Estratégia
Concursos

Aula 22

Unioeste (Superior) Raciocínio Lógico e Matemática - 2023 (Pós-Edital)

Autor:

Equipe Exatas Estratégia Concursos

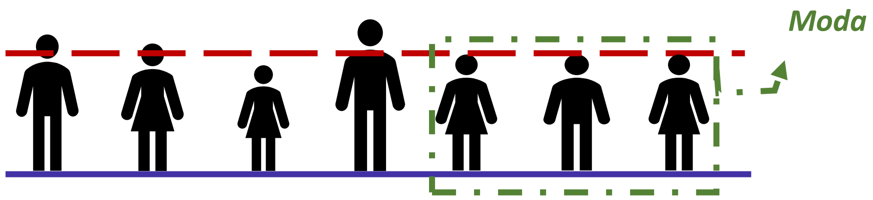
23 de Junho de 2023

Índice

1) Moda para Dados Não-Agrupados 3
2) Moda para Dados Agrupados sem Intervalos de Classe 7
3) Moda para Dados Agrupados em Classes 10
4) Propriedades da Moda 38
5) Questões Comentadas - Moda para Dados não Agrupados - Multibancas 40
6) Questões Comentadas - Moda para Dados Agrupados sem Intervalos de Classe - Multibancas 75
7) Questões Comentadas - Moda para Dados Agrupados em Classes - Multibancas 100
8) Lista de Questões - Moda para Dados não Agrupados - Multibancas 120
9) Lista de Questões - Moda para Dados Agrupados sem Intervalos de Classe - Multibancas 140
10) Lista de Questões - Moda para Dados Agrupados em Classes - Multibancas 150

MODA

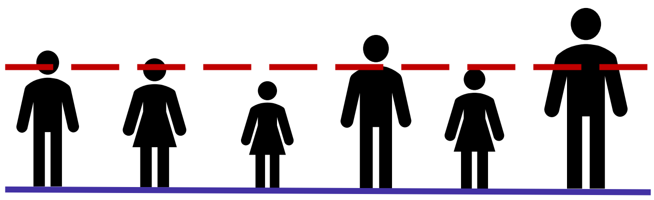
Nessa aula, aprenderemos outra importante medida descritiva: a moda estatística. **A moda é uma medida de posição e de tendência central que descreve o valor mais frequente de um conjunto de observações, ou seja, o valor de maior ocorrência dentre os valores observados.**



Moda referente ao tamanho mais frequente da população.

Na estatística, o termo moda foi introduzido por Karl Pearson, em 1895, influenciado, muito provavelmente, pela forma com que as pessoas se referiam àquilo que estava em destaque, em evidência, com o significado de coisa mais frequente.

A definição evidencia que **um conjunto de valores pode possuir uma ou mais modas**, ou **não possuir nenhuma**. Assim, dizemos que um conjunto é **unimodal**, **bimodal**, **trimodal** ou **plurimodal**, de acordo com o número de modas que apresenta. **A ausência de uma moda caracteriza o conjunto como amodal**.



Conjunto amodal.

Em geral, a moda é utilizada em distribuições nas quais o valor mais frequente é o mais importante da distribuição. **A moda também é útil para a determinação da medida de posição de variáveis qualitativas nominais, ou seja, variáveis não-numéricas que não podem ser ordenadas**.

O cálculo da moda ocorre de diferentes formas, a depender de como os dados estão organizados. Nesse contexto, aprenderemos a calcular a moda para as seguintes situações:

- dados não-agrupados;
- dados agrupados sem intervalos de classe (ou por valores); e
- dados agrupados em classes.

(CESPE/IPHAN/2018) Define-se estatística descritiva como a etapa inicial da análise utilizada para descrever e resumir dados. Em relação às medidas descritivas, julgue o item a seguir.

A moda é o valor que apresenta a maior frequência da variável entre os valores observados.

Comentários:

A moda pode ser definida como o valor (ou os valores) que mais se repete(m) em uma amostra ou conjunto. Ou seja, que aparece(m) com maior frequência. Uma amostra pode apresentar mais de uma moda, sendo classificada como plurimodal; ou apenas uma moda, recebendo a denominação de unimodal; ou ainda amodal, quando todos os valores das variáveis em estudo apresentarem uma mesma frequência.

Gabarito: Certo.

(FCC/Pref. Macapá/2018) A medida de tendência central que representa o valor com maior frequência na distribuição normal de uma amostra probabilística é a

a) média amostral.

b) variância.

c) amplitude total.

d) mediana.

e) moda amostral.

Comentários:

Vamos analisar cada uma das alternativas:

- Alternativa A: **Errada**. A média é determinada pela soma dos valores de um determinado conjunto de medidas, dividindo-se o resultado dessa soma pela quantidade dos valores que foram somados;
- Alternativa B: **Errada**. A variância é uma medida de dispersão que mostra o quão distantes os valores estão da média. É definida como a média dos quadrados dos desvios de uma amostra com relação a sua própria média;
- Alternativa C: **Errada**. A amplitude total é a diferença entre o maior e o menor valor observado em uma amostra;
- Alternativa D: **Errada**. A mediana é o valor que divide uma amostra ou uma distribuição de probabilidade em duas partes iguais. Em termos mais simples, a mediana é o valor situado no meio de um conjunto de dados. Se houver um número par de observações, a mediana será definida como a média dos dois valores do meio;
- Alternativa E: **Correta**. De fato, a moda é o valor que aparece com maior frequência no conjunto de dados.

Gabarito: E.

Moda para dados não-agrupados.

Para determinarmos **a moda de um conjunto ordenado de valores não agrupados em classes**, basta identificarmos **o elemento (ou elementos) de maior frequência** no conjunto. Diferentemente das outras medidas de tendência central, **a moda nem sempre existirá em um conjunto de valores**. Além disso, em certas situações, poderemos ter uma, duas, ou várias modas no mesmo conjunto.

Com relação ao número de modas, o conjunto de pode ser classificado como:

- **amodal**: quando **todos os elementos** apresentam a **mesma frequência**, isto é, **quando todos aparecem o mesmo número de vezes**:

$$\{1, 2, 3, 5, 6, 8, 10\}$$

- **unimodal**: quando **a frequência de um elemento é maior que as frequências dos demais elementos.** Assim, um único elemento se destaca entre os demais. Isto é, quando o **conjunto tem uma única moda**. No conjunto a seguir, o elemento **2** repete-se **cinco** vezes, enquanto o elemento **3** aparece **duas** vezes. Logo, $M_o = 2$.

$$\left\{\underbrace{2, 2, 2, 2, 2}_{5\ elementos}, \underbrace{3, 3}_{2\ elementos}\right\}$$

- **bimodal**: quando **as frequências de dois elementos são iguais e maiores que as frequências dos demais elementos**. Isto é, quando **o conjunto tem duas modas.** No conjunto a seguir, os elementos **2** e **3** repetem-se **cinco** vezes, enquanto o elemento **4** aparece **duas** vezes. Logo, $M_o = 2$ e $M_o = 3$.

$$\left\{\underbrace{2, 2, 2, 2, 2}_{5\ elementos}, \underbrace{3, 3, 3, 3, 3}_{5\ elementos}, \underbrace{4, 4}_{2\ elementos}\right\}$$

- **multimodal ou plurimodal**: quando **as frequências de três ou mais elementos são iguais e maiores que as frequências dos demais elementos**. Isto é, quando **o conjunto tem três ou mais modas.** No conjunto a seguir, os elementos **2**, **3** e **4** repetem-se **cinco** vezes, enquanto o elemento **5** aparece **duas** vezes. Logo, $M_o = 2$, $M_o = 3$ e $M_o = 4$.

$$\left\{\underbrace{2, 2, 2, 2, 2}_{5\ elementos}, \underbrace{3, 3, 3, 3, 3}_{5\ elementos}, \underbrace{4, 4, 4, 4, 4}_{5\ elementos}, \underbrace{5, 5}_{2\ elementos}\right\}$$

HORA DE PRATICAR!

(CESPE/PF/2018)

	DIA				
	1	2	3	4	5
X (quantidade diária de drogas apreendidas, em kg)	10	22	18	22	28

Tendo em vista que, diariamente, a Polícia Federal apreende uma quantidade X, em kg, de drogas em determinado aeroporto do Brasil, e considerando os dados hipotéticos da tabela precedente, que apresenta os valores observados da variável X em uma amostra aleatória de 5 dias de apreensões no citado aeroporto, julgue o item.

A moda da distribuição dos valores X registrados na amostra foi igual a 22 kg.

Comentários:

A moda é o valor que mais se repete na amostra, isto é, o valor de maior frequência. A tabela mostra que nos dias 2 e 4 foram apreendidos 22kg de drogas. Logo, de acordo com a tabela, o valor 22 tem a maior frequência da distribuição de valores X (2), representando a moda da amostra.

Gabarito: Certo.

25. (CESPE/ANATEL/2004)

MESES	FEV	MAR	ABR	MAI	JUN	JUL	AGO	SET	OUT	NOV
N	100	70	70	60	50	100	50	50	30	20

A tabela acima mostra os números mensais de reclamações (N) feitas por usuários de telefonia fixa, registradas em uma central de atendimento, entre os meses de fevereiro a novembro de 2003. Considerando esses dados, julgue o item que se segue.

A moda dos números mensais de reclamações registradas é igual a 100.

Comentários:

Como vimos, a moda é representada pelo valor que mais se repete em uma amostra, isto é, pelo valor de maior frequência. O valor que aparece mais vezes na tabela é 50, nos meses de junho, agosto e setembro. Portanto, a moda do conjunto é igual a 50.

Gabarito: Errado.

MODA PARA DADOS AGRUPADOS SEM INTERVALOS DE CLASSE

Quando os **dados** estão **agrupados por valores**, isto é, quando não agrupados em intervalos de classe, o cálculo da moda também é realizado de maneira simples e rápida. **Para tanto, devemos identificar o valor que apresenta a maior frequência absoluta**. Vejamos um exemplo.

EXEMPLIFICANDO

Considere que o Estratégia Concursos tenha realizado um simulado, contendo 50 questões, com 100 estudantes da área fiscal, obtendo a seguinte distribuição de acertos:

Nº de Acertos (X_i)	Frequência Absoluta (f_i)
45	8
46	12
47	28
48	32
49	17
50	3

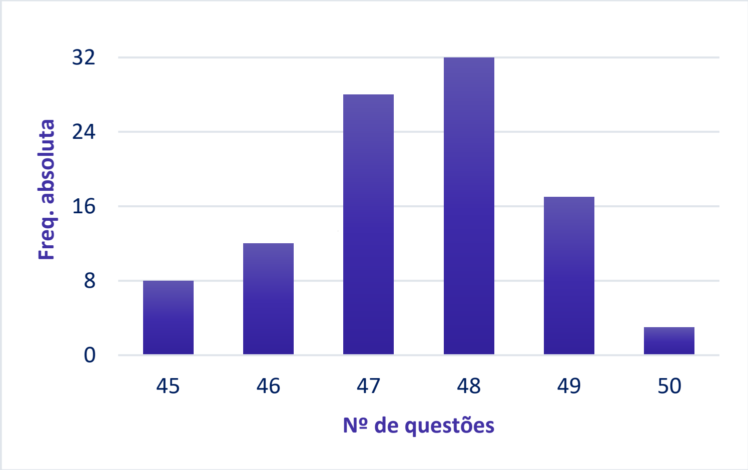
Para calcular a moda dessa distribuição, devemos identificar o maior valor existente na coluna de frequências.

Nº de Acertos (X_i)	Frequência Absoluta (f_i)
45	8
46	12
47	28
48	**32**
49	17
50	3

Como podemos observar, o maior valor é 32. Logo, a moda da distribuição é o resultado de 48 questões corretas, pois corresponde a maior frequência. Portanto, podemos concluir que a maior concentração dos participantes errou apenas duas questões:

$$M_o = 48$$

A moda para dados agrupados por valores também pode ser identificada de forma gráfica, vejamos:



Perceba que a maior barra do gráfico, referente à frequência 32, corresponde à moda da distribuição, isto é, um total de 48 questões corretas.

HORA DE PRATICAR!

(CESPE/Pref. São Cristóvão/2018) A tabela seguinte mostra a distribuição das idades dos 30 alunos da turma A do quinto ano de uma escola de ensino fundamental.

Idade (em anos)	9	10	11	12	13	14
Quantidade de estudantes	6	22	0	1	0	1

A partir dessa tabela, julgue o item.

A moda dessa distribuição é igual a 11 anos.

Comentários:

A moda de uma tabela de frequências é representada pelo valor com maior número de ocorrências. A tabela mostra que a maior parte dos alunos (22) possui 10 anos de idade. Portanto, esse é o valor da moda da distribuição.

Gabarito: Errado.

(CESPE/IFF/2018) A distribuição das notas dos 20 alunos de uma sala de aula na prova de matemática está mostrada na tabela a seguir.

Nota do aluno	5,0	6,0	7,0	8,0	9,0
Número de alunos	3	3	1	7	6

Nessa situação, a moda dessas notas é igual a

a) 6,0.

b) 6,5.

c) 7,0.

d) 7,5.

e) 8,0.

Comentários:

A moda é representada pelo elemento de maior frequência em uma distribuição agrupada por valor. A tabela mostra que a maior parte dos alunos alcançou a nota 8,0 na prova de matemática. Logo, esse será o valor da moda da distribuição.

Gabarito: E.

(CESPE/TCE-PA/2016)

Número diário de denúncias registradas (X)	Frequência Relativa
0	0,3
1	0,1
2	0,2
3	0,1
4	0,3
Total	**1,0**

A tabela precedente apresenta a distribuição de frequências relativas da variável X, que representa o número diário de denúncias registradas na ouvidoria de determinada instituição pública. A partir das informações dessa tabela, julgue o item seguinte.

A moda da variável X é igual a 2.

Comentários:

A moda é indicada pelo(s) elemento(s) que mais se repete(m) em uma distribuição, isto é, os valores de maiores frequências. A tabela mostra que os valores 0 e 4 têm frequência relativa 0,3. Portanto, temos um conjunto bimodal (duas modas), representadas pelos valores 0 e 4.

Gabarito: Errado.

MODA PARA DADOS AGRUPADOS EM CLASSES

Quando os **dados** estão **agrupados em classes de mesma amplitude**, a moda será o **valor dominante da classe que apresenta a maior frequência**, que é denominada **classe modal**. Como já vimos, a amplitude de classe é a diferença entre os limites superior e inferior de uma determinada classe. Assim, quando as amplitudes são todas iguais, a moda estará contida na classe de maior frequência. A seguir, veremos os principais métodos empregados no cálculo da moda de distribuições agrupadas por intervalos de classe: moda bruta, moda de Pearson, moda de Czuber e moda de King.

