Aula 06

IBGE (Técnico em Informações Geográficas e Estatísticas) Passo Estratégico de Matemática - 2023 (Pré-Edital)

Autor:
Allan Maux Santana

27 de Maio de 2023

Índice

ESTUDO DAS FUNÇÕES

Sumário

ROTEIRO DE REVISÃO E PONTOS DO ASSUNTO QUE MERECEM DESTAQUE

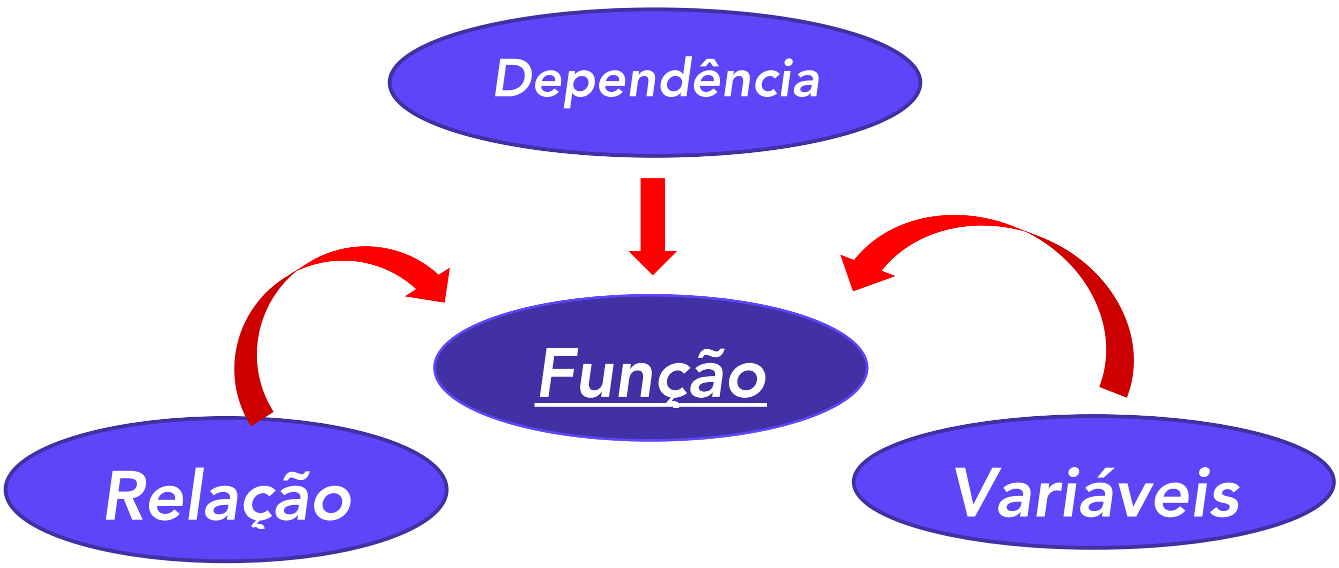
A ideia desta seção é apresentar um roteiro para que você realize uma revisão completa do assunto e, ao mesmo tempo, destacar aspectos do conteúdo que merecem atenção.

Para revisar e ficar bem preparado no assunto, você precisa, basicamente, seguir os passos a seguir:

Conceitos de Funções

Vamos começar o estudo das funções e começo logo dizendo pAra vocês que a palavra "função" não tem qualquer relação com a palavra "atribuição, incumbência ou missão", por exemplo: Paulo exerce um cargo na função administrativa na empresa X.

Na matemática, a palavra ***função*** está diretamente ligada ao fator **dependência**. Mas percebam que para existir uma dependência, devem existir, antes de tudo, pelo menos, duas coisas, que na matemática são chamadas de ***variáveis***.



Por exemplo:

A área do quadrado está em função do comprimento de seu lado. Temos ai uma relação de dependência entre as variáveis área do quadrado e o seu lado.

Percebemos que a ***área*** está em ***função*** (ou ***depende***) do ***lado*** do quadrado.

Área → Variável Dependente

Lado → Variável Independente

A (L) = L^2

Mas, pessoal, apesar de parecer estranho, podemos fazer também a relação entre essas variáveis de forma ***inversa***, ou seja, o ***lado*** dependendo (***em função***) da ***área.***

Lado → Variável Dependente

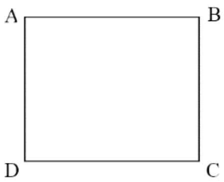
Área → Variável Independente

L (A) = $\sqrt{A}$

Eu posso ir à feira e pedir 2 Kg de carne ou posso pedir R$ 50,00 de carne. Ou eu pago em função da quantidade de carne, ou eu levo em função do dinheiro que tenho. Ok? Compreenderam?

IMPORTANTE: As funções que admitem essa relação inversa recebem o nome de BIJETORA ou BIJETIVA.

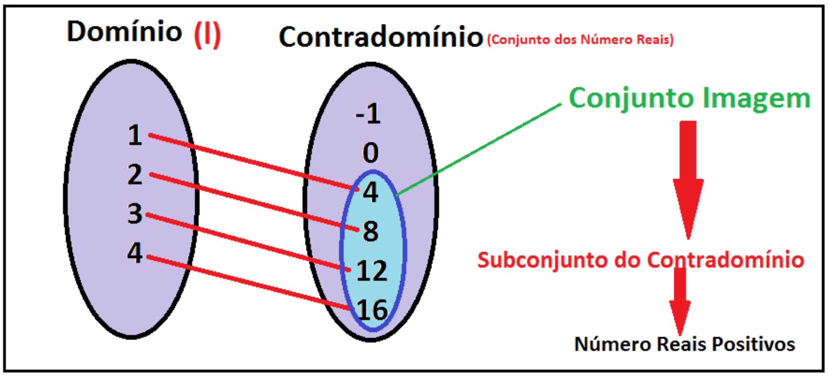
Exemplo de uma Função: Perímetro do Quadrado em função do Lado;



