



RLM e Matemática:

Mapas Mentais para Concursos Públicos





Olá! :)

Seja muito bem vindo!

Obrigada por adquirir os **Mapas da Lulu 2.0!** Tenho certeza de que esse material fará toda a diferença em seus estudos e será um atalho para a sua tão sonhada aprovação!

Para quem ainda não me conhece, meu nome é Laura Amorim (@lulu.concurseira), tenho 25 anos, e, após pouco mais de um ano e meio de estudos, fui aprovada em três concursos públicos: Auditor Fiscal do Estado de Santa Catarina (7º lugar), Auditor Fiscal do Estado de Goiás (23º lugar) e Consultor Legislativo (4º lugar), tendo superado uma concorrência de mais de mil candidatos por vaga!

Aprendi que a revisão, muitas vezes ignorada, é a parte mais importante (e essencial!) do aprendizado! Após testar vários métodos, percebi que os meus mapas mentais são, com toda certeza, os melhores instrumentos de estudo e revisão.

Ao longo da minha preparação, fiz e utilizei mais de 700 mapas mentais, desenvolvendo e aperfeiçoando um método próprio de sua construção até chegar aos Mapas da Lulu 2.0, aos quais você terá acesso a partir de agora:

Os Mapas da Lulu 2.0 visam, sobretudo, otimizar suas revisões e aumentar seu número de acertos de questões, te ajudando a chegar mais rápido à aprovação! Após resolver mais de 14.700 questões de concursos públicos nos últimos dois anos, percebi quais são os assuntos mais cobrados pelas bancas e suas principais pegadinhas, e todo esse conhecimento foi incorporado em meus mapas para que você, que confia no meu trabalho, possa sair na frente dos seus concorrentes!

Ah, e se você não quiser perder minhas dicas de estudos e motivação diárias, inscreva-se no meu canal do **Youtube**: [Lulu Concurseira](#) e no meu **Instagram**: [@lulu.concurseira](#). Já somos uma comunidade de mais de 154 mil concurseiros em busca do mesmo sonho: a aprovação!



Um beijo,

Laura Amorim

@lulu.concurseira



PIRATARIA É CRIME.

Atenção:

Este produto é para uso pessoal. **Não compartilhe o seu material.**

Pessoal, os Mapas da Lulu são resultado de mais de dois anos de dedicação aos estudos. Ainda hoje, reservo boa parte do meu dia para produzir conteúdo, responder dúvidas, aconselhar e dar dicas sobre concursos públicos gratuitamente por meio dos meus perfis no Instagram (@lulu.concurseira e @mapasdalulu) e no Youtube (Laura Amorim).

Nunca tive a pretensão de ganhar muito dinheiro com a venda desse material, até mesmo porque prestei concurso público para, dentre outros motivos, alcançar a estabilidade e segurança financeira que queria. Mas preciso cobrir meus custos com site, servidores, distribuição, design e também minhas horas de trabalho empregadas, debruçada sobre a escrivaninha, dores nas costas, cansaço físico e mental.

São mais de 1.000 Mapas Mentais, com tempo médio de uma hora e meia para elaboração de cada um deles. Recebo menos de 50 centavos por hora trabalhada, para poder contribuir para sua aprovação.

Em razão disso, já agradecida pelo carinho e compreensão de todos, peço que **NÃO COMPARTILHE O MATERIAL** por nenhum meio (sites, email, grupos de whatsapp ou facebook...). Se você vir qualquer compartilhamento suspeito, peço que denuncie essa fonte ilegal, por favor e também me envie no suporte@mapasdalulu.com.br. **Pirataria é crime** e pode resultar penas de até QUATRO anos de prisão, além de multa (art. 184, CP).

Agradeço a todos pelo enorme carinho e respeito. Espero que aproveitem muito os Mapas da Lulu.

Um beijo,

Laura Amorim



Índice

1. RLM e MATEMÁTICA

1.1 Estruturas Lógicas - Proposições e Tabela Verdade	06
1.2 Diagramas Lógicos	10
1.3 Negações e Equivalências	11
1.4 Argumentação	12
1.5 Orientação Temporal	14
1.6 Regra de Três	15
1.7 Médias	16
1.8 MMC e MDC	17
1.9 Operações com Frações Decimais	20
1.10 Razão, Proporção e Divisão	22
1.11 Porcentagem	23
1.12 Conjuntos Numéricos	24
1.13 Equação de Primeiro e Segundo Grau	30
1.14 Progressões Aritmética (PA) e Geométrica (PG)	33
1.15 Logaritmos	37



Índice

1. RLM e MATEMÁTICA

1.16 Noções de Estatística	39
1.16.1 Tipos de Gráficos	39
1.16.2 Distribuições de Frequência	41
1.16.3 Mediana e Moda	43
1.16.4 Medidas de Dispersão	48

LEIS DO PENSAMENTO

- **P. DA IDENTIDADE** → NÃO EXISTEM "PATAMARES DA VERDADE"
EX.: UMA PROP. MAIS V QUE A OUTRA
- **P. DO TERCEIRO EXCLUÍDO** → OU V OU F
NÃO HÁ MEIO TERMO!
- **P. DA NÃO CONTRADIÇÃO** → NÃO PODE SER V OU F AO MESMO TEMPO!

DEFINIÇÕES

- = ORAÇÃO DECLARATIVA QUE PODE SER VALORADA EM V OU F, MAS NÃO AMBAS.

→ NÃO PODE SER EXCLAMATIVA, INTERROGATIVA, IMPERATIVA OU OPTATIVA!

- SE NÃO PUDER ASSUMIR V OU F, NÃO É PROPOSIÇÃO!
EX.: PARADOXO (CONTRADIÇÃO)

PROPOSIÇÕES

PROPOSIÇÕES SIMPLES E COMPOSTAS

DECLARAM ALGO SEM O USO DE CONECTIVOS
EX.: O CÉU É AZUL

CONSTRUÍDAS A PARTIR DAS PROPOSIÇÕES SIMPLES COM OS OPERADORES LÓGICOS

↓
CONECTIVOS: E, OU, SE... ENTÃO, OU..., OU, SE E SOMENTE SE...

MODIFICADOR

= OPERADOR LÓGICO QUE TROCA O VALOR LÓGICO DE UMA PROPOSIÇÃO

(NÃO É UM CONECTIVO!)

= NEGAÇÃO: SÍMBOLOS $\neg$ E $\neg$

- TAMBÉM NÃO É PROPOSIÇÃO A SENTENÇA ABERTA OU FUNÇÃO PROPOSICIONAL.

EX.: $x + 5 = 10$
↳ É VARIÁVEL!
ELE GANHOU OSCAR.

CONDICIONAL

SE p , ENTÃO q .

p	q	$p \rightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

SINÔNIMOS:

p , logo q
SEMPRE QUE p , q
QUANDO p , q
 p só quando q .

CONJUNÇÃO

"VAMOS À PRAIA E VAMOS AO SHOPPING."

p	q	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

CONECTIVOS

BICONDICIONAL

p SE E SOMENTE SE q .

p	q	$p \leftrightarrow q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

↳ EQUIPARA-SE À CONJUNÇÃO DE DUAS CONDICIONAIS.

$$p \leftrightarrow q = p \rightarrow q \wedge q \rightarrow p.$$

DISJUNÇÃO EXCLUSIVA

"OU COMO BANANA, OU COMO MAÇÃ"
(NÃO PODE AMBAS!)

p	q	$p \vee q$
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

DISJUNÇÃO INCLUSIVA

"COMO BANANA OU COMO MAÇÃ"
(OU AMBAS!)

p	q	$p \vee q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

EM UMA FÓRMULA PROPOSICIONAL

1. $\neg$ (NEGAÇÃO)
2. $\vee$ (OU) OU $\wedge$ (E)
3. $\underline{\vee}$ (OU EXCLUSIVO)
4. $\rightarrow$ (SE ... ENTÃO)
5. $\leftrightarrow$ (SE E SOMENTE SE)

↓
ORDEM DE
RESOLUÇÃO

conectivos
= ORDEM DE PREFERÊNCIA =

SE HOUVER MARCADORES

1. $()$
2. $[]$
3. $\{\}$

↓
ORDEM DE
RESOLUÇÃO

→ FÓRMULA EM
SEU INTERIOR

EXEMPLOS

($P = F$, $Q = V$, $R = V$)

$$1. \neg P \rightarrow Q \wedge R$$

$$= \neg F \rightarrow V \wedge V$$

$$= V \rightarrow V \wedge V$$

$$= V \rightarrow V$$

$$= V$$

OS PARENTÊSES ALTERAM
A ORDEM DE PREFERÊNCIA
DOS CONECTIVOS!

$$2. \neg ((P \rightarrow Q) \wedge R)$$

$$= \neg ((F \rightarrow V) \wedge V)$$

$$= \neg (V \wedge V)$$

$$= \neg V$$

$$= F$$

CASOS ESPECIAIS

- TAUTOLOGIA → NÃO IMPORTA QUAIS VALORES ASSUMEM AS PROPOSIÇÕES SIMPLRES, A COMPOSTA RESULTANTE SERÁ SEMPRE V.

Ex.: $(p \wedge r) \rightarrow (\sim q \vee r)$

DICA DE PROVA: TENTE TORNAR A PROPOSIÇÃO FALSA!

- CONTRADIÇÃO → NÃO IMPORTA QUAIS VALORES ASSUMEM AS PROPOSIÇÕES SIMPLRES, A COMPOSTA RESULTANTE SERÁ SEMPRE F.

Ex.: $p \wedge \sim p$

- CONTINGÊNCIA → NÃO É TAUTOLOGIA, NEM CONTRADIÇÃO.

↳ A PROPOSIÇÃO COMPOSTA PODE SER V OU F, A DEPENDER DOS VALORES DAS PROPOSIÇÕES SIMPLRES.

NÚMERO DE UNHAS

$$\# = 2^n$$

NÚMERO DE PROPOSIÇÕES SIMPLRES

DICAS P/ MONTAR A TABELA VERDADE

1. CALCULE O NÚMERO DE UNHAS
2. DIVIDA 1. POR 2 = NÚMERO DE Vs NA PRIMEIRA COWNA
3. DIVIDA 2. POR 2 = NÚMERO DE Vs NA SEGUNDA COWNA E ASSIM SUCESSIVAMENTE ATÉ CHEGAR EM 1.

Ex.: 3 PROPOSIÇÕES SIMPLRES

$$\hookrightarrow 2^3 = 8 \text{ UNHAS NAT.V.}$$

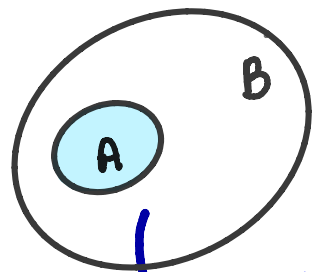
$$8 \div 2 = 4$$

$$4 \div 2 = 2 \quad 2 \div 2 = 1$$

TABELA
VERDADE

p	q	r
V	V	V
V	V	F
V	F	V
V	F	F
F	V	V
F	V	F
F	F	V
F	F	F

"TODO A É B."



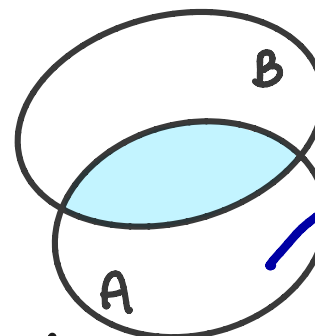
"ALGUM A É B" SERÁ SEMPRE **V.**

"ALGUM A NÃO É B" SERÁ SEMPRE **F.**

NÃO É POSSÍVEL AFIRMAR SOBRE ESSA REGIÃO (SE HÁ OU NÃO ELEMENTOS)

NEGAÇÃO: "ALGUM A NÃO É B".

"ALGUM A É B"



"NENHUM A É B" SERÁ SEMPRE **F.**

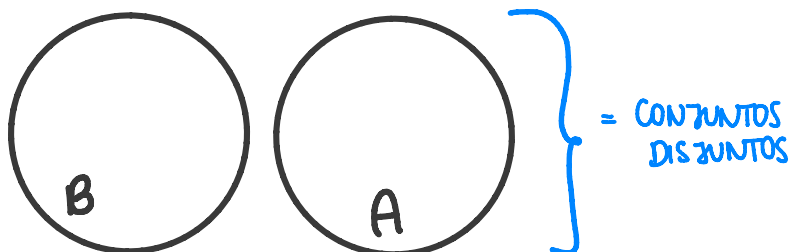
NÃO É POSSÍVEL AFIRMAR SOBRE ESSA REGIÃO (SE HÁ OU NÃO ELEMENTOS)

NEGAÇÃO: "NENHUM A É B".

Diagramas de Euler-Venn
= PROPOSIÇÕES CATEGÓRICAS =

"NENHUM A É B."