Moda Bruta

A maneira mais simples de calcular a moda é tomar o **ponto médio** da **classe modal**. Esse valor, ao qual denominamos de **moda bruta**, é determinado pela seguinte fórmula:

$$M_O = \frac{l_{inf} + l_{sup}}{2}$$

em que l_{inf} é o limite inferior da classe modal; e l_{sup} é o limite superior da classe modal.

EXEMPLIFICANDO

Considere a distribuição de frequências apresentada a seguir, que descreve as faixas etárias de um grupo de 220 alunos do Estratégia Concursos:

Faixa etária (X_i)	Frequência (f_i)
$10 \vdash 20$	30
$20 \vdash 30$	50
$30 \vdash 40$	70
$40 \vdash 50$	60
$50 \vdash 60$	10
Total	**220**

Como todas as classes possuem a mesma amplitude, a classe modal é aquela com maior frequência simples. No caso, trata-se da terceira classe:

$$30 \vdash 40 \ (frequência\ 70).$$

Temos, então, as seguintes informações:

- limite inferior da classe modal: $l_{inf} = 30$; e
- limite superior da classe modal: $l_{sup} = 40$.

Aplicando a fórmula da moda bruta, temos:

$$M_O = \frac{l_{inf} + l_{sup}}{2}$$

$$M_O = \frac{30 + 40}{2} = 35$$

FIQUE ATENTO!

Esse assunto **raramente é explorado** em provas de concursos públicos.

HORA DE PRATICAR!

(IBFC/INEP/2012) Os "pesos" de vinte atletas estão distribuídos de acordo com a tabela abaixo:

Pesos (kg)	Frequência (f_i)
$55 \vdash 65$	10
$65 \vdash 75$	4
$75 \vdash 85$	4
$85 \vdash 95$	2
Total	**20**

Considerando a distribuição acima, assinale a alternativa que apresenta respectivamente os valores da média e da moda bruta:

a) 75kg e 65kg

b) 69kg e 55kg

c) 80kg e 55kg

d) 69kg e 60kg

e) 75kg e 60kg

Comentários:

A classe modal é a primeira, pois possui a maior frequência absoluta (10). A moda bruta corresponde ao ponto médio da primeira classe.

$$M_O = \frac{55+65}{2} = 60$$

O enunciado também pediu para calcularmos a média. Para tanto, precisamos dos pontos médios das classes. Além disso, devemos multiplicar cada ponto médio pela sua respectiva frequência, e somar todos os resultados:

Pesos	Frequência (f_i)	Pontos médios (PM_i)	$PM_i \times f_i$
$55 \vdash 65$	10	60	$60 \times 10 = 600$
$65 \vdash 75$	4	70	$70 \times 4 = 280$
$75 \vdash 85$	4	80	$80 \times 4 = 320$
$85 \vdash 95$	2	90	$90 \times 2 = 180$
Total	**20**		**1.380**

Agora, vamos encontrar a média:

$$\bar{x} = \frac{\sum PM_i \times f_i}{\sum f_i}$$

$$\bar{x} = \frac{1.380}{20} = 69$$

Portanto, os valores da média e da moda bruta são, respectivamente, 69 e 60.

Gabarito: D.

Moda de Pearson

O matemático Karl Pearson observou a existência de uma **relação empírica** que permite **calcular a moda quando são conhecidas a média ($\overline{x}$) e a mediana (M_d)** de uma distribuição **moderadamente assimétrica**. Quando essas condições são satisfeitas, podemos aplicar a relação denominada de **moda de Pearson**:

$$\boxed{M_o = 3 \times M_d - 2 \times \overline{x}}$$

em que $\overline{x}$ é a média M_d é a mediana da distribuição.

EXEMPLIFICANDO

Considere a distribuição de frequências apresentada a seguir, que descreve as faixas etárias de um grupo de 220 alunos do Estratégia Concursos:

Faixa etária (X_i)	Frequência (f_i)
$10 \vdash 20$	30
$20 \vdash 30$	50
$30 \vdash 40$	70
$40 \vdash 50$	60
$50 \vdash 60$	10
Total	**220**

Faremos uma nova tabela, incluindo as informações de pontos médios e frequência acumulada.

Faixa etária (X_i)	Pontos médios (PM_i)	Frequência (f_i)	Frequência acumulada (f_{ac})	$PM_i \times f_i$
$10 \vdash 20$	15	30	30	$15 \times 30 = 450$
$20 \vdash 30$	25	50	80	$25 \times 50 = 1.250$
$30 \vdash 40$	35	70	150	$35 \times 70 = 2.450$
$40 \vdash 50$	45	60	210	$45 \times 60 = 2.700$
$50 \vdash 60$	55	10	220	$55 \times 10 = 550$
Total		**220**		**7.400**

Depois de construir a tabela, facilmente encontramos a média:

$$\bar{x} = \frac{\sum PM_i \times f_i}{\sum f_i}$$

$$\bar{x} = \frac{7.400}{220} \cong 33,64$$

Vamos ao cálculo da mediana. Já sabemos que a mediana divide o conjunto ao meio e ocupa a posição central do conjunto. Portanto, a mediana ocupa a posição 110 e está no intervalo que vai de 30 a 40, pois é o primeiro cuja frequência acumulada supera o valor de 110.

Temos, então, as seguintes informações:

- limite inferior da classe mediana: $l_{inf} = 30$;
- amplitude da classe mediana: $h = 40 - 30 = 10$;
- frequência acumulada anterior à classe mediana: $f_{ac_{ant}} = 80$;
- frequência absoluta da classe mediana: $f_i = 70$; e
- somatório das frequências absolutas: $\sum f_i = 220$.

Aplicando a fórmula da mediana, temos:

$$M_d = l_{inf} + \left[\frac{\left(\frac{\sum f_i}{2}\right) - f_{ac_{ant}}}{f_i}\right] \times h$$

$$M_d = 30 + \left[\frac{\left(\frac{220}{2}\right) - 80}{70}\right] \times (40 - 30)$$

$$M_d = 30 + \left(\frac{110 - 80}{70}\right) \times 10$$

$$M_d = 30 + \left(\frac{30}{70}\right) \times 10$$

$$M_d = 30 + \left(\frac{30}{7}\right) \cong 34,28$$

Agora que conhecemos a média e a mediana, podemos aplicar a fórmula de Pearson:

$$M_o = 3 \times M_d - 2 \times \bar{x}.$$

$$M_o = 3 \times 34,28 - 2 \times 33,64 = 35,56$$

FIQUE ATENTO!

Esse assunto é **pouco explorado** em provas de concursos públicos.

HORA DE PRATICAR!

(FCC/Pref. Manaus/2019) Conforme um levantamento realizado em um órgão público e analisando a distribuição dos salários, em R$ 1.000,00, de todos os seus funcionários, obteve-se a tabela de frequências absolutas abaixo, com k sendo um número inteiro positivo.

Salários (s)	Número de funcionários
$2 < s \leq 4$	$2k$
$4 < s \leq 6$	20
$6 < s \leq 8$	50
$8 < s \leq 10$	80
$10 < s \leq 12$	$8k$
Total	$\mathbf{40k}$

Considere que a média aritmética (Me) foi calculada considerando que todos os valores incluídos num certo intervalo de classe são coincidentes com o ponto médio deste intervalo, que a mediana (Md) foi calculada pelo método da interpolação linear e que a moda (Mo) foi obtida pela relação de Pearson, ou seja, Mo = 3xMd − 2xMe. O valor encontrado para Mo, em R$ 1.000,00, foi igual a

a) 1,76 k.

b) 1,70 k.

c) 1,64 k.

d) 1,60 k.

e) 1,82 k.

Comentários:

Vamos iniciar encontrando o número total de funcionários, calculando o valor de k:

$$2k + 20 + 50 + 80 + 8k = 40k$$
$$150 = 40k - 8k - 2k$$
$$30k = 150$$
$$k = 5$$

Substituindo k na tabela temos um total de 200 funcionários. Faremos uma nova tabela, incluindo as informações de pontos médios e frequência acumulada.

Salários	Pontos médios (PM_i)	Nº de funcionários (f_i)	Frequência acumulada (f_{ac})	$PM_i \times f_i$
$2 < s \leq 4$	3	10	10	30
$4 < s \leq 6$	5	20	30	100
$6 < s \leq 8$	7	50	80	350
$8 < s \leq 10$	9	80	160	720
$10 < s \leq 12$	11	40	200	440
Total		**200**		**1640**

Agora, podemos calcular a média:

$$\bar{x} = \frac{1640}{200} = 8{,}2$$

A mediana se encontra na posição:

$$\frac{\sum f_i}{2} = \frac{200}{2} = 100$$

A classe mediana corresponde ao primeiro intervalo cuja frequência acumulada supera esse valor, logo, a **classe mediana** está no intervalo que vai de 8 a 10. Portanto, os seguintes dados serão empregados na fórmula do valor mediano:

- limite inferior da classe é $l_{inf} = 8$;
- frequência acumulada da classe anterior é $f_{ac_{ant}} = 80$;
- frequência da própria classe é $f_i = 80$;
- amplitude da classe é $h = 10 - 8 = 2$.

Para encontrar a mediana, utilizaremos a fórmula:

$$M_d = l_{inf} + \left[\frac{\left(\frac{\sum f_i}{2}\right) - f_{ac\,ant}}{f_i}\right] \times h$$

$$M_d = 8 + \left[\frac{\left(\frac{200}{2}\right) - 80}{80}\right] \times (10 - 8)$$

$$M_d = 8 + \left[\frac{100 - 80}{80}\right] \times (10 - 8)$$

$$M_d = 8 + \left[\frac{20}{80}\right] \times (2)$$

$$M_d = 8 + 0{,}5$$

$$M_d = 8{,}5$$

Calculando a moda:

$$M_o = 3 \times Md - 2 \times Me$$

$$M_o = 3 \times 8{,}5 - 2 \times 8{,}2$$

$$M_o = 9{,}1$$

A resposta é dada em função de k, então dividimos esse valor por 5:

$$\frac{9{,}1}{5} = 1{,}82$$

Logo, a resposta é $1{,}82k$

Gabarito: E.

(FCC/SEFAZ-BA/2019) Considere a distribuição dos salários, em R$ 1.000,00, dos funcionários lotados em uma repartição pública, representada abaixo pela tabela de frequências relativas acumuladas, sendo k a frequência relativa acumulada do 4º intervalo de classe.

Classes de salários	Frequência relativa acumulada (%)
$1 \dashv 3$	5
$3 \dashv 5$	15
$5 \dashv 7$	40
$7 \dashv 9$	k
$9 \dashv 11$	100

Sabe-se que a média aritmética (M_e) foi calculada considerando que todos os valores incluídos num certo intervalo de classe são coincidentes com o ponto médio desse intervalo, que a mediana (M_d) foi calculada

pelo método da interpolação linear e que a moda (M_o) foi obtida pela relação de Pearson, ou seja, $M_o = 3 \times M_d - 2 \times M_e$. Dado que $M_e = R\$\ 7.200,00$, então M_o é igual a

a) R$ 7.350,00.

b) R$ 8.500,00.

c) R$ 7.700,00.

d) R$ 8.100,00.

e) R$ 7.400,00.

Comentários:

Para iniciar a resolução da questão, precisamos saber qual o valor de k que representa a frequência acumulada da classe 7 a 9. Para isso, vamos calcular a frequência relativa de cada classe, e montar uma tabela, já calculando os pontos médios das classes e as devidas frequências relativas:

Classes de salários	Pontos médios (PM_i)	Frequência relativa acumulada (%)	Frequência simples (f_i)	$PM_i \times f_i$
$1 \dashv 3$	2	5	$= 5$	10
$3 \dashv 5$	4	15	$15 - 5 = 10$	40
$5 \dashv 7$	6	40	$40 - 15 = 25$	150
$7 \dashv 9$	8	K	$= k - 40$	$8k - 320$
$9 \dashv 11$	10	100	$= 100 - k$	$1000 - 10k$
Total			**100**	$\mathbf{880 - 2k}$

De acordo com o enunciado, a média vale 7.200. Logo, podemos calcular o valor de k:

$$7{,}2 = \frac{880 - 2k}{100}$$

$$7{,}2 = 880 - 2k$$

$$2k = 880 - 720$$

$$k = \frac{160}{2}$$

$$k = 80$$

Reescrevendo a tabela anterior:

Classes de salários	Pontos médios (PM_i)	Frequência relativa acumulada (%)	Frequência simples (f_i)	$PM_i \times f_i$
$1 \dashv 3$	2	5	5	10
$3 \dashv 5$	4	15	10	40
$5 \dashv 7$	6	40	25	150
$7 \dashv 9$	8	80	40	320
$9 \dashv 11$	10	100	20	200
Total			**100**	**720**

Já temos as frequências acumuladas de todas as classes, então podemos determinar a mediana. Se a mediana divide o conjunto ao meio e ocupa a posição central do conjunto, então a mediana ocupa a posição 50 e a classe mediana corresponde ao intervalo de 7 a 9.

Portanto, os seguintes dados serão empregados na fórmula do valor mediano:

- limite inferior da classe é $l_{inf} = 7$;
- frequência acumulada da classe anterior é $f_{ac_{ant}} = 40$;
- frequência da própria classe é $f_i = 40$;
- amplitude da classe é $h = 9 - 7 = 2$.

Usando a fórmula da mediana, temos:

$$M_d = l_{inf} + \left[\frac{\left(\frac{\sum f_i}{2}\right) - f_{ac\,ant}}{f_i}\right] \times h$$

$$M_d = 7 + \left[\frac{\left(\frac{100}{2}\right) - 40}{40}\right] \times (9 - 7)$$

$$M_d = 7 + \left[\frac{50 - 40}{40}\right] \times 2$$

$$M_d = 7 + \left[\frac{10}{40}\right] \times 2$$

$$M_d = 7 + 0{,}5$$

$$M_d = 7{,}50$$

Aplicando à fórmula dada no enunciado, temos:

$$M_o = 3 \times M_d - 2 \times \bar{x}$$
$$M_o = 3 \times 7{,}5 - 2 \times 7{,}2$$
$$M_o = 8{,}1$$
$$M_o = 8.100$$

Gabarito: D.