Seja um **Quadrado ABCD** de lado igual a "L". Sabemos que o *perímetro* (P) do quadrado é dado pelo comprimento da linha que delimita a região interna da externa. Portanto, a Lei de Formação que determina o *Perímetro* em função do *Lado* é dada pela fórmula: P(L) = 4L

Vejam que é de fácil percepção que para cada aumento de 1 medida do lado do quadrado, há um aumento de 4 medidas para o seu respectivo perímetro, ou seja, existe uma variação, porém ela é constante. Graficamente falando, temos que uma linha (reta) é uma figura geométrica constante (uniforme), sendo assim, damos o nome de ***Função Linear*** para as funções que possuem uma ***taxa de variação constante***. Fácil, não é verdade?

Vejam como podemos observar essa representação entre duas variáveis através do diagrama de Venn:

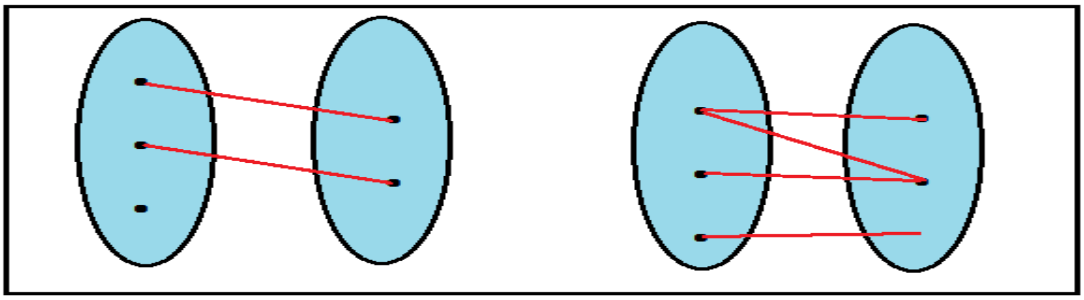


Bem, pessoal, mas devemos ter cuidado com o conceito de função, pois nem sempre uma relação entre duas variáveis poderá ser uma função. Existem duas condições para que uma relação entre duas variáveis seja uma função, vejam:

Condições:

Todos os elementos do conjunto de partida ***(domínio)*** deverão fazer ***apenas uma*** relação no conjunto de chegada, ou seja:

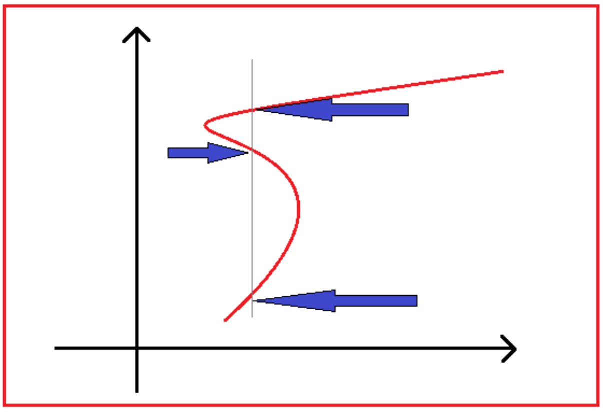
1. Não podem sobrar elementos no conjunto domínio;
2. Um elemento do conjunto domínio só pode ter uma relação no contradomínio.



Não é função, pois sobrou um elemento no Conjunto de Partida.

Não é função, pois tem um elemento do Conjunto de Partida fazendo relação com dois elementos no Conjunto de Chegada.

Podemos, também, verificar, através de um gráfico, se uma relação representa ou não uma função. Basta traçar uma ***reta paralela ao eixo das ordenadas (Y)***, se, em qualquer parte do gráfico, essa reta tocar o gráfico em apenas um ponto, teremos, portanto, uma função. Vejam:

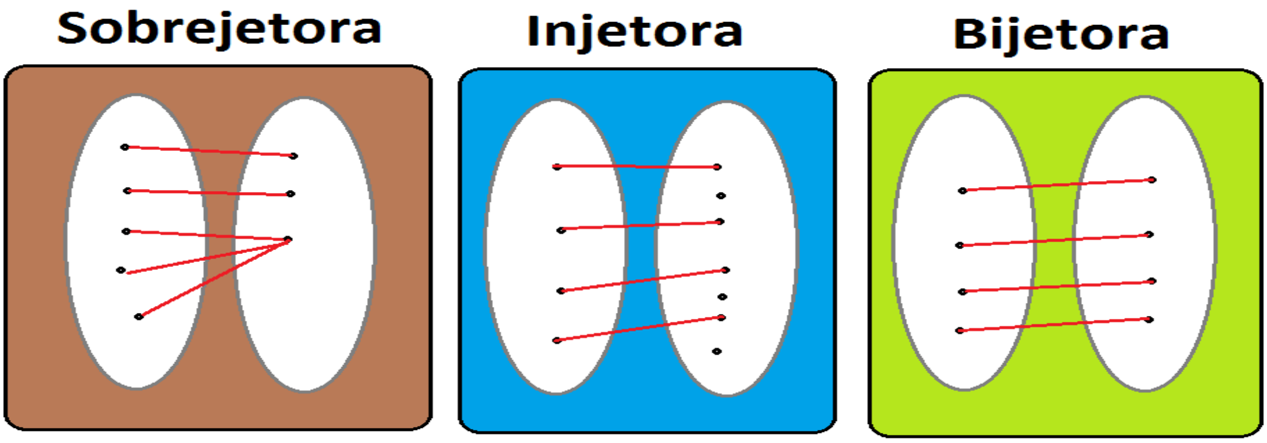


Percebam que a linha cinza (paralela ao eixo "y") ***tocou o gráfico em 3 pontos***, logo esse gráfico não representa uma função.

