATIVO E LEGISLATIVO) A sequência formada pelas figuras representa as posições, a cada 12 segundos, de uma das rodas de um carro que mantém velocidade constante. Analise-a.



Após 25 minutos e 48 segundos, tempo no qual o carro permanece nessa mesma condição, a posição da roda será:

a) 

b) 

c) 

d) 

021. (FGV/MRE/2016) Em certo ano, o dia 31 de dezembro caiu em um domingo e, em um reino distante, o rei fez o seguinte pronunciamento: “Como as segundas-feiras são dias horríveis, elas estão abolidas a partir de hoje. Assim, em nosso reino, cada semana terá apenas 6 dias, de terça-feira a domingo. Portanto, como hoje é domingo, amanhã, o primeiro dia do ano novo, será terça-feira.” O ano novo não foi bissexto. Então, nesse reino distante, o dia de Natal (25 de dezembro) desse ano caiu em:

a) uma terça-feira
b) uma quarta-feira
c) uma quinta-feira;
d) uma sexta-feira;
e) um sábado.

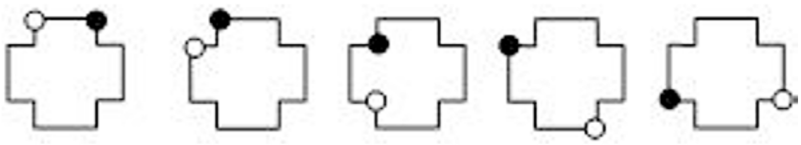
022. (VUNESP/TJ-SP/2017/ESCREVENTE) Observe as 4 primeiras figuras de uma sequência, em que cada figura contém 5 símbolos:

♣♦♥♠●	♦♣♥♠●	♣♦♠♥●	●♦♥♠♣
Figura 1	Figura 2	Figura 3	Figura 4

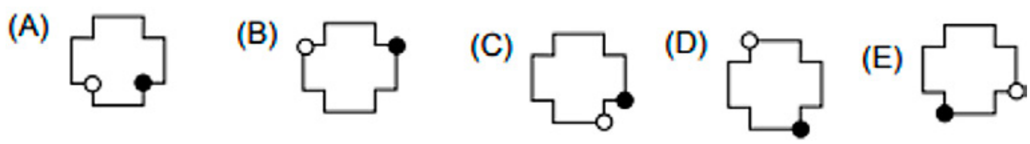
Nessa sequência, as figuras 5, 6, 7 e 8 correspondem, respectivamente, às figuras 1, 2, 3 e 4, assim como as figuras 9, 10, 11 e 12, e assim por diante, mantendo-se essa correspondência. Com relação à ordem dos símbolos, o 1º dessa sequência é (paus), o oitavo é (copas) e o décimo quinto é (ponto), e assim por diante. Nessas condições, o 189º símbolo é:

a) ♦
b) ♥
c) ●
d) ♠
e) ♣

023. (VUNESP/TJ-SP/2014/ESCREVENTE) Observe os cinco primeiros elementos da sequência figural ilimitada a seguir:

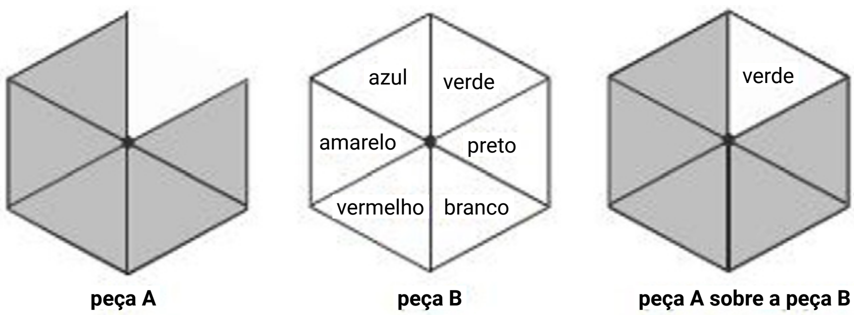


Observando a regularidade apresentada pelos pontos em destaque em cada figura, conclui-se que a 10ª figura é:



024. (CESPE/TCE-ES/2013) As figuras acima ilustram um brinquedo que consiste em colocar a peça A sobre a peça B, de modo que a peça A permaneça fixa e a peça B gire em torno de seu eixo central, mostrando, a cada segundo(s), um triângulo diferente com o nome de uma cor.

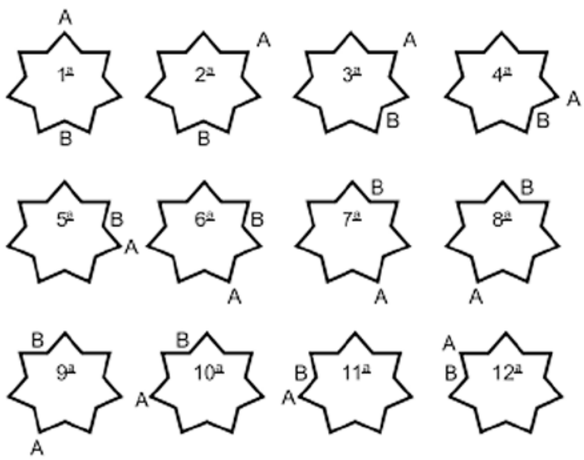
Se a rotação da peça B se der no sentido horário e, no instante t = 0 s, o brinquedo mostrar a cor verde, então, nos instantes t = 577 s e t = 578 s, serão mostradas, respectivamente, as cores:



a) amarelo e vermelho
b) branco e preto.
c) preto e verde.
d) verde e azul.
e) azul e amarelo.

025. (FCC/SEFAZ-PI/2015/AUDITOR-FISCAL) Em uma sequência de números inteiros, o primeiro elemento vale 1 e o segundo elemento vale -1. A partir do terceiro, cada elemento é igual ao produto dos dois elementos imediatamente anteriores a ele. A soma dos 2015 primeiros elementos dessa sequência é igual a:
a) -671
b) -673
c) -1
d) -2013
e) -2015

026. (VUNESP/PC-SP/2018/INVESTIGADOR DE POLÍCIA) Nas figuras da sequência a seguir, a letra A sempre ocupa uma posição que será chamada de ponta. Já a letra B sempre ocupa uma posição que será chamada de fundo. Na 4ª figura da sequência, as duas letras estão em posições consecutivas, o que acontece também na 5ª figura e não acontece nas três primeiras figuras.



Sabendo que essa sequência foi criada com um padrão lógico, e que é ilimitada, então o número de vezes em que as duas letras estão em posições consecutivas, nas cento e nove primeiras figuras, é igual a:
a) 31
b) 28
c) 37
d) 25
e) 33

QUESTÕES DE CONCURSO

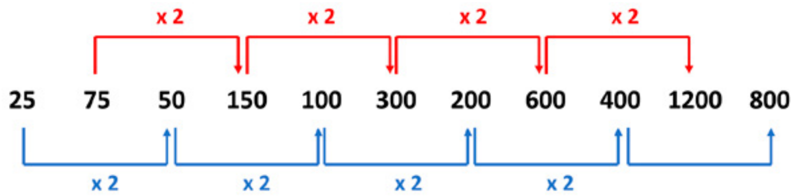
Enunciado comum às questões 27 a 29.

(CESPE/PRF/2019) Uma unidade da PRF interceptou, durante vários meses, lotes de mercadorias vendidas por uma empresa com a emissão de notas fiscais falsas. A sequência dos números das notas fiscais apreendidas, ordenados pela data de interceptação, é a seguinte: 25, 75, 50, 150, 100, 300, 200, 600, 400, 1.200, 800, ...

Tendo como referência essa situação hipotética, julgue o item seguinte, considerando que a sequência dos números das notas fiscais apreendidas segue o padrão apresentado.

027. (CESPE/PRF/2019) Se a_n for o n-ésimo termo da sequência, em que n = 1, 2, 3,..., então, para n ≥ 3, tem-se que $a_n = 2 \times a_{n-2}$.