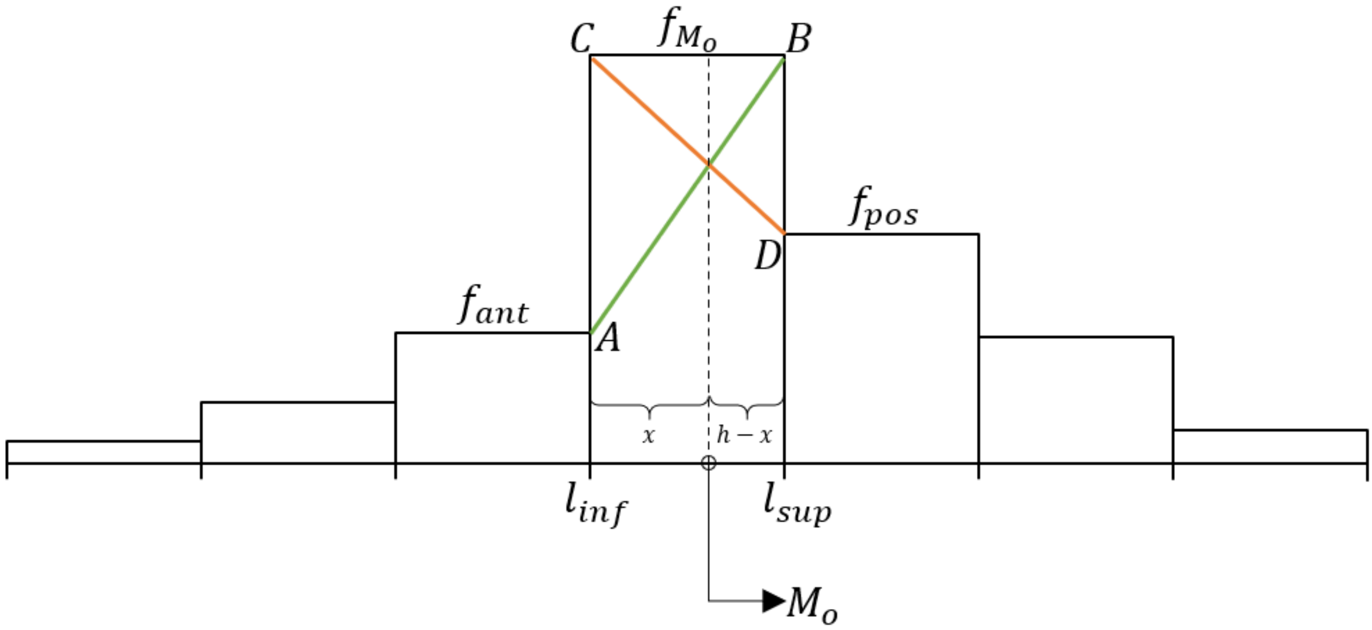
Moda de Czuber

O matemático **Emanuel Czuber elaborou um processo gráfico capaz de aproximar o cálculo da moda**. Para determinar graficamente a moda, **Czuber partiu de um histograma, utilizando os três retângulos correspondentes à classe modal e às classes adjacentes (anterior e posterior)**.

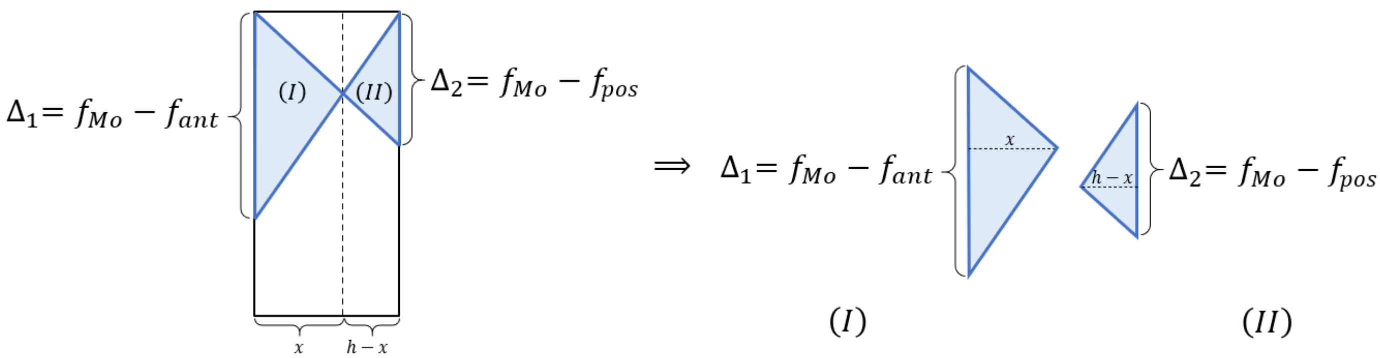
A moda é o valor do limite inferior (l_{inf}) da classe modal acrescido de um valor x, isto é,

$$\boxed{\boldsymbol{M_o = l_{inf} + x}}$$

Nesse caso, o valor de x é determinado pela intersecção dos segmentos $\overline{AB}$ (que une o **limite superior da classe que antecede** a classe modal **ao limite superior da classe modal**) e $\overline{CD}$ (que une o **limite inferior da classe modal** ao **inferior da classe posterior**).



Reparem nos triângulos (I) e (II), indicados na figura a seguir:



Agora, usando as relações de semelhança entre triângulos e de proporcionalidade, sabemos que:

$$\frac{\Delta_1}{x} = \frac{\Delta_2}{h - x}$$

Fazendo a multiplicação cruzada das frações, temos que:

$$\Delta_1 \times (h - x) = \Delta_2 \times x$$

$$\Delta_1 \times h - \Delta_1 \times x = \Delta_2 \times x$$

$$\Delta_1 \times h = \Delta_2 \times x + \Delta_1 \times x$$

$$\Delta_1 \times h = (\Delta_1 + \Delta_2) \times x$$

Portanto, descobrimos o valor de x:

$$x = \left[\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2}\right] \times h$$

Como a moda é igual ao limite inferior da classe modal adicionado de x, temos que:

$$M_o = l_{inf} + x$$

Logo,

$$\boxed{\boldsymbol{M_o = l_{inf} + \left[\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2}\right] \times h}}$$

Essa fórmula também costuma ser escrita da seguinte forma:

$$\boxed{\boldsymbol{M_o = l_i + \left[\frac{f_{Mo} - f_{ant}}{(f_{Mo} - f_{ant}) + (f_{Mo} - f_{post})}\right] \times h}}$$

Outros autores preferem o seguinte formato:

$$\boxed{\boldsymbol{M_o = l_i + \left[\frac{f_{Mo} - f_{ant}}{2 \times f_{Mo} - (f_{ant} + f_{post})}\right] \times h}}$$

Perceba que a moda de Czuber considera a frequência da própria classe modal e não apenas as frequências das classes adjacentes.

FIQUE ATENTO!

Quando a **classe modal coincidir** com a **primeira** ou com a **última classe**, devemos considerar que:
$f_{ant} = 0\ (se\ for\ a\ primeira\ classe);$
$f_{post} = 0\ (se\ for\ a\ \text{ú}ltima\ classe).$

PRESTE MAIS ATENÇÃO!

Segundo a hipótese de Czuber, **a moda divide o intervalo da classe modal em distâncias proporcionais às diferenças entre a frequência da classe modal e as frequências das classes adjacentes**.

EXEMPLIFICANDO

Considere a distribuição de frequências apresentada a seguir, que descreve as faixas etárias de um grupo de 220 alunos do Estratégia Concursos:

Faixa etária (X_i)	Frequência (f_i)
$10 \vdash 20$	30
$20 \vdash 30$	50
$30 \vdash 40$	70
$40 \vdash 50$	60
$50 \vdash 60$	10
Total	**220**

A classe modal é aquela com maior frequência simples. No caso, trata-se da terceira classe:

$$30 \vdash 40 \ (frequência \ 70).$$

Temos, então, as seguintes informações:

- limite inferior da classe modal: $l_{inf} = 30$;
- amplitude da classe modal: $h = 40 - 30 = 10$;
- frequência da classe modal: $f_{Mo} = 70$;
- frequência da classe anterior à classe modal: $f_{ant} = 50$; e
- frequência da classe posterior à classe modal: $f_{post} = 60$.

Aplicando a fórmula de Czuber, temos:

$$M_o = l_i + \left[\frac{f_{Mo} - f_{ant}}{(f_{Mo} - f_{ant}) + (f_{Mo} - f_{post})}\right] \times h$$

$$M_o = 30 + \left[\frac{70 - 50}{(70 - 50) + (70 - 60)}\right] \times (40 - 30)$$

$$M_o = 30 + \left(\frac{20}{20 + 10}\right) \times 10$$

$$M_o = 30 + \left(\frac{20}{30}\right) \times 10 \cong 36,66$$

(IBFC/EBSERH/2020) A tabela apresenta a distribuição de frequência da variável "tamanho, em metros, do novelo de lã a ser vendido numa loja".

Classes	0⊢ 2,5	2,5⊢ 5,0	5,0⊢ 7,5	7,5⊢ 10,0	10,0⊢ 12,5	12,5⊢ 15
F_i	2	3	4	8	7	5

De acordo com a tabela, a moda da distribuição, pelo método de Czuber, é igual a:

a) 9,5

b) 8,3

c) 8

d) 9,75

e) 9,25

Comentários:

A classe modal é a classe com maior frequência absoluta (7,5 a 10,0).

A moda de Czuber é dada por:

$$M_o = l_i + h \times \frac{(f_{mo} - f_{ant})}{2f_{mo} - (f_{ant} + f_{post})}$$

Em que:

- $l_i =$ limite inferior da classe modal;
- $h =$ amplitude da classe modal;
- $f_{mo} =$ frequência da classe modal;
- $f_{ant} =$ frequência da classe anterior à classe modal;
- $f_{post} =$ frequência da classe posterior à classe modal.

Aplicando a fórmula, temos:

$$M_o = 7{,}5 + 2{,}5 \times \frac{(8-4)}{2 \times 8 - (4+7)}$$

$$M_o = 7{,}5 + 2{,}5 \times \frac{4}{16-11}$$

$$M_o = 7{,}5 + 2{,}5 \times \frac{4}{5}$$

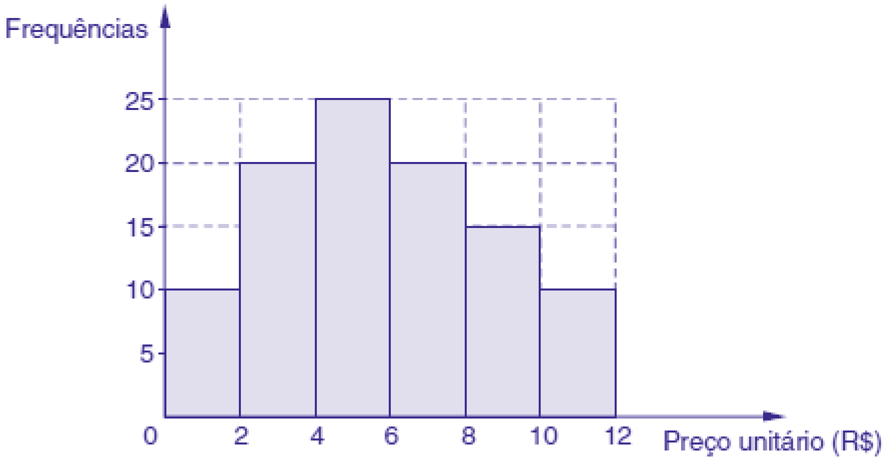
$$M_o = 7{,}5 + 2{,}5 \times 0{,}8$$

$$M_o = 7{,}5 + 2$$

$$M_o = 9{,}5$$

Gabarito: A.

(FCC/SEPLA DR SP/2019) Instruções: Para responder à questão utilize as informações do histograma de frequências absolutas abaixo correspondente à distribuição dos preços unitários de venda de determinado componente eletrônico comercializado no mercado. Considere para as resoluções que os intervalos de classe são fechados à esquerda e abertos à direita.



O valor da moda da distribuição (Mo) obtida através da fórmula de Czuber:

$$M_o = l_i + h \times \frac{f_{Mo} - f_{ant}}{2 \times f_{Mo} - (f_{ant} + f_{post})}$$

Em que:

l_i **= limite inferior da classe modal**

h **= amplitude da classe modal**

f_{Mo} **= frequência da classe modal**

f_{ant} **= frequência da classe anterior à classe modal**

f_{post} **= frequência da classe posterior à classe modal**

é igual a

a) R$ 4,60

b) R$ 4,65

c) R$ 4,70

d) R$ 4,75

e) R$ 5,00

Comentários:

Para iniciar a resolução da questão, vamos representar os dados em formato tabular:

Classe	Ponto médio (X)	Frequência Simples (f)
$\mathbf{0 < s \leq 2}$	1	10
$\mathbf{2 < s \leq 4}$	3	20
$\mathbf{4 < s \leq 6}$	5	25
$\mathbf{6 < s \leq 8}$	7	20
$\mathbf{8 < s \leq 10}$	9	15
$\mathbf{10 < s \leq 12}$	11	10

A classe modal é aquela com maior frequência simples. No caso, trata-se da terceira classe:

$$4 < s \leq 6 \ (frequência \ 25).$$

Temos, então, as seguintes informações:

- limite inferior da classe modal: $l_{inf} = 4$;
- amplitude da classe modal: $h = 6 - 4 = 2$;
- frequência da classe modal: $f_{Mo} = 25$;
- frequência da classe anterior à classe modal: $f_{ant} = 20$; e
- frequência da classe posterior à classe modal: $f_{post} = 20$.

Reparem que tanto a frequência da classe anterior quanto a frequência da classe posterior são 20. Quando isso ocorre, a moda cai no ponto médio da classe modal. Logo, já podemos afirmar que a média é 5.

Em todo caso, vamos aos cálculos. A fórmula de Czuber é a que segue:

$$M_o = l_i + \left[\frac{f_{Mo} - f_{ant}}{(f_{Mo} - f_{ant}) + (f_{Mo} - f_{post})}\right] \times h$$

$$M_o = 4 + \left[\frac{25 - 20}{(25 - 20) + (25 - 20)}\right] \times 2$$

$$M_o = 4 + \left[\frac{5}{5 + 5}\right] \times 2$$

$$M_o = 4 + \left[\frac{5}{10}\right] \times 2 = 5$$

Gabarito: E.