Qualidade das Funções

Esse tópico não é cobrado em provas como as demais partes do estudo das funções.

As funções se classificam, quanto à qualidade, de três formas, vejam os gráficos:



Observem que não sobraram elementos no Conjunto de Chegada (Contradomínio), ou seja, Imagem = ContraDomínio.

Vejam que **elementos distintos** do Conjunto **Domínio** possuem **Imagens distintas**. Essa característica é típica da função injetora. Observem que na função sobrejetora essa característica não é necessária.

A função Bijetora acumula as características da função sobrejetora (Im = CD) e da função injetora (elementos distintos do domínio com imagens distintas).

Um ponto importantíssimo sobre a qualidade das funções é sobre as funções inversas.

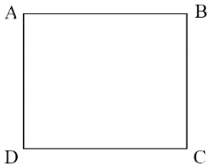
Dentre todas as funções, ***apenas as funções que são bijetivas possuem inversa.***

Tentem mudar o sentido das funções acima sobrejetora e injetora, invertendo os conjuntos. Perceberam que se você fizer isso na função apenas sobrejetora, deixaríamos de ter uma função, pois teríamos um único elemento do domínio com 03 imagens. Já na função injetora, sobrariam 03 elementos do conjunto domínio sem sua respectiva imagem. Contudo, na função bijetora, você poderá mudar a ordem dos conjuntos e ainda sim teremos as características da função sendo obedecidas.

Funções: Afim – Quadrática – Exponencial

Vamos agora fazer o aprendizado 3 em 1. Darei 3 exemplos e, a partir deles, vamos diferenciar as três principais funções de nosso estudo. Chamo aprendizado 3 em 1 porque não os tratarei de forma diferente, apesar de serem situações distintas. Porém, acho interessante não os segmentar, pelo simples fato de tornar a comparação entre eles mais fácil de aprender o conteúdo

Exemplo 1: Perímetro do Quadrado em função do Lado;



Seja um **Quadrado ABCD** de lado igual a "L". Sabemos que o *perímetro* (P) do quadrado é dado pelo comprimento da linha que delimita a região interna da externa. Portanto, a Lei de Formação que determina o *Perímetro* em função do *Lado* é dada pela fórmula: P(L)

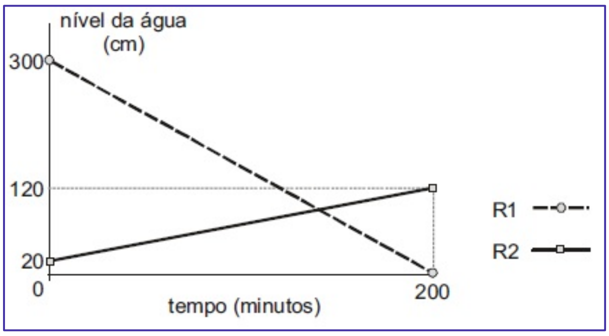
$$P(L) = 4 \cdot L$$

L	P(L)
1	4
2	8
3	12

Vejam que é de fácil percepção que para cada aumento de 1 medida do lado do quadrado, há um aumento de 4 medidas para o seu respectivo perímetro, ou seja, existe uma variação, porém ela é constante. Graficamente falando, temos que uma linha (reta) é uma figura geométrica constante (uniforme), sendo assim, damos o nome de **Função Linear** para as funções que possuem uma **taxa de variação constante**. Fácil, não é verdade?

As Funções Afim são da forma: f(x) = ax + b.

Vamos entender essa situação graficamente, agora, que tal?



Vemos, no exemplo acima, dois gráficos representados por linhas. De cara, então, a gente já sabe que são funções lineares. Temos dois reservatórios, R1 e R2, o nível da água (cm) e o tempo (minutos).

Vejam que o **Reservatório R1**, que está sendo representado pela *linha pontilhada*, apresenta, inicialmente, um nível de 300 cm e que, após 200 minutos, ele está completamente vazio.

Podemos escrever a Lei de Formação da situação da seguinte forma: "N" (nível da água) em função de "t" (tempo), logo:

$$N(t) = 300 - 1{,}5 \cdot t$$

Perceberam que se ele **esvazia** (-) 300cm em 200min, logo esvaziará 1,5cm a cada minuto. Por isso, na função que escrevemos acima, o coeficiente 1,5 está multiplicando o tempo "t", por isso damo-nos o nome de **taxa de variação** ou **coeficiente angular**.

Já o **Reservatório R2**, representado pela *linha contínua*, começa com o nível da água em 20 cm e, após 200 minutos, ele está com o nível em 120 cm. Podemos escrever a Lei de Formação da situação da seguinte forma: "N" (nível da água) em função de "t" (tempo), logo:

$$N(t) = 20 + 0{,}5 \cdot t$$

Aqui, o raciocínio é o mesmo, no entanto o reservatório está ***enchendo*** (+) na razão de 100cm em 200min, logo seu nível está aumentando 0,5cm a cada minuto. Por isso, escrevemos o coeficiente 0,5 multiplicando a variável "t", sendo chamado, da mesma forma, de **taxa de variação** ou **coeficiente angular**.

Vejam como fica bem mais fácil o entendimento com exemplo acima explicado. Dá até para, intuitivamente, tirarmos algumas conclusões como essas: se a taxa de variação for **positiva**, teremos uma função **crescente** (reservatório enchendo). Já se a taxa de variação (ou coeficiente angular) for negativa, a função será **decrescente** (reservatório esvaziando).