Vamos observar alguns termos na sequência.



Portanto, observe que um termo qualquer da sequência é dado como sendo o dobro do termo que está dois passos anterior a ele.

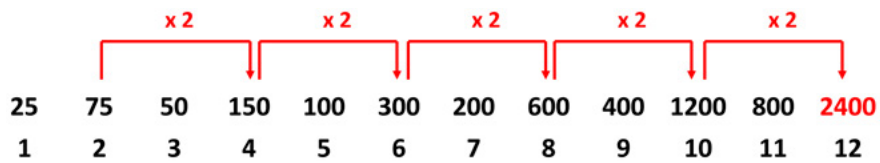
Então, podemos realmente conjecturar a lei de formação para a sequência:

$$a_n = 2.a_{n-2}$$

Certo.

028. (CESPE/PRF/2019) A partir do padrão da sequência, infere-se que o 12º termo é o número 1.600.

Vamos ordenar os termos presentes na sequência. Notemos que cada termo pode ser obtido como o dobro do termo que está localizado 2 passos atrás. Dessa forma, o 12º termo pode ser obtido a partir do 10º termo da sequência.



Assim, o 12º termo é igual a 2400.

Errado.

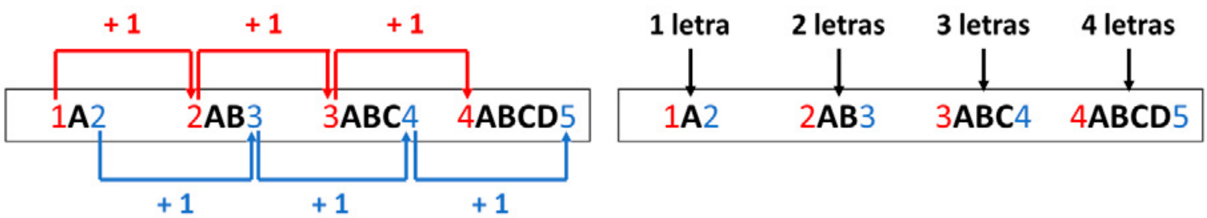
029. (CESPE/PRF/2019) O padrão apresentado pela referida sequência indica que os números podem corresponder, na ordem em que aparecem, a ordenadas de pontos do gráfico de uma função afim de inclinação positiva.

Como visto nas questões anteriores, os termos crescem segundo uma progressão geométrica, não uma progressão aritmética. Portanto, o gráfico deles não formariam uma linha reta, mas sim uma exponencial.
Errado.

---

030. (FCC/METRÔ-SP/2016/AUXILIAR ENFERMAGEM DO TRABALHO) Se no sexto termo da sequência lógica 1A2; 2AB3; 3ABC4; 4ABCD5; ..., as letras vogais fossem trocadas pelo algarismo 7 e as letras consoantes pelo algarismo 6, ele se tornaria igual a
a) 776677678.
b) 67667667.
c) 67676667.
d) 766676678.
e) 67666767.

Observe que as palavras são formadas por um número, uma sequência de letras e um outro número.
Os dois números crescem de 1 em 1 unidade. O tamanho da sequência de letras também cresce de 1 em 1 unidade.



Com base nessas observações, podemos obter os próximos termos da sequência.

1A2	2AB3	3ABC4	4ABCD5	5ABCDE6	6ABCDEF7

Portanto, o sexto termo da sequência é 6ABCDEF7. Conforme solicitado pelo enunciado, as vogais são trocadas por 7 e as consoantes são trocadas por 6. Chegaremos a 67666767.
Letra e.

---

031. (FCC/PREFEITURA DE SÃO JOSÉ DO RIO PRETO-SP/2019/TÉCNICO EM RADIOLOGIA) Um número é dito palíndromo se é o mesmo quando lido da esquerda para a direita ou da direita para a esquerda. Por exemplo, 5225 é um palíndromo de quatro algarismos. Considere X o maior palíndromo de quatro algarismos e Y o menor palíndromo de cinco algarismos. A soma X + Y é:

a) 20000
b) 20020
c) 20099
d) 20902
e) 20202

O maior número palíndromo de 4 termos é X = 9999. Já o menor número palíndromo com 5 algarismos é Y = 10001.

Dessa forma, a soma X + Y = 9999 + 10001 = 20000.

Letra a.

---

032. (CESPE/SEDUC-CE/2013/PROFESSOR PLENO) Por apresentar problemas técnicos, uma impressora imprimiu, seguidamente, sem espaços entre os caracteres, a palavra CANETA em uma página de papel em branco, de forma que o início da impressão era CANETACANETACANETACANETACANETA. Nessa situação, se a impressão foi interrompida no instante que a impressora imprimiu o caractere de número 1.043, então, esse último caractere impresso foi a letra

a) A
b) N
c) E
d) T
e) C

Observe que a palavra que se repete é CANETA, que tem 6 letras. Para determinar o caractere número 1.043, podemos recorrer ao algoritmo da divisão.

C	A	N	E	T	A	C	A	N	E	T	A
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**

Lembre-se de que o resto da divisão marcará exatamente a posição.

$$\begin{array}{r|l} \mathbf{1043} & \mathbf{6} \\ \hline \mathbf{-1038} & 173 \\ \mathbf{(5)} & \end{array}$$

Portanto, o termo 1.043 é exatamente igual ao 5º termo, que é a letra T.

Letra d.

No Brasil, registra-se um alto número de mortes devido a acidentes de trânsito. Além da dor e do sofrimento das vítimas e de seus familiares, a violência de trânsito tem um custo social de R$5,3 bilhões por ano, segundo levantamento realizado pelo Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada (IPEA), publicado em 2003. Desse total, 30% são devidos aos gastos com saúde e o restante é devido à previdência, justiça, seguro e infraestrutura. De acordo com esse levantamento de janeiro a julho de 2003, os acidentes de trânsito consumiram entre 30% e 40% do que o Sistema Único de Saúde (SUS) gastou com interações por causas externas, resultantes de acidentes e violência em geral.

Considerando o texto acima e o tema por ele abordado, julgue os seguintes itens.

033. (CESPE/PRF/2004) Se os gastos com saúde, previdência e justiça totalizam 52,5% do "custo social de R$ 5,3 bilhões" e formam, nessa ordem, uma progressão geométrica de razão positiva, então o gasto correspondente à justiça foi superior a R$ 400 milhões.

Obs.: Essa questão requer o conhecimento da Fórmula de Bhaskara para Equações do 2º Grau.

Como os gastos com saúde, previdência e justiça formam uma progressão geométrica, podemos escrever que:

- saúde = 30
- previdência = 30.q
- justiça = 30.q²

Para fins de simplificar as contas, usamos na progressão aritmética os valores percentuais em relação ao custo total de R$5,3 bilhões. Como a soma dos três custos é igual a 52,5% do total, temos:

$$30 + 30.q + 30.q^2 = 52{,}5$$

$$1 + q + q^2 = 1{,}75$$

$$q^2 + q - 0{,}75 = 0$$

Chegamos a uma equação do segundo grau. Agora, vamos tomar o discriminante da equação.

$$\Delta = b^2 - 4ac = 1^2 - 4.1.(-0{,}75) = 1 + 3 = 4$$

Então, podemos usar a Fórmula de Bhaskara para encontrar a razão da PG.

$$q = \frac{-1 \pm \sqrt{\Delta}}{2.1} = \frac{-1 \pm \sqrt{4}}{2} = \frac{-1 \pm 2}{2}$$

$$\therefore q_1 = \frac{-1+2}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore q_2 = \frac{-1-2}{2} = -\frac{3}{2}$$

Como a razão é positiva, ela é igual a 1/2. Portanto, os gastos com justiça, em percentual, correspondem a:

$$justiça = 30.\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{30}{4} = 7,5$$

Por fim, basta tomar 7,5% do total de gastos de R$5,3 bilhões.

$$J = \frac{7,5}{100} \cdot 5,3\ bi = \frac{7,5}{1000} \cdot 5300\ mi = 397,5\ mi$$

Errado.

