Aula 04

Banco do Brasil (Escriturário - Agente de Tecnologia) Passo Estratégico de Probabilidade e Estatística - 2023 (Pós-Edital)

Autor:

Allan Maux Santana

03 de Janeiro de 2023

Índice

O QUE É O PASSO ESTRATÉGICO?

O Passo Estratégico é um material escrito e enxuto que possui dois objetivos principais:

a) orientar revisões eficientes;

b) destacar os pontos mais importantes e prováveis de serem cobrados em prova.

Assim, o Passo Estratégico pode ser utilizado tanto para **turbinar as revisões dos alunos mais adiantados nas matérias, quanto para maximizar o resultado na reta final de estudos por parte dos alunos que não conseguirão estudar todo o conteúdo do curso regular.**

Em ambas as formas de utilização, como regra, **o aluno precisa utilizar o Passo Estratégico em conjunto com um curso regular completo.**

Isso porque nossa didática é direcionada ao aluno que já possui uma base do conteúdo.

Assim, se você vai utilizar o Passo Estratégico:

a) **como método de revisão**, você precisará de seu curso completo para realizar as leituras indicadas no próprio Passo Estratégico, em complemento ao conteúdo entregue diretamente em nossos relatórios;

b) **como material de reta final**, você precisará de seu curso completo para buscar maiores esclarecimentos sobre alguns pontos do conteúdo que, em nosso relatório, foram eventualmente expostos utilizando uma didática mais avançada que a sua capacidade de compreensão, em razão do seu nível de conhecimento do assunto.

Seu cantinho de estudos famoso!
Poste uma foto do seu cantinho de estudos nos stories do Instagram e nos marque:

@passoestrategico

Vamos repostar sua foto no nosso perfil para que ele fique famoso entre milhares de concurseiros!

Apresentação

Olá!

Sou o professor ***Allan Maux*** e serei o seu analista do Passo Estratégico nas matérias de ***exatas.***

Para que você conheça um pouco sobre mim, segue um resumo da minha experiência profissional, acadêmica e como concurseiro:

> *Sou, atualmente, Auditor Fiscal do Município de Petrolina – PE,* ***aprovado em 2° lugar*** *no concurso de 2011.*
>
> *Sou formado em matemática e tenho* ***pós-graduação em direito tributário municipal****.*
>
> *Fui, por 05 anos,* ***Secretário de Fazenda do Município de Petrolina****, período no qual participei da comissão que elaborou o* ***novo Código Tributário da Cidade, vigente até o momento****, colocando a cidade entre as maiores arrecadações do Estado de Pernambuco.*
>
> *Lecionei, também, em cursos preparatórios para ITA.*
>
> *Fui também aprovado e nomeado no concurso para Analista da Receita Federal, em 2012.*
>
> *Aprovado e nomeado, em 2007, para o cargo de gestor de tributos da Secretaria da Fazenda do Estado de Minas Gerais.*
>
> *Nossa carreira como Auditor Fiscal de Petrolina é bastante atraente e me fez refletir bastante por sua manutenção, nosso salário inicial beira aos 15k.*
>
> *Atualmente, também, leciono matemática para concursos e vestibulares.*

Estou extremamente feliz de ter a oportunidade de trabalhar na equipe do "Passo", porque tenho convicção de que nossos relatórios e simulados proporcionarão uma preparação diferenciada aos nossos alunos!

Bem, vamos ao que interessa!!

Prof. Allan Maux

ANÁLISE ESTATÍSTICA

Inicialmente, convém destacar os percentuais de incidência de todos os assuntos previstos em nosso curso – quanto maior o percentual de incidência de um determinado assunto, maior será sua importância para nosso certame.

Nossa análise será executada em concursos realizados pela banca ***CESGRANRIO***, num total de ***64 questões***, de ***Probabilidade e Estatística,*** no ***período*** de ***2018*** a ***2022***.

ASSUNTO	*% Incidência*
NOÇÕES DE PROBABILIDADE / DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADE	***49,15%***
MEDIDAS DE POSIÇÃO / MODA / MÉDIA / MEDIANA E QUARTIS	***22,03%***
CORRELAÇÃO / REGRESSÃO LINEAR	***11,86%***
MEDIDAS DE DISPERSÃO	***10,17%***
VARIÂNCIA / COVARIÂNCIA / AMOSTRAGEM	***8,47%***
INTRODUÇÃO À ESTATÍSTICA / GRÁFICOS / DIAGRAMAS / TABELAS / VARIÁVEIS DISCRETAS E CONTÍNUAS /DISTRIBUIÇÃO DE FREQUÊNCIAS	***6,78%***
TOTAL	*100,00*

Sabemos que a quantidade de questões para o curso do Passo Estratégico é por volta de 5, desde que envolvam todo o conteúdo.

No entanto, para o que material fique mais rico em exercícios para vocês, resolvi elaborar os PDFs com uma quantidade maior de questões de bancas diversas também, assim o candidato poderá usá-lo, também, para concursos elaborados por outras bancas. No entanto, sugiro que o aluno resolva todas as questões propostas, assim irá perceber que as bancas tradicionais, quanto às matérias de exatas, possuem perfis semelhantes.