Exemplo 2: Uma bactéria divide-se em quatro a cada hora, qual o número de bactérias originadas de uma só bactéria após 04h?

Tempo (h)	*Quant. Bactérias*
0	*1*
1	*4*
2	*16*
3	*64*
4	*256*

Diferentemente do que ocorreu na ***Função Afim***, percebam, aqui, que existe uma variação constante no tempo, de hora em hora, porém, em relação à quantidade de bactérias, há uma variação diferente de crescimento, a cada hora que se passa.

No momento inicial, existia apenas uma bactéria, que deu origem a 4 bactérias, que deram origem a 16, que deram origem a 64 e assim por diante. Percebam que a variação da quantidade de bactérias de um intervalo de tempo para o outro é diferente. Isto acontece porque estamos multiplicando o **valor anterior** sempre por 4. Sendo assim, existe um crescimento exponencial, definido pela função:

$$Q(t) = 4^t$$

"Q" representa a quantidade de bactérias;

"t" representa o instante em "horas".

Vamos comparar as duas funções

$$P(L) = 4 \cdot L \qquad Q(t) = 4^t$$

Vejam que a variável "L" esta **multiplicando** o 4, na primeira situação, por isso o crescimento é ***linear (proporcional)***.

Já, na segunda situação, a variável "t" é **expoente** do 4, por isso o crescimento é dito ***exponencial***.

Exemplo 3: Área do Retângulo em função dos seus Lados;

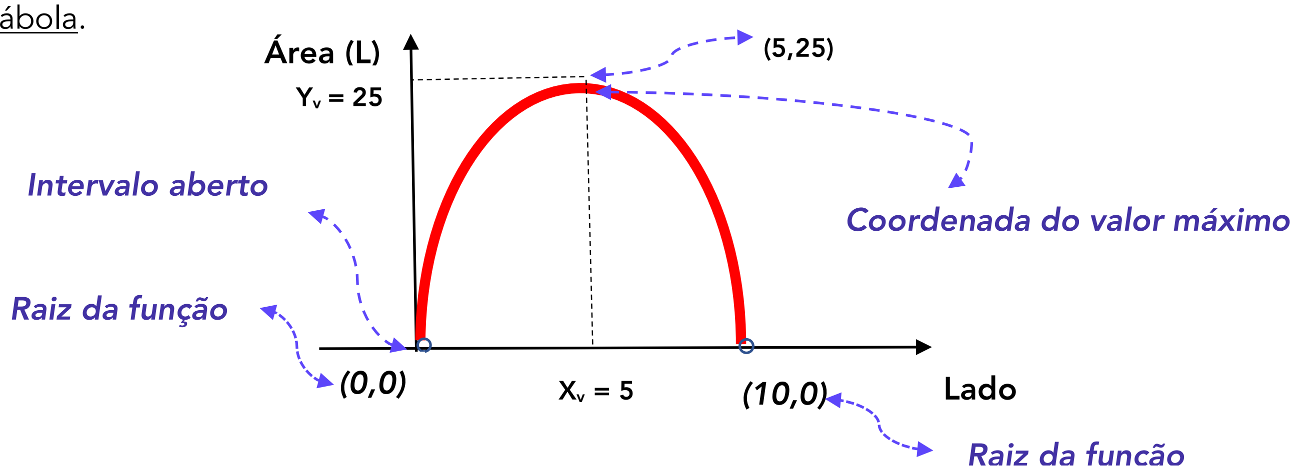
Seja um **retângulo ABCD** de lado igual a "L" e perímetro 40. Sabemos que a *Área* (A) do retângulo é dado pelo produto dos seus lados.

Logo, a função que define a área será:

$$A(L) = (20 - L) \cdot L$$

$$A(L) = -L^2 + 20L$$

A função que define a área de um retângulo é conhecida como quadrática e seu gráfico é uma parábola.



Pessoal, vamos fazer algumas observações sobre a análise gráfica:

1. A coordenada do vértice é encontrada da seguinte forma: $\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$;
2. Esse gráfico tem um valor máximo 25, sendo considerado um retângulo da área máxima, encontrado justamente no "Y" do vértice;
3. Observem que o lado para que se tenha a área máxima corresponde a 5. Sendo assim, temos um quadrado como um retângulo de área maior possível;
4. Percebam que as coordenadas (0,0) e (10,0) estão com os intervalos abertos, pois não poderão existir retângulos de lados 0 cm e 10 cm. Logo, o domínio da função está contido no intervalo]0,10[;
5. A imagem da função varia no intervalo]0,25].
6. A ***Função Quadrática*** tem como gráfico uma ***parábola***;
7. A forma algébrica é *$f(x) = ax^2 + bx + c$*

AFIM	***QUADRÁTICA***	***EXPONENCIAL***
$f(x) = ax + b$	$f(x) = ax^2 + bx + c$	$f(x) = a^x$

Função Logarítmica

A fórmula geral da função logarítmica é a seguinte:

$$f(x) = \log_a x$$

Sendo que **"a"** é a base do logaritmo e deve ser um número real, positivo e diferente de zero. Definimos logaritmo como o expoente ao qual devemos elevar a base para obtermos o número x.

Ex.: $Log_2 8 = 3$, pois $2^3 = 8$

PROPRIEDADES IMPORTANTES DOS LOGARITMOS		
$(Log\ a) \cdot (Log\ b) = Log\ a + Log\ b$	$Log\ a/b = Log\ a - Log\ b$	$Log\ a^n = n \cdot Log\ a$

QUESTÕES ESTRATÉGICAS

Nesta seção, apresentamos e comentamos uma amostra de questões objetivas selecionadas estrategicamente: são questões com nível de dificuldade semelhante ao que você deve esperar para a sua prova e que, em conjunto, abordam os principais pontos do assunto.