---

034. (CESPE/PRF/2004) Se os gastos, em reais, com previdência, justiça, seguro e infraestrutura correspondem, respectivamente, a 25%, 20%, 15% e 10% do "custo social de R$ 5,3 bilhões", citado no texto, então os gastos com saúde, previdência, justiça, seguro e infraestrutura formam, nessa ordem, uma progressão aritmética de razão igual a R$ 265 milhões.

Observe que esses gastos correspondem a uma progressão aritmética que decresce 5% do custo social total. Dessa forma, a razão da PA é:

$$r = 0,05.(-5,3\ bi) = -0,265\ bi = -265\ mi$$

Portanto, na realidade, a razão da progressão aritmética é negativa e igual a –R$265 milhões. Portanto, a afirmação está errada.

Errado.

---

035. (FCC/PREFEITURA DE SÃO JOSÉ DO RIO PRETO-SP/2019/ARQUITETO) Considere a sequência numérica a_0,a_1.... em que a_0 = 1, a_1 = 2 e a_{n+1} = a_n /a_{n-1}, n> 1. O termo a_{2019} é:

a) 1
b) 2
c) 1/2
d) 1/4
e) 4

Vamos obter os primeiros termos da sequência.

$$a_3 = \frac{2}{1} = 2$$

$$a_4 = \frac{a_3}{a_2} = \frac{2}{2} = 1$$

$$a_5 = \frac{a_4}{a_3} = \frac{1}{2}$$

$$a_6 = \frac{a_5}{a_4} = \frac{1/2}{1} = \frac{1}{2}$$

$$a_7 = \frac{a_6}{a_5} = \frac{1/2}{1/2} = 1$$

$$a_8 = \frac{a_7}{a_6} = \frac{1}{1/2} = 2$$

Portanto, a sequência em apreço é cíclica.

1	2	2	1	1/2	1/2	1	2	2	1	1/2	1/2
0	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**

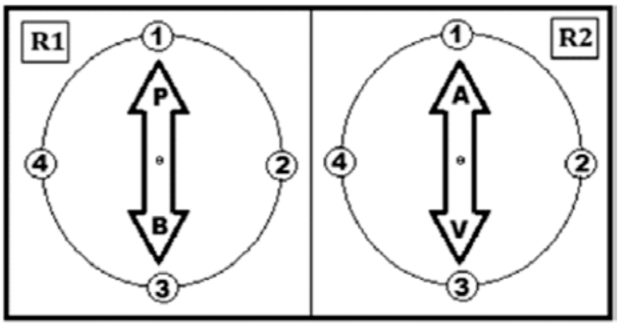
Como a sequência é cíclica, basta utilizarmos o algoritmo da divisão para concluir qual o termo adequado na posição 2019.

$$\begin{array}{r|l} \mathbf{2019} & \mathbf{6} \\ \hline \mathbf{-2016} & 336 \\ \mathbf{(3)} & \end{array}$$

Desse modo, o termo 2019 é igual ao termo que ocupa a posição número 3. Logo, $a_{2019} = 1$.
Letra a.

---

036. (CESPE/PREFEITURA DE BARRA DOS COQUEIROS /SE/2020/ARQUITETO) Uma máquina possui dois medidores, R1 e R2, representados na seguinte figura.



A partir do acionamento da máquina, os ponteiros dos medidores R1 e R2 giram no sentido horário, com velocidades diferentes, da seguinte maneira:

- o ponteiro do medidor R1 fica parado até o décimo quinto segundo desde o acionamento e, nesse momento, gira um quarto de uma volta;
- esse movimento se repete a cada 15 segundos, desde que a máquina permaneça ligada;
- o ponteiro do medidor R2 fica parado até o vigésimo quinto segundo desde o acionamento e, nesse momento, gira um quarto de uma volta;
- esse movimento se repete a cada 25 segundos, desde que a máquina permaneça ligada.

Nessa situação, a partir da posição mostrada na figura, passados 4 minutos desde o acionamento dessa máquina, o lado

a) B do ponteiro do medidor R1 estará na posição 2, e o lado V do ponteiro do medidor R2 estará na posição 1.
b) B do ponteiro do medidor R1 estará na posição 1, e o lado A do ponteiro do medidor R2 estará na posição 2.
c) P do ponteiro do medidor R1 estará na posição 3, e o lado A do ponteiro do medidor R2 estará na posição 3.
d) P do ponteiro do medidor R1 estará na posição 2, e o lado A do ponteiro do medidor R2 estará na posição 4.
e) B do ponteiro do medidor R1 estará na posição 3, e o lado V do ponteiro do medidor R2 estará na posição 4.

Como o período de 1 minuto tem 60 segundos, podemos concluir que o período de 4 minutos é equivalente a 240 segundos. Desse modo, podemos calcular o número de passos dados pelos relógios R_1 e R_2:

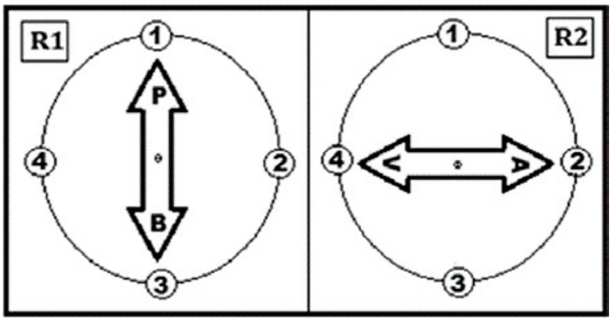
$$N_1 = \frac{240}{15} = 16$$

$$N_2 = \frac{240}{25} = 9,6$$

Como o relógio fica parado durante os primeiros segundos, só se movendo ao final, podemos concluir que o primeiro ponteiro deu 16 passos, enquanto o segundo deu 9 passos.
Além disso, a posição dos ponteiros se repete a cada 4 passos. Assim, podemos calcular o resto das divisões dos números de passos.

$$\begin{array}{r|l} \mathbf{16} & \mathbf{4} \\ \hline \mathbf{-16} & 4 \\ \hline \mathbf{= (0)} & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} \mathbf{9} & \mathbf{4} \\ \hline \mathbf{-8} & 2 \\ \hline = (1) & \end{array}$$

Desse modo, o primeiro ponteiro estará exatamente na posição inicial, enquanto o segundo ponteiro terá andado o equivalente a um único passo e mais duas voltas.



Assim, podemos concluir que:

- o ponteiro P do relógio R_1 está na posição 1;
- o ponteiro B do relógio R_1 está na posição 3;
- o ponteiro A do relógio R_2 está na posição 2;
- o ponteiro V do relógio R_2 está na posição 2.

Letra e.