Vocês perceberão que nos cursos de exatas os perfis das questões das bancas são muito idênticos, portanto, treinem exaustivamente principalmente aquele assunto que possui uma maior incidência em nossa análise e que você tenha mais dificuldade.

A partir de 10/01/23 irei postar em meu Instagram resoluções de questões da CESGRANRIO, sigam:

Prof. Allan Maux

CORRELAÇÃO / REGRESSÃO LINEAR

Sumário

O que é mais cobrado dentro do assunto

Assunto	Grau de incidência
ANÁLISE DE REGRESSÃO LINEAR	*72,00%*
CORRELAÇÃO LINEAR	*28,00%*
TOTAL	*100,00%*

ROTEIRO DE REVISÃO E PONTOS DO ASSUNTO QUE MERECEM DESTAQUE

A ideia desta seção é apresentar um roteiro para que você realize uma revisão completa do assunto e, ao mesmo tempo, destacar aspectos do conteúdo que merecem atenção.

Para revisar e ficar bem preparado no assunto, você precisa, basicamente, seguir os passos a seguir:

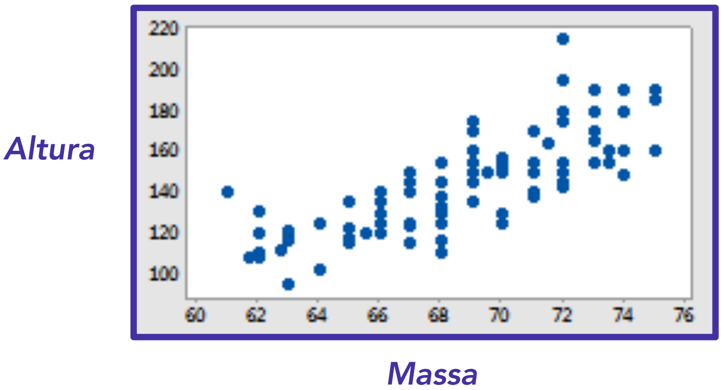
Correlação

Sabemos que em alguns casos existe a necessidade de se estudar o comportamento entre duas variáveis, por exemplo: ***Altura x Massa***

Será que existe alguma correlação entre elas?

Será que com o aumento da Altura, haverá, necessariamente, o aumento da Massa, ou vice-versa?

Podemos entender um pouco melhor sobre isso, ao representarmos essas variáveis em um ***Gráfico de Dispersão***, vejam a seguir



A ***Correlação*** mensura o ***grau*** de ***relacionamento*** entre duas variáveis.

Já a ***Regressão*** determina uma ***equação*** (***função***) matemática que descreve o relacionamento entre essas duas variáveis.

Será que esses pontos podem ser correlacionados através de uma reta (linha)?

Vejam que eles estão bem próximos, mas, apesar de podermos até observar um pouco isso, não poderemos dar essa resposta apenas olhando o gráfico. Utilizaremos a seguinte fórmula:

Coeficiente de Correlação Linear de Pearson ***(r)***:

$$\boldsymbol{r = \frac{\sum[(X_i - \overline{X}) \cdot (Y_i - \overline{Y})]}{\sqrt{\sum(X_i - \overline{X})^2 \cdot \sum(Y_i - \overline{Y})^2}}}$$

$$\boldsymbol{-1 \leq r \leq 1}$$

Lembrem que existe outra forma de calcular o numerador e o denominador de "r":

$$\sum[(X_i - \overline{X}) \cdot (Y_i - \overline{Y})] = \sum(\boldsymbol{X_i \cdot Y_i}) - \boldsymbol{n \cdot \overline{X} \cdot \overline{Y}}$$

$$\sum(X_i - \overline{X})^2 = \sum \boldsymbol{X_i^2 - n \cdot (\overline{X})^2}$$

$$\sum(Y_i - \overline{Y})^2 = \sum \boldsymbol{Y_i^2 - n \cdot (\overline{Y})^2}$$

Correlação ***Positiva*** indica Grandezas que variam no ***mesmo sentido***. Reta Crescente.

Correlação ***Negativa*** indica Grandezas que variam em ***sentidos contrários***. Reta Decrescente.

A ***Correlação Linear*** será ***perfeita***, quando ***r = 1*** ou ***-1***. Isso significa que todos os pontos estão exatamente em cima da reta.

Caso o resultado seja ***nulo***, ***não*** há ***correlação linear***, mas poderá existir uma outra correlação, ok?

Propriedades do Coeficiente de Correlação:

P.1.: Se ***adicionarmos***, ou ***subtrairmos***, constantes às variáveis, o Coeficiente de Correlação ***não*** será ***alterado***.

P.2.: Se ***multiplicarmos***, ou ***dividirmos***, as variáveis por ***constantes***, poderá, ou não, ser alterado.