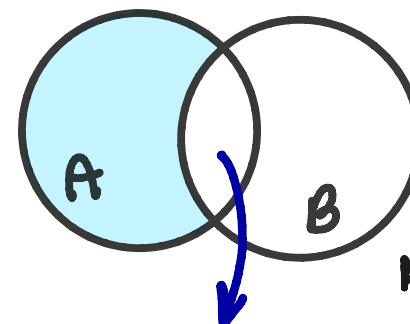
↳ LOGO, "NENHUM B É A".



NEGAÇÃO: "ALGUM A É B".

"ALGUM A NÃO É B"

"TODO A É B" SERÁ SEMPRE **F.**



NEGAÇÃO: "TODO A É B".

NÃO É POSSÍVEL AFIRMAR SOBRE ESSA REGIÃO (SE HÁ OU NÃO ELEMENTOS)

ASPECTOS GERAIS

EQUIVALÊNCIA = QUANDO DUAS PROPOSIÇÕES TÊM A MESMA TABELA VERDADE. (NA DÚVIDA, CONSTRUA AMBAS E TESTE!)

NEGAÇÃO = QUANDO DUAS PROPOSIÇÕES TÊM VALOR LÓGICO OPOSTO.

COMUTATIVIDADE DOS CONECTIVOS

$$p \wedge q \Leftrightarrow q \wedge p$$

$$p \vee q \Leftrightarrow q \vee p$$

$$p \underline{\vee} q \Leftrightarrow \underline{\vee} p$$

$$p \leftrightarrow q \Leftrightarrow q \leftrightarrow p$$

EQUIVALÊNCIAS DO "SE... ENTÃO..."

$$p \rightarrow q \Leftrightarrow \sim q \rightarrow \sim p \quad (= \text{CONTRAPOSITIVA})$$

$$p \rightarrow q \Leftrightarrow \sim p \vee q$$

$$\sim p \rightarrow q \Leftrightarrow p \vee q$$

→ CONDIÇÃO SUFICIENTE p / q
SE p , ENTÃO q .
← CONDIÇÃO NECESSÁRIA p / q

NEGAÇÃO DO "SE... ENTÃO..."

$$\sim(p \rightarrow q) \Leftrightarrow p \wedge \sim q$$

p ACONTECEU, MAS q NÃO!

EQUIVALÊNCIAS E NEGAÇÕES

NEGAÇÕES

$$\sim(p \vee q) \Leftrightarrow \sim p \wedge \sim q \quad \sim(p \wedge q) \Leftrightarrow \sim p \vee \sim q$$

→ INVERTER O SINAL E NEGAR AMBOS

$$\sim(p \wedge q) \Leftrightarrow p \rightarrow \sim q \quad \sim(p \rightarrow q) \Leftrightarrow p \wedge \sim q$$

$$\sim(p \underline{\vee} q) \Leftrightarrow p \leftrightarrow q \quad \sim(p \leftrightarrow q) \Leftrightarrow p \underline{\vee} q$$

$$\sim(p \leftrightarrow q) \Leftrightarrow p \leftrightarrow \sim q$$

$$\sim(p \leftrightarrow q) \Leftrightarrow (p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p)$$

→ SITUAÇÕES EM QUE p E q TÊM VALORES LÓGICOS DIFERENTES.

ARGUMENTO

- SILOGISMO = 2 PREMISAS + CONCLUSÃO
 - VERDADE X VALIDADE (ARGUMENTOS SÃO VÁLIDOS OU INVÁLIDOS)
- PROPOSIÇÕES SÃO V OU F
- DEPENDE DA CONEXÃO ENTRE AS PREMISAS E A CONCLUSÃO
(NÃO GARANTE A VERDADE DA CONCLUSÃO)

ARGUMENTO VÁLIDO

TODOS OS CACHORROS SÃO AMIGÁVEIS. } PREMISAS
MAGGIE É UM CACHORRO. }
LOGO, MAGGIE É AMIGÁVEL. → CONCLUSÃO

↳ A CONCLUSÃO SERÁ VERDADEIRA SEMPRE QUE AS PREMISAS FOREM VERDADEIRAS.
= ARGUMENTO VÁLIDO

↳ A LÓGICA É O ESTUDO SISTEMÁTICO DE ARGUMENTOS LÓGICOS.

ARGUMENTO INVÁLIDO

MAGGIE É AMIGÁVEL. } PREMISAS
MAGGIE É UM CACHORRO. }
LOGO, TODOS OS CACHORROS SÃO AMIGÁVEIS. } CONCLUSÃO
↳ NÃO TÊM VALIDADE!

REGRAS DE INFERÊNCIA

MODUS PONENS

SE P, ENTÃO Q.
P.
LOGO, Q.

MODUS TOLENS

SE P, ENTÃO Q.
NÃO Q.
PORTANTO, NÃO P.

SILOGISMO HIPOTÉTICO

SE P, ENTÃO Q.
SE Q, ENTÃO R.
LOGO, SE P, ENTÃO R.

SOFISMA OU FALÁCIA:

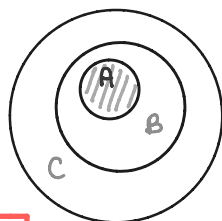
- ARGUMENTOS QUE PRETENDEM DEMOSTRAR COMO VERDADEIROS OS ARGUMENTOS LOGICAMENTE FALSOS.

↳ UM ARGUMENTO INVÁLIDO QUE APAREÇA SER VÁLIDO.

LÓGICA DE ARGUMENTAÇÃO

ARGUMENTO VÁLIDO:

TODO A É B.
TODO B É C.
LOGO, TODO A É C. (válido!)



TESTE SEMÂNTICO:

• UM ARGUMENTO É VÁLIDO SE, E SOMENTE SE, NÃO FOR POSSÍVEL TER UMA CONCLUSÃO FALSA DE PREMISSAS VERDADEIRAS.

↳ SUPOR QUE AS PREMISSAS SÃO VERDADEIRAS E ENTÃO A CONCLUSÃO TAMBÉM DEVE SER.

REGRAS:

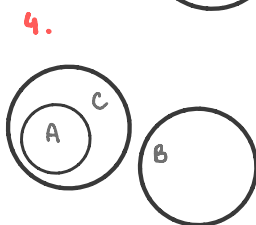
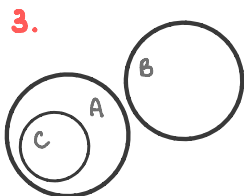
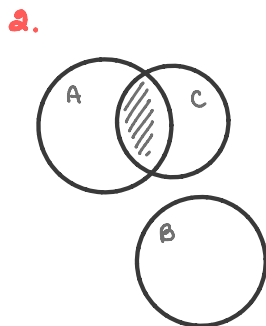
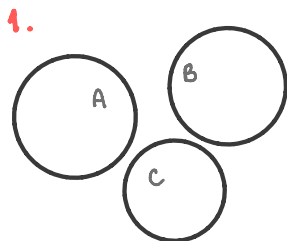
1. DE DUAS PREMISSAS NEGATIVAS
NADA SE CONCLUI.

NENHUM A É B.

NENHUM C É B.

LOGO, NENHUM C É A. (INVÁLIDO!)

SITUAÇÕES POSSÍVEIS:



LÓGICA DE
ARGUMENTAÇÃO
= REPRESENTAÇÃO
POR DIAGRAMAS =

2. DE DUAS PREMISSAS AFIRMATIVAS
NÃO SE PODE TIRAR UMA CONCLUSÃO
NEGATIVA

TODO A É B.

ALGUM A É C.

LOGO, ALGUM C NÃO É B. (INVÁLIDO!)



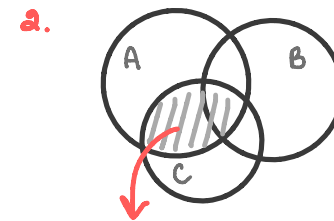
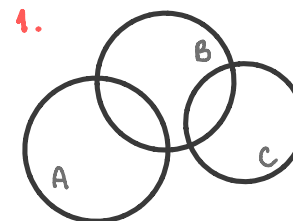
3. DE DUAS PREMISSAS PARTICULARES
(ALGUM, EXISTE...) NADA SE CONCLUI.

ALGUM A É B.

ALGUM C É B.

LOGO, ALGUM C É A. (INVÁLIDO!)

SITUAÇÕES POSSÍVEIS:



DIA DA SEMANA x NÚMERO DE DIAS

RELAÇÕES BÁSICAS

1. CALCULAR O NÚMERO DE SEMANAS COMPLETAS

2. AVANÇAR OS DIAS RESTANTES

Ex.: 1º DIA = SEGUNDA-FEIRA

DIAS = 180 → QUAL DIA SERÁ DAQUI 180 DIAS?

180 $\div$ 7
25 SEMANAS COMPLETAS
5 DIAS RESTANTES

SEG TER QUA QUI SEX SÁB DOM
1 → 2 → 3 → 4 → 5

1 DIA = 24 HORAS
1 HORA = 60 MINUTOS
1 MINUTO = 60 SEGUNDOS

MESES
30 DIAS: ABR, JUN, SET, NOV
31 DIAS: JAN, MAR, MAI, JUL, AUG, OUT, DEZ
28/29 DIAS: FEV
→ ANO BISSEXTO

ORIENTAÇÃO TEMPORAL E CALENDÁRIO

ANO BISSEXTO:

1. TERMINADO EM 00 E DIVISÍVEL POR 400
2. NÃO TERMINADO EM 00, MAS DIVISÍVEL POR 4.

DICA: ANOS DE OLÍMPIADAS!

NÚMERO DE SEMANAS EM UM ANO

• ANO NÃO BISSEXTO = 52 SEMANAS + 1 DIA

• ANO BISSEXTO = 52 SEMANAS + 2 DIAS

2 DIAS DA SEMANA OCORRERÃO 53x NO ANO!

01/01/X0
= 31/12/X0

02/01/X0
= 31/12/X0

DIA DA SEMANA x DIA DO MÊS

DIAS NO MÊS

28

29

30

31

ÚLTIMO DIA EM RELAÇÃO AO PRIMEIRO (EX.: TER)

D-1 (SEG)

D (TER)

D+1 (QUA)

D+2 (QUI)

ASPECTOS GERAIS

- UM MÉTODO P/ RESOLVER PROBLEMAS COM **GRANDEZAS DIRETA OU INVERSAMENTE PROPORCIONAIS**.

→ É O MESMO P/ A SIMPLES OU COMPOSTA!

PASSO A PASSO

CONSTRUÇÃO DA TABELA:

1. CRIAR UMA TABELA C/ AS GRANDEZAS.
2. 1ª LINHA: SITUAÇÃO C/ TODAS AS GRANDEZAS CONHECIDAS.
3. 2ª LINHA: SITUAÇÃO C/ A GRANDEZA DESCONHECIDA.

COLOCAÇÃO DAS SETAS DE PROPORCIONALIDADE:

4. COLOQUE UMA SETA P/ BAIXO NA COLUNA C/ A GRANDEZA DESCONHECIDA.
5. COMPARE AS GRANDEZAS CONHECIDAS C/ A DESCONHECIDA:

5.1. SE AMBAS AUMENTAM OU DIMINUEM JUNTAS, SÃO **DIRETAMENTE** PROPORCIONAIS → SETA P/ **BAIXO**.

5.2. SE QUANDO UMA ^(DIMINUI) AUMENTA, A OUTRA ^(AUMENTA) DIMINUI, SÃO **INVERSAMENTE** PROPORCIONAIS → SETA P/ **CIMA**.

CONSTRUÇÃO DA EQUAÇÃO:

6. DO LADO ESQUERDO = GRANDEZA DESCONHECIDA.
7. DO DIREITO = O PRODUTO DAS DEMAIS FRAÇÕES (INVERTER AQUELAS C/ SETA P/ CIMA)
8. RESOLVER A EQUAÇÃO E ENCONTRAR A GRANDEZA DESCONHECIDA.

EXEMPLO

- 400 PEÇAS SÃO PRODUZIDAS DIARIAMENTE POR 10 FUNCIONÁRIOS QUE TRABALHAM 8 HS/DIA. QUANTAS PEÇAS/DIA SERIAM CONSTRUÍDAS POR 15 FUNCIONÁRIOS QUE TRABALHAM 6 HS/DIA COM O DOBRO DA DIFICULDADE.

PASSO A PASSO

1 PEÇAS FUNCIONÁRIOS HORAS/DIA DIFICULDADE

2	400	4	10	8	5.1	1
3	X		15	6		2

QUANTO **MAIOR** O NÚMERO DE FUNCIONÁRIOS, **MAIOR** O NÚMERO DE PEÇAS PRODUZIDAS (5.1)

QUANTO **MAIOR** A DIFICULDADE, **MENOR** O NÚMERO DE PEÇAS PRODUZIDAS (SEMPRE SE PERGUNTAR A RELAÇÃO C/ A GRANDEZA DESCONHECIDA) (5.2)

$$6 \quad \frac{400}{x} = \frac{10}{15} \cdot \frac{8}{6} \cdot \frac{2}{1}$$

$$8 \quad \frac{400}{x} = \frac{2/3}{15} \cdot \frac{4/3}{6} \cdot \frac{2}{1}$$

$$25 \quad \frac{400}{x} = \frac{16}{9}$$

$$9 \cdot 25 = x \quad \therefore \quad x = 225$$

NA SITUAÇÃO ENUNCIADA, SERÃO PRODUZIDAS 225 PEÇAS POR DIA!