A ideia, aqui, não é que você fixe o conteúdo por meio de uma bateria extensa de questões, mas que você faça uma boa revisão global do assunto a partir de, relativamente, poucas questões.

Q.01 (CESGRANRIO / (TRANSPETRO) / /2018)

A movimentação de cargas realizada pela empresa X, em 2017, gerou uma receita líquida (RL) de 20 milhões de reais, enquanto sua principal concorrente, a empresa Y, anunciou, no mesmo ano, uma receita líquida (RL) de 10 milhões de reais. Apesar dessa diferença, um analista observou que a RL anual da empresa X tem apresentado, nos últimos 3 anos, uma taxa de crescimento de 8% ao ano, em relação ao ano anterior, bem abaixo da taxa de crescimento de 14% ao ano apresentada pelas RL da empresa Y, no mesmo período.

n	log n
2	0,301
3	0,477
114	2,057

Assim, considerando-se as aproximações fornecidas no Quadro a seguir, o valor que mais se aproxima do tempo mínimo necessário, em anos, para que a RL da empresa Y ultrapasse a RL da empresa X, é igual a

a) 9,5

b) 10,5

c) 11,5

d) 12,5

e) 13,5

Comentários:

Nessa questão, deseja-se saber em quantos anos a empresa Y irá ultrapassar a RL da empresa X.

Sabemos que na data presente (ano zero) a empresa X tem receita de 20 milhões. Além disso, essa receita cresce 8% ao ano. Colocando em forma de função temos o seguinte:

$$\boldsymbol{f(n) = RL \cdot (1 + i)^n}$$

Onde:

RL: receita líquida = 20 milhões

I: taxa de crescimento anual = 8% ao ano

n: período

Substituindo os valores, teremos o seguinte:

$$f(n) = 20 \cdot\ (1{,}08)^n$$

Já para a empresa Y temos que a RL é de 10 milhões (no presente) e a taxa de crescimento igual a 14% ao ano. Logo, a função da empresa Y será a seguinte:

$$\boldsymbol{g(n) = RL\ \cdot (1 + i)^n}$$

Onde:

RL: receita líquida = 10 milhões

i: taxa de crescimento anual = 14% ao ano

n: período

Substituindo os valores, teremos o seguinte:

$$g(n) = 10 \cdot (1{,}14)^n$$

De posse dessas funções podemos achar o período em que Y superará X. Isto é,

$$g(n) > f(n)$$

Fazendo as substituições teremos o seguinte:

$$10 \cdot (1{,}14)^n > 20 \cdot (1{,}08)^n$$

$$\left(\frac{1{,}14}{1{,}08}\right)^n > 2$$

Desconsiderando o sinal de maior e aplicando o logaritmo dos dois lados da igualdade, teremos o seguinte:

$$log\left(\frac{1{,}14}{1{,}08}\right)^n = log2$$

Agora é só aplicar as propriedades do logaritmo.

$$n \cdot \log\left(\frac{1{,}14}{1{,}08}\right) = log2$$

Vejam que podemos cortar as virgulas.

$$n \cdot \log\left(\frac{114}{108}\right) = log2$$

O logaritmo da razão é dado pelo logaritmo da diferença:

$$n \cdot (log114 - log108) = log2$$

Dados fornecidos na questão:

log 114 = 2,057

log 2 = 0,301

log 3 =0,477

Além disso, podemos escrever log 108 da seguinte forma:

$$\log 108 = \log(3^3 \cdot 2^2) = \log 3^3 + \log 2^2 = 3. \log 3 + 2 \cdot \log 2$$

Fazendo as substituições:

$$\log 108 = 3 \cdot \ 0{,}477 + 2 \cdot 0{,}301 = 2{,}033$$

Agora é só substituir os valores dos algoritmos para achar **n.**

$$n \cdot (log114 - log108) = log2$$

$$n \cdot (2{,}057 - 2{,}033) = 0{,}301$$

$$0{,}024n = 0{,}301$$

$$n = \frac{0{,}301}{0{,}024}$$

$$\boldsymbol{n = 16, 54}$$

Gabarito: D

Q.02 (CESGRANRIO / TRANSPETRO / 2018)

O gráfico de uma função f: R→R é uma parábola cujo x do vértice é igual a 5.

Se x ∈ ℝ é tal que f(x) = f(x – 4), então x é igual a

a) 7

b) 8

c) 9

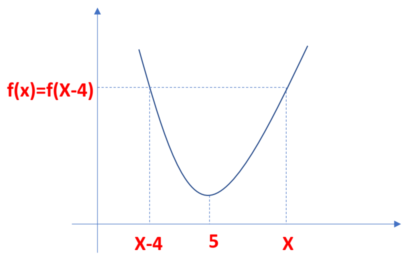
d) 10

e) 11

Comentários:

Pessoal, para responder essa questão temos que saber quer em uma parábola é uma função simétrica em relação ao seu vértice.

Nessa questão, podemos dizer que, se f(x) é igual a f(x - 4), então a distância de x até 5, ponto do vértice, será a mesma distância x - 4 até 5.



Desta forma,

$$X - 5 = 5 - (X - 4)$$

$$X - 5 = 5 - X + 4$$

$$X + X = 5 + 4 + 5$$

$$2X = 14$$

$$X = 7$$

Gabarito: A

Q.03 (CESGRANRIO / (TRANSPETRO /2018)

Um estudo revelou que o valor da variável y = f(x), em milhares de reais, em função da variável x, em milhares de peças, é dado pela função f(x) = Ax² + Bx + C, com x variando de 0 a 400. Considere que f(0) = 800, e f(100) = f (300) = 1.400.