Constantes de mesmo sinal não alterará o Coeficiente de Correlação. No entanto, se as constantes tiverem sinais contrários, logo o Coeficiente de Correlação terá o sinal simétrico ao inicial.

Regressão Linear

O modelo ***Estatístico*** de uma ***Regressão Linear Simples*** entre X e Y é dado por:

$$\boldsymbol{Y_i = \alpha + \beta \cdot X_i + \upsilon_i}$$

$\boldsymbol{\upsilon_i}$: Variável Aleatória (Erro ou desvio)

$\boldsymbol{X_i}$: Variável Independente

$\boldsymbol{Y_i}$: Variável Dependente

Pressupostos da Variável Aleatória:
E (υ_i) = 0 (média dos Erros)
Var (υ_i) = σ^2 (homocedasticia)
Cov (υ_i, υ_j) = 0 para i $\neq$ j (erros independentes)

Vamos agora ao ponto principal do nosso assunto. Lembrem do modelo:

$$Y_i = \alpha + \beta \cdot X_i + v_i$$

O método de ***Mínimos Quadrados*** vai determinar os estimadores de α e β.

Sejam "a" e "b" as estimativas de α e β. Logo, A reta da ***regressão estimada*** é dada por:

$$\hat{Y} = a + b\,X_i$$

O valor do ***Coeficiente Angular (b)*** é dado por:

$$b = \frac{\sum(X_i - \overline{X}) \cdot (Y_i - \overline{Y})}{\sum(X_i - \overline{X})^2}$$

Sabemos, também, que há uma outra fórmula que diminuirá nossos cálculos para determinar "b", vejam:

$$b = \frac{\sum(X_i \cdot Y_i) - n \cdot (\overline{X} \cdot \overline{Y})}{\sum X_i^2 - n \cdot \overline{X}^2}$$

Como a reta passa pelo ponto $(\overline{X}, \overline{Y})$, logo, para determinar o ***Coeficiente Linear "a",*** basta substituir "b", encontrado na fórmula acima, em:

$$\overline{Y} = a + b \cdot \overline{X}$$

Vamos às questões estratégicas para treinar o que vimos, agora.

QUESTÕES ESTRATÉGICAS

Nesta seção, apresentamos e comentamos uma amostra de questões objetivas selecionadas estrategicamente: são questões com nível de dificuldade semelhante ao que você deve esperar para a sua prova e que, em conjunto, abordam os principais pontos do assunto.

A ideia, aqui, não é que você fixe o conteúdo por meio de uma bateria extensa de questões, mas que você faça uma boa revisão global do assunto a partir de, relativamente, poucas questões.

1. *(CEBRASPE (CESPE) - Agente de Polícia Federal/2021)*

Um estudo objetivou avaliar a evolução do número mensal Y de milhares de ocorrências de certo tipo de crime em determinado ano. Com base no método dos mínimos quadrados ordinários, esse estudo apresentou um modelo de regressão linear simples da forma

$$\hat{Y} = 5 - 0,1\ x\ T$$

em que $\hat{Y}$ representa a reta ajustada em função da variável regressora T, tal que 1 ≤ T ≤ 12.

Os erros padrão das estimativas dos coeficientes desse modelo, as razões t e seus respectivos p-valores encontram-se na tabela a seguir.

	Erro Padrão	Razão *t*	*p*-valor
Intercepto	0,584	8,547	0,00
Coeficiente angular	0,064	1,563	0,15

Os desvios padrão amostrais das variáveis y e t foram, respectivamente, 1 e 3,6.

Com base nessas informações, julgue o item a seguir.

Se a média amostral da variável T for igual a 6,5, então a média amostral da variável Y será igual a 4,35 mil ocorrências.

C - Certo

E - Errado

Comentários:

Pessoal, a questão dar a seguinte reta de regressão:

$$\hat{Y} = 5 - 0{,}1 \text{ x } T$$

E pede a média amostra de Y, sabendo que a média amostral da T é 6,5. Aqui basta fazer a substituição do valor de T é já teremos a resposta.

$$\hat{Y} = 5 - 0{,}1 \text{ x } 6{,}5$$

$$\hat{Y} = 5 - 0,65$$

$$\hat{Y} = 4,35$$

Gabarito: CERTO

2. *(CEBRASPE (CESPE) - Agente de Polícia Federal/2021)*

Um estudo objetivou avaliar a evolução do número mensal Y de milhares de ocorrências de certo tipo de crime em determinado ano. Com base no método dos mínimos quadrados ordinários, esse estudo apresentou um modelo de regressão linear simples da forma

$$\hat{Y} = 5 - 0,1\, x\, T$$

em que $\hat{Y}$ representa a reta ajustada em função da variável regressora T, tal que 1 ≤ T ≤ 12.

Os erros padrão das estimativas dos coeficientes desse modelo, as razões t e seus respectivos p-valores encontram-se na tabela a seguir.

	Erro Padrão	Razão *t*	*p*-valor
Intercepto	0,584	8,547	0,00
Coeficiente angular	0,064	1,563	0,15

Os desvios padrão amostrais das variáveis y e t foram, respectivamente, 1 e 3,6.