MÉDIA ARITMÉTICA SIMPLIES

$$\bar{x} = \frac{\text{SOMA DOS TERMOS}}{\text{NÚMERO DE TERMOS}}$$

EX.: MÉDIA ARITMÉTICA SIMPLIES
DOS NÚMEROS 3, 5, 9, 2, 11 :

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{3 + 5 + 9 + 2 + 11}{5} \\ &= \frac{30}{5} \rightarrow \boxed{\bar{x} = 6}\end{aligned}$$

MÉDIA GEOMÉTRICA

• RAZ n -ÉSIMA DO PRODUTO DOS
TERMOS (n = NÚMERO DE TERMOS)

$$\bar{G} = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n}$$

EX.: MÉDIA GEOMÉTRICA DOS TERMOS
3, 8, 9 :

$$\begin{aligned}\bar{G} &= \sqrt[3]{3 \cdot 8 \cdot 9} = \sqrt[3]{216} = \\ \boxed{\bar{G} = 6}\end{aligned}$$

MÉDIA ARITMÉTICA PONDERADA

- COMO A SIMPLIES, MAS OS ELEMENTOS (x_i)
PODEM TER PESOS DIFERENTES (p)
(COMO EM UMA PROVA, EM QUE AS QUESTÕES
DE UMA MATÉRIA VALE MAIS QUE DE OUTRA)

$$\bar{x}_p = \frac{\text{SOMA DOS TERMOS MULTIPLICADOS
PELOS RESPECTIVOS PESOS}}{\text{SOMA DOS PESOS}}$$

EX.: MÉDIA ARITMÉTICA PONDERADA
DOS SEGUINTES NÚMEROS E
SEUS PESOS :

3, PESO 2
4, PESO 1
2, PESO 5

$$\begin{aligned}\bar{x}_p &= \frac{3 \cdot 2 + 4 \cdot 1 + 2 \cdot 5}{2 + 1 + 5} \\ &= \frac{6 + 4 + 10}{8} = \frac{20}{8} = \\ \boxed{\bar{x}_p = 2.5}\end{aligned}$$

MÉDIAS

MÚLTIPLOS DE UM NÚMERO

- BASTA MULTIPLICÁ-LO POR TODOS OS NÚMEROS NATURAIS.

Ex.: MÚLTIPLOS DE 4:

$$4 \times 0 = 0$$

$$4 \times 1 = 4$$

$$4 \times 2 = 8$$

$$4 \times 3 = 12$$

⋮

$$\rightarrow M(4) = \{0, 4, 8, 12, \dots\}$$

+4 +4 +4
SÃO INFINITOS!

CARACTERÍSTICAS IMPORTANTES:

- O ZERO É MÚLTIPLO DE TODOS
- TODO NÚMERO É MÚLTIPLO DE 1 E DE SI MESMO.
- O ÚNICO MÚLTIPLO DE ZERO É O PRÓPRIO ZERO.

MMC: MÍNIMO MÚLTIPLO COMUM

- É O MENOR DOS MÚLTIPLOS COMUNS ENTRE DOIS NÚMEROS.

Ex.: $M(8) = \{0, 8, 16, 24, 32, 40, 48, \dots\}$
 $M(12) = \{0, 12, 24, 36, 48, 60, \dots\}$

ESSE É O MMC!

MAS HÁ INFINITOS MÚLTIPLOS COMUNS NÃO NULOS!

MÉTODOS P/ ENCONTRAR O MMC

1. ESCREVER OS MÚLTIPLOS DE CADA NÚMERO ATÉ ENCONTRAR UM COMUM.

Ex.: $M(8) = \{0, 8, 16, 24, 32, 40, 48, \dots\}$
 $M(12) = \{0, 12, 24, 36, 48, 60, \dots\}$

ESSE É O MMC!

2. FATORAÇÃO SIMULTÂNEA:

Ex.: $MMC(8, 12) =$

8, 12	2	DIVIDE AMBOS QUANDO POSSÍVEL
4, 6	2	
2, 3	2	DIVIDE APENAS UM QUANDO NÃO O FOR
1, 3	3	
1, 1		

$= 2^3 \cdot 3$
 $\therefore MMC(8, 12) = 24$

3. FATORAÇÃO PRIMA INDIVIDUAL DOS NÚMEROS:

MMC = FATORES COMUNS ELEVADOS AOS MAIORES EXPONENTES $\times$ FATORES NÃO COMUNS

Ex.: MMC ENTRE 470.448 E 87.480:

$= 2^4 \cdot 3^5 \cdot 11^2$ $= 2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^1$

$\therefore MMC = 2^4 \cdot 3^5 \cdot 5^1 \cdot 11^2$
 $= 21.170.160$

DIVISOR DE UM NÚMERO

- SE $A \div B$ É EXATA, ENTÃO
B É DIVISOR DE A E
A É DIVISÍVEL POR B.

- CONJUNTO DE DIVISORES DE UM NÚMERO
= TODOS SEUS DIVISORES

→ DIFERENTE DOS MÚLTIPLOS, É UM CONJUNTO FINITO.

EX.: $D(6) = \{1, 2, 3, 6\}$

CARACTERÍSTICAS IMPORTANTES:

- 1 É DIVISOR DE TODOS OS NÚMEROS.
- TODOS OS NÚMEROS SÃO DIVISORES DE SI MESMO.

MDC: MÁXIMO DIVISOR COMUM (MAIOR)

EX.: $MDC(8, 12)$:
 $D(8) = \{1, 2, 4, 8\}$
 $D(12) = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$

→ ESSE É O MDC.

SE $MDC(A, B) = 1 \rightarrow A$ E B SÃO PRIMOS ENTRE SI.
 (= CO-PRIMOS)
 → A FRAÇÃO A/B É IRREDUTÍVEL!

MÉTODOS P/ ENCONTRAR O MDC

1. FATORAÇÃO SIMULTÂNEA

EX.: $MDC(84, 144, 60)$

84, 144, 60	2	SÓ USAR OS QUE DIVIDEM TODOS.
42, 72, 30	2	
21, 36, 15	3	
7, 12, 5	2.2.3	

ESSES SÃO PRIMOS ENTRE SI (PARAMOS DE FATORAR)

$= 12$

→ $MDC(84, 144, 60)$

2. ALGORITMO DE EUCLIDES (= MÉTODO DAS DIVISÕES SUCESSIVAS)

- MONTAR UMA GRADE C/ 3 LINHAS E 3 COLUNAS (DEIXAR ESPAÇO À DIREITA)

EX.: $MDC(117, 81)$

QUOCIENTES: 1 2 4

117 $\xrightarrow{1}$ 81 $\xrightarrow{2}$ 36 $\xrightarrow{4}$ 9

RESTOS: 36 9 0

→ O MDC É O ÚLTIMO DIVISOR UTILIZADO

SEGUIMOS DIVIDINDO ATÉ CHEGARMOS AO RESTO ZERO.

PASSOS: VIRA O DIVIDENDO DA OPERAÇÃO SEGUINTE

1. $117 \overline{) 81}$
 81 1 (QUOCIENTE)
 36 RESTO

2. $81 \overline{) 36}$
 72 2
 9

3. $36 \overline{) 9}$
 36 4
 0

→ VIRA O DIVISOR DA OPERAÇÃO SEGUINTE.

ESSE É O MDC.

RELAÇÃO ENTRE MMC E MDC DE DOIS NÚMEROS NATURAIS

$$x \cdot y = \text{MMC}(x, y) \cdot \text{MDC}(x, y)$$

O PRODUTO ENTRE O MMC E O MDC DE 2 NÚMEROS É O PRODUTO ENTRE ESSES 2 NÚMEROS!

EX.: $x = 6$ $\rightarrow$ $\text{MMC}(6, 8) = 24$
 $y = 8$ $\text{MDC}(6, 8) = 2$

$$\therefore 6 \cdot 8 = 24 \cdot 2$$

$$48 = 48$$

MMC
e
MDC



ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO

- FRAÇÕES COM MESMO DENOMINADOR:
 - REPETIR O DENOMINADOR E OPERAR C/ OS NUMERADORES

EX.: $\frac{4}{5} + \frac{3}{5} = \frac{4+3}{5} = \frac{7}{5}$

$\frac{5}{7} - \frac{2}{7} + \frac{4}{7} = \frac{5-2+4}{7} = \frac{7}{7}$

MULTIPLICAÇÃO

- BASTA MULTIPLICAR OS NUMERADORES E DENOMINADORES ENTRE SI!

EX.: $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{7} = \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 7} = \frac{8}{21}$

EX.: $3 \cdot \frac{5}{7} = \frac{15}{7}$

DIVISÃO

- REPETIR A PRIMEIRA FRAÇÃO E MULTIPLICAR PELA SEGUNDA INVERTIDA.

EX.: $\frac{2}{3} \div \frac{5}{9} = \frac{2}{3} \cdot \frac{9}{5} = \frac{18}{15} = \frac{6}{5}$

EX.: $8 \div \frac{3}{16} = 8 \cdot \frac{16}{3} = \frac{128}{3}$

EX.: $\frac{16}{3} \div 8 = \frac{16}{3} \cdot \frac{1}{8} = \frac{16}{24} = \frac{2}{3}$

operações
básicas
= FRAÇÕES =

ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO

- FRAÇÕES COM DENOMINADORES DIFERENTES:
 - CALCULAR O MMC DOS DENOMINADORES
 - SUBSTITUIR OS DENOMINADORES POR SEU MMC.
 - DIVIDIR O MMC PELO DENOMINADOR ORIGINAL E MULTIPLICAR PELO RESPECTIVO NUMERADOR
 - SUBSTITUIR O NUMERADOR PELO VALOR ENCONTRADO EM 3.

EX.: $\frac{5}{6} - \frac{2}{9} + \frac{7}{12} =$

FRAÇÃO 1 FRAÇÃO 2 FRAÇÃO 3

MMC (6, 9, 12) = 36 (= NOVO DENOMINADOR)

F1: $\frac{5}{6} \rightarrow \frac{30}{36}$ (NOVO NUMERADOR)

F2: $\frac{2}{9} \rightarrow \frac{8}{36}$

F3: $\frac{7}{12} \rightarrow \frac{21}{36}$

$= \frac{30 - 8 + 21}{36} = \frac{43}{36}$

ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO

- ALINHE A VÍRGULA E REALIZE A OPERAÇÃO NORMALMENTE.

EX.: $3.12 + 12.4 =$

$$\begin{array}{r} + 3.12 \\ 12.40 \\ \hline 15.52 \end{array}$$

ADICIONAR UM ZERO ONDE NÃO HÁ DECIMAL.

EX.: $5.1 - 2.42 =$

$$\begin{array}{r} 5.10 \\ - 2.42 \\ \hline 2.68 \end{array}$$

MULTIPLICAÇÃO

1. MULTIPLIQUE NORMALMENTE
2. CONTE AS CASAS DECIMAIS
3. COLOQUE NO RESULTADO O NÚMERO DE CASAS ENCONTRADO EM 2.

EX.: $23.1 \times 1.234 =$

= 4 CASAS DECIMAIS

$$231 \times 1234 = 285054 = 28.5054$$

IGNORE AS CASAS DECIMAIS

4 CASAS DECIMAIS

DIVISÃO

1. IGUALAR A QUANTIDADE DE CASAS DECIMAIS DO DIVISOR E DIVIDENDO (COLOCANDO ZEROS)
2. IGNORAR AS VÍRGULAS E REALIZAR A OPERAÇÃO NORMALMENTE.