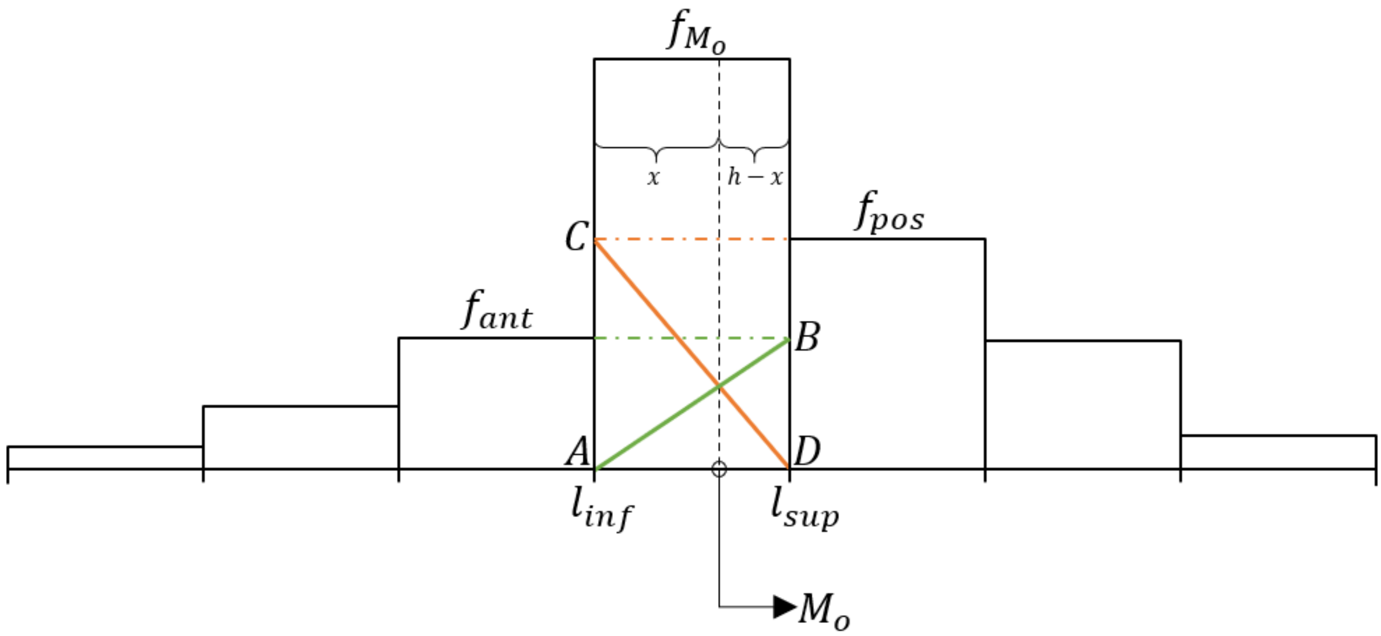
Moda de King

O estatístico **Wilford King também desenvolveu um processo gráfico capaz de determinar o valor da moda de forma aproximada**. Para determinar graficamente a moda, **King partiu de um histograma, utilizando apenas os dois retângulos correspondentes às classes adjacentes (anterior e posterior)**.

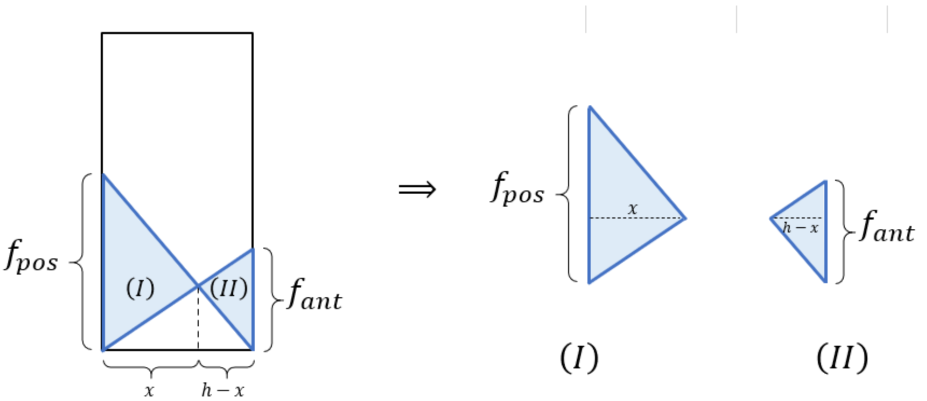
A moda é o valor do limite inferior da classe modal acrescida de um valor x, isto é,

$$\boxed{\boldsymbol{M_o = l_{inf} + x}}$$

Nesse caso, o valor de x é determinado pela intersecção dos segmentos $\overline{AB}$ (que une **o limite inferior da classe modal** à **projeção da frequência anterior na posição do limite superior da classe modal**) e $\overline{CD}$ (que une **a projeção da frequência posterior na posição do limite inferior ao limite superior da classe modal**).



A proposta de King também está baseada nos conceitos de semelhança entre os triângulos e proporcionalidade. Reparem nos triângulos (I) e (II), indicados na figura a seguir:



Usando as relações de semelhança entre triângulos e de proporcionalidade, concluímos que:

$$\frac{f_{pos}}{x} = \frac{f_{ant}}{h - x}$$

Fazendo a multiplicação cruzada das frações, temos que:

$$f_{pos} \times (h - x) = f_{ant} \times x$$

$$f_{pos} \times h - f_{pos} \times x = f_{ant} \times x$$

$$f_{pos} \times h = \left(f_{ant} + f_{pos}\right) \times x$$

Portanto, descobrimos o valor de x:

$$x = \frac{f_{pos}}{\left(f_{ant} + f_{pos}\right)} \times h$$

Como a moda é igual ao limite inferior da classe modal adicionado de x, temos que:

$$M_o = l_{inf} + x$$

$$M_o = l_{inf} + \left[\frac{f_{pos}}{f_{ant} + f_{pos}}\right] \times h$$

Os métodos de Czuber e King são similares sob vários aspectos, contudo, **divergem no que diz respeito às frequências adotadas**. **O método de King baseia-se na influência que as frequências adjacentes exercem sobre a classe modal**, enquanto **o procedimento de Czuber leva em consideração não apenas as frequências das classes adjacentes, mas também a própria frequência da classe modal**.

PRESTE MAIS ATENÇÃO!

Segundo a hipótese de King, **a moda divide o intervalo da classe modal em distâncias inversamente proporcionais às frequências das classes adjacentes**.

EXEMPLIFICANDO

Considere a distribuição de frequências apresentada a seguir, que descreve as faixas etárias de um grupo de 220 alunos do Estratégia Concursos:

Faixa etária (X_i)	Frequência (f_i)
$\mathbf{10 \vdash 20}$	30
$\mathbf{20 \vdash 30}$	50
$\mathbf{30 \vdash 40}$	70
$\mathbf{40 \vdash 50}$	60
$\mathbf{50 \vdash 60}$	10
Total	**220**

A classe modal é aquela com maior frequência simples. No caso, trata-se da terceira classe:

$$30 \vdash 40\ (frequência\ 70).$$

Temos, então, as seguintes informações:

- limite inferior da classe modal: $l_{inf} = 30$;
- amplitude da classe modal: $h = 40 - 30 = 10$;
- frequência da classe anterior à classe modal: $f_{ant} = 50$; e
- frequência da classe posterior à classe modal: $f_{post} = 60$.

Aplicando a fórmula de King, temos:

$$M_o = l_{inf} + \left[\frac{f_{pos}}{f_{ant} + f_{pos}}\right] \times h$$

$$M_o = 30 + \left[\frac{60}{50 + 60}\right] \times (40 - 30)$$

$$M_o = 30 + \left(\frac{60}{110}\right) \times 10$$

$$M_o = 30 + \left(\frac{6}{11}\right) \times 10 \cong 35{,}45$$

HORA DE PRATICAR!

(IAUPE/PM-PE/2018 - ADAPTADA) A tabela seguinte mostra a distribuição dos salários de uma corporação. Analise-a e responda a questão.

Salários (Mil R$)	3 ⊢ 6	6 ⊢ 9	9 ⊢ 12	12 ⊢ 15	15 ⊢ 18	18 ⊢ 21
Nº de militares	12	15	20	10	5	3

O salário modal, pelo método King, vale, em mil,

a) R$ 9

b) R$ 9,5

c) R$ 10,2

d) R$ 10,5

e) R$ 12

Comentários:

A classe modal é a de maior frequência absoluta.

A moda de King é dada por:

$$M_o = l_i + \left[\frac{f_{post}}{f_{ant} + f_{post}}\right] \times h$$

Em que:

- $l_i =$ limite inferior da classe modal
- $h =$ amplitude da classe modal
- $f_{ant} =$ frequência da classe anterior à classe modal
- $f_{post} =$ frequência da classe posterior à classe modal

Aplicando a fórmula temos:

$$M_o = 9 + \left[\frac{10}{15 + 10}\right] \times (12 - 9)$$

$$M_o = 9 + \left[\frac{10}{25}\right] \times 3$$

$$M_o = 9 + 0{,}4 \times 3$$

$$M_o = 9 + 1{,}20$$

$$M_o = 10{,}20$$

Gabarito: C

(FUNDATEC/SEFAZ-RS/2009) A tabela a seguir representa a distribuição de frequências da idade de uma amostra de moradores de um asilo. Utilize para resolver a questão.

X_i	f_i
$70 \vdash 74$	7
$74 \vdash 78$	19
$78 \vdash 82$	13
$82 \vdash 86$	11
$86 \vdash 90$	6
$90 \vdash 94$	4
Total	**60**

O valor da moda pelo método de King é:

a) 72,8.

b) 76,6.

c) 80,0.

d) 76,0.

e) 19,0.

Comentários:

A classe modal é aquela com maior frequência simples. No caso, trata-se da classe:

$$74 \vdash 78\ (frequência\ 19).$$

Temos, então, as seguintes informações:

- limite inferior da classe modal: $l_{inf} = 74$;
- amplitude da classe modal: $h = 4$;
- frequência da classe anterior à classe modal: $f_{ant} = 7$; e
- frequência da classe posterior à classe modal: $f_{post} = 13$.

A fórmula da moda de King é a que segue:

$$M_o = l_i + \left[\frac{f_{post}}{f_{ant} + f_{post}}\right] \times h$$

$$M_o = 74 + \frac{13}{7 + 13} \times 4$$

$$M_o = 74 + \frac{13}{20} \times 4$$

$$M_o = 76{,}6$$

Gabarito: B.

Moda para Distribuições com Amplitudes Não Constantes

Para que possamos utilizar os métodos de Czuber e King, é necessário que as amplitudes de todas as classes sejam iguais. Se isso não acontecer, as fórmulas terão que sofrer uma pequena adaptação, no sentido de considerar a densidade de frequência de cada classe.

Observe a distribuição de frequências apresentada a seguir, que descreve as faixas etárias de um grupo de 255 funcionários de uma fábrica.

Faixa Etária	Frequência
$10 \vdash 20$	30
$20 \vdash 35$	60
$35 \vdash 55$	80
$55 \vdash 60$	75
$60 \vdash 70$	10

Como podemos observar, a classe que apresenta a maior frequência é a terceira ($f_i = 80$). Contudo, não é razoável supor que essa seja a classe modal, pois nela as idades estão distribuídas no intervalo de 35 a 55 anos, enquanto, na classe seguinte, em que há 75 funcionários, as idades estão distribuídas em um intervalo muito menor, de 55 a 60 anos.

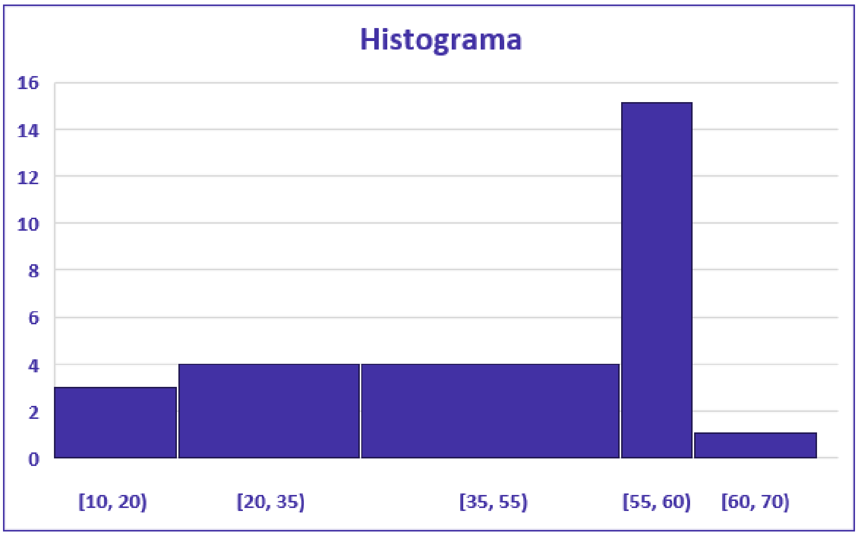
Portanto, quando a distribuição possuir classes com amplitudes diferentes, não conseguiremos identificar a classe modal analisando a frequência pura e simplesmente. Nessa situação, **a classe modal será identificada com base na densidade de frequência, que resulta da divisão entre a frequência da classe e a sua amplitude.**

Dito isso, podemos computar as densidades de frequência para o nosso exemplo. Reparem que a quarta classe é que apresenta a maior densidade de frequência, sendo, portanto, a classe modal.

Faixa Etária	Frequência (f)	h	$d = \frac{f}{h}$
$10 \vdash 20$	30	$20 - 10 = 10$	$\frac{30}{10} = 3$
$20 \vdash 35$	60	$35 - 20 = 15$	$\frac{60}{15} = 4$
$35 \vdash 55$	80	$55 - 35 = 20$	$\frac{80}{20} = 4$
$55 \vdash 60$	**75**	**$60 - 55 = 5$**	**$\frac{75}{5} = 15$**

$\mathbf{60 \vdash 70}$	10	$\mathbf{70} - 60 = 10$	$\frac{10}{10} = 1$

A representação dos dados em um **histograma com classes de larguras desiguais** requer a **transformação dos valores de frequência absoluta em densidade de frequência**, pois a **área de cada retângulo deve ser proporcional à frequência da classe respectiva**. Vejamos:



Agora, para calcular as modas de Czuber e de King, temos que substituir as frequências pelas suas respectivas densidades de frequências:

$$\boldsymbol{M_o^{Czuber} = l_{inf} + \left[\frac{df_{Mo} - df_{ant}}{(df_{Mo} - df_{ant}) + (df_{Mo} - df_{post})}\right] \times h}$$

e

$$\boldsymbol{M_o^{King} = l_{inf} + \left[\frac{df_{pos}}{df_{ant} + df_{pos}}\right] \times h.}$$

Em nosso exemplo, o valor da moda de Czuber é:

$$M_o^{Czuber} = 55 + \left[\frac{15 - 4}{(15 - 4) + (15 - 1)}\right] \times 5$$

$$M_o^{Czuber} = 55 + \left[\frac{11}{11 + 14}\right] \times 5$$

$$M_o^{Czuber} = 55 + \left[\frac{11}{25}\right] \times 5 = 57{,}2$$

Por sua vez, a moda de King assume o seguinte valor:

$$M_o^{King} = 55 + \left[\frac{1}{4+1}\right] \times 5.$$

$$M_o^{King} = 55 + \left[\frac{1}{5}\right] \times 5 = 56$$

HORA DE PRATICAR!

(CESPE/PF/2004)

Classificação	Mínimo	1°. Quartil	Mediana	Média	3°. Quartil	Máximo	Variância
A	20	25	27,5	30	32,5	50	49
B	18	23	32	33	42	52	100
A ou B	x	y	z	31	w	u	v

De acordo com um levantamento estatístico, a média das idades de um grupo de presidiários é igual a 31 anos de idade. Nesse levantamento, os presidiários foram classificados como A ou B, dependendo da sua condição psicossocial. Constatou-se que a média das idades dos presidiários classificados como A é menor que a média das idades dos presidiários classificados como B. A tabela acima apresenta algumas medidas estatísticas obtidas por meio desse levantamento.