---

037. (FAURGS/TJ-RS/2017/TÉCNICO JUDICIÁRIO) Para que a sequência (4x-1, x²-1, x-4) forme uma progressão aritmética, x pode assumir, dentre as possibilidades abaixo, o valor de:

a) -0,5
b) 1,5
c) 2
d) 4
e) 6

Para que uma sequência seja uma progressão aritmética, os termos equidistantes dos extremos devem ter a mesma soma. Assim:

$$4x - 1 + x - 4 = 2(x^2 - 1)$$

$$5x - 5 = 2x^2 - 2 \therefore 2x^2 - 5x + 3 = 0$$

Outra maneira de chegar a essa equação é considerar que a razão deve ser constante, isto é:

$$(x^2 - 1) - (4x - 1) = (x - 4) - (x^2 - 1)$$

$$x^2 - 1 - 4x + 1 = x - 4 - x^2 + 1$$

$$x^2 + x^2 - 4x - x = -3 \therefore 2x^2 - 5x + 3 = 0$$

Na Matemática, todos os caminhos levam à resposta correta. Agora, só precisamos resolver a Equação do Segundo Grau por meio da Fórmula de Bhaskara.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{5 \pm \sqrt{5^2 - 4.2.3}}{2.2} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{4} = \frac{5 \pm 1}{4}$$

Temos, portanto, duas possibilidades para o valor de x:

$$x_1 = \frac{5 + 1}{4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} = 1,5$$

$$x_2 = \frac{5 - 1}{4} = \frac{4}{4} = 1$$

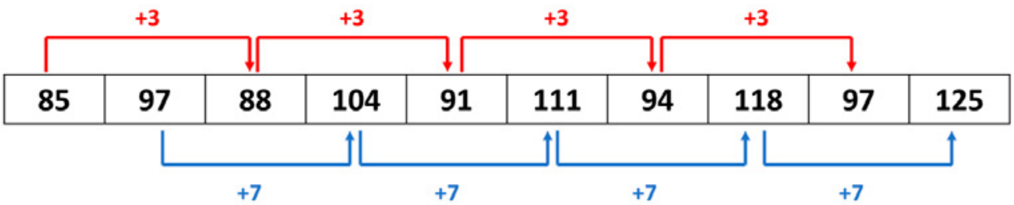
Letra b.

---

038. (FCC/TJ-MA/2019/OFICIAL DE JUSTIÇA) Considerando o padrão de formação da sequência infinita (85, 97, 88, 104, 91, 111, 94, 118, 97, 125, …), o número de seus termos que possuem exatamente 3 algarismos é:

a) 427.
b) 428.
c) 431.
d) 430.
e) 429.

Observe que são duas progressões aritméticas intercaladas.



Vamos separar as duas progressões aritméticas. Chamaremos de **a** os termos da progressão (85, 88, 91…) e de **b** os termos da progressão (97, 104, 111…).

A primeira sequência é uma progressão aritmética cujo primeiro termo é igual a 85 e a razão é r = 3. Note que o primeiro termo com 3 algarismos é justamente o próximo que não foi expresso, que é igual a 100.

Como estamos procurando somente os termos com 3 algarismos, vamos começar a progressão aritmética em a_1 = 100. Agora, vamos obter o termo a_n que é maior ou igual 1000.

$$a_n \geq 1000$$

$$a_1 + (n-1).r \geq 1000$$

$$100 + (n-1).3 \geq 1000$$

$$\therefore (n-1).3 \geq 1000 - 100 = 900$$

$$\therefore (n-1) \geq \frac{900}{3} = 300$$

$$\therefore n \geq 301$$

Portanto, o termo a_{301} é o primeiro que apresenta 4 algarismos. Dessa forma, são 300 termos que possuem exatamente 3 algarismos.

Agora, vejamos a segunda sequência dos termos $\mathbf{b_n}$, cujo primeiro termo é 97 e cuja razão é r = 7. O primeiro termo com 3 algarismos chamaremos de b_1 = 104. Dessa forma, temos:

$$b_n \geq 1000$$

$$b_1 + (n-1).r \geq 1000$$

$$104 + (n-1).7 \geq 1000$$

$$\therefore (n-1).7 \geq 1000 - 104 = 896$$

$$\therefore (n-1) \geq \frac{896}{7} = 128$$

$$\therefore n \geq 128 + 1 = 129$$

Assim, o termo b_{129} é o primeiro a ter 4 algarismos. Portanto, o conjunto de 128 termos apresenta 3 algarismos. Logo, o total de termos nas duas sequências intercaladas que possuem exatamente 3 algarismos é:

$$S = 300 + 128 = 428$$

Letra b.

---

039. (FCC/CÂMARA DE FORTALEZA-CE/2019/CONTADOR) Considere a sequência numérica em que o primeiro termo é 1, o segundo termo é um inteiro positivo k, e os demais termos são definidos como a soma de todos os termos anteriores, isto é, $a_n = a_{n-1} + ... + a_1$. Se o 13º termo é 6144, o valor de k é:

a) 8
b) 6
c) 3
d) 4
e) 5

Essa é uma questão em que você precisa ter uma certa paciência. Vejamos:

$$a_1 = 1$$

$$a_2 = k$$

$$a_3 = a_2 + a_1 = 1 + k$$

$$a_4 = a_3 + a_2 + a_1 = (1+k) + 1 + k = 2.(1+k)$$

$$a_5 = a_4 + a_3 + a_2 + a_1 = a_4 + (a_3 + a_2 + a_1) = 2a_4 = 4.(1+k)$$

Observe que, de agora em diante, todos os termos são duplicados. Temos, portanto, uma progressão geométrica. Então, vamos encontrar o a_{13} em função de a_3.

$$a_{13} = a_3 . q^{13-3}$$

$$6144 = (1 + k). 2^{10}$$

$$\therefore (1 + k) = \frac{6144}{2^{10}} = \frac{6144}{1024} = 6$$

Portanto, vamos encontrar o termo **k.**

$$\therefore k = 6 - 1 = 5$$

Letra e.

---

040. (FCC/SEC-BA/2018/PROFESSOR DE LÍNGUA PORTUGUESA) A sequência de Fibonacci começa com os números 1 e 2 e, em seguida, cada novo número da sequência é a soma dos dois números imediatamente anteriores, como se vê a seguir:

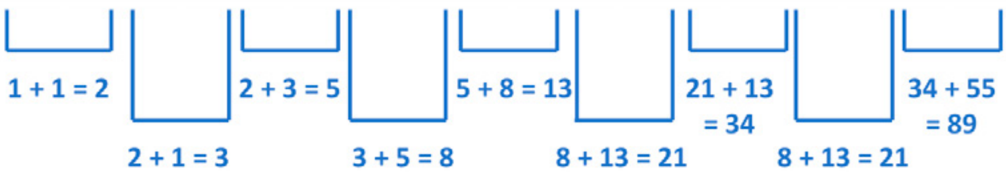
$$1,\ 2,\ \underbrace{3}_{1+2},\ \underbrace{5}_{2+3},\ \underbrace{8}_{3+5},\ \underbrace{13}_{5+8},\ \underbrace{21}_{8+13},\ \ldots$$

Na figura a seguir, observe a numeração estabelecida em um conjunto de 60 teclas de um piano. Se um pianista decide tocar apenas as teclas marcadas com números da sequência de Fibonacci nesse piano, dentre as 60 teclas indicadas na figura, ele tocará apenas

a) 7 teclas.
b) 9 teclas.
c) 13 teclas.
d) 8 teclas.
e) 55 teclas.

Na sequência de Fibonnaci, os próximos termos são obtidos como a soma dos dois anteriores.

1	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89



A partir do termo 89, todos os termos estouram o número de teclas do piano. Portanto, não interessam mais. O número de teclas que serão efetivamente tocadas está destacado a seguir:

1	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89

São, desse modo, 9 teclas.

Letra b.

---

041. (FCC/PREFEITURA DO RECIFE-PE/2019/ANALISTA DE GESTÃO CONTÁBIL) Sabe-se que as sequências S1 e S2 abaixo são diretamente proporcionais (x > 0), isto é, a razão entre os elementos correspondentes das duas sequências é constante:

Sequência S1: {4, x, 16, ...}

Sequência S2: {x, 9, y, ...}

O valor de y é igual a:

a) 15.

b) 9.

c) 12.

d) 6.

e) 24.

Como as sequências são diretamente proporcionais, podemos escrever:

$$\frac{4}{x} = \frac{x}{9} = \frac{16}{y}$$

Dessa forma, podemos calcular o valor de **x** olhando para as duas primeiras partes da igualdade.

$$\frac{4}{x} = \frac{x}{9} \therefore x^2 = 4.9$$

$$x^2 = 36 \therefore x = \sqrt{36} = 6$$

Agora, vamos calcular o valor de **y.**

$$\frac{x}{9} = \frac{16}{y}$$

$$\frac{6}{9} = \frac{16}{y}$$

$$\therefore y = \frac{16}{6} \cdot 9 = 24$$

Letra e.