EX.: $80.4 \div 0.00025 =$
 $= 80.40000 \div 0.00025$
 $= 8040000 \div 25 = 321600$

EX.: $40 \div 0.8$
 $= 40.0 \div 0.8$
 $= 400 \div 8 = 50$

operações
básicas
= DECIMAIS =

RAZÃO

- RAZÃO DE a P/ b É O QUOCIENTE DE a POR b :

$$a : b \rightarrow \frac{a}{b}$$

ANTECEDENTE (NUMERADOR)
CONSEQUENTE (DENOMINADOR)

- PERMITE FAZER COMPARAÇÕES DE GRANDEZAS ENTRE 2 NÚMEROS

EX.: EM UMA SALA, HÁ $\begin{cases} 80 \text{ HOMENS} \\ 60 \text{ MULHERES} \end{cases}$

$$\frac{80}{60} = \frac{4}{3} \rightarrow \text{HÁ 4 HOMENS P/ CADA 3 MULHERES}$$

ESCALA : $\frac{\text{MEDIDA DO DESENHO}}{\text{MEDIDA REAL}}$

PROPRIEDADES DAS PROPORÇÕES

1. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \rightarrow a \cdot d = b \cdot c$
(MULTIPlicAR CRUZADO)

2. SIMPLIFICAÇÕES :

- DO MESMO LADO :

NUMERADOR C/ DENOMINADOR $\rightarrow \frac{\cancel{10}}{\cancel{20}} = \frac{50}{100}$ $\xrightarrow{=1/2}$

- DE LADOS DIFERENTES:

NUMERADOR C/ NUMERADOR OU DENOMINADOR C/ DENOMINADOR $\rightarrow \frac{\cancel{10}}{\cancel{20}} = \frac{50}{100}$
 $\frac{\cancel{10}}{\cancel{20}1} = \frac{50}{1005}$

PROPORÇÃO

- É A IGUALDADE ENTRE DUAS OU MAIS RAZÕES :

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \rightarrow a \text{ e } d : \text{EXTREMOS}$$
$$b \text{ e } c : \text{MEIOS}$$

OBS.: PROPORÇÃO CONTÍNUA : $\frac{a}{b} = \frac{b}{d}$

b É A MÉDIA GEOMÉTRICA DE a E d .

GRANDEZAS PROPORCIONAIS

- DIRETAMENTE PROPORCIONAIS :

$\hookrightarrow$ O QUOCIENTE ENTRE SEUS ELEMENTOS É CONSTANTE.

CONSTANTE DE PROPORCIONALIDADE

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \dots = K$$

- INVERSAMENTE PROPORCIONAIS :

$\hookrightarrow$ O PRODUTO ENTRE SEUS ELEMENTOS É CONSTANTE.

$$a_1 \cdot b_1 = a_2 \cdot b_2 = \dots = K$$

DIVISÃO PROPORCIONAL

- DIVIDIR UMA QUANTIA x EM PARTES PROPORCIONAIS A OUTRAS GRANDEZAS. (DIRETAMENTE)

- EX.: DIVIDIR R\$ 250,00 A 3 FILHOS (DE 2, 3 E 5 ANOS) EM PARTES PROPORCIONAIS A SUAS IDADES.

$$\frac{p_1}{2} = \frac{p_2}{3} = \frac{p_3}{5} = \frac{p_1 + p_2 + p_3}{2 + 3 + 5} = \frac{250}{10} = 25$$

$\rightarrow$ CONSTANTE DE PROPORCIONALIDADE

$\therefore \frac{p_1}{2} = 25 \rightarrow p_1 = 50$
($p_2 = 75$ E $p_3 = 125$)

$\hookrightarrow$ AI RESOLVE SEPARADAMENTE

razão e proporção

ASPECTOS GERAIS

- RAZÃO C/ DENOMINADOR 100:

$$p\% = \frac{p}{100}$$

OUTRAS REPRESENTAÇÕES:

$$80\% = \frac{80}{100} = 0,8$$

$$230\% = \frac{230}{100} = 2,3$$

TRANSFORMAÇÃO DE UMA FRAÇÃO ORDINÁRIA EM PORCENTUAL

- BASTA MULTIPLICÁ-LA POR 100%.

$$\text{Ex.: } \frac{5}{2} \rightarrow \frac{5}{2} \times 100\% = \frac{500}{2}\% = 250\%$$

$$\frac{3}{8} \rightarrow \frac{3}{8} \times 100\% = \frac{300}{8}\% = 37,5\%$$

PERCENTUAL DE UM VALOR

- P/ CALCULAR $x\%$ DE UM VALOR, BASTA MULTIPLICÁ-LO POR $\frac{x}{100}$.

$$\text{Ex.: } 30\% \text{ DE } 500 = \frac{30}{100} \times 500 = 150$$

$$20\% \text{ DE } 30\% \text{ DE } 40\% \text{ DE } 1.000 = \frac{20}{100} \times \frac{30}{100} \times \frac{40}{100} \times 1.000 = 24$$

VARIAÇÕES PERCENTUAIS

P/ DIMINUIR $p\%$ → MULTIPLICAR POR $(100 - p)\%$.

Ex.: REDUÇÃO DE 25% EM UMA MERCADORIA DE R\$ 400,00

$$\begin{cases} \text{VALOR FINAL} = (100 - 25)\% \times 400 = 300,00 \\ \text{DESCONTO} = 25\% \times 400 = 100,00 \end{cases}$$

P/ AUMENTAR $p\%$ → MULTIPLICAR POR $(100 + p)\%$.

Ex.: AUMENTO DE 25% EM UMA MERCADORIA DE R\$ 400,00

$$\begin{cases} \text{VALOR FINAL} = (100 + 25)\% \times 400 = 500,00 \\ \text{AUMENTO} = 25\% \times 400 = 100,00 \end{cases}$$

porcentagem

VARIAÇÕES PERCENTUAIS SUCESSIVAS

- BASTA MULTIPLICAR, SUCESSIVAMENTE POR $(100 - p)\%$.

P/ DESCONTOS E $(100 + p)\%$. P/ AUMENTOS.

Ex.: HÁ UM AUMENTO DE 20%, SEGUIDO DE UMA REDUÇÃO DE 30% E UM POSTERIOR AUMENTO DE 40% EM UMA MERCADORIA QUE CUSTAVA INICIALMENTE R\$ 120,00.

$$\frac{120}{100} \times \frac{70}{100} \times \frac{140}{100} \times 120 = 141,12$$

ASPECTOS GERAIS

• SÍMBOLOS: $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$

$\mathbb{N}^* = \{1, 2, 3, \dots\}$
SEM O ZERO.
(= "NÃO-NULOS")

• P/ A CONTAGEM DE OBJETOS.
EX.: LIVROS, ÁRVORES...

NÃO SE DIZ "TENHO 3,425 LIVROS"
OU "HÁ -1 BANANA".

FATORAÇÃO

= RE-ESCREVÊ-LO COMO UM PRODUTO DE
NÚMEROS PRIMOS.

→ SÓ SÃO DIVISÍVEIS POR 1
E POR SI MESMOS
(EX.: 2, 3, 5, 7, 11, 13...)

EX.: FATORAR 36: USAR SEMPRE O
MENOR NÚMERO
PRIMO POSSÍVEL!

36		2
18		2
9		3
3		3
1		
		$= 2^2 \cdot 3^2$

OPERAÇÕES

• PODEMOS DEFINIR ADIÇÃO E MULTIPLICAÇÃO.
(O CONJUNTO É FECHADO)

→ + OU × DE NÚMEROS NATURAIS
RESULTAM EM UM NÚM. NATURAL.

• A SUBTRAÇÃO E A DIVISÃO NÃO SÃO
SEMPRE DEFINIDAS.
(O CONJUNTO NÃO É FECHADO)

RESULTAM EM NÚMERO
NÃO NATURAL:

$$\begin{aligned} 2 - 5 \\ 2 \div 8 \\ 5 \div 3 \dots \end{aligned}$$

conjuntos
numéricos
= NÚMEROS NATURAIS =

QUADRADO PERFEITO

• É O QUADRADO DE UM NÚMERO NATURAL.

EX.: $\begin{aligned} 16 &= 4^2 \\ 9 &= 3^2 \\ 4 &= 2^2 \end{aligned}$

CUBO PERFEITO

• É O CUBO DE UM NÚMERO NATURAL.

EX.: $\begin{aligned} 8 &= 2^3 \\ 27 &= 3^3 \\ 64 &= 4^3 \end{aligned}$

QUANTIDADE DE DIVISORES DE UM NÚMERO NATURAL

PASSO A PASSO:

1. FATORAR EM NÚMEROS PRIMOS.
2. ADICIONE 1 A CADA EXPOENTE.
3. MULTIPLIQUE OS RESULTADOS DE 2.

EX.: NÚMERO DE DIVISORES DE 12:

$$\begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & = 2^2 \cdot 3^1 \end{array}$$

$$2. \quad 12 = 2^2 \cdot 3^1$$

$$\begin{array}{l} \swarrow \quad \searrow \\ 2+1=3 \quad 1+1=2 \end{array}$$

$$3. \quad 3 \times 2 = 6 \quad \rightarrow \quad 6 \text{ DIVISORES!}$$

$$D(12) = \{ 1, 2, 3, 4, 6, 12 \}$$

6

conjuntos
numéricos
= NÚMEROS NATURAIS =

QUANTIDADE DE ALGARISMOS EM UMA SEQUÊNCIA

EX.: QUANTOS ALGARISMOS SÃO USADOS
P/ NUMERAR PÁGINAS DE 1 A 150?

$$1 \rightarrow 9 = 9 - 1 + 1 = 9 \text{ NÚMEROS DE 1 ALGARISMO.} \\ (9 \cdot 1 = 9)$$

$$10 \rightarrow 99 = 99 - 10 + 1 = 90 \text{ NÚMEROS DE 2 ALGARISMOS} \\ (90 \cdot 2 = 180)$$

$$100 \rightarrow 150 = 150 - 100 + 1 = 51 \text{ NÚMEROS DE 3 ALGARISMOS} \\ (51 \cdot 3 = 153)$$

$$\text{TOTAL} = 9 + 180 + 153 \\ = 342$$

ASPECTOS GERAIS

• SÍMBOLOS : $\mathbb{Z}$

$$\mathbb{Z} = \{ \dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3 \dots \}$$

NÚMEROS SIMÉTRICOS / OPPOSTOS

$$\mathbb{Z}^* = \{ \dots, -3, -2, -1, 1, 2, 3 \dots \}$$

↳ INTEIROS NÃO NULOS

$$\mathbb{Z}_- = \{ \dots, -3, -2, -1, 0 \}$$

↳ INTEIROS NÃO POSITIVOS

$$\mathbb{Z}_+ = \{ 0, 1, 2, 3 \dots \}$$

↳ INTEIROS NÃO NEGATIVOS

$$\mathbb{Z}_-^* = \{ \dots, -3, -2, -1 \}$$

↳ INTEIROS NEGATIVOS

$$\mathbb{Z}_+^* = \{ 1, 2, 3 \dots \}$$

↳ INTEIROS POSITIVOS

O ZERO NÃO É POSITIVO NEM NEGATIVO : É NEUTRO.

OPERAÇÕES

• PODEMOS DEFINIR ADIÇÃO, SUBTRAÇÃO E MULTIPLICAÇÃO.

↳ $\mathbb{Z}$ É FECHADO NAS TRÊS OPÇÕES.

$$a - b = a + (-b)$$

• A DIVISÃO NÃO É AINDA DEFINIDA.

conjuntos numéricos
= NÚMEROS INTEIROS =

RELAÇÃO ENTRE OS CONJUNTOS



TODOS OS NÚMEROS NATURAIS SÃO INTEIROS

REGRAS DOS SINAIS C/ NÚMEROS INTEIROS

$$-(-a) = a$$

$$(-a) \cdot (-b) = a \cdot b$$

$$a \cdot (-b) = (-a) \cdot b = -(a \cdot b) = -a \cdot b$$

P/ MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO:

SINAIS	RESULTADO
IGUAIS	POSITIVO
DIFERENTES	NEGATIVO

EX.: $(-2) \cdot (-4) = 8$
 $3 \cdot 6 = 18$
 $(-2) \cdot 4 = -8$
 $(-3) \cdot 6 = -18$

conjuntos
numéricos
= NÚMEROS INTEIROS =

QUANTIDADE DE NÚMEROS EM UMA SEQUÊNCIA

EX.: QUANTOS NÚMEROS HÁ ENTRE
 $\{354, 355, \dots, 678\}$?

$$= 678 - 354 + 1 = 325 \text{ NÚMEROS.}$$

↳ SUBTRAIR O MAIOR DO
MENOR E SOMAR 1.

ASPECTOS GERAIS

- SÍMBOLO: $\mathbb{Q} = \left\{ \frac{p}{q} / p \in \mathbb{Z} \text{ e } q \in \mathbb{Z}^* \right\}$
- PROPRIEDADE DA DENSIDADE:
ENTRE DOIS NÚMEROS RACIONAIS,
HÁ **INFINITOS** OUTROS NÚMEROS RACIONAIS.

OPERAÇÕES

- PODEMOS DEFINIR **ADIÇÃO**, **SUBTRAÇÃO**, **DIVISÃO** E **MULTIPLICAÇÃO**.
↳ INCLUI OS NÚMEROS DECIMAIS FINITOS E INFINITOS (DÍZIMAS PERIÓDICAS)

DÍZIMAS PERIÓDICAS

NÚMEROS DECIMAIS C/ **INFINITAS** CASAS DECIMAIS PERIÓDICAS.

EX.: 0, **14**14 **14**14 ...

32,12 **546**546 **546**... = 32,12**546**.