A partir das informações acima, julgue o item que se segue.

A moda das idades dos presidiários classificados como A, segundo a fórmula de Czuber, está entre 25,5 e 26 anos de idade.

Comentários:

Conhecendo os valores mínimo, máximo e os quartis, podemos determinar a distribuição de frequências. Isso ocorre porque os quartis separam o conjunto de dados em quatro partes iguais, cada uma com 25% das observações. Vejamos:

Classe	Frequência Relativa (%)
20,0 - 25,0	25
25,0 - 27,5	25
27,5 - 32,5	25
32,5 - 50,0	25

Reparem que as classes têm amplitudes diferentes. Por conta disso, o cálculo da moda deverá levar em consideração a densidade de frequência, que resulta da divisão entre a frequência simples (f) e a ampiltude de classe (h):

Classe	Frequência Relativa (%)	Amplitude de Classe	Densidade de Frequência
20,0 - 25,0	25	5	5
25,0 - 27,5	25	2,5	10
27,5 - 32,5	25	5	5
32,5 - 50,0	25	17,5	25/17,5

Observem que todas as classes possuem a mesma frequência relativa simples. Assim, a classe modal será aquela com menor amplitude, pois isso vai resultar na maior densidade de frequência. Logo, a classe modal será a segunda.

Sabendo disso, temos que a classe anterior será a primeira e a classe posterior será a terceira. Reparem que a densidade de frequência da classe anterior é igual à densidade de frequência da classe posterior. Quando isso ocorre, a moda ocupa a posição central da classe modal. Portanto:

$$\frac{25 + 27{,}5}{2} = 26{,}25$$

De todo modo, vamos aplicar a fórmula de Czuber:

$$M_o = l_i + \left[\frac{df_{Mo} - df_{ant}}{(df_{Mo} - f_{ant}) + (df_{Mo} - df_{post})}\right] \times h$$

$$M_o = 25{,}0 + \left[\frac{10 - 5}{(10 - 5) + (10 - 5)}\right] \times 2{,}5$$

$$M_o = 25{,}0 + \left[\frac{5}{5 + 5}\right] \times 2{,}5$$

$$M_o = 25{,}0 + \left[\frac{5}{10}\right] \times 2{,}5 = 26{,}25$$

Gabarito: Errado.

Propriedades da Moda

A moda apresenta duas propriedades principais: a soma (ou subtração) de uma constante; e a multiplicação (ou divisão) por uma constante. Essas propriedades são parecidas com as que vimos em aulas anteriores, quando tratamos da média e da mediana.

1º Propriedade

- **Somando-se (ou subtraindo-se) uma constante c a todos os valores de uma variável, a moda do conjunto fica aumentada (ou diminuída) dessa constante.**

EXEMPLIFICANDO

Para explicar essa propriedade, vamos tomar como exemplo a sequência $\{x_n\} = \{3, 8, 8, 8, 10\}$, cuja moda é:

$$M_{o_x} = 8$$

Se adicionarmos o número 5 a cada um dos termos da sequência, iremos obter uma nova lista $\{y_n\} = \{x_n + 5\} = \{8, 13, 13, 13, 15\}$, cuja moda é:

$$M_{o_y} = 13$$

Veja que a adição do número 5 a cada um dos termos da sequência fez com que a moda também aumentasse em 5 unidades, indo de 8 para 13.

2º Propriedade

- **Multiplicando-se (ou dividindo-se) todos os valores de uma variável por uma constante c, a moda do conjunto fica multiplicada (ou dividida) por essa constante.**

EXEMPLIFICANDO

Para explicar essa propriedade, vamos tomar como exemplo a sequência $\{\boldsymbol{x_n}\} = \{3, 8, 8, 8, 10\}$, cuja moda é:

$$M_{o_x} = 8$$

Se multiplicarmos cada um dos termos da sequência por 5, iremos obter uma nova lista $\{y_n\} = \{x_n \times 5\} = \{15, 40, 40, 40, 50\}$, cuja moda é:

$$M_{o_y} = 40$$

Veja que a multiplicação de cada um dos termos da sequência por 5 fez com que a moda também fosse multiplicada por 5, aumentando de 8 para 40.

QUESTÕES COMENTADAS

Moda para Dados não Agrupados

1. (CESPE/PETROBRAS/2022)

X	Frequência Relativa
0	0,23
1	0,22
2	0,50
3	0,05

Considerando que a tabela acima mostra a distribuição de frequências de uma variável obtida com base em uma amostra aleatória simples de tamanho igual a n, julgue o item que se segue.

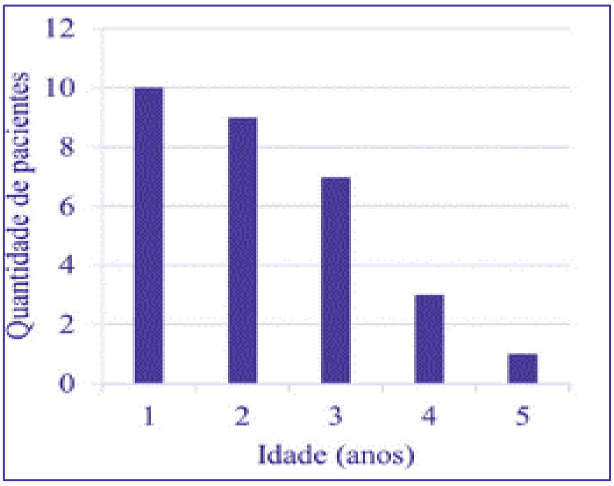
A moda de x é igual a 2.

Comentários:

A moda é o valor mais frequente de um conjunto de observações, ou seja, o valor de maior ocorrência dentre os valores observados. Analisando-se a tabela, percebemos que a maior frequência relativa é 0,50, que corresponde ao número 2. Logo, a moda de X é 2.

Gabarito: Certo.

2. (CESPE/PC PB/2022) Um levantamento identificou que, em um hospital infantil, os pacientes seguiam a seguinte distribuição por idade.



Considerando a distribuição de frequência da idade dos pacientes do texto 16A5, assinale a opção que apresenta, respectivamente, os valores da média, mediana e moda.

a) 2,2; 3; 1

b) 2,5; 2; 1,5

c) 2,2; 2; 1

d) 2,2; 2; 1,5

e) 2,5; 3; 1

Comentários:

Para calcularmos a média, precisamos multiplicar cada idade por sua respectiva frequência ou quantidade de pacientes. Esse seguida, dividimos o somatório desses produtos pela soma das frequências:

$$\bar{X} = \frac{(1 \times 10) + (2 \times 9) + (3 \times 7) + (4 \times 3) + (5 \times 1)}{30} = \frac{66}{30}$$

$$\bar{X} = 2{,}2$$

Sabemos que a mediana é o termo central da amostra, ou seja, em um conjunto de dados ordenados, a mediana corresponde à 50% da amostra. No histograma, as idades já estão ordenadas. Portanto, somando as frequências, temos:

$$10 + 9 + 7 + 3 + 1 = 30$$

Assim, temos um total de 30 pacientes. Ora, como a mediana é o termo central e o número de observações é par, então a mediana será calculada pela média dos dois termos centrais, no caso, os termos na posição 15 e 16. Observando o histograma, temos que a soma dos pacientes com 1 e 2 anos é igual a:

$$10 + 9 = 19$$

Esse valor supera a mediana, ou seja, supera os 50% da amostra. Percebemos também que as idades nas posições 15 e 16 estão dentro do grupo de 2 anos. Logo, a mediana será:

$$M_d = \frac{2+2}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

Por fim, a moda é o valor mais frequente de um conjunto de observações, ou seja, o valor de maior ocorrência dentre os valores observados. A idade com maior frequência no histograma é 1 ano, com 10 pessoas. Logo, a moda é:

$$M_o = 1$$

Então, temos que respectivamente a média, mediana e moda valem:

$$2{,}2; 2; 1$$

Gabarito: C.

3. (CESPE/PETROBRAS/2022) Uma pessoa realizou uma pesquisa em todos os postos de combustíveis de uma cidade com a finalidade de verificar a variação dos preços de gasolina na cidade. Após terminar a pesquisa e rever suas anotações, a pessoa percebeu que apagou, acidentalmente, o preço de um dos postos, ficando suas anotações conforme a tabela abaixo:

Preço da gasolina nos 20 postos da cidade

Preço(R$)	6,40	6,80	6,50	6,10	6,30	?
Quantidade de postos que oferecem esse preço	10	5	2	1	1	1

Com base nessa situação hipotética, julgue o item a seguir.

Independente do valor que ele anotasse no lugar do preço que faltou, o valor da mediana não seria alterado e seria igual a moda.

Comentários:

A moda é o valor mais frequente de um conjunto de observações, ou seja, o valor de maior ocorrência dentre os valores observados. Conforme a tabela, o valor mais frequente é 6,40, com 10 observações. Portanto, a moda já está definida.

Além disso, temos um total de 20 observações. Para encontrarmos a mediana, precisamos identificar o termo central da amostra. Para um número par de observações, a mediana é dada pela média entre os dois termos centrais, ou seja, a média entre os termos nas posições 10 e 11.

Assim, observando a tabela, percebemos que os dois primeiros termos da amostra são 6,10 e 6,30. Em seguida, temos 10 termos com preço 6,40. Percebemos também que o preço faltante é referente a apenas uma observação, assim as posições 10 e 11 serão sempre ocupadas pelo preço 6,40.

Portanto, independentemente do valor do preço que está faltando, a mediana será 6,40, que também será o valor mais frequente na amostra, ou seja, a moda.

Gabarito: Certo.

4. (FGV/MPE GO/2022) Considere a lista de números:

2, 1, 5, 3, 5, 8, 2, 7, x, 4, 6.

Sabe-se que essa lista tem moda única igual a 2.

A mediana dessa lista de números é

a) 2.

b) 3.

c) 4.

d) 5.

e) 6.

Comentários:

Inicialmente, precisamos ordenar os dados do conjunto:

$$1;\ 2;\ 2;\ 3;\ 4;\ 5;\ 5;\ 6;\ 7;\ 8;\ x$$

Notem que os números 2 e 5 se repetem, tornado o conjunto bimodal. Porém, o enunciado nos diz que o conjunto possui uma única moda igual a 2. Portanto, para que a moda seja apenas 2, precisamos que o valor de x seja 2.

Agora, vamos analisar a mediana, que representa o termo central da amostra. Como temos 11 termos, a mediana será o 6º termo do conjunto. Reordenando os dados, temos:

$$1;\ \underbrace{\mathbf{2};\ \mathbf{2};\ \mathbf{2}}_{moda};\ 3;\ \underbrace{\mathbf{4}}_{mediana};\ 5;\ 5;\ 6;\ 7;\ 8$$

Portanto, a mediana é igual a 4.

Gabarito: C.

5. (FGV/CBM AM/2022) Os resultados de certo experimento estão na lista abaixo:

$$\boldsymbol{x\ 6\ 8\ 4\ x\ 14\ 6\ y\ 6}$$

onde $x \neq y$. O número y é a única moda, e também é a mediana da lista.

A média da lista é 8.

A média dos três maiores números dessa lista é

a) 10.

b) 10,5.

c) 11.

d) 11,5.

e) 12.

Comentários:

Analisando as informações do enunciado, temos:

a) $x \neq y$;
b) Y é a única moda;
c) Y é a mediana;
d) a média é 8.

Observando o conjunto, percebemos que a moda definida pelo número 6 que aparece 3 vezes. Portanto, como Y é a única moda, ele vale 6.

Sabemos que a mediana é o termo central da amostra. No conjunto em questão, temos um total de 9 termos, portanto, a mediana ocupa a quinta posição. Considerando que a mediana vale 6 e que esse valor aparece 4 vezes no conjunto e, ainda, que temos apenas um termo menor que esse valor, podemos concluir que os valores de x estão depois da mediana. Vamos representar isso:

$$4\ 6\ 6\ 6 \quad \underbrace{\mathbf{y}}_{mediana} \quad 8\ 14\ x\ x$$

A próxima informação é de que a média vale 8. A partir dessa informação, podemos descobrir os valores de x:

$$\bar{x} = \frac{soma}{n} \Longrightarrow soma = n \times \bar{x}$$

$$4 + 6 + 6 + 6 + 6 + 8 + 14 + x + x = 9 \times 8$$

$$50 + 2x = 72$$

$$2x = 72 - 50$$

$$2x = 22$$

$$x = \frac{22}{2}$$

$$x = 11$$

Reordenando a lista, temos:

$$4;\ 6;\ 6;\ 6; \quad \underbrace{\mathbf{6}}_{mediana}; \quad 8;\ \mathbf{11};\ \mathbf{11};\ 14$$

Agora, podemos calcular a média dos três maiores números:

$$\bar{x} = \frac{11 + 11 + 14}{3} = 12$$

Gabarito: E.

6. (FGV/SEFAZ AM/2022) Uma amostra de idades de usuários de determinado serviço forneceu os seguintes dados:

23; 34; 30; 22; 34; 53; 34; 28; 30; 22

A soma dos valores da média, da moda e da mediana desses dados é igual a

a) 93.

b) 94.

c) 95.

d) 96.

e) 97.

Comentários:

Primeiro, vamos ordenar os dados do conjunto para identificarmos a mediana e a moda do conjunto:

$$22;\ 22;\ 23;\ 28;\ \underbrace{30;\ 30}_{termos\ centrais};\ \underbrace{\mathbf{34};\ \mathbf{34};\ \mathbf{34}}_{moda};\ 53$$

Sabemos que a moda é o termo que mais se repete no conjunto. Assim, temos o número 34, com três ocorrências, é a moda do conjunto:

$$M_o = 34$$

Por sua vez, a mediana é o termo central do conjunto de dados. Como a quantidade de termos é par, a mediana é dada pela média entre os dois termos centrais, ou seja, a média entre os termos nas posições 5 e 6:

$$M_d = \frac{30 + 30}{2} = \frac{60}{2} = 30$$

Portanto, a mediana do conjunto é igual a 30.

Por fim, a média é dada pelo quociente entre a soma de todos os elementos e o número deles. Para o conjunto em questão, a média é:

$$\bar{X} = \frac{22 + 22 + 23 + 28 + 30 + 30 + 34 + 34 + 34 + 53}{10} = \frac{310}{10} = 31$$

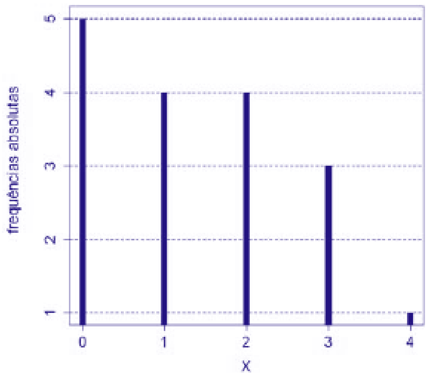
Agora, somando os valores da média, moda e mediana:

$$\bar{X} + M_o + M_d = 31 + 34 + 30$$

$$\bar{X} + M_o + M_d = 95$$

Gabarito: C.

