11

O que aprendemos?

Nesta aula nós vimos as seguintes questões:

1) O significado de gradiente de ![f(x)]:

O gradiente de uma função é um vetor que aponta na direção do máximo crescimento desta função.

Geometricamente isto corresponde a um vetor que é perpendicular às curvas de nível, ou superfícies de nível da função.

Um exemplo bem simples para você entender este conceito: imagine que você resolva subir uma montanha (que possui um único pico).

Se você caminhar ao longo das direções das curvas de nível, você não irá subir ou descer, a montanha. Você irá no máximo permanecer na mesma altura. Para que você chegue ao topo em uma trajetória a mais curta possível, você caminha perpendicularmente às curvas de nível da montanha, na direção da máxima variação da sua altura. Este é o significado do vetor gradiente.

2) Em seguida, nós estudamos os valores de máximo e mínimo, locais de uma função de várias variáveis. Estudamos o caso de uma função de duas variáveis: ![f(x,y)].

Do mesmo modo como ocorre com uma função de uma variável, o máximo ou mínimo locais irá corresponder à primeira derivada sendo zero, naquele ponto.

Mas, isto não é suficiente para decidirmos se ocorre um ponto de máximo, mínimo, ou ponto de sela. Precisamos de mais um critério, o teste da derivada segunda.

Então, pelo teste da derivada primeira, os pontos de extremo locais têm primeira derivada igual a zero.

Mas, precisamos saber qual é o comportamento da segunda derivada. Para isso, introduzimos o Hessiano de uma função de duas variáveis.

O Hessiano é o determinante da matriz Hessiana e é dado por:

```
H(x,y)=(f_{xx}f_{yy}-f_{xy}f_{xy})(x,y)
```

sendo que este valor é calculado em um ponto ![(x,y)], ou seja, o valor do Hessiano no ponto ![(x,y)].

Se a função for de três variáveis, teremos uma matriz 3X3.

O critério do teste de segunda derivada e teste da derivada primeira se divide em 3 resultados:

2.1) Se ![H(x,y)>0] e ![f''(x)> 0] então temos um ponto de mínimo local. 2.2) Se ![H(x,y)>0] e ![f''(x)<0] temos um ponto de máximo local. 2.3) Se !{H(x,y)<0] temos um ponto de sela. 2.4) Se !{H(x,y)=0], nada podemos afirmar (temos que recorrer gráficos].

Terminamos esta aula com uma aplicação envolvendo a minimização do custo de fabricação de um aquário, cujas paredes laterais são de vidro e o fundo é de ardósia. Modelamos o problema, montamos a função objetivo que é uma função de duas variáveis e aplicamos o teste da derivada primeira e segunda, resolvendo um sistema algébrico no Maxima, para identificarmos os pontos extremos do problema.

O teste permitiu identificar o valor e decidir que ele é um ponto de mínimo, calcularmos o custo mínimo e as dimensões deste aquário, cujo volume foi fixado pelo cliente.