Com base nessas informações, julgue o item a seguir.

A correlação entre as variáveis Y e T foi igual a -0,1.

C - Certo

E - Errado

Comentários:

Pessoal, nessa questão é pedida a correlação entre as variáveis Y e T. Dando uma olhada preliminar nela parece uma questão bem trabalhosa de se fazer. Sendo que a banca deu as seguintes informações.

$S_y = 1$

$S_T = 3,6$

E sabemos que a correlação entre duas variáveis é dada por:

$$r_{YT} = \frac{S_{YT}}{S_Y S_T}$$

Onde,

$$S_{YT} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(Y_i - \overline{Y}).(T_i - \overline{T})}{n-1} = Covariância$$

Veja que na questão anterior foi dada a média de T (6,5) e calculamos o média de Y (4,35). Agora temos que calcular o valor do numerador da covariância. Na questão foi dito que T varia de 1 a 12 (1 ≤ T ≤ 12). Desta forma, montando uma tabela teremos o seguinte:

	T	$Y = 5 - 0,1\,.T$	$(T_i - \overline{T})$	$(Y_i - \overline{Y})$
	1	4,9	-5,5	
	2	4,8	-4,5	
	3	4,7	-3,5	
	4	4,6	-2,5	
	5	4,5	-1,5	
	6	4,4	-0,5	
	7	4,3	0,5	
	8	4,2	1,5	
	9	4,1	2,5	
	10	4,0	3,5	
	11	3,9	4,5	
	12	3,8	5,5	
Soma	78	52,2	0	

Só com o valor do somatório de $(T_i - \overline{T})$ já podemos parar de fazer os cálculos, pois o denominador da covariância dará zero e por consequência a correlação entre Y e T dará zero e não -0,1 como informado na questão

Só para não restar dúvidas, iremos calcular as médias.

$$\overline{T} = \frac{\sum_{i=1}^{n} T_i}{n} = \frac{78}{12} = 6,5$$

$$\overline{Y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} Y_i}{n} = \frac{52,2}{12} = 4,35$$

Gabarito: ERRADO

3. *(IBFC - Supervisor de Pesquisas (IBGE)/Suporte Gerencial/2021)*

Num modelo de regressão linear pelo método dos mínimos quadrados, sabe-se que a inclinação da reta é a a = 3,24 e o intercepto da reta é b = 12,6, então o valor de $\widehat{Y}$ para x = 30 é:

a) 126,8.

b) 136,8.

c) 116,2.

d) 108,2.

e) 109,8.

Comentários:

Pessoal, nessa questão é pedido o valor de $\hat{Y}$ e nos dar as seguintes informações:

X = 30

a = 3,24

b = 12,6

Aqui teríamos que saber a ***equação da regressão linear*** pelo método dos mínimos quadrados.

$$\hat{Y} = b + a.X$$

$$\hat{Y} = 12{,}6 + 3{,}24.30 = 12{,}6 + 97{,}2 = 109{,}8$$

Gabarito: E

4. *(CEBRASPE (CESPE) - Analista Judiciário (TJ PA)/Estatística/2020)*

Texto 7A3-I

O coeficiente de correlação linear de Pearson entre duas variáveis aleatórias discretas X e Y definidas sobre um mesmo espaço amostral é dado por

$$CORR(X,Y) = \frac{n(\sum_{i=1}^{n} x_i y_i) - (\sum_{i=1}^{n} x_i)(\sum_{i=1}^{n} y_i)}{\sqrt{n(\sum_{i=1}^{n} x_i^2) - (\sum_{i=1}^{n} x_i)^2}\sqrt{n(\sum_{i=1}^{n} y_i^2) - (\sum_{i=1}^{n} y_i)^2}}.$$

Já na reta de melhor ajuste Y = aX + b, determinada pelo método dos mínimos quadrados, os coeficientes são dados por

$$a = \frac{n(\sum_{i=1}^{n} x_i y_i) - (\sum_{i=1}^{n} x_i)(\sum_{i=1}^{n} y_i)}{n(\sum_{i=1}^{n} x_i^2) - (\sum_{i=1}^{n} x_i)^2}$$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i - a\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}.$$

Uma forma de avaliar a precisão do modelo consiste em comparar o estimador não viesado da variância residual, obtido das diferenças entre os valores observados e os previstos pelo modelo, $\hat{S}_e = \frac{1}{n-2}\sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y}_i)^2$ *, com o estimador não viesado da variância dos valores observados,* $S_e = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(y_i - \overline{y})^2$ *.*

A tabela a seguir apresenta as penas de reclusão (P), em anos, cominadas a um grupo de dez réus, e suas respectivas rendas familiares mensais per capitas (R), em número de salários mínimos, em que a última coluna foi obtida usando a reta ajustada pelo método dos mínimos quadrados.