- P/ TRANSFORMAR EM FRAÇÃO:

EX.: 3,12**851**

1. "NÚMERO COMPLETO" = **NC** = 312.851
(SEM — E SEM,)

2. "NÚM. FORA DA BARRA" = **NFB** = 312
(SEM,)

3. DENOMINADOR = **999...9** 000...0

TANTOS QUANTOS
OS NÚMEROS
ABAIXO DA BARRA.

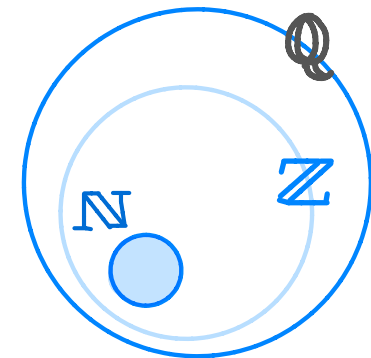
TANTOS QUANTOS
OS NÚMEROS ENTRE A
VÍRGULA E A BARRA

P/ O
NUMERADOR

$$\text{FRAÇÃO} \Rightarrow 3,12\overline{851} = \frac{312.851 - 312}{99900} = \frac{312.539}{99900}$$

conjuntos
numéricos
= NÚMEROS RACIONAIS =

RELAÇÃO ENTRE OS CONJUNTOS



ASPECTOS GERAIS

- TODOS OS NÚMEROS COM REPRESENTAÇÃO DECIMAL (FINITA/INFINITA, PERIÓDICA / NÃO PERIÓDICA)

- SÍMBOLO: $\mathbb{R}$

$$\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \overline{\mathbb{Q}}$$

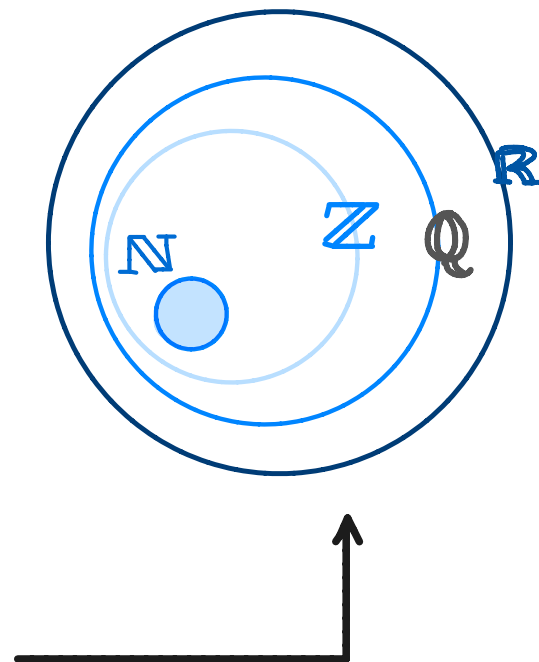
IRRACIONAIS
(NÃO Podem SER
ESCRITOS COMO
FRAÇÃO)

Ex.: $\sqrt{2}$, π ...



conjuntos
numéricos
= NÚMEROS REAIS =

RELAÇÃO ENTRE OS CONJUNTOS



INTERVALOS REAIS

$[a, b]$ = INTERVALO LIMITADO FECHADO
(INCLUI OS EXTREMOS)

(a, b) = INTERVALO LIMITADO ABERTO
(NÃO INCLUI OS EXTREMOS)

$[a, +\infty)$ = INTERVALO ILIMITADO FECHADO À ESQUERDA.
↳ INFINITO É SEMPRE ABERTO!

$(-\infty, a)$ = INTERVALO ILIMITADO ABERTO À ESQUERDA.



CONCEITO

- SENTENÇA MATEMÁTICA **ABERTA** QUE EXPRIME UMA RELAÇÃO DE **IGUALDADE**.

Ex.: $3x + 2 = 9$
 $\sqrt{2x + 1} = 7$
 $2x + 4y = 5$

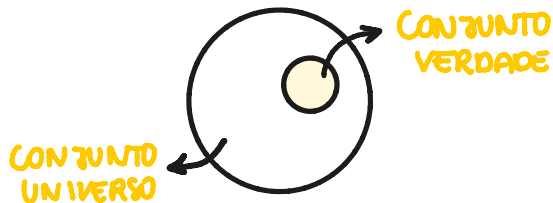
- **NÃO SÃO EQUAÇÕES**: $9^2 + 4^2 = 97$
 $4 + \sqrt{7}x \neq 3$.

INCOGNITA → TEM UM VALOR FIXO QUE QUEREMOS DESCOBRIR (= RAIZ DA EQUAÇÃO)

VARIÁVEL → PODE ASSUMIR QUALQUER VALOR

CONJUNTOS IMPORTANTES

- **CONJUNTO UNIVERSO** → TODOS OS VALORES QUE UMA VARIÁVEL PODE ASSUMIR. (U)
- **CONJUNTOS VERDADE** → ELEMENTOS DE U QUE SATISFAZEM A EQUAÇÃO.



TEM UMA VARIÁVEL

SOLUÇÃO DE EQUAÇÕES

- **EQUAÇÕES EQUIVALENTES** → TÊM AS MESMAS RAÍZES.
- **P/ RESOLVER** → ESCREVER UMA SÉRIE DE EQUAÇÕES EQUIVALENTES ATÉ ISOLAR A INCOGNITA.

Ex.: $3x - 1 = 8$ → AO PASSAR UM TERMO P/ O OUTRO LADO DA =: INVERTE - SE O SINAL

$3x = 8 + 1$

$3x = 9$

$x = 9/3$ → **$x = 3$**

INVERTE

INVERTE

- ↔ +
x ↔ ÷

DICA:

- QUANDO UMA EQUAÇÃO POSSUIR **FRAÇÕES**, **MULTIPLIQUE OS DOIS LADOS** PELO **MMC** DOS **DENOMINADORES**.

Ex.: $\frac{2x}{3} + \frac{5}{2} = 4$ → MMC (2, 3) = 6

$6 \cdot \left(\frac{2x}{3} + \frac{5}{2} \right) = 6 \cdot 4$ ← MULTIPlicAR OS DOIS LADOS.

$\cancel{6} \cdot \frac{2x}{\cancel{3}} + \cancel{6} \cdot \frac{5}{\cancel{2}} = 6 \cdot 4$

SIMPLIFIQUE!

$4x + 15 = 24$

$4x = 9$ → **$x = 9/4$**

equações

ASPECTOS GERAIS

- EQUAÇÃO QUE PODE SER ESCRITA COMO $ax^2 + bx + c = 0$
(a, b, c SÃO NÚMEROS REAIS E $a \neq 0$)

Ex.: $x^2 + 2x + 1 = 0$
 $x^2 = 9$

CUIDADO!

$\sqrt{9} = 3$, MAS $\sqrt{x^2} = |x|$

SE $x^2 = 9$

$x = \pm \sqrt{9}$

$x = \pm 3$ $\begin{cases} (-3)^2 = 9 \\ 3^2 = 9 \end{cases}$

QUADRADO PERFEITO

$$(ax + b)^2 = a^2x^2 + 2abx + b^2$$

(DECORE!)

- COMO IDENTIFICAR:

$64x^2 + 80x + 25$
 $= 8^2$ $= 5^2$ TIRE OS QUADRADOS
MULTIPLIQUE POR a $\rightarrow 2 \cdot 5 \cdot 8 = 80 \rightarrow$ IGUAL AO TERMO DO MEIO!
LOGO, $= (8x + 5)^2$

EQUAÇÕES DO 2º GRAU

SOLUÇÃO GERAL

$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$
(DELTA)

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2a} \quad (\text{DECORE!})$$

- SE $\begin{cases} \Delta > 0: 2 \text{ RAÍZES REAIS E DISTINTAS} \\ \Delta = 0: 2 \text{ RAÍZES REAIS E IGUAIS} \\ \Delta < 0: \text{NÃO HÁ RAÍZES} \end{cases}$

CASOS ESPECIAIS (SOLUÇÃO IMEDIATA)

• $b = c = 0 \rightarrow ax^2 = 0 \rightarrow x = 0$

• $b = 0 \rightarrow ax^2 + c = 0 \rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{-c}{a}}$

• $c = 0 \rightarrow ax^2 + bx = 0$
 $x(ax + b) = 0$
 $\rightarrow ax + b = 0$

$x = -\frac{b}{a}$ OU $x = 0$

EQUAÇÕES DO 2º GRAU

RELAÇÕES DE GIRARD

SOMA DAS RAÍZES → $S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$

PRODUTO DAS RAÍZES → $P = x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$

$$a [x^2 - Sx + P] = 0$$

EX.: $3x^2 - 15x - 42 = 0$

RAÍZES: $x_1 = 8$
 $x_2 = -3$

$$S = 5$$
$$P = -24$$

LOGO,

$$3x^2 - 15x - 42 = 3(x^2 - 5x - 24)$$

FORMA FATORADA

$$a(x - x_1)(x - x_2) = 0$$

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

EX.: $3x^2 - 15x - 42 = 0$

RAÍZES: $x_1 = 8$
 $x_2 = -3$

$$3x^2 - 15x - 42 = 3(x - 8)(x + 3)$$

CONCEITO

• SEQUÊNCIA DE TERMOS

↳ CADA TERMO (a_n) É A SOMA DO ANTERIOR (a_{n-1}) COM UMA CONSTANTE (r) (CHAMADA DE RAZÃO)

↓
A PARTIR DO SEGUNDO TERMO

CÁLCULO DA RAZÃO

$$r = a_n - a_{n-1}$$

↳ É A DIFERENÇA ENTRE DOIS TERMOS CONSECUTIVOS

$$\text{E } r = a_{n+1} - a_n$$

$$\therefore a_{n+1} - a_n = a_n - a_{n-1}$$

$$2a_n = a_{n+1} + a_{n-1}$$

$$\therefore a_n = \frac{a_{n+1} + a_{n-1}}{2}$$

↳ O TERMO DO MEIO É A MÉDIA ARITMÉTICA DOS OUTROS DOIS.

CLASSIFICAÇÃO

1. CRESCENTE: $a_n > a_{n-1}$

$$r > 0$$

2. DECRESCENTE: $a_n < a_{n-1}$

$$r < 0$$

3. CONSTANTE: $a_n = a_{n-1}$

$$r = 0$$

PROGRESSÃO ARITMÉTICA

TERMO GERAL

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$$

EXEMPLO: QUAL O MILÉSIMO TERMO DA SEQUÊNCIA (2, 5, 8, 11 ...)?

(a_1)

+3 ($r = 3$)

$$a_{1000} = 2 + (999) \cdot 3$$

$$\therefore a_{1000} = 2.999$$

TERMO GERAL SEM CONHECER a_1 :

$$a_n = a_k + (n - k) \cdot r$$

↳ TERMO CONHECIDO

PROPRIEDADES

$$a_n + a_m = a_p + a_q$$

SE E SOMENTE SE
(EM UMA P.A. NÃO
CONSTANTE)

$$n + m = p + q$$

A SOMA DE TERMOS EQUIDISTANTES DOS
EXTREMOS DE UMA P.A. É CONSTANTE
($S_1 = S_2 = S_3$)

$$\begin{array}{cccccc} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 & a_6 \\ \hline & \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{S_3} & & \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{S_2} & & \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{S_1} \\ \hline & & + & & & \end{array}$$

MÉDIA DOS TERMOS DE UMA P.A.

$$\bar{x} = \frac{S_n}{n} \rightarrow \bar{x} = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2n}$$

$$\therefore \bar{x} = \frac{(a_1 + a_n)}{2} = \text{A MÉDIA ENTRE OS EXTREMOS.}$$

TERMO CENTRAL (QUANDO O NÚMERO DE TERMOS É ÍMPAR)

$$\bar{x} = x_c$$

SOMA DOS TERMOS

1. CALCULAR OS n PRIMEIROS TERMOS DA P.A.

$$S = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + \dots + a_n$$

+S

$$2S = \underbrace{(a_1 + a_n)}_{S_1} + \underbrace{(a_2 + a_{n-1})}_{S_2} + \dots + \underbrace{(a_n + a_1)}_{S_n}$$

n PARCELAS

COMO $S_1 = S_2 = S_3 \dots$,

$$2S = S_n \cdot n$$

$$\therefore S = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$$

$$\text{OU } \frac{S}{n} = x_c$$

$$\therefore S = x_c \cdot n$$

PROGRESSÃO
ARITMÉTICA

CONCEITO

• SEQUÊNCIA DE TERMOS

↳ CADA TERMO (a_n) É IGUAL AO ANTERIOR (a_{n-1}) MULTIPLICADO POR UMA CONSTANTE REAL (q) (CHAMADA DE RAZÃO)

A PARTIR DO SEGUNDO TERMO

OBS.: SE FOR NÃO-ESTACIONÁRIA ($q \neq 0$)

EXEMPLO: (3, 6, 12, 24, 48...)

x2

CÁLCULO DA RAZÃO

$$q = \frac{a_n}{a_{n-1}}$$

$$q = \frac{a_n}{a_{n-1}} = \frac{a_{n+1}}{a_n}$$

$$\therefore a_n^2 = a_{n+1} \cdot a_{n-1}$$

É A MÉDIA GEOMÉTRICA DE a_{n+1} E a_{n-1} .