7. (CESPE/COREN CE/2021)



A figura apresentada representa a distribuição de frequências absolutas de uma contagem X de ocorrências de certo evento administrativo. Se a e b representam, respectivamente, a mediana e a moda da variável X, então, a + b é igual a

a) 1.

b) 2.

c) 5.

d) 6.

Comentários:

A moda é o valor mais frequente de um conjunto de observações, ou seja, o valor de maior ocorrência dentre os valores observados. Analisando o gráfico, percebemos que o termo de maior frequência é o de valor igual a 0 (zero).

Sabemos que a mediana é o termo central da amostra, ou seja, em um conjunto de dados ordenados, a mediana corresponde à 50% da amostra. No gráfico, os valores de X já estão ordenadas. Portanto, somando as frequências, temos:

$$5 + 4 + 4 + 3 + 1 = 17$$

Assim, temos um total de 17 observações. Como a mediana é o termo central, então ela será o 9º termo da amostra. Somando a frequência do 1º termo e a frequência do 2º termo, chegaremos à posição ocupada pelo termo mediano:

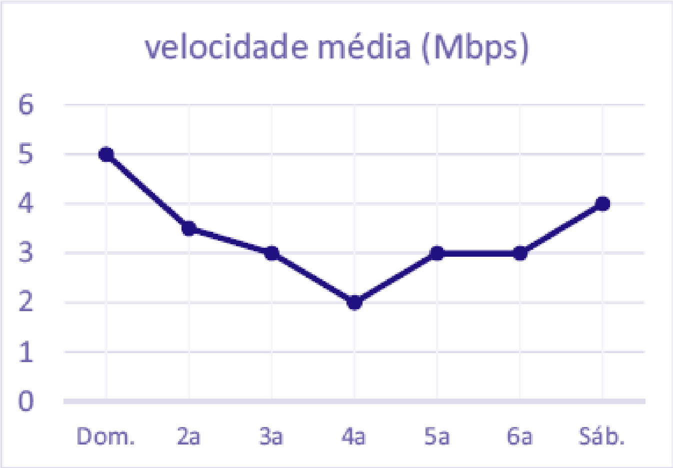
$$5 + 4 = 9$$

Como o valor que está na posição 9 é 1, a mediana é igual a 1. Logo, a soma da mediana e da moda é:

$$1 + 0 = 1$$

Gabarito: A.

8. (CESPE/TJ-RJ/2021)



Na figura precedente, são mostrados os resultados de um levantamento feito acerca da velocidade média, em Mbps, da conexão da Internet em um órgão público, para determinada semana. Considerando-se o conjunto de dados formado pelos valores correspondentes aos sete dias da semana, destacados na figura, infere-se que a moda da velocidade média, em Mbps, da conexão da Internet, na referida semana, foi igual a

a) 1.

b) 2.

c) 5.

d) 3.

e) 4.

Comentários:

A moda é o valor mais frequente de um conjunto de observações, ou seja, o valor de maior ocorrência dentre os valores observados. No gráfico, podemos observar que as velocidades médias são iguais em dois dias da semana, quinta e sexta feira, com velocidade de 3 Mbps. Portanto, a velocidade que mais se repete na semana é 3. Logo a moda da amostra é 3 Mbps.

Gabarito: D.

9. (CESPE/CBM AL/2021) Determinado dado tetraédrico (dado em formato de tetraedro regular), com vértices numerados de 1 a 4, foi lançado 21 vezes, de modo que o resultado do lançamento desse dado correspondia ao vértice voltado para cima. A tabela seguinte mostra a frequência com que se obteve cada resultado.

Resultado	Quantidade de lançamentos
1	2
2	5
3	5
4	9

Com base nessa situação hipotética, julgue o item a seguir.

A mediana e a moda dessa distribuição são iguais.

Comentários:

A moda é o valor mais frequente de um conjunto de observações, ou seja, o valor de maior ocorrência dentre os valores observados. Analisando a tabela, percebemos que o valor que mais se repete é o número 4, lançado 9 vezes. Portanto, a moda é igual a 4.

A mediana é o termo central da amostra, ela divide uma série ordenada em duas partes iguais, ou seja, a mediana corresponde à metade da amostra. Para calcularmos a mediana, precisamos saber a quantidade total de lançamentos, então, temos que somar as frequências (quantidades de lançamentos):

$$2 + 5 + 5 + 9 = 21$$

Ora, se a mediana é o termo central e temos 21 termos, então a mediana será o 11º termo da amostra. Pela frequência acumulada, temos que o 11º termo corresponde ao número 3. Portanto, a mediana é igual a 3.

Portanto, a mediana é igual a 3 e a moda é igual a 4.

Gabarito: Errado.

10. (CESPE/TCE-RJ/2021)

X	Frequência Absoluta
0	5
1	10
2	20

3	15
Total	50

Considerando que a tabela precedente mostra a distribuição de frequências de uma variável quantitativa X, julgue o item a seguir.

A moda e a mediana da variável X são, respectivamente, iguais a 2 e 1,5.

Comentários:

Como sabemos, a moda é o valor mais frequente de um conjunto de observações, ou seja, o valor de maior ocorrência dentre os valores observados. Analisando a tabela, o valor que mais se repete é o número 2, com frequência absoluta 20. Portanto, a moda é igual a 2.

A mediana é o termo central da amostra, ela divide uma série ordenada em duas partes iguais, ou seja, a mediana corresponde a 50% da amostra. Para calcularmos a mediana, vamos reescrever a tabela acrescentando uma coluna para as frequências acumuladas:

X	Freq. Absoluta	Freq. Acumulada
0	5	5
1	10	15
2	20	35
3	15	50
Total	50	

Com um número par de observações, a mediana é dada pela média entre os dois termos centrais, ou seja, a média entre os termos nas posições 25 e 26. Pela coluna das frequências acumuladas, os termos nas posições 25 e 26 correspondem ao número 2. Portanto, a mediana será:

$$M_d = \frac{2+2}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

Assim, a mediana e a moda são iguais a 2.

Gabarito: Errado.

11. (CESPE/Pref. Aracaju/2021)

X	Número de observações na amostra
1	10
2	20
3	40
4	120
5	10
Total	**200**

A tabela apresentada mostra as frequências absolutas das observações de uma variável X em uma amostra de tamanho igual a 200. Nesse caso, se M_O representa a moda dessa amostra, M_D, a mediana amostral, e M_E, a média amostral, então o produto $M_O \times M_D \times M_E$ será igual a

a) 80.

b) 27.

c) 56.

d) 60.

e) 64.

Comentários:

A moda é o valor mais frequente de um conjunto de observações, ou seja, o valor de maior ocorrência dentre os valores observados. Analisando a tabela, o valor que mais se repete é o número 4, com frequência igual a 120. Portanto, a moda do conjunto é igual a 4.

$$M_O = 4$$

A mediana, por sua vez, é o termo central da amostra, ou seja, em um conjunto de dados ordenados, a mediana corresponde a 50% da amostra. Como o número de observações (200) é par, a mediana será determinada pela média entre os termos centrais, no caso, os termos nas posições 100 e 101. Pelas frequências acumuladas, os termos nas posições 100 e 101 correspondem ao número 4. Portanto, a mediana será:

$$M_D = \frac{4+4}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

Por fim, vamos ao cálculo da média. Para calcularmos a média, precisamos multiplicar cada valor de X por sua respectiva frequência ou número de observações, e o somatório desse produto dividimos pela soma das frequências:

$$M_E = \frac{(1 \times 10) + (2 \times 20) + (3 \times 40) + (4 \times 120) + (5 \times 10)}{200} = \frac{700}{200}$$

$$M_E = 3{,}5$$

Agora, fazendo $M_O \times M_D \times M_E$:

$$M_O \times M_D \times M_E = 4 \times 4 \times 3{,}5$$

$$M_O \times M_D \times M_E = 56$$

Gabarito: C.

12. (CESGRANRIO/BB/2021) Designado para relatar a qualidade das atividades desenvolvidas em um determinado banco, um funcionário recebeu a seguinte Tabela, com a quantidade de notas relativas à avaliação dos correntistas sobre o atendimento no caixa, sendo 1 a pior nota, e 5, a melhor nota.

Nota	Quantidade
1	3.000
2	9.500
3	12.000
4	15.000
5	8.000

Qual é a moda das notas dessa avaliação?

a) 2

b) 3

c) 3,33

d) 4

e) 5

Comentários:

A moda é o valor mais frequente de um conjunto de observações, ou seja, o valor de maior ocorrência dentre os valores observados. Analisando a tabela, percebemos que a nota que mais se repete é a de valor igual a 4, com 15.000 avaliações. Portanto, esse é o valor da nossa moda.

Gabarito: D.

13. (FGV/IMBEL/2021) Uma lista de 2021 números inteiros positivos tem uma única moda (estatística) que ocorre exatamente 15 vezes. O número mínimo de inteiros distintos que ocorre nessa lista é

a) 141.

b) 142.

c) 143.

d) 144.

e) 145.

Comentários:

O enunciado informa que uma lista de 2021 números inteiros positivos tem moda única, que ocorre exatamente 15 vezes. Significa dizer que os demais termos do conjunto podem se repetir, porém, em frequência menor que a moda.

A moda é o termo de maior frequência em um conjunto de dados. Se a moda se repete 15 vezes, os demais termos podem se repetir até o limite de 14 vezes. A questão pede o número mínimo de inteiros distintos da lista, ou seja, a menor quantidade de números inteiros diferentes.

Para chegarmos à menor quantidade de números inteiros, é necessário que tenhamos a maior quantidade de repetições de termos inferiores à moda. Logo, se a moda tem 15 termos, então a maior quantidade de repetições imediatamente inferior a moda é 14.

Subtraindo a quantidade de termos da moda, temos:

$$2021 - 15 = 2006$$

Restam, portanto, um total de 2.006 termos. Agora, vamos encontrar o menor número de termos distintos. Para isso, vamos considerar que os demais termos se repetem o máximo possível:

$$
\begin{array}{r|l}
2006 & 14 \\
-14 & \overline{143} \\
\hline
60 & \\
-56 & \\
\hline
46 & \\
-42 & \\
\hline
(4) &
\end{array}
$$

Então, temos 143 termos com 14 repetições cada e uma sobra de 4 termos. Portanto, na lista com 2021 termos, teremos a seguinte distribuição:

a) 1 termo que aparece 15 vezes (moda);
b) 143 termos que aparecem 14 vezes cada;
c) 1 termo que aparece 4 vezes.

A soma desses termos é:

$$(1 \times 15) + (143 \times 14) + (1 \times 4) = 15 + 2002 + 4 = 2021$$

Assim, o número mínimo de inteiros distintos para uma lista com essas regras é:

$$1 + 143 + 1 = 145$$

Gabarito: E.

14. (VUNESP/EsFCEx/2021) Um posto de trabalho é incumbido de registrar durante 10 meses o número de ocorrências verificadas de um determinado evento. A tabela a seguir demonstra os resultados obtidos.

Mês	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Total
Número de ocorrências	110	140	120	130	140	120	130	150	110	120	1.270

Com relação aos dados dessa tabela, o resultado da divisão da moda pelo módulo da diferença entre a mediana e a média aritmética (número de ocorrências por mês) é igual a

a) 24.

b) 20.

c) 40.

d) 30.

e) 60.

Comentários:

Vamos iniciar identificando a moda da amostra. A moda é o valor de maior frequência em um conjunto de dados. Observando a tabela, temos que o valor com maior frequência é 120, que apareceu em três meses:

$$M_o = 120$$

A média é dada pelo quociente entre a soma de todos os elementos e o número deles. A tabela já nos forneceu o total de ocorrências, então:

$$\bar{x} = \frac{1270}{10} = 127$$

Agora, a mediana temos que é o termo central do conjunto de dados. Como o conjunto é formado por um número par de observações, a mediana é dada pela média entre os termos centrais, ou seja, a média entre os termos nas posições 5 e 6. Ordenando os dados, temos:

$$110; 110; 120; 120; \underbrace{120; 130}_{Termos\ \ centrais}; 130; 140; 140; 150$$

$$M_d = \frac{120 + 130}{2} = \frac{250}{2} = 125$$

Por fim, dividindo a moda pelo módulo da diferença entre a mediana e a média aritmética, encontramos:

$$\frac{120}{|127 - 125|} = \frac{120}{2} = 60$$

Gabarito: E.

15. (CESPE/ME/2020)

Mínimo	5
Moda	9
Mediana	9
Média	10
Máximo	15

Um levantamento amostral proporcionou as estatísticas precedentes, referentes a determinada variável quantitativa X.

Considerando essas informações e que a variável X é composta por 1240 observações, julgue o item subsequente.

Se A e B são as respectivas quantidades de observações da variável X que são iguais a 9 e 10, então é correto afirmar que B > A.

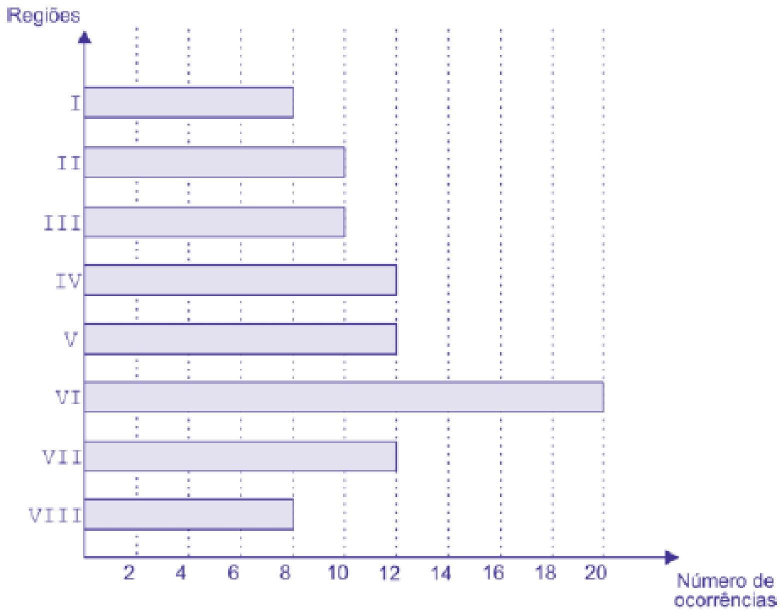
Comentários:

Sabemos que a moda é o termo que mais se repete na amostra, ou seja, o termo de maior frequência. Ora, temos da tabela que a moda vale 9, logo, das observações da variável X, o termo que mais se repete será 9. Assim, se A vale 9 e B vale 10, então A será maior que B, pois a quantidade de termos de A será maior que B.

$$A > B$$

Gabarito: Errado.