réu	P	R	$P \times R$	P^2	R^2	$(R-\overline{R})^2$	$(R-\hat{R})^2$
1	14	0,25	3,5	196	0,0625	3,0625	0,054756
2	12	0,5	6	144	0,25	2,25	0,000144
3	10,9	1	10,9	118,81	1	1	0,046311
4	6	1,5	9	36	2,25	0,25	0,25
5	5	1,75	8,75	25	3,0625	0,0625	0,248004
6	3	2	6	9	4	0	0,553536
7	3	2,5	7,5	9	6,25	0,25	0,059536
8	2,3	3	6,9	5,29	9	1	0,0067898
9	1,8	3,5	6,3	3,24	12,25	2,25	0,2101306
10	2	4	8	4	16	4	1,016064
totais	60	20	72,85	550,34	54,125	14,125	2,4452714

Dados:

$1903,4^{1/2} = 43,63$

$141,25^{1/2} = 11,88$

Com base no texto 7A3-I, a renda familiar per capita esperada X, em número de salários mínimos, obtida aplicando-se a reta de melhor ajuste aos dados determinada pelo método dos mínimos quadrados para um réu ao qual tenha sido cominada uma pena de 4 anos de reclusão é

a) 2,3 < X < 2,6.

b) 2,1 < X < 2,3.

c) 1,9 < X < 2,1.

d) 1,2 < X < 1,9.

e) 1,0 < X < 1,2.

Comentários:

Pessoal, a primeira coisa a ser feita é calcular os valores de **a** e **b**. Para isso, utilizaremos as seguintes informações:

$n = 10$

$\sum x_i = 60$

$\sum y_i = 20$

$\sum x_i y_i = 72{,}85$

$\sum x_i^2 = 550{,}34$

Agora basta aplicar as fórmulas dadas na questão para calcular os coeficientes:

$$a = \frac{n(\sum x_i y_i) - (\sum x_i)(\sum y_i)}{n(\sum x_i^2) - (\sum x_i)^2} = \frac{10 \cdot 72{,}85 - 60 \cdot\ 20}{10 \cdot\ 550{,}34 - 60^2} = \frac{728{,}5 - 1200}{5503{,}4 - 3600} = \frac{-471{,}5}{1903{,}4} = -0{,}247$$

$$b = \frac{\sum y_i - a \sum x_i}{n} = \frac{20 - (-0{,}247).\ 60}{10} = \frac{20 + 14{,}82}{10} = \frac{34{,}82}{10} = 3{,}482$$

Agora aplicamos a equação da reta linear.

$$Y = a \cdot X + b$$

$$Y = -0{,}24 \cdot X + 3{,}44$$

Portanto, a renda familiar per capita esperada para um réu ao qual tenha sido cominada uma pena de 4 anos de reclusão será a seguinte:

$$Y = -0{,}247\ \cdot\ 4 + 3{,}482 = -0{,}988 + 3{,}482 = \mathbf{2{,}494}$$

Gabarito: A

5. ***(CEBRASPE (CESPE) - Analista Judiciário (TJ AM)/Estatística/2019)***

Um estudo considerou um modelo de regressão linear simples na forma y = 0,8x + b + ϵ, em que y é a variável dependente, x representa a variável explicativa do modelo, o coeficiente b denomina-se intercepto e ϵ é um erro aleatório que possui média nula e desvio padrão σ. Sabe-se que a variável y segue a distribuição normal padrão e que o modelo apresenta coeficiente de determinação R^2 igual a 85%.

Com base nessas informações, julgue o item que se segue.

A correlação linear entre as variáveis x e y é superior a 0,9.

C - Certo

E - Errado

Comentários:

Pessoal, nessa questão é dado o coeficiente de determinação e é pedido a correlação linear entre X e Y.

$$R^2 = coeficiente\ de\ determinação = 0{,}85$$

Já a correlação linear é dada pela raiz quadrada do coeficiente de determinação.

$$R = \sqrt{coeficeinte\ de\ determinação} = \sqrt{0{,}85} = 0{,}92$$

Gabarito: CERTO

Q.06 (FGV/ Analista Legislativo (ALERO)/Estatística/2018)

Se b0 e b1 são as estimativas por mínimos quadrados de β0 e β1, respectivamente, então seus valores são dados por

a) $\boldsymbol{b_1 = \sum_{i=1}^{n}(Y_i - \bar{Y})^2 / \sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})\,(Y_i - \bar{Y})\,;\ b_0 = \bar{Y} - b_1\bar{X}}$

b) $\boldsymbol{b_1 = \sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})\,(Y_i - \bar{Y}) / \sum_{i=1}^{n}(Y_i - \bar{Y})^2\,;\ b_0 = \bar{Y} + b_1\bar{X}}$

c) $\boldsymbol{b_1 = \sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})\,(Y_i - \bar{Y}) / \sum_{i=1}^{n}(Y_i - \bar{Y})^2\,;\ b_0 = \bar{Y} - b_1\bar{X}}$

d) $\boldsymbol{b_1 = \sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})\,(Y_i - \bar{Y}) / \sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2\,;\ b_0 = \bar{Y} - b_1\bar{X}}$

e) $\boldsymbol{b_1 = \sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2 / \sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})\,(Y_i - \bar{Y})\,;\ b_0 = \bar{Y} + b_1\bar{X}}$

Comentários:

Pessoal, nessa questão são pedidas as fórmulas dos estimadores de mínimos quadrados. Portanto,

$$b_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})\,(Y_i - \bar{Y})}{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2}$$

$$b_0 = \bar{Y} - b_1\bar{X}$$

Resposta letra “D”

Gabarito: D

Q.07 (FGV/AFRE (SEFAZ RJ)/2011)

A tabela abaixo mostra os valores de duas variáveis, X e Y.