CLASSIFICAÇÃO

1. CRESCENTE: $a_n > a_{n-1}$

• P.G. C/ TERMOS $\begin{cases} \cdot \text{POSITIVOS} \rightarrow q > 1 \\ \cdot \text{NEGATIVOS} \rightarrow 0 < q < 1 \end{cases}$

2. DECRESCENTE: $a_n < a_{n-1}$

• P.G. C/ TERMOS $\begin{cases} \cdot \text{POSITIVOS} \rightarrow 0 < q < 1 \\ \cdot \text{NEGATIVOS} \rightarrow q > 1 \end{cases}$

3. CONSTANTE: $a_n = a_{n-1}$

$$q = 1$$

OBS.: SE $a_1 = 0$, q PODE SER QUALQUER VALOR REAL.

4. OSCILANTE (OU ALTERNANTE / PENDULAR)

= TERMOS CONSECUTIVOS TÊM SINAIS CONTRÁRIOS. $\rightarrow q < 0$

EX.: (3, -6, 12, -24...) $\rightarrow q = -2$

5. ESTACIONÁRIA (OU SINGULAR)

= $a_1 \neq 0$, MAS $q = 0$

EX.: (3, 0, 0, 0, 0...)

PROGRESSÃO
geométrica

TERMO GERAL

$$a_1 \xrightarrow{\times q} a_2 \xrightarrow{\times q} a_3 \xrightarrow{\times q} \dots a_n$$

$$\therefore a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

TERMO GERAL SEM CONHECER a_1 :

$$a_n = a_k \cdot q^{n-k}$$

TERMO CONHECIDO

SOMA DOS TERMOS

• DE UMA P.G. FINITA:

$$S = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + \dots + a_n$$

n TERMOS

$$S = \frac{a_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1}$$

progressão
geométrica

SOMA DOS TERMOS

• DE UMA P.G. INFINITA:

($n = \text{INFINITO!}$)

• SE $|q| \geq 1$, $\lim_{n \rightarrow \infty} S = \infty$
= SEQUÊNCIA DIVERGENTE.

• SE $|q| < 1$, $\lim_{n \rightarrow \infty} S = \frac{-a_1}{q - 1} \rightarrow S = \frac{a_1}{1 - q}$

DEFINIÇÃO

LOGARITMO = EXPOENTE

EX.: $\log_3 9 =$ QUAL EXPOENTE DEVEMOS DAR AO 3 P/ RESULTAR EM 9?

$$3^2 = 9 \rightarrow \log_3 9 = 2$$

$$\log_b a \rightarrow b^x = a$$

a : LOGARITMANDO (POSITIVO)

b : BASE (POSITIVO E $\neq 1$)

x : LOGARITMO (QUALQUER NÚMERO REAL)

PROPRIEDADES IMPORTANTES

• LOGARITMO DE 1 EM QUALQUER BASE É IGUAL A ZERO.

• LOGARITMO DA PRÓPRIA BASE É 1.

EX.: $\log_8 8 = 1.$

• $\log_a x = \log_a y$ SOMENTE SE $x = y$.

LOGARITMO DA POTÊNCIA

$$\log_a x^y = y \cdot \log_a x$$

BASES ESPECIAIS

• LOGARITMOS DECIMAIS

$$\log_{10} x = \log x$$

SE NÃO HÁ BASE NÃO ESTIVER EXPÍCITA $\log_{10}$

• LOGARITMOS NEPERIANO

= NATURAL

BASE $e = 2,718281...$

$$\log_e x = \ln x$$

logaritmos

LOGARITMO DO PRODUTO

$$\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$$

(VERDADEIRA EM AMBOS OS SENTIDOS!)

LOGARITMO DO QUOCIENTE

$$\log_a (x/y) = \log_a x - \log_a y$$

(VERDADEIRA EM AMBOS OS SENTIDOS!)

LOGARITMOS

= MUDANÇA DE BASE =

MUDANÇA DE BASE

- EFETUA-SE UMA DIVISÃO C/ A BASE DESEJADA:

$$\log_b a = \frac{\log_c a}{\log_c b}$$

C = NOVA BASE

EX.: $\log_2 3 = \frac{\log_{10} 3}{\log_{10} 2}$

- EXPOENTE NA BASE:

$$\log_{b^m} x = \frac{\log_b x}{\log_b b^m} = \frac{\log_b x}{m \cdot \log_b b}$$

$\hookrightarrow = 1$

$$\therefore \log_{b^m} x = \frac{\log_b x}{m}$$

- PERMUTAR BASE E LOGARITMANDO:

$$\log_b a = \frac{1}{\log_a b}$$

DIAGRAMA DE RAMOS E FOLHAS

- OUTRA REPRESENTAÇÃO DE DADOS EM ROL.

ROL: 11 11 12 13 13 20 21 21 30 31 33
42 65 72 73

1	11233
2	011
3	013
4	2
6	5
7	23

1ª COLUNA
DEZENA

UNIDADES
CORRESPONDENTES

GRÁFICO DE COWNAS OU BARRAS JUSTAPOSTAS

- P/ DADOS AGRUPADOS POR VALOR OU ATRIBUTO.
- EX.: IDADE x FREQUÊNCIA

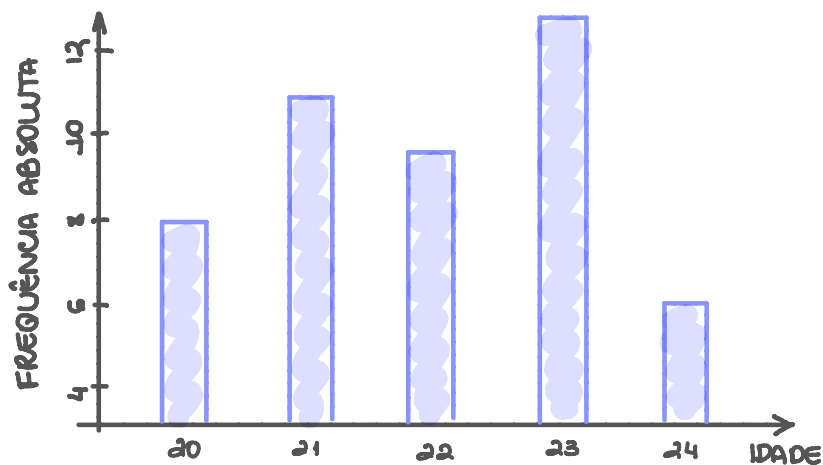
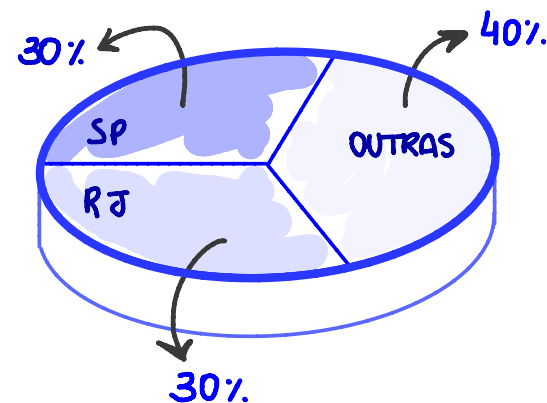


GRÁFICO DE SETORES (PIZZA)

- ÚTIL P/ APRESENTAR P/ MOSTRAR DIVISÃO DE UM TODO EM PARTES.

CIDADE NATAL x FREQUÊNCIA



- CADA SETOR CIRCULAR É PROPORCIONAL À RESPECTIVA FREQUÊNCIA.

É POSSÍVEL ENCONTRAR O ÂNGULO POR REGRA DE TRÊS:

$$\begin{array}{lcl} 100\% & \longrightarrow & 360^\circ \\ 30\% & \longrightarrow & x \end{array}$$

CIDADE NATAL x FREQUÊNCIA

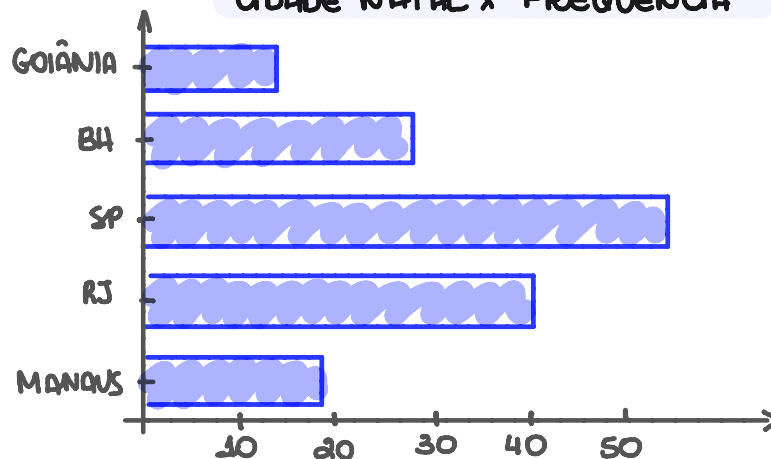


GRÁFICO DE LINHAS

- USADOS NA REPRESENTAÇÃO DE SÉRIES TEMPORAIS.

ESPERANÇA DE VIDA AO NASCER

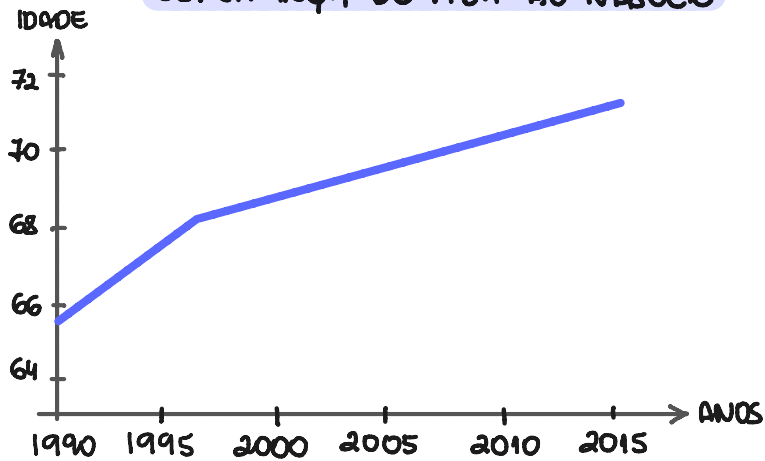
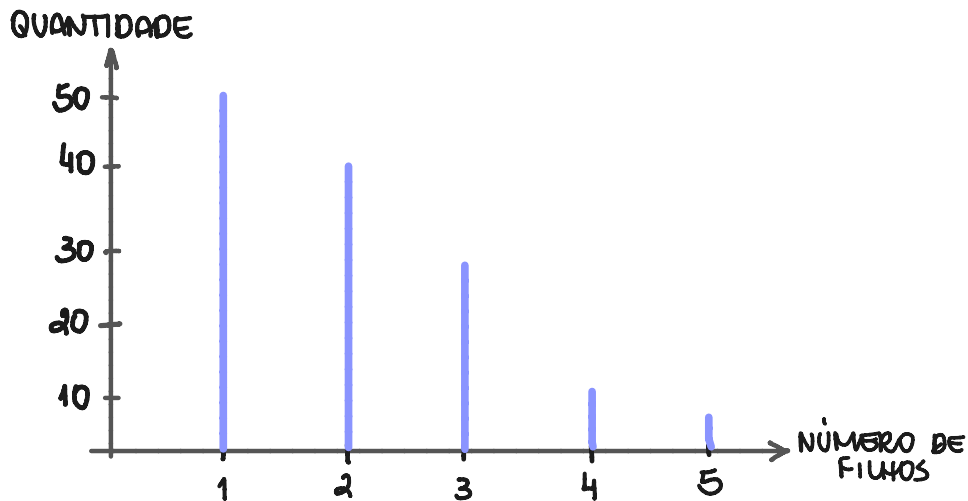


GRÁFICO DE HASTES OU BASTÕES

- USADOS P/ REPRESENTAR DADOS NÃO AGRUPADOS EM CLASSES (NORMALMENTE = DADOS DISCRETOS)

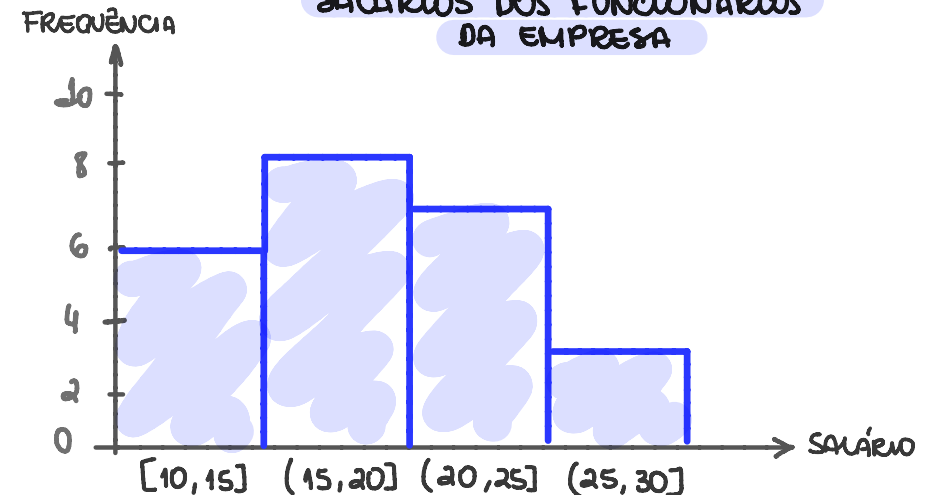


APRESENTAÇÃO DE DADOS

HISTOGRAMAS

- USADOS P/ REPRESENTAR DADOS AGRUPADOS EM CLASSES (NORMALMENTE = DADOS CONTÍNUOS)
- ↳ = DISTRIBUIÇÕES DE FREQUÊNCIAS.
- RELACIONA CLASSE ↔ FREQUÊNCIA POR RETÂNGULOS CONTÍNUOS
- ÁREA DE CADA RETÂNGULO É PROPORCIONAL À FREQUÊNCIA.