---

042. (FCC/SABESP/2018/NÍVEL MÉDIO) Na sequência infinita de números naturais: 19, 21, 23, 25, 24, 26, 28, 27, 29, 31, 33, 32,... o número 19 é o oitavo termo. Assim a soma do 1º, 11º e 21º termos é igual a

a) 65
b) 63
c) 72
d) 79
e) 88

Uma sequência bem complicada e que não é um pouco simples de ver. Note que temos, do 8º ao 11º termo, uma progressão aritmética de razão 2. São 4 termos em PA.

A seguir, essa sequência é subtraída de uma unidade e se inicia uma nova PA com razão 2, dessa vez com 3 termos.

Por fim, o mesmo processo é repetido: subtrai-se uma unidade e depois se inicia uma nova PA com razão 2, com 4 termos.

19	21	23	25	24	26	28	27	29	31	33	32
8	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**

Portanto, as PAs são sempre de razão 2 e elas se alternam entre o comprimento de 4 e 3 termos. Dessa forma, podemos prever que o 7º termo é igual a 20 e que os dois logo anteriores são 18 e 16, pois a PA deve ter apenas 3 termos.

11	13	15	17	16	18	20	19	21	23	25
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**

Agora, façamos para o outro lado. Já sabemos que o termo 19 é igual 32. Portanto, a_{20} = 34 e a_{21} = 36.

Assim, a soma pedida é:

$$S = a_1 + a_{11} + a_{21} = 11 + 25 + 36 = 72$$

Letra c.

---

043. (IBFC/MGS/2017) Considerando a solução do sistema linear

$$2x + y = 7$$

$$x + 2y = 8$$

E sabendo que o valor de x e o valor de y são, respectivamente, o primeiro termo e a razão de uma progressão geométrica, então o quinto termo dessa PG é:

a) 54
b) 486
c) 24
d) 162

Podemos resolver um sistema linear de duas equações e duas incógnitas tanto pelo método da adição como pelo método da substituição.

No entanto, esse em particular pode ser resolvido ainda mais facilmente somando-se as duas equações:

$$\begin{array}{rll} & \mathbf{2x+y} & \mathbf{=7} \\ + & x+2y & =8 \\ \hline & 3x+3y & =7+8=15 \end{array}$$

$$3x+3y=15 \therefore x+y=\frac{15}{3}=5$$

Agora, podemos substituir a soma encontrada nas equações fornecidas:

$$2x+y=x+x+y=7 \therefore x+5=7 \therefore x=2$$

$$x+y=5 \therefore 2+y=5 \therefore y=5-2=3$$

Portanto, já sabemos o primeiro termo e a razão da PG:

$$a_1=x=2$$

$$q=y=3$$

Assim, o quinto termo da PG é dado pela fórmula do termo geral:

$$a_n=a_1q^{n-1}=2.3^{5-1}=2.3^4=2.81=162$$

Letra d.

044. (CESPE/BNB/2018/ESPECIALISTA TÉCNICO – ANALISTA DE SISTEMAS) A sequência infinita A_1, A_2, A_3, A_4,... é definida da seguinte maneira: para cada j = 1, 2, 3, 4, ...,

A_j = 1, se *j* for múltiplo de 3;

A_j = 3, se *j* - 1 for múltiplo de 3;

A_j = 5, se *j* - 2 for múltiplo de 3.

Dessa forma, por exemplo, A_1 = 3 e A_2 = 5. Com base nessas informações, julgue os itens seguintes.

Para todo índice j, tem-se que $A_{2j} - A_{2j-1} + A_{3j} > 2$.

Existem três possibilidades:

- j pode ser múltiplo de 3, ou seja, j = 3k;
- j – 1 pode ser múltiplo de 3, ou seja, j = 3k + 1;
- j – 2 pode ser múltiplo de 3, ou seja, j = 3k + 2;

Vamos testar os três casos. Para j = 3k, temos:

$$A_{2j} - A_{2j+1} + A_{3j}$$

$$A_{2.3k} - A_{2.3k+1} + A_{3.3k}$$

$$1 - A_{6k+1} + 1$$

$$1 - 3 + 1 = -1$$

Portanto, se j for múltiplo de 3, automaticamente, a expressão citada no enunciado está incorreta.

Errado.

045. (CESPE/BNB/2018/ESPECIALISTA TÉCNICO/ANALISTA DE SISTEMAS) A sequência infinita A_1, A_2, A_3, A_4,... é definida da seguinte maneira: para cada j = 1, 2, 3, 4, ...,

A_j = 1, se *j* for múltiplo de 3;

A_j = 3, se *j* - 1 for múltiplo de 3;

A_j = 5, se *j* - 2 for múltiplo de 3.

Dessa forma, por exemplo, A_1 = 3 e A_2 = 5. Com base nessas informações, julgue os itens seguintes.

O produto dos primeiros 53 termos dessa sequência é igual a 15^{18}.

Observe que a sequência é cíclica. Os termos 1, 3 e 5 se repetem continuamente.

A_1=3, pois 1-1=0 é múltiplo de 3

A_2=5, pois 2-2=0 é múltiplo de 3

A_3=1, pois 3 é múltiplo de 3

3	5	1	3	5	1	3	5	1	3	5	1
A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7	A_8	A_9	A_{10}	A_{11}	A_{12}

Agora, vamos obter quantos ciclos completos acontecem em 53 termos. Para isso, basta notar que o período da sequência é igual a 3.

Então, devemos dividir 53 por 3 e anotar o quociente e o resto da divisão.

$$\begin{array}{r|l} \mathbf{53} & \mathbf{3} \\ \hline \mathbf{-51} & 17 \\ \mathbf{(2)} & \end{array}$$

Dessa forma, são 17 repetições completas dos termos (3, 5, 1) cujo produto é igual a 15. Portanto, o produto resultante das 17 repetições do bloco 15^{17}.

Como o resto da divisão é igual a 2, além dos 17 blocos completos, há mais dois termos, que são (3,5). Portanto, o produto dos 53 termos é igual a $3.5.15^{17} = 15^{18}$.

Certo.

---

046. (CESPE/BNB/2018/ESPECIALISTA TÉCNICO/ANALISTA DE SISTEMAS) A sequência infinita A_1, A_2, A_3, A_4,... é definida da seguinte maneira: para cada j = 1, 2, 3, 4, ...,

A_j = 1, se *j* for múltiplo de 3;

A_j = 3, se *j* - 1 for múltiplo de 3;

A_j = 5, se *j* - 2 for múltiplo de 3.

Dessa forma, por exemplo, A_1 = 3 e A_2 = 5. Com base nessas informações, julgue os itens seguintes.

A soma dos primeiros 60 termos dessa sequência é igual a 160.

Observe que a sequência é cíclica. Os termos 1, 3 e 5 se repetem continuamente.

3	5	1	3	5	1	3	5	1	3	5	1
A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7	A_8	A_9	A_{10}	A_{11}	A_{12}

Agora, vamos obter quantos ciclos completos acontecem em 60 termos. Para isso, basta notar que o período da sequência é igual a 3.

Então, devemos dividir 60 por 3 e anotar o quociente e o resto da divisão.

$$\begin{array}{r|l} \mathbf{60} & \mathbf{3} \\ \hline \mathbf{-20} & 20 \\ \mathbf{(0)} & \end{array}$$

Dessa forma, são 20 repetições completas do bloco (3, 5, 1), cuja soma é igual a 9. Portanto, a soma resultante das 20 repetições do bloco é igual a 20.9 = 180.

Errado.