X	Y
4	4,5
4	5
3	5
2	5,5

Sabe-se que:

$$\sum X = 13$$

$$\sum Y = 20$$

$$\sum XY = 64$$

$$\sum X^2 = 45$$

$$\left(\sum X\right)^2 = 169$$

O valor de "b" na regressão simples $Y = a + bX$ é

a) 11 /5.

b) -3 /8.

c) -4 /11.

d) -4 /17.

e) -11/65.

Comentários:

Nessa questão temos que encontrar o coeficiente "b". Pela tabela dada na questão sabemos que temos um "n" igual a 4. Com isso e o somatório de X e Y, podemos encontrar as médias.

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{n} = \frac{13}{4} = 3{,}25$$

$$\bar{Y} = \frac{\sum Y}{n} = \frac{20}{4} = 4$$

Agora, basta calcular "b" através da seguinte expressão:

$$b = \frac{\sum XY - n \,.\, \bar{X} .\, \bar{Y}}{\sum X^2 - n \,.\, (\bar{X})^2}$$

Substituindo os valores temos o seguinte:

$$b = \frac{64 - 4 \,.\, 3{,}25 \,.\, 5}{45 - 4 \,.\, (3{,}25)^2} = \frac{64 - 65}{45 - 4 \,.\, 10{,}5645} = \frac{-1}{45 - 42{,}25} = \frac{-1}{2{,}75}$$

Colocando de acordo com as alternativas.

$$b = -\frac{100}{275} = -\frac{\mathbf{4}}{\mathbf{11}}$$

Portanto, resposta letra "C"

Gabarito: C

Q.08 (CESGRANRIO / ESCRITURÁRIO/BB /2018)

Uma instituição financeira pretende lançar no mercado um aplicativo para celular. Para isso, deseja relacionar o grau de conhecimento dos clientes com as variáveis: nível de escolaridade e idade.

Uma amostra aleatória de 46 clientes foi selecionada e, posteriormente, aplicou-se o modelo de regressão linear, sendo a variável dependente o grau de conhecimento, em uma escala crescente, e as variáveis independentes (i) o nível de escolaridade, em anos de estudo com aprovação, e (ii) a idade, em anos completos.

Os resultados obtidos para os coeficientes foram:

	Coeficientes	Erro padrão	Estatística t	valor-P
Intersecção	50,7	4,1	12,4	8,5E-16
Nível de escolaridade (anos de estudo com aprovação)	4,0	0,3	12,4	9,1E-16
Idade (anos completos)	-0,6	0,1	-8,4	1,2E-10

O grau de conhecimento esperado de um cliente com 10 anos de estudos com aprovação e com 30 anos de idade completos é

a) *108,7*
b) *94,1*
c) *54,1*
d) *72,7*
e) *86,1*

Comentários:

Temos um Modelo de Regressão Linear, logo:

VARIÁVEL DEPENDENTE: grau de conhecimento (C), em escala crescente,

VARIÁVEIS INDEPENDENTES: o nível de escolaridade (E), em anos de estudo com aprovação, e a idade (I), em anos completos, portanto:

$$C = 50{,}7 + 4 \cdot E - 0{,}6 \cdot I$$

Logo, como E= 10 anos de estudos com aprovação e com I = 30 anos de idade completos, temos que:

$$C = 50{,}7 + 4 \cdot 10 - 0{,}6 \cdot 30$$

$$C = 72{,}7$$

Gabarito: D

LISTA DE QUESTÕES ESTRATÉGICAS

1. ***(CEBRASPE (CESPE) - Agente de Polícia Federal/2021)***

Um estudo objetivou avaliar a evolução do número mensal Y de milhares de ocorrências de certo tipo de crime em determinado ano. Com base no método dos mínimos quadrados ordinários, esse estudo apresentou um modelo de regressão linear simples da forma

$$\hat{Y} = 5 - 0{,}1\, x\, T$$

em que $\hat{Y}$ representa a reta ajustada em função da variável regressora T, tal que 1 ≤ T ≤ 12.

Os erros padrão das estimativas dos coeficientes desse modelo, as razões t e seus respectivos p-valores encontram-se na tabela a seguir.

	Erro Padrão	Razão *t*	*p*-valor
Intercepto	0,584	8,547	0,00

Coeficiente angular	0,064	1,563	0,15

Os desvios padrão amostrais das variáveis y e t foram, respectivamente, 1 e 3,6.