Assim, o valor máximo que y pode assumir, em milhões de reais, é igual a

a) 1,2

b) 1,4

c) 1,6

d) 1,8

e) 2,0

Comentários:

Pessoal, a questão traz a seguinte expressão:

$$f(X) = A \cdot X^2 + B \cdot X + C$$

Diz também que o X varia de 0 a 400 e traz alguns valores para função (Y) para alguns X. Vejam.

f(0) = 800

f(100) = f(300) = 1.400

E quer saber o valor máximo de Y.

Substituindo os valores das funções teremos o seguinte:

$$f(X) = A \cdot X^2 + B.X + C$$

Para X = 0, f(x)=Y=800

$$800 = A \cdot 0^2 + B \cdot 0 + C$$

$$C = 800$$

Para X = 100, f(x)=Y=1.400

$$1.400 = A \cdot 100^2 + B \cdot 100 + 800$$

$$1.400 = 10.000A + 100B + 800$$

$$10.000A + 100B = 600$$

Dividindo os dois lados por 100 teremos:

$$100A + B = 6\ (\mathbf{1})$$

Para X = 300, f(x)=Y=1.400

$$1.400 = A \cdot 300^2 + B \cdot 300 + 800$$

$$1.400 = 90.000A + 300B + 800$$

$$90.000A + 300B = 600$$

Dividindo os dois lados por 300 teremos:

$$300A + B = 2\ (\mathbf{2})$$

Agora é só utilizar as equações **1** e **2** para achar os valores de **A** e **B**.

$$\mathbf{100}\boldsymbol{A} + \boldsymbol{B} = \mathbf{6}\ (\mathbf{1})$$

$$B = 6 - 100A$$

$$\mathbf{300}\boldsymbol{A} + \boldsymbol{B} = \mathbf{2}\ (\mathbf{2})$$

$$300A + (6 - 100A) = 2$$

$$200A = 2 - 6$$

$$A = -\frac{4}{200} = -\frac{1}{50} = -0{,}02$$

Agora é só achar **B**.

$$B = 6 - 100A$$

$$B = 6 - 100 \cdot (-0{,}02)$$

$$B = 8$$

Desta forma, a equação ficará da seguinte forma:

$$f(X) = A \cdot X^2 + B \cdot X + C$$

$$f(X) = -0{,}02X^2 + 8X + 800$$

Sendo, o ponto máximo dado pela seguinte expressão:

$$\frac{-B}{2A} = \frac{-8}{2 \cdot (-0{,}02)} = 200$$

Logo, o valor da função do vértice fica da seguinte forma:

$$f(X) = -0{,}02X^2 + 8X + 800$$

$$f(200) = -0{,}02 \cdot\ 200^2 + 8 \cdot\ 200 + 800$$

$$f(200) = -0{,}02 \cdot\ 40.000 + 1.600 + 800$$

$$f(200) = -800 + 1.600 + 800$$

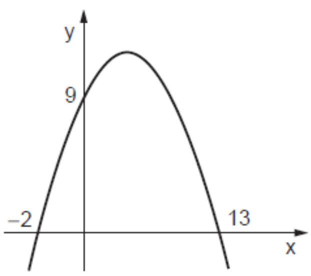
$$f(200) = 1.600$$

Portanto, **Y** assume o valor de 1.600 milhares de reais, o que corresponde a 1,6 milhões de reais.

Gabarito: C

Q.04 (CESGRANRIO / TRANSPETRO / 2018)

O gráfico de uma função quadrática, mostrado na Figura a seguir, intersecta o eixo y no ponto (0,9), e o eixo x, nos pontos (-2, 0) e (13, 0).



Se o ponto P(11, k) é um ponto da parábola, o valor de k será

a) 5,5

b) 6,5

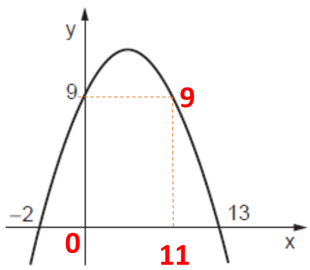
c) 7

d) 7,5

e) 9

Comentários:

Pessoal, essa é mais uma questão de simetria, pois uma parábola é uma função simétrica em relação ao seu vértice. Desta forma, não precisamos fazer cálculo algum para saber que o valor de **k** será 9. É só observar o gráfico abaixo.



O ponto dada na questão foi P(11, k) = P(x, y). Logo, o x é 11 e o y é 9.

Gabarito: E

Q.05 (CESGRANRIO / Escriturário (BB) / 2018)

Sabe-se que g é uma função par e está definida em todo domínio da função f, e a função f pode ser expressa por f(x) = x^2 + k · x · g(x).

Se f(1) = 7, qual o valor de f(–1)?

a) 7

b) 5

c) -7

d) -6

e) -5

Comentários:

Pessoal, na questão é dito que g(x) é uma função par. Logo, como g é uma função par, teremos o seguinte:

$$g(x) = g(-x)$$

Na questão foi dada a seguinte função:

$$f(x) = x^2 + k \cdot x \cdot g(x)$$

Além disso, diz que f(1) = 7 e quer saber o valor de f(-1).