16. (FCC/ALAP/2020) Em um relatório de auditoria acerca de uma determinada ocorrência em 8 regiões, obteve-se o gráfico abaixo.



Com relação a este relatório, sejam Md a mediana e Me a média aritmética (número de ocorrências por região) correspondentes. O valor da respectiva moda é, então, igual a

a) 3Md − 2Me.

b) 3Me − 2Md.

c) 2Me − Md.

d) 4Me − 3Md.

e) 2Md − Me.

Comentários:

Com base nos dados apresentados no gráfico, vamos calcular a média:

$$\bar{x} = \frac{8 \times 2 + 10 \times 2 + 12 \times 3 + 20}{2 + 2 + 3 + 1}$$

$$\bar{x} = \frac{16 + 20 + 36 + 20}{8}$$

$$\bar{x} = \frac{92}{8}$$

$$\bar{x} = 11{,}5$$

Para definirmos a mediana, precisamos colocar as ocorrências em ordem crescente:

$$8, 8, 10, 10, 12, 12, 12, 20$$

A mediana é o termo central da amostra. Nesse caso, não há apenas um termo central, então vamos tirar a média dos dois termos centrais para obtermos a mediana:

$$M_d = \frac{10 + 12}{2} = 11$$

A moda é o valor que mais se repete no conjunto, isto é, o valor de maior frequência. Logo, a moda é 12.

Então:

$$M_o = (2 \times 11{,}5) - 11 = 12$$

Gabarito: C.

17. (VUNESP/EsFCEx/2020) Um posto de trabalho é incumbido de registrar durante 10 meses o número de ocorrências verificadas de um determinado evento. A tabela a seguir demonstra os resultados obtidos.

MÊS	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	TOTAL
NÚMERO DE OCORRÊNCIAS	110	140	120	130	140	120	130	150	110	120	1.270

Com relação aos dados dessa tabela, o resultado da divisão da moda pelo módulo da diferença entre a mediana e a média aritmética (número de ocorrências por mês) é igual a

a) 24.

b) 20.

c) 40.

d) 30.

e) 60.

Comentários:

A moda é o valor que mais se repete na amostra, isto é, o valor com maior frequência. Analisando a tabela, concluímos que:

$$M_o = 120$$

A média é dada pela soma de todos os valores da amostra dividida pela quantidade de elementos, no caso, 10 meses. Assim:

$$\bar{x} = \frac{1270}{10} = 127$$

A mediana é o termo que ocupa a posição central de um conjunto ordenado de forma crescente. Se temos 10 elementos, então a mediana será dada pela média dos dois termos centrais, isto é, os termos que ocupam as posições 5 e 6:

$$110 \quad 110 \quad 120 \quad 120 \quad \underbrace{120 \quad 130}_{termos\ centrais} \quad 130 \quad 140 \quad 140 \quad 150$$

$$M_d = \frac{120 + 130}{2} = 125$$

Então, realizando a operação solicitada no enunciado, temos:

$$\frac{M_o}{|M_d - \bar{x}|} = \frac{120}{|125 - 127|} = \frac{120}{2} = 60.$$

Gabarito: E.

18. (VUNESP/Pref. Ilhabela/2020) Analisando a quantidade de uma determinada espécie de organismo em 10 frascos de mesmo volume, que contêm um certo tipo de líquido, obteve-se a tabela a seguir.

Frasco nº	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Total
Quantidade	8	6	5	7	6	4	9	7	6	8	66

Dado que a média aritmética (número de organismos por frasco) representa X% da soma da respectiva moda com a mediana, tem-se que X é igual a

a) 66,0.

b) 55,0.

c) 52,8.

d) 50,0.

e) 48,0.

Comentários:

Começaremos identificando a moda da amostra. A moda é o valor de maior frequência em um conjunto de dados. Observando a tabela, temos que o valor com maior frequência é 6, que apareceu em três frascos:

$$M_o = 6$$

A média é dada pelo quociente entre a soma de todos os elementos e o número deles. A tabela já nos forneceu o total de observações, então:

$$\bar{x} = \frac{66}{10} = 6{,}6$$

Por último, a mediana é o termo central do conjunto de dados. Como o conjunto apresenta um número par de observações, a mediana é dada pela média entre os dois termos centrais, ou seja, a média entre os termos nas posições 5 e 6. Ordenando os dados, temos:

$$4;5;6;6;\underbrace{6;7}_{termos\ centrais};7;8;8;9$$

$$M_d = \frac{6+7}{2} = \frac{13}{2} = 6{,}5$$

Dado que a média aritmética representa X% da soma da respectiva moda com a mediana, temos que X é igual a:

$$\text{x} = \frac{6{,}6}{6+6{,}5} \times 100 = 0{,}528 \times 100 = 52{,}8$$

Então,

$$X = 52{,}8\%$$

Gabarito: C.

19. (FCC/SANASA/2019) A tabela abaixo fornece os salários dos 10 funcionários que trabalham em um setor de uma empresa em R$ 1.000,00.

Funcionário N°	001	002	003	004	005	006	007	008	009	010	Total
Salários (R$ 1.000,00)	5	2	2	5	6	4	8	5	3	4	44

Com relação aos dados desses salários, verifica-se que o resultado da multiplicação da média aritmética pela mediana é igual ao resultado da multiplicação da moda por

a) 2,750

b) 5,000

c) 3,960

d) 2,475

e) 4,400

Comentários:

Vamos iniciar calculando a média. Temos que o total de salários do conjunto é 44; então, basta dividirmos esse valor pelo número de funcionários:

$$\bar{x} = \frac{44}{10} = 4{,}4$$

Sabemos que a mediana é o termo central do conjunto, para determiná-la precisamos colocar todos os elementos em ordem crescente:

$$2, 2, 3, 4, \underbrace{4, 5}_{termos\ centrais}, 5, 5, 6, 8$$

Nesse caso, não há apenas um termo central, então a mediana será determinada pela média dos dois termos centrais, que são 4 e 5:

$$M_d = \frac{4+5}{2} = 4{,}5$$

A moda é o valor que mais se repete no conjunto, isto é, o valor de maior frequência:

$$M_o = 5$$

Aplicando a multiplicação pedida na questão, temos:

$$\bar{x} \times M_d = M_o \times x$$

$$4{,}4 \times 4{,}5 = 5x$$

$$19{,}8 = 5x$$

$$x = 3{,}96.$$

Gabarito: C.

20. (VUNESP/MP-SP/2019) Considere o seguinte conjunto de dados numéricos para estatística.

8	30	5	6	4	8	12	6	13	8

Então, a soma da moda com a mediana e a média é igual a:

a) 22.

b) 24.

c) 26.

d) 28.

e) 30.

Comentários:

A moda é o termo que mais aparece, logo:

$$M_o = 8$$

Para calcular a média, devemos somar todos os números e dividir pela quantidade de termos:

$$\bar{x} = \frac{8+30+5+6+4+8+12+6+13+8}{10} = \frac{100}{10} = 10$$

Para calcular a mediana, precisamos dispor os números em ordem crescente (rol).

$$4, 5, 6, 6, 8, 8, 8, 12, 13, 30$$

Como número de termos é par, n = 10, temos duas posições centrais. A primeira posição central é a de ordem $\frac{n}{2} = \frac{10}{2} = 5$. A outra posição central é a próxima (6º termo).

$$4, 5, 6, 6, \quad \underbrace{8, 8,}_{termos\ centrais} \quad 8, 12, 13, 30$$

Por convenção, a mediana será a média dos dois termos centrais.

$$M_d = \frac{x_5 + x_6}{2} = \frac{8+8}{2} = \frac{16}{2} = 8$$

A soma da moda com a mediana e a média é igual a:

$$M_o + M_d + \bar{x} = 8 + 8 + 10 = 26$$

Gabarito: C.

21. (VUNESP/PM-SP/2019) A média aritmética, a moda e a mediana do número de filhos de quatro soldados são todas iguais a 2. Dessa forma, adicionando-se os números de filhos dos soldados com maior e menor números de filhos, tem-se como resultado

a) 2.

b) 3.

c) 4.

d) 5.

e) 6.

Comentários:

Segundo o enunciado, a mediana do número de filhos de quatro soldados é igual a 2. Significa dizer que a média do número de filhos do segundo e do terceiro soldados é igual a 2, portanto, ambos possuem dois filhos.

Agora, se sabemos que a média é 2 e existem 4 soldados, logo, temos um total de 8 filhos.

Finalmente, já descobrimos que os soldados que ocupam as posições centrais possuem, cada um, dois filhos, totalizando 4 filhos. Assim, podemos calcular o total de filhos dos soldados com maior e menor número de filhos, fazendo:

$$8 - 4 = 4.$$

Gabarito: C.

22. (CESPE/ABIN/2018) Em fevereiro de 2018, o Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP) começou a segunda etapa do Censo Escolar 2017, o módulo "Situação do Aluno". Nessa etapa, serão coletadas informações sobre rendimento e movimento escolar dos alunos ao final do ano letivo de 2017. Para isso, será importante que as escolas utilizem seus registros administrativos e acadêmicos, como ficha de matrícula, diário de classe, histórico escolar.

Internet: <www.inep.gov.br/notícias> (com adaptações).

A partir do texto antecedente, julgue o item que se segue, relativo a estatísticas educacionais.

A moda a ser obtida no estudo indicará o resultado de maior frequência para cada uma das informações a serem coletadas.

Comentários:

De fato, a moda indica o resultado ou número de maior frequência em uma dada amostra, é o resultado que mais se repete.

Gabarito: Certo.

23. (CESPE/IPHAN/2018) Define-se estatística descritiva como a etapa inicial da análise utilizada para descrever e resumir dados. Em relação às medidas descritivas, julgue o item a seguir.

A moda é o valor que apresenta a maior frequência da variável entre os valores observados.

Comentários:

A moda pode ser definida como o valor (ou os valores) que mais se repete(m) em uma amostra ou conjunto. Ou seja, que aparecem com maior frequência. Uma amostra pode apresentar mais de uma moda, sendo classificada como plurimodal; ou apenas uma moda, recebendo a denominação de unimodal; ou ainda amodal, quando todos os valores das variáveis em estudo apresentarem uma mesma frequência.

Gabarito: Certo.

24. (CESPE/PF/2018)

	DIA				
	1	2	3	4	5
X (quantidade diária de drogas apreendidas, em kg)	10	22	18	22	28

Tendo em vista que, diariamente, a Polícia Federal apreende uma quantidade X, em kg, de drogas em determinado aeroporto do Brasil, e considerando os dados hipotéticos da tabela precedente, que apresenta os valores observados da variável X em uma amostra aleatória de 5 dias de apreensões no citado aeroporto, julgue o item.

A moda da distribuição dos valores X registrados na amostra foi igual a 22 kg.

Comentários:

A moda é o valor que mais se repete na amostra, isto é, o valor de maior frequência. A tabela mostra que nos dias 2 e 4 foram apreendidos 22kg de drogas. Logo, de acordo com a tabela, o valor 22 tem a maior frequência da distribuição, 2, sendo considerado a moda da amostra.

Gabarito: Certo.

25. (FCC/SEDU-ES/2018) As notas dos dez alunos de uma sala foram: 1, 2, 4, 6, 6, 7, 8, 8, 8, 10. A diferença entre a moda e a mediana dessas notas é

a) 1,5.

b) 2,5.

c) 0,5.

d) 2,0.

e) 1,0.

Comentários:

A moda é o termo que aparece mais vezes em um conjunto de dados. Nessa questão, o número que se repete mais vezes é o 8, logo:

$$M_o = 8$$

Como são 10 alunos, a mediana vai ser a média entre os dois termos centrais (5º e 6º termos).

$$M_d = \frac{6+7}{2} = 6{,}5$$

A diferença entre a moda e a mediana é:

$$M_o - M_d = 8 - 6{,}5 = 1{,}5$$

Gabarito: A.

26. (FGV/ALE-RO/2018) Sejam x, y e z, respectivamente, a média, a mediana e a moda dos sete valores 9, 10, 6, 5, 20, 9 e 4. É correto concluir que

a) x < y < z .

b) x < y = z

c) x = y < z

d) y < z = x

e) x = y = z

Comentários:

A média é calculada pela soma dos valores dividida pela quantidade de valores:

$$x = \frac{9+10+6+5+20+9+4}{7} = 9$$

Agora, para calcular a mediana, precisamos organizar os números em ordem crescente:

$$4, 5, 6, \underbrace{9,}_{termo\ central} 9, 10, 20$$

A mediana é o termo que ocupa a posição central. Portanto,

$$y = 9$$

A moda é o termo que aparece em maior frequência. O número que aparece mais vezes é o 9, portanto:

$$z = 9$$

Assim, concluímos que:

$$x = y = z$$

Gabarito: E.

27. (VUNESP/Pref. Sertãozinho/2016) Considere a tabela construída a partir de um estudo com o objetivo de conhecer a forma e o local de refeições diárias dos trabalhadores de uma empresa.

Distribuição dos trabalhadores segundo a forma
e o local preferido para refeições em uma pequena
empresa metalúrgica - 2013

Local	Número
Restaurante da empresa (bandeja)	40
Restaurante da empresa (marmita própria)	40
Restaurante externo à empresa	40
Própria residência	40
Total	160

Quanto a essa tabela, com resultados surpreendentemente semelhantes, ao se analisarem as medidas de tendência central, é correto afirmar que a distribuição

a) É unimodal.

b) É polimodal.

c) Tem a moda igual a 40.

d) É amodal.

e) Tem a moda igual a 160.

Comentários:

A moda pode ser definida como **o valor (ou os valores) que mais se repetem em uma amostra**. Ou seja, os valores que aparecem com maior frequência. **Uma amostra pode apresentar mais de uma moda, sendo classificada como plurimodal; ou apenas uma moda, sendo denominada de unimodal; ou nenhuma moda, quando todos os valores das variáveis em estudo apresentarem a mesma frequência, sendo chamada de amodal**. No caso apresentado na tabela, temos um conjunto **amodal**, já que **todas as observações têm a mesma frequência**.

Gabarito: D.

28. (CESPE/TELEBRAS/2015) Considerando que os possíveis valores de um indicador X, elaborado para monitorar a qualidade de um serviço de cabeamento residencial para a comunicação de dados, sejam elementos do conjunto {0, 1, 2, 3, 4, 5} e que uma amostra aleatória de 5 residências tenha apontado os seguintes indicadores: 4, 4, 5, 4 e 3, julgue o próximo item.

A mediana e a moda dos indicadores registrados na amostra foram iguais a 4.

Comentários:

A mediana é o termo central de uma amostra ou população. Os dados devem estar dispostos em ordem crescente. Então, temos:

$$3, 4, \underbrace{4}_{termo\ central}, 4, 5$$

Portanto, o valor mediano é o termo central $M_d = 4$.

A moda é o termo que possui maior frequência, ou seja, é o termo que aparece mais vezes. Portanto, a moda também é igual a 4.