Com base nessas informações, julgue o item a seguir.

Se a média amostral da variável T for igual a 6,5, então a média amostral da variável Y será igual a 4,35 mil ocorrências.

C - Certo

E - Errado

2. *(CEBRASPE (CESPE) - Agente de Polícia Federal/2021)*

Um estudo objetivou avaliar a evolução do número mensal Y de milhares de ocorrências de certo tipo de crime em determinado ano. Com base no método dos mínimos quadrados ordinários, esse estudo apresentou um modelo de regressão linear simples da forma

$$\hat{Y} = 5 - 0,1\, x\, T$$

em que $\hat{Y}$ representa a reta ajustada em função da variável regressora T, tal que $1 \leq T \leq 12$.

Os erros padrão das estimativas dos coeficientes desse modelo, as razões t e seus respectivos p-valores encontram-se na tabela a seguir.

	Erro Padrão	Razão *t*	*p*-valor
Intercepto	0,584	8,547	0,00
Coeficiente angular	0,064	1,563	0,15

Os desvios padrão amostrais das variáveis y e t foram, respectivamente, 1 e 3,6.

Com base nessas informações, julgue o item a seguir.

A correlação entre as variáveis Y e T foi igual a -0,1.

C - Certo

E - Errado

3. *(IBFC - Supervisor de Pesquisas (IBGE)/Suporte Gerencial/2021)*

Num modelo de regressão linear pelo método dos mínimos quadrados, sabe-se que a inclinação da reta é a a = 3,24 e o intercepto da reta é b = 12,6, então o valor de $\hat{Y}$ para x = 30 é:

a) 126,8.

b) 136,8.

c) 116,2.

d) 108,2.

e) 109,8.

4. *(CEBRASPE (CESPE) - Analista Judiciário (TJ PA)/Estatística/2020)*

Texto 7A3-I

O coeficiente de correlação linear de Pearson entre duas variáveis aleatórias discretas X e Y definidas sobre um mesmo espaço amostral é dado por

$$CORR(X,Y) = \frac{n(\sum_{i=1}^{n} x_i y_i) - (\sum_{i=1}^{n} x_i)(\sum_{i=1}^{n} y_i)}{\sqrt{n(\sum_{i=1}^{n} x_i^2) - (\sum_{i=1}^{n} x_i)^2}\ \sqrt{n(\sum_{i=1}^{n} y_i^2) - (\sum_{i=1}^{n} y_i)^2}}.$$

Já na reta de melhor ajuste Y = aX + b, determinada pelo método dos mínimos quadrados, os coeficientes são dados por

$$a = \frac{n(\sum_{i=1}^{n} x_i y_i) - (\sum_{i=1}^{n} x_i)(\sum_{i=1}^{n} y_i)}{n(\sum_{i=1}^{n} x_i^2) - (\sum_{i=1}^{n} x_i)^2}$$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i - a\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}.$$

Uma forma de avaliar a precisão do modelo consiste em comparar o estimador não viesado da variância residual, obtido das diferenças entre os valores observados e os previstos pelo modelo, $\hat{S}_e = \frac{1}{n-2}\sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y}_i)^2$ *, com o estimador não viesado da variância dos valores observados,* $S_e = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(y_i - \overline{y})^2$ *.*

A tabela a seguir apresenta as penas de reclusão (P), em anos, cominadas a um grupo de dez réus, e suas respectivas rendas familiares mensais per capitas (R), em número de salários mínimos, em que a última coluna foi obtida usando a reta ajustada pelo método dos mínimos quadrados.

réu	P	R	$P \times R$	P^2	R^2	$(R-\overline{R})^2$	$(R-\hat{R})^2$
1	14	0,25	3,5	196	0,0625	3,0625	0,054756
2	12	0,5	6	144	0,25	2,25	0,000144
3	10,9	1	10,9	118,81	1	1	0,046311
4	6	1,5	9	36	2,25	0,25	0,25
5	5	1,75	8,75	25	3,0625	0,0625	0,248004
6	3	2	6	9	4	0	0,553536
7	3	2,5	7,5	9	6,25	0,25	0,059536
8	2,3	3	6,9	5,29	9	1	0,0067898
9	1,8	3,5	6,3	3,24	12,25	2,25	0,2101306
10	2	4	8	4	16	4	1,016064
totais	60	20	72,85	550,34	54,125	14,125	2,4452714

Dados:

$1903,4^{1/2} = 43,63$

$141,25^{1/2} = 11,88$

Com base no texto 7A3-I, a renda familiar per capita esperada X, em número de salários mínimos, obtida aplicando-se a reta de melhor ajuste aos dados determinada pelo método dos mínimos quadrados para um réu ao qual tenha sido cominada uma pena de 4 anos de reclusão é

a) 2,3 < X < 2,6.

b) 2,1 < X < 2,3.

c) 1,9 < X < 2,1.

d) 1,2 < X < 1,9.

e) 1,0 < X < 1,2.

