

ESTIMADORES



ASPECTOS GERAIS

- **Parâmetro (θ)**: medida que descreve alguma característica numérica de uma população.
 é sempre uma constante (Não varia!)
- **Estimador ($\hat{\theta}$)**: característica numérica determinada na amostra, é uma função matemática de seus elementos.
 O valor do estimador varia com cada amostra: é uma variável aleatória com distribuição igual à da população
- **Erro amostral (ε)**: $\varepsilon = \hat{\theta} - \theta$

SIMBOLOGIA



GRANDEZA	PARÂMETRO	ESTIMADOR
genérico	θ	$\hat{\theta}$
média	μ	$\bar{x}$
variância	σ^2	S^2
desvio padrão	σ	S
coeficiente de correlação	ρ	r

DISTRIBUIÇÃO AMOSTRAL DA MÉDIA

- População **infinita** ou amostragem **com reposição**
 (Os valores da amostra são considerados valores de variáveis aleatórias independentes)

média amostral

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n}$$

elementos da amostra
 (São iid: independentes e identicamente distribuídos)

n = número de elementos da amostra

$$E(\bar{X}) = \mu$$

$$S_X^2 = \frac{\sigma^2}{n}$$

FATOR DE CORREÇÃO PARA POPULAÇÕES FINITAS

- As variáveis $x_1, \dots, x_n$ serão **dependentes**

$$S_{\bar{X}}^2 = \frac{\sigma^2}{n} \cdot \frac{N - n}{N - 1}$$

N = Número de elementos da população

MÉDIA AMOSTRAL E DISTRIBUIÇÃO NORMAL

- Se a **população** tiver uma distribuição **normal**, a distribuição **amostral de $\bar{x}$** também será **normal** (para qualquer tamanho de amostra)

CARACTERÍSTICAS DA MÉDIA AMOSTRAL

- $\bar{x}$ é um estimador:
 - Não viesado ($E = (\hat{\theta}) - \theta$)
 - De variância mínima
 - De mínimos quadrados (Minimiza a soma dos quadrados dos desvios)
 - De máxima verossimilhança
 - Consistente (Sua variância tende a zero quando n tende ao infinito)

ESTIMADORES



DISTRIBUIÇÃO AMOSTRAL DA VARIÂNCIA

- Estimador não **viesado** da variância: $(E(S^2) = \sigma^2)$

$$S^2 = \frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{n - 1}$$

$$VAR(S^2) = \frac{2\sigma^4}{n - 1}$$

→ $\left(\frac{n-1}{\sigma^2}\right) \cdot S^2 = \chi^2_{n-1}$ (= distribuição qui-quadrado com n-1 graus de liberdade)

- Se X tem distribuição **normal**, o estimador de **máxima verossimilhança**:

$$S^2 = \frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{n}$$

→ Mas é um estimador **tendencioso**

DISTRIBUIÇÃO AMOSTRAL DA PROPORÇÃO

- Proporção **p** de **sucessos** da população

📋 CAI MUITO!

$$\begin{cases} 1, \text{ sucesso} \rightarrow P(x=1)=p \\ 0, \text{ fracasso} \rightarrow P(x=0)=q \end{cases}$$

→ $p+q=1$ (A população segue uma distribuição de bernoulli)

$$E(X) = p$$

$$VAR(X) = p(1 - p)$$

$$(\sigma^2 = p \cdot q)$$

X= variável aleatória que representa o número de **sucessos** em **n ensaios** independentes:

→ X = distribuição binomial

$$E(X) = n \cdot p$$

$$VAR(X) = n \cdot p \cdot q$$

$$\hat{p} = \frac{X}{n} = \text{Proporção de sucessos em uma amostra de n elementos}$$

→ $\begin{cases} E(\hat{p}) = p \rightarrow \text{É um estimador:} \\ VAR(\hat{p}) = \frac{p \cdot q}{n} \end{cases}$

- Não viesado ($E(\hat{\theta}) - \theta$)
- De mínimos quadrados
- De máxima verossimilhança

FATOR DE CORREÇÃO PARA POPULAÇÕES FINITAS

$$VAR(\hat{p}) = \frac{p \cdot q}{n} \cdot \frac{N-n}{N-1}$$

N= número de elementos da população

💡 DECORE!