A primeira coisa a ser feita é substituir o valor de x=1 e com isso achar g(1).

$$f(1) = 1^2 + k \cdot 1 \cdot g(1)$$

$$7 = 1 + k \cdot g(1)$$

$$g(1) = \frac{6}{k}$$

Sendo que queremos f(-1).

$$f(-1) = (-1)^2 + k \cdot (-1) \cdot g(-1)$$

$$f(-1) = 1 - k \cdot g(-1)$$

Sabemos que,

$$g(x) = g(-x)$$

Logo,

$$g(1) = g(-1)$$

Portanto, podemos fazer a substituição de g(1) em g(-1) e com isso encontrar o valor de f(-1).

$$f(-1) = 1 - k \cdot g(-1)$$

Onde:

$$g(1) = \frac{6}{k} = g(-1)$$

$$f(-1) = 1 - k \cdot \frac{6}{k}$$

$$f(-1) = 1 - 6$$

$$f(-1) = \mathbf{-5}$$

Gabarito: E

Q.06 (VUNESP / Pref. Municipal de Olímpia – SP / 2019)

Carmem contratou um plano de telefone celular pelo qual ela paga a quantia fixa de R$ 60,00 por mês, com direito a 300 minutos de ligações para telefones, celulares ou fixos, de qualquer operadora. Se ela utilizar mais de 300 minutos, pagará R$ 0,90 por minuto extra. Se no final do mês Carmem pagou R$ 78,00 de conta, o número de minutos extras que ela utilizou foi

a) 14.
b) 16.
c) 18.
d) 20.
e) 22.

Comentários:

Questão clássica de função do 1° grau (afim). Mas, não precisamos algebrizar a questão, vamos fazer interpretando os dados, ok?

Dos R$ 78,00, temos que R$ 60,00 se referem a parte fixa, ok?

Logo, o excedente em reais foi de: (78 – 60) = R$ 18,00

O enunciado da questão foi bem claro ao dizer que seriam cobrados R$0,90 por cada minuto excedente, logo basta dividir R$ 18,00 por R$ 0,90, para determinarmos o resultado da questão: ***20 minutos.***

Resolvendo por álgebra, teríamos que definir a lei de formação da função:

$$f(x) = 60{,}00 + (x - 300) \cdot 0{,}90$$

Teríamos, em seguida, que igualar a função ao valor pago:

$$60{,}00 + (x - 300) \cdot 0{,}90 = 78{,}00$$

$$x = 320$$

Gabarito: D

Q.07 (VUNESP / Câmara Municipal de Nova Odessa – SP / 2018)

Em uma biblioteca, o aluno que retirar um livro, e ele atrasar para devolvê-lo, pagará uma multa de R$ 5,00, mais R$ 2,00 por dia de atraso na devolução. Se um estudante, que atrasou na devolução de um livro, pagou R$ 21,00, o número de dias que ele atrasou a entrega foi:

a) 9.
b) 8.
c) 7.
d) 6.
e) 5.

Comentários:

M (d) = 5,00 + 2d

(essa seria nossa função, ok?)

Como a M(d) = 21,00, logo:

21,00 = 5,00 + 2d

2d = 16

d = 8 dias

Acredito que vocês fariam essa questão sem a necessidade de escrever a Lei de Formação da Função.

Gabarito: B

Q.08 (VUNESP / Polícia Militar – SP / 2019)

No início do ano de 2019, uma rede social de discussões sobre determinado assunto contava com 6 000 pessoas cadastradas. Sabe-se que o número de pessoas cadastradas tem, praticamente, dobrado de ano a ano, desde a sua criação, no início do ano de 2015. Fazendo-se corresponder t = 0 ao ano de 2015, t = 1 ao ano de 2016, e assim sucessivamente, a representação algébrica da função que melhor representa o número N de pessoas cadastradas nessa rede social, em função de "t", enquanto o número de pessoas cadastradas continuar dobrando, ano a ano, é:

a) $N(t) = 375 \cdot 2^t$
b) $N(t) = 750 \cdot 2^t$
c) $N(t) = 1500 \cdot 2^t$
d) $N(t) = 3000 \cdot 2^t$
e) $N(t) = 6000 \cdot 2^t$

Comentários:

Uma questão clássica de função exponencial que dá uma situação problema e nos pede a lei de formação da função.

Pessoal, uma dica aí é você usar as próprias alternativas para encontrar a resposta, ok?

De 2015 a 2019, há 3 variações sucessivas, né isso? Cuidado para não contar 4, hein?

São 04 anos, de fato, mas apenas 03 intervalos de aumentos:

2015 a 2016 / 2016 a 2017 / 2017 a 2018 / 2018 a 2019

Se em 2019 havia 6000 pessoas cadastradas e eu preciso saber o total no ***início de 2015***, basta fazer a operação inversa da multiplicação, ok? Ou seja, vamos dividir 6000 por 2 em ***4 intervalos***.

De 2019 a 2018: 6000 dividido por 2 = 3000,00
De 2018 a 2017: 3000 dividido por 2 = 1500,00
De 2017 a 2016: 1500 dividido por 2 = 750,00 (valor no final de 2015)
Então, para sabermos o valor no inicio de 2015 (t = 0), teremos 750 dividido por 2 = ***375***
Logo, nossa função será:

$$N(t) = 375 \cdot 2^t$$

Gabarito: A

LISTA DE QUESTÕES ESTRATÉGICAS

Q.01 (CESGRANRIO / (TRANSPETRO) / /2018)

A movimentação de cargas realizada pela empresa X, em 2017, gerou uma receita líquida (RL) de 20 milhões de reais, enquanto sua principal concorrente, a empresa Y, anunciou, no mesmo ano, uma receita líquida (RL) de 10 milhões de reais. Apesar dessa diferença, um analista observou que a RL anual da empresa X tem apresentado, nos últimos 3 anos, uma taxa de crescimento de 8% ao ano, em relação ao ano anterior, bem abaixo da taxa de crescimento de 14% ao ano apresentada pelas RL da empresa Y, no mesmo período.

n	log n
2	0,301
3	0,477
114	2,057

Assim, considerando-se as aproximações fornecidas no Quadro a seguir, o valor que mais se aproxima do tempo mínimo necessário, em anos, para que a RL da empresa Y ultrapasse a RL da empresa X, é igual a

a) 9,5

b) 10,5

c) 11,5

d) 12,5

e) 13,5

Q.02 (CESGRANRIO / TRANSPETRO / 2018)

O gráfico de uma função f: R→R é uma parábola cujo x do vértice é igual a 5.