SALÁRIOS DOS FUNCIONÁRIOS DA EMPRESA



ASPECTOS GERAIS

- **FREQUÊNCIA** = NÚMERO DE VEZES QUE UM DETERMINADO VALOR APARECE NO CONJUNTO.
- PODEMOS AGRUPAR OS VALORES EM **CLASSES** (CONVENIENTE QUANDO HÁ MUITOS VALORES POSSÍVEIS, OU COM **VARIÁVEIS CONTÍNUAS**)
→ GANHAMOS SIMPLICIDADE, MAS PERDEMOS DETALHES SOBRE OS ELEMENTOS.

SÍMBOLOS

- H INCLUI AMBOS OS LIMITES
- ┤ INCLUI LIMITE INFERIOR EXCLUI LIMITE SUPERIOR
- ┘ INCLUI LIMITE SUPERIOR EXCLUI LIMITE INFERIOR
- — EXCLUI AMBOS OS LIMITES

EXEMPLO:

ALTURA DOS ALUNOS DE UMA ESCOLA

CLASSES ↓

ALTURA	FREQUÊNCIA (f_i)	PONTO MÉDIO (x_i)
150 ┤ 154	4	152
154 ┤ 158	9	156
158 ┤ 162	11	160
162 ┤ 166	8	164
166 ┤ 170	5	168
170 ┤ 174	3	172

TOTAL: 40 = TOTAL DE ALUNOS

DISTRIBUIÇÕES
DE FREQUÊNCIAS
= ELEMENTOS =

ELEMENTOS

CLASSE

- = CADA GRUPO/INTERVALO DE VALORES.
- EX.: CLASSE 3 = 158 ┤ 162

LIMITES DE CLASSE

- = EXTREMOS DA CLASSE
- EX.: LIMITES DA CLASSE 3 : 158 E 162

AMPLITUDE DE UM INTERVALO DE CLASSE

- = DIFERENÇA ENTRE O LIMITE SUPERIOR E O LIMITE INFERIOR (l_{INF}) (l_{SUP})

$$h = l_{\text{SUP}} - l_{\text{INF}}$$

AMPLITUDE TOTAL

- = A DIFERENÇA ENTRE O MAIOR E O MENOR NÚMERO DO CONJUNTO INTEIRO. (ELEMENTO)

PONTO MÉDIO DE UMA CLASSE (x_i)

- = DIVIDE O INTERVALO EM 2 PARTES IGUAIS. (MÉDIA ARITMÉTICA DOS LIMITES DA CLASSE)

$$x_i = \frac{l_{\text{SUP}} + l_{\text{INF}}}{2}$$

EX.: $x_1 = \frac{150 + 154}{2} = 152$

FREQUÊNCIA ABSOLUTA SIMPLIS

- = NÚMERO DE DADOS NA RESPECTIVA CLASSE (f_i) (ELEMENTOS)
- SOMA DAS FREQUÊNCIAS SIMPLIS DE TODAS AS CLASSES = TOTAL DE ELEMENTOS (n):

$$\sum f_i = n$$

FREQUÊNCIA RELATIVA SIMPLIS

- = RAZÃO ENTRE A FREQUÊNCIA SIMPLIS DA RESPECTIVA CLASSE E A FREQUÊNCIA TOTAL: (NORMALMENTE EM PORCENTAGEM)

$$f_{ri} = \frac{f_i}{n}$$

EXEMPLO: (FREQUÊNCIAS SIMPLIS)

ALTURA DOS ALUNOS DE UMA ESCOLA

ALTURA	FREQUÊNCIA (f_i)	FREQUÊNCIA RELATIVA (f_{ri})
150 - 154	4 (ABSOLUTA SIMPLIS)	$4/40 = 0.1 (10\%)$
154 - 158	9	$9/40 = 0.225 (22.5\%)$
158 - 162	11	$11/40 = 0.275 (27.5\%)$
162 - 166	8	$8/40 = 0.2 (20\%)$
166 - 170	5	$5/40 = 0.125 (12.5\%)$
170 - 174	3	$3/40 = 0.075 (7.5\%)$
TOTAL:	40 (n)	1.00 (100%)

DENSIDADE DE FREQUÊNCIA

- = RAZÃO ENTRE A FREQUÊNCIA DA CLASSE E SUA AMPLITUDE.

$$d = \frac{f_i}{h}$$

DISTRIBUIÇÕES DE FREQUÊNCIAS
TIPOS DE FREQUÊNCIAS =

FREQUÊNCIAS ACUMULADAS

- PODE-SE CALCULAR POR FREQUÊNCIAS (MESMO PROCEDIMENTO) { ABSOLUTAS OU RELATIVAS

FREQUÊNCIA ACUMULADA CRESCENTE

- COPIAR A FREQ. ABSOLUTA DA 1ª CLASSE
- P/O CÁLCULO DA FREQ SEGUINTE: SOMAR A FREQ. ACUMULADA ANTERIOR C/ A FREQ. ABSOLUTA DA CLASSE CORRESPONDENTE.

ALTURA	FREQUÊNCIA (f_i)	FREQUÊNCIA ACUMULADA (f_{ac})
150 - 154	4	4
154 - 158	9	13
158 - 162	11	24
162 - 166	8	32
166 - 170	5	37
170 - 174	3	40
TOTAL:	40 (n)	40

A FREQ. ACUMULADA DA ÚLTIMA CLASSE = TOTAL DE ELEMENTOS (n)

- A FREQ. ACUMULADA DE UMA CLASSE, INDICA O NÚMERO DE ELEMENTOS MENORES QUE SEU LIMITE SUPERIOR.

EX.: $f_{ac3} = 24$ (HÁ 24 ALUNOS C/ MENOS DE 162cm DE ALTURA)

FREQUÊNCIA ACUMULADA DECRESCENTE

- MESMO PROCEDIMENTO, DE BAIXO P/ CIMA.

MEDIDAS SEPARATRIZES

= MEDIANA =

MEDIDAS SEPARATRIZES

- **DIVIDEM** OS DADOS EM **PARTES**
- É NECESSÁRIO QUE OS DADOS ESTEJAM DISPOSTOS EM **ORDEM CRESCENTE** (OU DECRESCENTE)
→ = DISPOSTOS EM "ROL".

MEDIANA (M_d)

- = **NÚMERO** QUE SE ENCONTRA NO **CENTRO** DE UMA SÉRIE DE NÚMEROS.

MEDIANA P/ DADOS NÃO-AGRUPADOS

NÚMERO ÍMPAR DE TERMOS (n)

3, 4, 5, 7, **8**, 9, 10, 12, 13
4 ELEMENTOS 4 ELEMENTOS
↑
MEDIANA

- **MEDIANA** = TERMO DE ORDEM $\frac{n+1}{2}$.

NÚMERO PAR DE TERMOS

3, 4, 5, 7, **8, 9**, 10, 12, 13, 15
4 ELEMENTOS 4 ELEMENTOS
↑
MEDIANA = $\frac{8+9}{2} = 8,5$ (PONTO MÉDIO)

- **MEDIANA** = MÉDIA ARITMÉTICA ENTRE O TERMO DE ORDEM $\frac{n}{2}$ E $\frac{n}{2} + 1$.

PROPRIEDADES

- A MEDIANA **NÃO** É INFLUENCIADA PELOS **VALORES EXTREMOS** DO ROL. (DEPENDE DA POSIÇÃO)
- **SOMANDO-SE** (SUBTRAINDO-SE) UMA CONSTANTE **C** DE TODOS OS VALORES → A MEDIANA TAMBÉM É SOMADA (SUBTRAÍDA) DE **C**.

$$M_d' = M_d + C$$

$$M_d' = M_d - C$$

- **MULTIPUCANDO-SE** (DIVIDINDO-SE) TODOS OS VALORES POR UMA CONSTANTE **C** → A MEDIANA TAMBÉM É MULTIPUCADA (DIVIDIDA) POR **C**.

$$M_d' = M_d \times C$$

$$M_d' = M_d \div C$$

- A **SOMA DOS MÓDULOS DOS DESVIOS** DA SEQUÊNCIA DE NÚMEROS x_i EM RELAÇÃO A UM NÚMERO É **MÍNIMA** SE EM RELAÇÃO A **MEDIANA**.

CAI MUITO EM PROVA

MEDIANA P/ DADOS AGRUPADOS

SEM INTERVALOS DE CLASSE

• **EXEMPLO:** NOTAS DE ALUNOS EM UMA CLASSE.

EXEMPLO 1:

NÚMERO DE ALUNOS

NOTAS	FREQUÊNCIA (f_i)	FREQUÊNCIA ACUMULADA (f_{ac})
2	2	2
4	6	8
6	10	18
8	12	30
10	9	39
TOTAL:	39 (n)	39

ESTA COLUNA
NORMALMENTE
VOCÊ CONSTRÓI!

TOTAL = 39 (ÍMPAR)

M_d = NÚMERO NA POSIÇÃO $\frac{n+1}{2}$

$M_d = 20^\circ$ TERMO.

ELE ESTÁ NA CLASSE DE NOTA 8!
(APÓS A f_{ac} 18 E ANTES DO 30)

LOGO, $M_d = 8$.

EXEMPLO 2:

NOTAS	FREQUÊNCIA (f_i)	FREQUÊNCIA ACUMULADA (f_{ac})
2	2	2
4	6	8
6	10	18
8	12	30
10	6	36
TOTAL:	36 (n)	36

TOTAL = 36 (PAR)

M_d = MÉDIA ENTRE $\frac{n}{2}$ E $\frac{n}{2} + 1$.

M_d = MÉDIA ENTRE x_{18} E x_{19} .

LOGO, $M_d = 7$. = 6 ← = 8 →

MEDIANA P/ DADOS AGRUPADOS

EM CLASSES

ALTURA	FREQUÊNCIA (f_i)	FREQUÊNCIA ACUMULADA (f_{ac})
40 - 50	2	2
50 - 60	5	7
60 - 70	7	14
70 - 80	8	22
80 - 90	3	25
TOTAL:	25 (n)	25

1º PASSO: DETERMINAR A CLASSE MEDIANA

ENCONTRAR A CLASSE ONDE ESTEJA
A FREQUÊNCIA ACUMULADA $\frac{n}{2}$

$$\frac{n}{2} = \frac{25}{2} = 12,5$$

ESTA ENTRE f_{ac} 7 E 14,
LOGO, CLASSE MEDIANA = 60 - 70

2º PASSO: APLICAR A FÓRMULA:

$$M_d = li + \left[\frac{n/2 - f_{ac \text{ ant}}}{f_i} \right] \cdot h$$

DO EXEMPLO:

$$M_d = 60 + \left[\frac{12,5 - 7}{7} \right] \cdot 10$$

$$M_d = 67,85$$

li :	LIMITE INFERIOR
$f_{ac \text{ ant}}$:	FREQUÊNCIA ACUMULADA DA CLASSE ANTERIOR
h :	AMPITUDE DA CLASSE → 70 - 60
f_i :	FREQUÊNCIA SIMPLES DA CLASSE MEDIANA

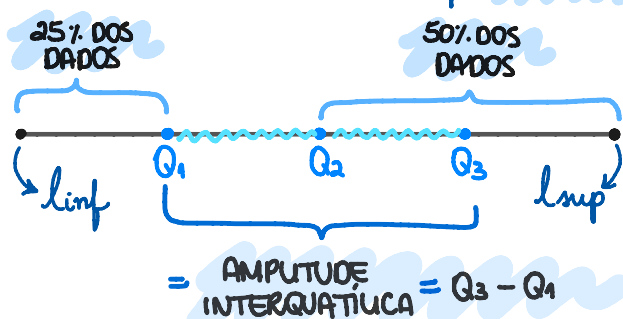
MEDIDAS
SEPARATRIZES
= MEDIANA =

QUARTIL

- DIVIDE OS DADOS EM 4 PARTES DE MESMA FREQUÊNCIA

→ SÃO 3 QUARTIS C/ 25% DOS DADOS CADA

→ Q_2 = MEDIANA!