---

047. (CESPE/BNB/2018/ESPECIALISTA TÉCNICO/ANALISTA DE SISTEMAS) A sequência infinita A_1, A_2, A_3, A_4,... é definida da seguinte maneira: para cada j = 1, 2, 3, 4, ...,
A_j = 1, se *j* for múltiplo de 3;
A_j = 3, se *j* - 1 for múltiplo de 3;
A_j = 5, se *j* - 2 for múltiplo de 3.
Dessa forma, por exemplo, A_1 = 3 e A_2 = 5. Com base nessas informações, julgue os itens seguintes.
O produto A_{14}×A_{30} é igual a 8.

Notemos que 14 é tal que 14 – 2 = 12, que é múltiplo de 3. Portanto, A_{14} = 5. Por outro lado, 30 é múltiplo de 3. Portanto, A_{30} = 1. Dessa forma, temos:

$$A_{14}.A_{30} = 3.1 = 3$$

Assim, a afirmação está incorreta.
Errado.

048. (VUNESP/FITO/2020/TÉCNICO EM GESTÃO/INFORMÁTICA) Considere a sequência de números naturais:
(30, 35, 45, 60, 80, 105, 135,. ..).
A diferença entre o 14º e o 11º termos dessa sequência é
a) 165.
b) 170.
c) 175.
d) 180.
e) 185.

Essa é uma sequência bem interessante. Observe que ela é uma progressão aritmética, cuja razão cresce por meio de outra progressão aritmética. Vejamos:

+5 +10 +15 +20 +25 +30

30	35	45	60	80	105	135
a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7

Estendendo esse raciocínio para os próximos termos, temos:

+5 +10 +15 +20 +25 +30 +35 +40 +45 +50 +55 +60 +65

30	35	45	60	80	105	135	170	210	255	305	360	420	485
a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8	a_9	a_{10}	a_{11}	a_{12}	a_{13}	a_{14}

Assim, a diferença solicitada é:

$$a_{14} - a_{11} = 485 - 305 = 180$$

Outra forma de resolver o problema é chamado de b_n a razão da progressão aritmética. Isto é:

$$a_2 = a_1 + b_1$$

$$a_3 = a_2 + b_2$$

Dessa forma, notemos que a diferença entre o 14º e o 11º termos será:

$$a_{14} - a_{11} = b_{11} + b_{12} + b_{13}$$

Como b_n é uma progressão aritmética, podemos escrever que a soma dos extremos é igual ao dobro do termo central:

$$a_{14} - a_{11} = 3.b_{12}$$

Por fim, usando a fórmula termo geral da PA, temos:

$$b_n = b_1 + (n-1).r$$

$$b_{12} = 5 + (12-1).5$$

$$b_{12} = 5 + 11.5 = 5 + 55 = 60$$

Então, a diferença entre os termos a_{14} e a_{11} será:

$$a_{14} - a_{11} = 3.b_{12} = 3.60 = 180$$

Letra d.

---

049. (FCC/SANASA CAMPINAS/2016/ASSISTENTE ADMINISTRATIVO) A sequência (140; 141; 132; 133; 124; 125; 116; 117; 108; 109; 100; 101;...) é ilimitada e sua construção é obtida com um padrão que utiliza apenas adições e subtrações. Nessa sequência, a diferença entre o 23º e o 29º termos, nessa ordem, é

a) 35.
b) 13.
c) 32.
d) 24.
e) 21.

Nessa sequência, devemos observar que temos duas PAs de razão 1 intercaladas.

−8 −8 −8 −8 −8

140	141	132	133	124	125	116	117	108	109	100	101
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**

Como são duas PAs intercaladas, podemos obter o termo geral simplesmente completando.

140	132	124	116	108	100	92	84	76	68	60	52
1	**3**	**5**	**7**	**9**	**11**	**13**	**15**	**17**	**19**	**21**	**23**

68	60	52	44	36	28
19	**21**	**23**	**25**	**27**	**29**

Outra forma é utilizando o algoritmo da divisão. Como são duas PAs, vamos dividir 23 e 29 por 2. Observe que esses termos estão na mesma posição do 1º termo.

23	**2**	**29**	**2**	**1**	**2**
−22	11	-28	14	−0	0
(1)		(1)		(1)	

Dessa forma, podemos usar a fórmula da PA usando a diferença entre os quocientes para obter o termo geral.

$$a_{23} = a_1 + (11 - 0).(-8)$$

$$a_{23} = 140 - 88 = 52$$

Agora, façamos o termo a_{29}.

$$a_{29} = a_1 + (14 - 0).(-8)$$

$$a_{29} = 140 - 112 = 28$$

Em ambos os casos, a diferença pedida entre os termos é:

$$D = 52 - 28 = 24$$

Letra d.

Em uma operação da PRF, foram fiscalizados: 20 veículos automotores até o fim da primeira hora; 60 veículos automotores até o fim da segunda hora; 120 veículos automotores até o fim da terceira hora; 200 veículos automotores até o fim da quarta hora; e 300 veículos automotores até o fim da quinta hora. O padrão numérico observado manteve-se até o fim da décima hora, quando, então, foi finalizada a operação.
Considerando essa situação hipotética, julgue os itens seguintes.

050. (CESPE/PRF/2021) Considere que $\{q_n\}$, para *n* variando de 1 a 10, seja a sequência numérica formada pelas quantidades de veículos fiscalizados apenas no decorrer da *n* -ésima hora de realização da operação, ou seja, q1 é a quantidade de veículos fiscalizados apenas no decorrer da primeira hora de realização da operação; q2 é a quantidade de veículos fiscalizados apenas no decorrer da segunda hora de realização da operação; e assim por diante. Nessa situação, a sequência $\{q_n\}$, para n variando de 1 a 10, é uma progressão aritmética.

A sequência pedida corresponde à diferença entre o número de veículos fiscalizados até àquela hora específica menos o número de veículos fiscalizados na hora anterior:

$q_1 = 20$

$q_2 = 60 - 20 = 40$

$q_3 = 120 - 60 = 60$

$q_4 = 200 - 120 = 80$

$q_5 = 300 - 200 = 100$

Portanto, essa sequência é uma progressão aritmética de razão r= 20, pois os termos crescem em um passo constante de 20 unidades.

Certo.

---

051. (CESPE/PRF/2021) Mais de 550 veículos terão sido fiscalizados até o fim da sétima hora de realização da operação.

Para saber basta tomar a soma dos termos de uma PA com q1 = 20 e r = 20.

$$q_7 = q_1 + (n-1).r$$

$$q_7 = 20 + (7-1).20$$

$$q_7 = 20 + 6.20 = 20 + 120 = 140$$

Desse modo, a soma dos termos é:

$$S_7 = \frac{(q1 + q7)}{2} \cdot 7 = \frac{(20 + 140)}{2} \cdot 7 = \frac{160}{2} \cdot 7 = 80 \cdot 7 = 560$$

Certo.

---

052. (FCC/TJ-MA/2019/OFICIAL DE JUSTIÇA) Observando o padrão de formação da sequência infinita (2, 1, 3, 1, 1, 4, 1, 1, 1, 5, 1, 1, 1, 1, 6, ...), nota-se que os termos iguais a 1 aparecem nas posições 2, 4, 5, 7, 8, 9, 11, e assim por diante. A 300ª vez em que o termo igual a 1 aparece nessa sequência está na posição

a) 342.
b) 330.
c) 336.
d) 324.
e) 348.

Observe que a quantidade de termos iguais a 1 vão crescendo em progressão aritmética.

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)}{2} \cdot n = \frac{[a_1 + a_1 + (n-1).r]}{2} \cdot n = \frac{[2a_1 + n - 1]}{2} \cdot n$$

Vamos substituir a razão r = 1 e o primeiro termo a_1 = 1.

$$S_n = \frac{[2.1 + n - 1]}{2} \cdot n = \frac{n.(n+1)}{2}$$

Como a soma dos termos iguais a 1 é igual a 30, temos:

$$S_n = \frac{n.(n+1)}{2} = 300$$

Resolvendo a equação, temos:

$$n.(n+1) = 2.300 = 600$$

Note que podemos fatorar 600 = 25.24

$$n.(n+1) = 25.24$$

Portanto, n = 24. Logo, são necessários 24 conjuntos de termos. Assim, são 324 termos – 300 termos iguais a 1 e 24 termos extras que são os que marcam o início das sequências de termos iguais a 1.