5. *(CEBRASPE (CESPE) - Analista Judiciário (TJ AM)/Estatística/2019)*

Um estudo considerou um modelo de regressão linear simples na forma y = 0,8x + b + ϵ, em que y é a variável dependente, x representa a variável explicativa do modelo, o coeficiente b denomina-se intercepto e ϵ é um erro aleatório que possui média nula e desvio padrão σ. Sabe-se que a variável y segue a distribuição normal padrão e que o modelo apresenta coeficiente de determinação R^2 igual a 85%.

Com base nessas informações, julgue o item que se segue.

A correlação linear entre as variáveis x e y é superior a 0,9.

C - Certo

E – Errado

Q.06 (FGV/ Analista Legislativo (ALERO)/Estatística/2018)

Se b_0 e b_1 são as estimativas por mínimos quadrados de β0 e β1, respectivamente, então seus valores são dados por

a) $b_1 = \sum_{i=1}^{n}(Y_i - \bar{Y})^2 / \sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})\,;\ b_0 = \bar{Y} - b_1\bar{X}$

b) $b_1 = \sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y}) / \sum_{i=1}^{n}(Y_i - \bar{Y})^2\,;\ b_0 = \bar{Y} + b_1\bar{X}$

c) $b_1 = \sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y}) / \sum_{i=1}^{n}(Y_i - \bar{Y})^2\,;\ b_0 = \bar{Y} - b_1\bar{X}$

d) $b_1 = \sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y}) / \sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2\,;\ b_0 = \bar{Y} - b_1\bar{X}$

e) $b_1 = \sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2 / \sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})\,;\ b_0 = \bar{Y} + b_1\bar{X}$

Q.07 (FGV/AFRE (SEFAZ RJ)/2011)

A tabela abaixo mostra os valores de duas variáveis, X e Y.

X	Y
4	4,5
4	5
3	5
2	5,5

Sabe-se que:

$$\sum X = 13$$

$$\sum Y = 20$$

$$\sum XY = 64$$

$$\sum X^2 = 45$$

$$\left(\sum X\right)^2 = 169$$

O valor de "b" na regressão simples $Y = a + bX$ é

a) 11 /5.

b) -3 /8.

c) -4 /11.

d) -4 /17.

e) -11/65.

Q.08 (CESGRANRIO / ESCRITURÁRIO/BB /2018)

Uma instituição financeira pretende lançar no mercado um aplicativo para celular. Para isso, deseja relacionar o grau de conhecimento dos clientes com as variáveis: nível de escolaridade e idade.

Uma amostra aleatória de 46 clientes foi selecionada e, posteriormente, aplicou-se o modelo de regressão linear, sendo a variável dependente o grau de conhecimento, em uma escala crescente, e as variáveis independentes (i) o nível de escolaridade, em anos de estudo com aprovação, e (ii) a idade, em anos completos.

Os resultados obtidos para os coeficientes foram:

	Coeficientes	Erro padrão	Estatística t	valor-P
Intersecção	50,7	4,1	12,4	8,5E-16
Nível de escolaridade (anos de estudo com aprovação)	4,0	0,3	12,4	9,1E-16
Idade (anos completos)	-0,6	0,1	-8,4	1,2E-10

O grau de conhecimento esperado de um cliente com 10 anos de estudos com aprovação e com 30 anos de idade completos é

a) 108,7
b) 94,1
c) 54,1
d) 72,7
e) 86,1

Gabarito

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
C	E	E	A	C	D	C	D	*	*

ESSA LEI TODO MUNDO CONHECE:
PIRATARIA É CRIME.

Mas é sempre bom revisar o porquê e como você pode ser prejudicado com essa prática.

1 Professor investe seu tempo para elaborar os cursos e o site os coloca à venda.

2 Pirata divulga ilicitamente (grupos de rateio), utilizando-se do anonimato, nomes falsos ou laranjas (geralmente o pirata se anuncia como formador de "grupos solidários" de rateio que não visam lucro).

3 Pirata cria alunos fake praticando falsidade ideológica, comprando cursos do site em nome de pessoas aleatórias (usando nome, CPF, endereço e telefone de terceiros sem autorização).

4 Pirata compra, muitas vezes, clonando cartões de crédito (por vezes o sistema anti-fraude não consegue identificar o golpe a tempo).

5 Pirata fere os Termos de Uso, adultera as aulas e retira a identificação dos arquivos PDF (justamente porque a atividade é ilegal e ele não quer que seus fakes sejam identificados).

6 Pirata revende as aulas protegidas por direitos autorais, praticando concorrência desleal e em flagrante desrespeito à Lei de Direitos Autorais (Lei 9.610/98).

7 Concurseiro(a) desinformado participa de rateio, achando que nada disso está acontecendo e esperando se tornar servidor público para exigir o cumprimento das leis.

8 O professor que elaborou o curso não ganha nada, o site não recebe nada, e a pessoa que praticou todos os ilícitos anteriores (pirata) fica com o lucro.

Deixando de lado esse mar de sujeira, aproveitamos para agradecer a todos que adquirem os cursos honestamente e permitem que o site continue existindo.