- AMPLITUDE SEMI-INTERQUATILICA = $\frac{Q_3 - Q_1}{2}$

OBSERVAÇÃO:

Q_1 = MEDIANA ENTRE $linf$ E Q_2 .
 Q_3 = MEDIANA ENTRE $lnup$ E Q_2 .

FÓRMULAS (PROCEDIMENTO ANÁLOGO AO DA MEDIANA)

$$Q_1 = li + \left[\frac{1 \cdot n/4 - fac\ ant}{fi} \right] \cdot h$$

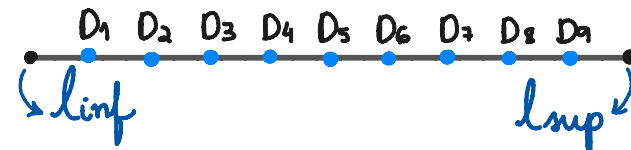
$$Q_2 = li + \left[\frac{2 \cdot n/4 - fac\ ant}{fi} \right] \cdot h$$

$$Q_3 = li + \left[\frac{3 \cdot n/4 - fac\ ant}{fi} \right] \cdot h$$

DECIL

- DIVIDE OS DADOS EM 10 PARTES DE MESMA FREQUÊNCIA

→ SÃO 10 DECIS C/ 10% DOS DADOS CADA



FÓRMULAS

$$D_k = li + \left[\frac{k \cdot n/10 - fac\ ant}{fi} \right] \cdot h$$

PERCENTIL

- DIVIDE OS DADOS EM 100 PARTES DE MESMA FREQUÊNCIA.

→ 100 PERCENTIS C/ 1% DOS DADOS CADA

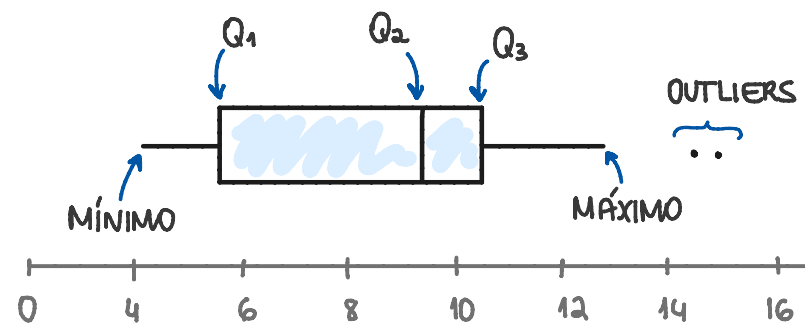
FÓRMULAS

$$P_k = li + \left[\frac{k \cdot n/100 - fac\ ant}{fi} \right] \cdot h$$

MEDIDAS SEPARATRIZES

BOX PLOT

- GRÁFICOS QUE USAM OS QUARTIS P/ A REPRESENTAÇÃO DE DADOS.
- PODE SER HORIZONTAL OU VERTICAL.



MODA

ASPECTOS GERAIS

- = VALOR QUE APARECE C/ **MAIOR FREQUÊNCIA**
- UM CONJUNTO DE VALORES PODE TER **MAIS DE UMA MODA**.

MODA P/ DADOS NÃO-AGRUPADOS

$X = \{1, 3, 9, 16, 20, 21, 21, 34\}$ = CONJUNTO **AMODAL**

$X = \{1, 3, 9, 16, 16, 16, 20, 21, 21, 34\}$ = CONJUNTO **UNIMODAL**

$X = \{1, 3, 9, 16, 16, 20, 21, 21, 34\}$ = CONJUNTO **BIMODAL**

MODA P/ DADOS AGRUPADOS

SEM INTERVALOS DE CLASSE

- A MODA É AQUELE VALOR C/ **f_i MAIOR!**
- **EXEMPLO:** NOTAS DE ALUNOS EM UMA CLASSE

NOTAS	FREQUÊNCIA (f_i)
2	2
4	6
6	10
8	12
10	9
TOTAL:	39 (n)

FREQUÊNCIA
SIMPLES

MODA = 8
(NOTA 8!)

CUIDADO!

A MODA NÃO É A f_i ,
MAS O VALOR EM SI!

PROPRIEDADES DA MODA

- A MODA **NÃO** É INFLUENCIADA PELOS **VALORES EXTREMOS** DO ROL. (DEPENDE DA POSIÇÃO FREQUÊNCIA)
- **SOMANDO-SE** (SUBTRAINDO-SE) UMA CONSTANTE **C** DE TODOS OS VALORES $\rightarrow$ A MODA TAMBÉM É SOMADA (SUBTRAÍDA) DE **C**.

$$M_o' = M_o + C$$

$$M_o' = M_o - C$$

- **MULTIPLICANDO-SE** (DIVIDINDO-SE) TODOS OS VALORES POR UMA CONSTANTE **C** $\rightarrow$ A MODA TAMBÉM É MULTIPLICADA (DIVIDIDA) POR **C**.

$$M_o' = M_o \times C$$

$$M_o' = M_o \div C$$

MODA DE PEARSON

$$Mo = 3 \cdot Md - 2\bar{X}$$

MODA

MEDIANA

MÉDIA

DECORE!

- UTILIZE APENAS QUANDO A QUESTÃO PEDIR **EXPRESSAMENTE**.

ESSAS FÓRMULAS CAEM MUITO EM PROVA

MODA P/ DADOS AGRUPADOS EM CLASSES

MODA DE CZUBER

$$Mo = li + \left[\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \right] \cdot h$$

$$Mo = li + \left[\frac{f_m - f_{ant}}{(f_m - f_{ant}) + (f_m - f_{post})} \right] \cdot h$$

$$\Delta_1 = f_m - f_{ant}$$

$$\Delta_2 = f_m - f_{post}$$

ALGUNS LIVROS USAM A FÓRMULA ASSIM

MODA DE KING

$$Mo = li + \left[\frac{f_{post}}{f_{ant} + f_{post}} \right] \cdot h$$

ESSAS FÓRMULAS DE CZUBER E KING SÓ PODEM SER APLICADAS SE AS **AMPLITUDES** DAS CLASSES (h) FOREM TODAS **IGUAIS**.

MODA P/ DADOS AGRUPADOS EM CLASSES

MODA BRUTA

= CLASSE C/ MAIOR FREQUÊNCIA

- É O **PONTO MÉDIO** DA **CLASSE MODAL**.

EXEMPLO:

ALTURA	FREQUÊNCIA (fi)
40 - 50	2
50 - 60	5
60 - 70	7 <i>f_{ant}</i>
70 - 80	8 <i>f_m</i>
80 - 90	3 <i>f_{post}</i>
TOTAL:	25 (n)

<i>li</i>	LIMITE INFERIOR
<i>h</i>	AMPLITUDE DA CLASSE
<i>f_m</i>	FREQUÊNCIA SIMPLES DA CLASSE MODAL
<i>f_{ant}</i>	FREQUÊNCIA DA CLASSE ANTERIOR
<i>f_{post}</i>	FREQUÊNCIA DA CLASSE POSTERIOR

SE A CLASSE MODAL FOR:

- PRIMEIRA: *f_{ant}* = 0
- ÚLTIMA: *f_{post}* = 0

MODA BRUTA = 75.

MEDIDAS DE DISPERSÃO



ASPECTOS GERAIS

- = ANÁLISE O AFASTAMENTO DOS DADOS.
- EXEMPLOS:
 - AMPUTUDES (TOTAL, INTERQUATÍLICA ...)
 - DESVIOS (QUATÍLICO, MÉDIO, PADRÃO ...)
 - VARIÂNCIA
 - COEFICIENTE DE VARIAÇÃO

AMPUTUDE TOTAL

$$A = x_{\text{máx}} - x_{\text{min}}$$

- = DIFERENÇA ENTRE O MAIOR E O MENOR VALOR DE UM CONJUNTO DE DADOS.

PROPRIEDADES

- SOMANDO-SE (SUBTRAINDO-SE) UMA CONSTANTE C DE TODOS OS VALORES $\rightarrow$ A AMPUTUDE NÃO É ALTERADA!
- MULTIPLICANDO-SE (DIVIDINDO-SE) TODOS OS VALORES POR UMA CONSTANTE $C \rightarrow$ A AMPUTUDE TAMBÉM É MULTIPLICADA (DIVIDIDA) POR C .

DESVIOS

- = DIFERENÇA ENTRE UM NÚMERO DO CONJUNTO EM RELAÇÃO A UM NÚMERO (m). (x_i)

$$d_i = x_i - m$$

PROPRIEDADES

- SOMA ALGÉBRICA DOS DESVIOS RELAÇÃO À MÉDIA É ZERO. ($\bar{x}$)

$$\sum d_i = \sum (x_i - \bar{x}) = 0$$

- A SOMA DOS QUADRADOS DOS DESVIOS ($\sum d_i^2$) EM RELAÇÃO A UM NÚMERO m É MÍNIMA QUANDO $m = \bar{x}$.
- A SOMA DOS MÓDULOS DOS DESVIOS ($\sum |d_i|$) EM RELAÇÃO A UM NÚMERO m É MÍNIMA QUANDO $m = \text{MEDIANA}$.

MEDIDAS DE DISPERSÃO

DESVIO MÉDIO

- = MÉDIA DOS MÓDULOS DOS DESVIOS DOS TERMOS (x_i) EM RELAÇÃO À MÉDIA ($\bar{x}$).

$$D_M = \frac{\sum (|x_i - \bar{x}|)}{n}$$

- EM DADOS AGRUPADOS, DEVE-SE CALCULAR A MÉDIA PONDERADA DOS DESVIOS. OS PESOS SÃO AS FREQUÊNCIAS (f_i)

$$D_M = \frac{\sum (|x_i - \bar{x}| \cdot f_i)}{n}$$

VARIÂNCIA (POPULACIONAL)

- = MÉDIA ARITMÉTICA DOS QUADRADOS DOS DESVIOS.

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

- OU $\sigma^2 = \overline{x^2} - (\bar{x})^2$

$$\sigma^2 = \text{MÉDIA DOS QUADRADOS} - \text{QUADRADO DA MÉDIA}$$

DESVIO PADRÃO (POPULACIONAL)

- = RAIZ QUADRA DA VARIÂNCIA.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}}$$

A VARIÂNCIA E O DESVIO PADRÃO SERÃO NULOS QUANDO TODOS OS TERMOS FOREM IGUAIS.

SIMBOLOGIA:

σ^2 : VARIÂNCIA POPULACIONAL

S^2 : VARIÂNCIA AMOSTRAL

$$S^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

σ : DESVIO PADRÃO POPULACIONAL

S : DESVIO PADRÃO AMOSTRAL

$$S = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

$$= \left[\overline{x^2} - (\bar{x})^2 \right] \cdot \frac{n}{n-1}$$

MEDIDAS de dispersão

VARIÂNCIA E DESVIO PADRÃO

PROPRIEDADES

- **SOMANDO-SE** (SUBTRAINDO-SE) UMA CONSTANTE C DE TODOS OS VALORES : A VARIÂNCIA E O DESVIO PADRÃO NÃO SE ALTERAM.
- **MULTIPUCANDO-SE** (DIVIDINDO-SE) TODOS OS VALORES POR UMA CONSTANTE C :
 - O **DESVIO PADRÃO** TAMBÉM É MULTIPLICADO (DIVIDIDO) POR C .
 - A **VARIÂNCIA** É MULTIPLICADA (DIVIDIDA) POR C^2

VARIÂNCIA E DESVIO PADRÃO

P/ DADOS AGRUPADOS

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i}{n}$$

DEVE-SE MULTIPLICAR CADA RESULTADO PELA RESPECTIVA FREQUÊNCIA

$$s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i}{n - 1}$$

COEFICIENTE DE VARIAÇÃO

$$C_v = \frac{\sigma}{\bar{x}}$$

= RAZÃO ENTRE O DESVIO PADRÃO E A MÉDIA (É ADIMENSIONAL)

- DÁ UMA **NOÇÃO RELATIVA** DA DISPERÇÃO DOS DADOS → PERMITE "VER" SE O DESVIO PADRÃO É RELEVANTE QUANDO COMPARADO À MÉDIA DOS DADOS.
- C_v^2 = VARIÂNCIA RELATIVA.