Se $x \in \mathbb{R}$ é tal que f(x) = f(x – 4), então x é igual a

a) 7

b) 8

c) 9

d) 10

e) 11

Q.03 (CESGRANRIO / (TRANSPETRO /2018)

Um estudo revelou que o valor da variável y = f(x), em milhares de reais, em função da variável x, em milhares de peças, é dado pela função $f(x) = Ax^2 + Bx + C$, com x variando de 0 a 400. Considere que f(0) = 800, e f(100) = f (300) = 1.400.

Assim, o valor máximo que y pode assumir, em milhões de reais, é igual a

a) 1,2

b) 1,4

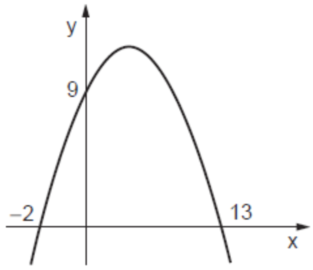
c) 1,6

d) 1,8

e) 2,0

Q.04 (CESGRANRIO / TRANSPETRO / 2018)

O gráfico de uma função quadrática, mostrado na Figura a seguir, intersecta o eixo y no ponto (0,9), e o eixo x, nos pontos (-2, 0) e (13, 0).



Se o ponto P(11, k) é um ponto da parábola, o valor de k será

a) 5,5

b) 6,5

c) 7

d) 7,5

e) 9

Q.05 (CESGRANRIO / Escriturário (BB) / 2018)

Sabe-se que g é uma função par e está definida em todo domínio da função f, e a função f pode ser expressa por $f(x) = x^2 + k \cdot x \cdot g(x)$.

Se f(1) = 7, qual o valor de f(–1)?

a) 7

b) 5

c) -7

d) -6

e) -5

Q.06 (VUNESP / Pref. Municipal de Olímpia – SP / 2019)

Carmem contratou um plano de telefone celular pelo qual ela paga a quantia fixa de R$ 60,00 por mês, com direito a 300 minutos de ligações para telefones, celulares ou fixos, de qualquer operadora. Se ela utilizar mais de 300 minutos, pagará R$ 0,90 por minuto extra. Se no final do mês Carmem pagou R$ 78,00 de conta, o número de minutos extras que ela utilizou foi

a) 14.
b) 16.
c) 18.
d) 20.
e) 22.

Q.07 (VUNESP / Câmara Municipal de Nova Odessa – SP / 2018)

Em uma biblioteca, o aluno que retirar um livro, e ele atrasar para devolvê-lo, pagará uma multa de R$ 5,00, mais R$ 2,00 por dia de atraso na devolução. Se um estudante, que atrasou na devolução de um livro, pagou R$ 21,00, o número de dias que ele atrasou a entrega foi

a) 9.
b) 8.
c) 7.
d) 6.
e) 5.

Q.08 (VUNESP / Polícia Militar – SP / 2019)

No início do ano de 2019, uma rede social de discussões sobre determinado assunto contava com 6 000 pessoas cadastradas. Sabe-se que o número de pessoas cadastradas tem, praticamente, dobrado de ano a ano, desde a sua criação, no início do ano de 2015. Fazendo-se corresponder t = 0 ao ano de 2015, t = 1 ao ano de 2016, e assim sucessivamente, a representação algébrica da função que melhor representa o número N de pessoas cadastradas nessa rede social, em função de "t", enquanto o número de pessoas cadastradas continuar dobrando, ano a ano, é:

a) $N(t) = 375 \cdot 2t$
b) $N(t) = 750 \cdot 2^t$
c) $N(t) = 1500 \cdot 2^t$
d) $N(t) = 3000 \cdot 2^t$
e) $N(t) = 6000 \cdot 2^t$

Gabarito

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
D	A	C	E	E	D	B	A	*	*

ESSA LEI TODO MUNDO CONHECE:
PIRATARIA É CRIME.

Mas é sempre bom revisar o porquê e como você pode ser prejudicado com essa prática.

1. Professor investe seu tempo para elaborar os cursos e o site os coloca à venda.

2. Pirata divulga ilicitamente (grupos de rateio), utilizando-se do anonimato, nomes falsos ou laranjas (geralmente o pirata se anuncia como formador de "grupos solidários" de rateio que não visam lucro).

3. Pirata cria alunos fake praticando falsidade ideológica, comprando cursos do site em nome de pessoas aleatórias (usando nome, CPF, endereço e telefone de terceiros sem autorização).

4. Pirata compra, muitas vezes, clonando cartões de crédito (por vezes o sistema anti-fraude não consegue identificar o golpe a tempo).

5. Pirata fere os Termos de Uso, adultera as aulas e retira a identificação dos arquivos PDF (justamente porque a atividade é ilegal e ele não quer que seus fakes sejam identificados).

6. Pirata revende as aulas protegidas por direitos autorais, praticando concorrência desleal e em flagrante desrespeito à Lei de Direitos Autorais (Lei 9.610/98).

7. Concurseiro(a) desinformado participa de rateio, achando que nada disso está acontecendo e esperando se tornar servidor público para exigir o cumprimento das leis.

8. O professor que elaborou o curso não ganha nada, o site não recebe nada, e a pessoa que praticou todos os ilícitos anteriores (pirata) fica com o lucro.

Deixando de lado esse mar de sujeira, aproveitamos para agradecer a todos que adquirem os cursos honestamente e permitem que o site continue existindo.