Letra d.

---

053. (CESPE/2018/SEFAZ-RS/TÉCNICO TRIBUTÁRIO DA RECEITA ESTADUAL/PROVA 1) Para construir a sequência a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, de números positivos, foram dados a_1 e a_2, e, a partir de a_3, cada termo foi construído como sendo o produto de todos os termos anteriores. Se $a_5 < 1$, então, nessa sequência,

a) todos os termos são, necessariamente, menores que 1.
b) apenas dois termos são menores que 1.
c) apenas três termos são menores que 1.
d) apenas um termo pode ser maior que 1.
e) dois termos podem ser maiores que 1.

Pela construção da sequência, um termo qualquer é sempre o produto de todos os termos anteriores. Assim, podemos escrever para o terceiro termo:

$$a_3 = a_1.a_2$$

E, para o quarto termo, segue que:

$$a_4 = a_1.a_2.a_3$$

Podemos, ainda, substituir a expressão do terceiro termo em função dos termos a_1 e a_2. Então, teremos:

$$a_4 = (a_1.a_2).(a_1a_2) = (a_1a_2)^2$$

Agora, podemos fazer o mesmo para o termo a_5:

$$a_5 = a_1 . a_2 . a_3 . a_4 = (a_1 . a_2) . (a_1 a_2) . (a_1 a_2)^2 = (a_1 a_2)^4$$

Dado que $a_5 < 1$, podemos concluir que o produto $a_1 a_2$ é menor que 1. Desse modo, é possível que um dos termos a_1 ou a_2 seja maior que 1, mas não é possível que ambos sejam simultaneamente maiores que 1. Vejamos um exemplo:

$$a_1 = 2$$

$$a_2 = \frac{1}{4}$$

Assim, teremos:

$$a_3 = 2 \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

$$a_4 = a_1 . a_2 . a_3 = 2 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

$$a_5 = a_1 . a_2 . a_3 . a_4 = 2 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$$

Desse modo, é possível que somente um dos termos seja maior que 1. Não é possível que haja dois termos maiores que 1, porque o produto $a_1 a_2$ já define os termos a_3, a_4 e a_5.

Letra d.

---

054. (CESGRANRIO/PETROBRAS/2017/TÉCNICO DE ENFERMAGEM) A soma dos n primeiros termos de uma progressão geométrica é dada por $S_n = \frac{3^{n+4} - 81}{2.3^n}$. Quanto vale o quarto termo dessa progressão geométrica?

a) 1
b) 3
c) 27
d) 39
e) 40

Existem dois jeitos interessantes de fazer essa questão.

O primeiro consiste em notar que a soma dos quatro primeiros termos é igual a:

$$S_4 = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = (S_3) + a_4$$

$$\therefore a_4 = S_4 - S_3$$

Agora, basta calcular cada uma das somas.

$$S_4 = \frac{3^{4+4} - 81}{2.3^4} = \frac{3^4.3^4 - 81}{2.81} = \frac{3^4 - 1}{2} = \frac{81 - 1}{2} = \frac{80}{2} = 40$$

$$S_3 = \frac{3^{3+4} - 81}{2.3^3} = \frac{3^3.3^4 - 81}{2.27} = \frac{3^4 - 3}{2} = \frac{81 - 3}{2} = \frac{78}{2} = 39$$

$$a_4 = S_4 - S_3 = 40 - 39 = 1$$

Outra maneira de resolver o mesmo problema é comparando a expressão fornecida com a soma dos termos de uma PG:

$$S_n = \frac{3^{n+4} - 81}{2.3^n} = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

Embaixo não podemos ter nenhuma potência de n, portanto façamos a divisão por 3^n.

$$S_n = \frac{3^{n+4-n} - 81.3^{-n}}{2} = \frac{3^4 - 81.3^{-n}}{3 - 1} = \frac{3^4(1 - 3^{-n})}{3 - 1}$$

Agora, usando as propriedades da potência, temos que:

$$3^{-n} = \left(\frac{1}{3}\right)^n$$

$$\therefore S_n = 81 \frac{\left[1 - \left(\frac{1}{3}\right)^n\right]}{3 - 1} = 81 \frac{\left[\left(\frac{1}{3}\right)^n - 1\right]}{1 - 3} = \frac{81}{3} \frac{\left[\left(\frac{1}{3}\right)^n - 1\right]}{\frac{1}{3} - 1}$$

$$= 27 \frac{\left[\left(\frac{1}{3}\right)^n - 1\right]}{\frac{1}{3} - 1}$$

Portanto, temos uma PG com as seguintes características:

$$a_1 = 27, q = \frac{1}{3}$$

Agora, basta utilizar a expressão geral para calcular o quarto termo.

$$a_n = a_1 q^{n-1} \therefore a_4 = 27.\left(\frac{1}{3}\right)^{4-1} = 27.\left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{27}{27} = 1$$

Letra a.

---

055. (CESPE/BANCO DA AMAZÔNIA/2012/TÉCNICO CIENTÍFICO) Em média, chegam cinco clientes por minuto no setor de caixas de uma agência bancária. Supondo que a distribuição das chegadas dos clientes não dependa da hora do dia e que os clientes cheguem de modo independente uns dos outros, a probabilidade de chegar exatamente *k* clientes em determinado minuto é expressa por: $p(k) = \frac{5^k}{k!}e^{-5}$ em que k = 0, 1, 2, 3, … e *e* é a base dos logaritmos neperianos.

Considerando 0,007 como valor aproximado para e^{-5}, julgue os próximos itens, relativos à movimentação de clientes acima descrita.

A sequência *p*(0), *p*(1), *p*(2), *p*(3),... é uma progressão geométrica de razão menor que 1.

Obs.: A expressão k! corresponde ao produto de todos os números inteiros até k. Vejamos exemplos:

$$0! = 1$$

$$1! = 1$$

$$2! = 2.1 = 2$$

$$3! = 3.2.1 = 6$$

Uma questão bem interessante. Caso você estude Estatística em algum momento, verá que o processo se trata de uma Distribuição de Poisson.

No entanto, não é preciso saber de nada disso para descobrir se a sequência é ou não uma PG. Basta calcular os primeiros termos.

$$p(0) = \frac{5^0}{0!}e^{-5} = \frac{1}{1}0{,}007 = 0{,}007$$

$$p(1) = \frac{5^1}{1!}e^{-5} = \frac{5}{1}0{,}007 = 0{,}035$$

$$p(2) = \frac{5^2}{2!}e^{-5} = \frac{25}{2}0{,}007 = 0{,}0875$$

Perceba, portanto, que não se trata de uma PG. A razão entre os dois primeiros termos é:

$$\frac{p(1)}{p(0)} = \frac{0{,}035}{0{,}007} = 5$$

A razão entre o segundo e o terceiro termos é:

$$\frac{p(2)}{p(1)} = \frac{0{,}0875}{0{,}035} = \frac{875}{350}$$

Uma dica que podemos dar é que sempre que o denominador de uma fração termina em 5, podemos multiplicar por 2. Quando ela termina em 25, podemos multiplicar por 4. Isso facilitará as contas.

$$\frac{p(2)}{p(1)} = \frac{875.2}{350.2} = \frac{1750}{700} = \frac{175}{70} = \frac{25}{10} = 2{,}5$$

Agora, perceba que as razões encontradas foram diferentes. E isso mostra que a sequência citada não é uma progressão geométrica.

Errado.

Considerando que, em uma progressão aritmética de termos $a_1, a_2 ..., a_n, ...$, a razão seja positiva, a_1 = 2 e os termos a_1, a_3 e a_{11} estejam, nessa ordem, em progressão geométrica, julgue os itens a seguir.

056. (CESPE/BRB/2011/ESCRITURÁRIO) Para cada n ímpar, a_n sempre será um número par.

Para a progressão aritmética, podemos escrever:

$$a_n = a_1 + (n-1)r$$

$$\therefore a_3 = 2 + (3-1)r = 2 + 2r$$

$$\therefore a_{11} = 2 + (11-1)r = 2 + 10r$$

Agora, queremos que a_1, a_3 e a_{11} estejam em progressão geométrica. Para isso, devemos ter uma razão q, de modo que:

$$a_3 = a_1 q \ \therefore q = \frac{a_3}{a_1}$$

$$a_{11} = a_3 q \therefore q = \frac{a_{11}}{a_3}$$

Chegamos a uma igualdade envolvendo a razão da PG. Agora, podemos resolver o problema:

$$q = \frac{a_{11}}{a_3} = \frac{a_3}{a_1}$$

$$\frac{2 + 10r}{2 + 2r} = \frac{2 + 2r}{2}$$

Usando as propriedades de razão e proporção, podemos subtrair o denominador do numerador:

$$\frac{2+10r-2-2r}{2+2r}=\frac{2+2r-2}{2}$$

$$\frac{8r}{2+2r}=\frac{2r}{2}=r$$

$$\frac{8r}{2+2r}=r$$

Como a razão é positiva, temos que ela não pode ser zero. Por isso, podemos cortar o r de ambos os lados.

$$\therefore \frac{8}{2+2r}=1 \therefore 8=2+2r \therefore 2r=8-2=6 \therefore r=\frac{6}{2}=3$$

Agora, podemos calcular os termos da PA:

$$a_n=2+(n-1)3=2+3(n-1)$$

Para n ímpar, o número n-1 será par, portanto, 3(n-1) também será par. O termo ímpar será a soma de 2 com outro número par, logo todos os termos a1, a3, a5 etc. são pares.

Certo.

---

057. (CESPE/BRB/2011/ESCRITURÁRIO) A razão dessa progressão aritmética será um número racional, não inteiro.

Como vimos, a razão da progressão aritmética é igual a 3. Portanto, é um número inteiro.

Errado.

---

058. (CESPE/BRB/2011/ESCRITURÁRIO) A média aritmética de 3 termos quaisquer dessa progressão aritmética será sempre um número inteiro.

Questão interessante. Tomemos três termos quaisquer da PA citada.

$$a_{n_1}, a_{n_2}, a_{n_3}$$

Temos que:

$$a_{n_1}=2+(n_1-1)3=2+3(n_1-1)$$

$$a_{n_2}=2+(n_2-1)3=2+3(n_2-1)$$

$$a_{n_3}=2+(n_3-1)3=2+3(n_3-1)$$

Agora, a média aritmética entre esses três termos é:

$$\bar{a}=\frac{a_{n_1}+a_{n_2}+a_{n_3}}{3}=\frac{2+3(n_1-1)+2+3(n_2-1)+2+3(n_3-1)}{3}$$

$$= \frac{6 + 3(n_1 + n_2 + n_3 - 3)}{3} = 2 + n_1 + n_2 + n_3 - 3 = n_1 + n_2 + n_3 - 1$$

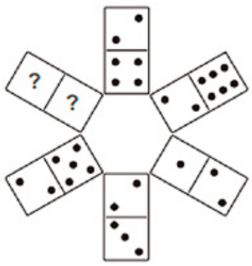
Que interessante. Como n_1, n_2 e n_3 são números inteiros, temos que, de fato, quaisquer que sejam os três termos escolhidos, a média aritmética entre eles será um número inteiro.
Você pode, ainda, testar com os primeiros termos da sequência.

2	5	8	11	14	17	20
a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7

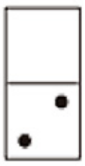
Certo.

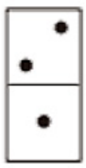
---

059. (FCC/TCE-SP/2008/AGENTE DA FISCALIZAÇÃO FINANCEIRA/DESAFIO) As pedras do jogo "dominó", mostradas abaixo, foram escolhidas e dispostas sucessivamente no sentido horário, obedecendo a determinado critério:

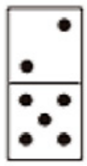


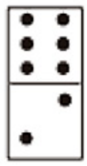
Segundo esse critério, a pedra que substituiria corretamente aquela que tem os pontos de interrogação correspondentes a:

(A) 

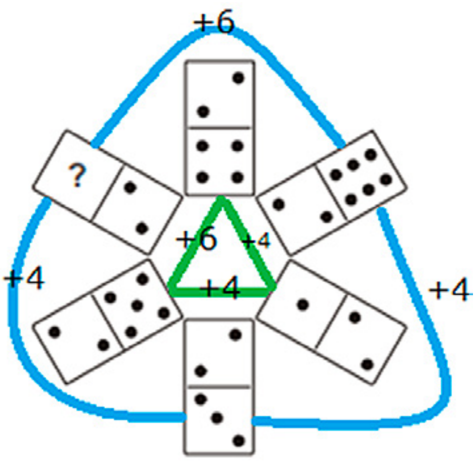
(B) 

(C) 

(D) 

(E) 

Essa é uma das questões mais difíceis do assunto que eu já vi serem cobradas em provas de concurso.
Primeiro fato a se notar é que o duque (2) se repete em todas as peças alternadamente para dentro e para fora. Portanto, na pedra que está faltando, só podemos ter um duque para dentro.
Agora, precisamos entender como as pedras estão dispostas. Para isso, devemos nos lembrar que o dominó tem 7 peças (0 a 6). Nas peças com o duque para fora (triângulo verde), pode-se notar que percorremos, no sentido horário, a soma +4, +4, +6.



4 + 4 = 8, aplicando o resto por 7, teremos 1. 1 + 4 = 5 e, por fim, 5 + 6 = 11, aplicando o resto por 7, teremos 4 novamente.

Sendo assim, aplicando a mesma lógica às pedras com o duque para dentro (que está mostrada no círculo externo desenhado na figura), teremos que a pedra procurada é:

3 + 4 = 7, aplicando o resto, teremos 0.

Letra a.

GABARITO

1. e
2. E
3. e
4. e
5. b
6. d
7. a
8. c
9. d
10. a
11. b
12. c
13. c
14. d
15. d
16. C
17. b
18. e
19. a
20. b
21. e
22. d
23. c
24. e
25. a
26. a
27. C
28. E
29. E
30. e
31. a
32. d
33. E
34. E
35. a
36. e
37. b
38. b
39. e
40. b
41. e
42. c
43. d
44. E
45. C
46. E
47. E
48. d
49. d
50. C
51. C
52. d
53. d
54. a
55. E
56. C
57. E
58. C
59. a

Thiago Cardoso

Engenheiro eletrônico formado pelo ITA com distinção em Matemática, analista-chefe da Múltiplos Investimentos, especialista em mercado de ações. Professor desde os 19 anos e, atualmente, leciona todos os ramos da Matemática para concursos públicos.


LEI Nº 8.666/1993 - LICITAÇÃO
Avaliação
Comentário
Seu feedback é valioso. Você gostaria de deixar um comentário e assim nos ajudar a melhorar nossos produtos e serviços?
Obs: A avaliação da aula em pdf é exclusivamente pedagógica. Clique aqui para relatar problemas técnicos, pois serão desconsiderados deste canal.
Sim, salvar comentário.
Não, obrigado.
NÃO SE ESQUEÇA DE AVALIAR ESTA AULA!
SUA OPINIÃO É MUITO IMPORTANTE PARA MELHORARMOS AINDA MAIS NOSSOS MATERIAIS.
ESPERAMOS QUE TENHA GOSTADO DESTA AULA!
PARA AVALIAR, BASTA CLICAR EM LER A AULA E, DEPOIS, EM AVALIAR AULA.
AVALIAR