Gabarito: Certo.

29. (CESPE/SEGER-ES/2013) A estatística é importante para a gestão da qualidade, além de ser elemento imprescindível para o controle e a melhoria de processos. Considerando determinada sequência de resultados, a grandeza estatística utilizada para designar os dados que mais se repetem é

a) A moda.

b) O quartil inferior.

c) A mediana.

d) O desvio padrão.

e) A média.

Comentários:

Vamos analisar cada alternativa:

Alternativa A: **Correta**. A moda pode ser definida como o valor (ou os valores) que mais se repete(m) em uma amostra ou conjunto. Ou seja, que aparecem com maior frequência.

Alternativa B: **Errada**. Os quartis são as separatrizes que dividem o conjunto em 4 partes iguais. O primeiro quartil ou quartil inferior é o valor do conjunto que representa os 25% menores valores.

Alternativa C: **Errada**. A mediana é o valor central de uma amostra ou conjunto, que o divide em duas partes iguais. Para encontrar a mediana é necessário que os dados estejam em ordem crescente.

Alternativa D: **Errada**. O desvio padrão é um indicador do grau de variação de um conjunto de elementos.

Alternativa E: **Errada**. A média é dada pela soma dos valores de determinado conjunto dividida pelo número de elementos do conjunto.

Gabarito: A.

30. (CESPE/BACEN/2013)

$$\mathbf{2\ \ 4\ \ 8\ \ 4\ \ 8\ \ 1\ \ 2\ \ 32\ \ 12\ \ 1\ \ 5\ \ 7\ \ 5\ \ 5\ \ 3\ \ 4\ \ 24\ \ 19\ \ 4\ \ 14}$$

Os dados mostrados acima representam uma amostra, em minutos, do tempo utilizado na armazenagem de formulários no almoxarifado central de certa instituição por diversos funcionários.

Com base nesses dados, julgue o próximo item.

A média da sequência de dados apresentada é superior ao dobro da moda.

Comentários:

Observando os dados do conjunto, percebemos que temos 20 elementos na amostra. Vamos ordená-los em uma tabela e contar com que frequência cada elemento aparece:

Dados (X_i)	Frequência (f_i)	$X_i \times f_i$
1	2	2
2	2	4
3	1	3
4	4	16
5	3	15
7	1	7
8	2	16
12	1	12
14	1	14
19	1	19
24	1	24
32	1	32
Total	20	164

Agora, vamos calcular a média da amostra:

$$X = \frac{164}{20} = 8,2$$

A moda é o valor que mais se repete na amostra, isto é, o valor de maior frequência. Logo, o valor da moda é 4.

Assim, concluímos que a média é superior ao dobro da moda.

Gabarito: Certo.

31. (CESPE/TCE-ES/2012) Em pesquisa realizada para se estimar o salário médio dos empregados de uma empresa, selecionou-se, aleatoriamente, uma amostra de nove empregados entre todos os empregados da empresa. Os dados de tempo de serviço, em anos, e salário, em quantidade de salários-mínimos, dos indivíduos dessa amostra estão dispostos na tabela abaixo.

Tempo de serviço (anos)	3	2	6	7	4	8	2	2	2
Salário (quantidade de salários mínimos)	6	6	10	8	5	9	6	5	6

A partir dos dados da tabela, julgue o item seguinte.

Excluindo-se da amostra um empregado qualquer, nem o menor salário nem a moda amostral sofreriam alterações com relação aos valores observados na amostra completa.

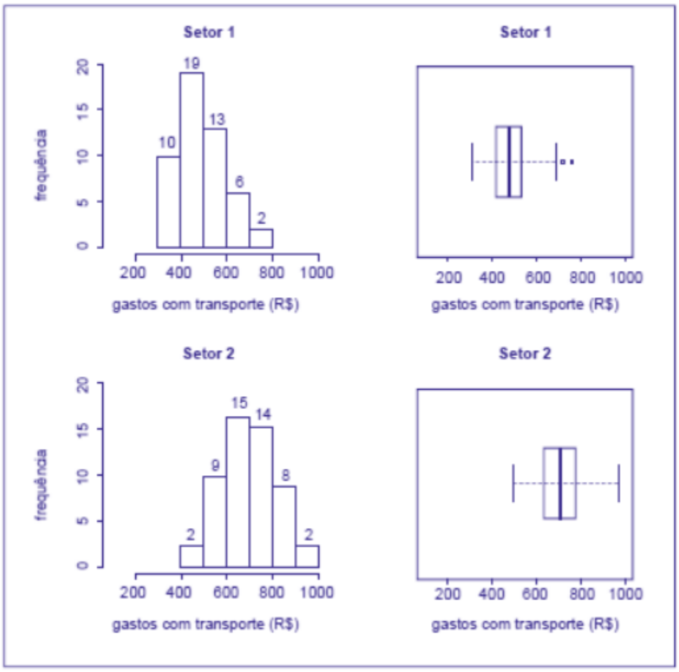
Comentários:

Vamos analisar a primeira afirmação. O menor salário é de 5 salários-mínimos. No conjunto de dados, há duas pessoas que recebem esse valor. Caso um deles venha a ser excluído, o menor salário da amostra continuará sendo 5 salários-mínimos. Logo, o menor salário não sofreria alteração.

Agora, vejamos a segunda afirmação. A moda inicial do conjunto de salários é de 6 salários-mínimos, pois há 4 funcionários que recebem esse valor. Se um deles vier a ser excluído, sobrarão 3 funcionários ganhando 6 salários-mínimos e a moda não sofrerá alteração.

Gabarito: Certo.

32. (CESPE/CAM DEP/2012)



Para avaliar os gastos com transporte de determinada diretoria, um analista coletou amostras de despesas com transportes (em R$) registradas por servidores dos setores1 e 2. Para cada setor, a amostra é constituída por 50 registros. Essas amostras foram organizadas graficamente, e os resultados são mostrados na figura acima. Nesta figura, as frequências absolutas estão indicadas nos histogramas correspondentes. Os dados foram os seguintes:

Setor 1

308,73	311,80	358,33	359,89	371,53	379,82
383,76	388,66	391,53	394,65	414,60	416,38
418,34	419,42	427,85	428,58	432,06	436,61
442,49	450,53	450,98	452,35	471,70	473,11
476,76	481,46	484,89	490,07	499,87	500,52
502,06	513,80	514,39	521,96	522,18	526,42
528,76	531,53	547,91	572,66	591,43	596,99
609,44	632,15	639,71	677,48	683,76	688,76
723,79	767,53				

Setor 2

488,37	493,73	547,72	552,66	567,94	571,49
572,26	582,00	583,63	594,77	598,46	619,25
624,20	631,03	634,51	637,21	655,70	657,56
663,81	670,12	671,90	673,78	684,69	685,98
693,35	698,58	708,78	719,80	721,16	734,84
735,94	746,34	754,83	756,10	756,96	760,80
762,29	766,24	770,11	797,73	804,06	805,97
807,29	832,83	844,00	866,77	878,27	897,09
943,10	963,25				

Considerando essas informações, julgue o item.

A distribuição das despesas dos servidores do setor 2 apresenta um aspecto bimodal, com duas classes com a mesma frequência.

Comentários:

Observando o gráfico setor 2 percebemos que há apenas uma classe com maior frequência, 600 a 700, nesse caso não podemos falar em distribuição bimodal. O aspecto bimodal é caracterizado por apresentar duas classes com maior frequência.

Gabarito: Errado.

33. (CESPE/SEDUC-AM/2011) Um indivíduo conseguiu investir, nos meses de março, abril, maio e junho, a taxas de juros de 1%, 1%, 3%, e 4%, respectivamente. No mês de julho, esse indivíduo investiu a uma taxa de juros que lhe conferiu, nesses cinco meses, uma taxa de juros média de 2,4%.

Com base nessas informações, julgue o item que se segue, relativo às taxas de juros correspondentes aos meses de março a julho.

O conjunto formado por essas cinco taxas de juros mensais é bimodal.

Comentários:

Precisamos encontrar o valor da taxa de julho. Tomemos y para representar julho. Temos que a média dos 5 meses é 2,4. Então:

$$\bar{x} = \frac{1+1+3+4+y}{5}$$

$$2{,}4 = \frac{1+1+3+4+y}{5}$$

$$2{,}4 = \frac{9+y}{5}$$

$$12 = 9 + y$$

$$y = 12 - 9$$

$$y = 3$$

Então, as taxas para os meses de março, abril, maio, junho e julho são, respectivamente, 1%, 1%, 3%, 4% e 3%. A moda é o termo que mais se repete na amostra, portanto, temos dois termos que mais se repetem, 1% e 3%, logo, podemos dizer que a amostra é **bimodal**.

Gabarito: Certo.

34. (CESPE/ANCINE/2005)

Tabela I

Finalidade do projeto	N.º de projetos atendidos	N.º de projetos não-atendidos
produção de obras cinematográficas nacionais	10	20
construção/reforma de salas de exibição	20	60
comercialização/distribuição de obras cinematográficas nacionais	70	20
formação de recursos humanos/capacitação dos profissionais para o cinema nacional	100	200
total	200	300

Tabela II

Finalidade do projeto	Valor distribuído (r$ milhões)
produção de obras cinematográficas nacionais	10
construção/reforma de salas de exibição	5
comercialização/distribuição de obras cinematográficas nacionais	3
formação de recursos humanos/capacitação dos profissionais para o cinema nacional	2
total	20

Tabela III

Projeto atendido	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	total
Valor (R$ milhões)	2,0	1,6	1,0	1,0	1,0	0,8	0,8	0,7	0,6	0,5	10

A tabelas I e II acima apresentam informações referentes a um programa hipotético de incentivo a projetos na área cinematográfica no Brasil, classificados quanto às finalidades dos projetos avaliados pelo programa. A tabela III apresenta os valores que foram aplicados nos 10 projetos atendidos que tinham como finalidade a produção de obras cinematográficas nacionais.

Com relação às informações apresentadas acima, julgue o item a seguir, considerando o universo de projetos atendidos e não- atendidos pelo programa de incentivo mencionado.

A moda dos valores distribuídos aos projetos de produção de obras cinematográficas nacionais atendidos pelo programa é igual a R$ 1 milhão.

Comentários:

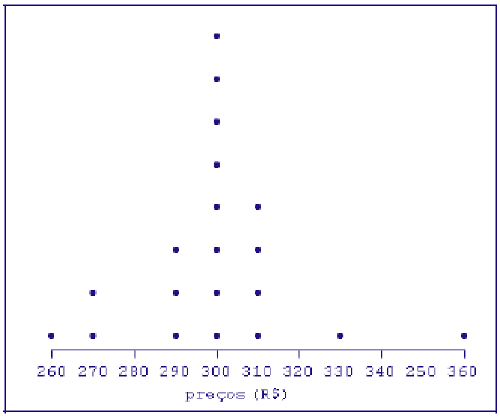
Na tabela III encontramos os valores distribuídos aos projetos de produção de obras cinematográficas. Sabemos que a moda é o valor que mais se repete na amostra, ou seja, é o valor que aparece com mais frequência, então os valores apresentados na tabela são:

Valor (R$ milhões)	2,0	1,6	**1,0**	**1,0**	**1,0**	0,8	0,8	0,7	0,6	0,5

Percebam que 1 milhão aparece três vezes. Assim, concluímos que a moda é 1 milhão.

Gabarito: Certo.

35. (CESPE/ANTAQ/2005) Em uma pesquisa realizada para verificar os preços cobrados em 2002 para o embarque de contêineres em um porto brasileiro, foram apurados 20 preços, que estão representados na figura abaixo (diagrama de pontos).



Com base nas informações do texto e da figura acima, julgue o item a seguir.

A moda dos preços apurados é superior a R$ 305,00.

Comentários:

A moda é o valor que mais se repete na amostra, ou seja, é o valor de maior frequência. No gráfico observamos que o valor de preços que se destaca é 300, portanto, a moda é 300.

Gabarito: Errado.

36. (CESPE/ANATEL/2004)

meses	fev	mar	abr	mai	jun	jul	ago	set	out	nov
N	100	70	70	60	50	100	50	50	30	20

A tabela acima mostra os números mensais de reclamações (N) feitas por usuários de telefonia fixa, registradas em uma central de atendimento, entre os meses de fevereiro a novembro de 2003. Considerando esses dados, julgue o item que se segue.

A moda dos números mensais de reclamações registradas é igual a 100.

Comentários:

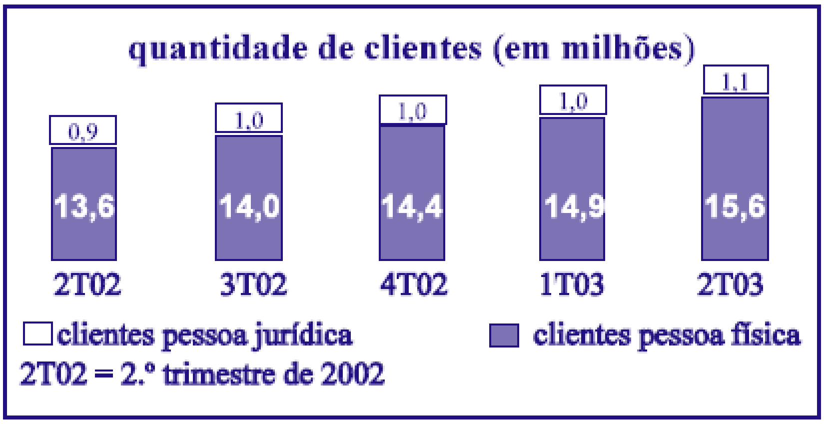
A moda é o valor que mais se repete na amostra, isto é, o valor de maior frequência. O valor que aparece mais vezes na tabela é 50, nos meses de junho, agosto e setembro. Portanto, a moda do conjunto é igual a 50.

Gabarito: Errado.

37. (CESPE/BB/2003) BB lucra mais de R$ 1 bilhão no 1.º semestre de 2003

O lucro líquido do BB no 1.º semestre de 2003 foi de R$ 1.079 milhões, valor 30% superior ao registrado no 2.º semestre de 2002. Esse resultado deve-se à expansão da base de clientes para 16,7 milhões e ao aumento das receitas de serviços e controle de custos. Os principais destaques do período estão relacionados a seguir.

- **O patrimônio líquido do BB totalizou R$ 10,2 bilhões e os ativos totais, R$ 204 bilhões, registrando-se, em relação ao 1.º semestre de 2002, crescimentos de 36% e 20%, respectivamente.**
- **De 1.º/7/2002 a 30/6/2003, o BB aumentou significativamente o seu número de clientes, tanto clientes pessoa física quanto pessoa jurídica. A evolução do número de clientes do BB é mostrada no gráfico a seguir, em que os valores referem-se ao final de cada trimestre correspondente.**



- **A carteira de crédito cresceu 20% nos primeiros seis meses de 2003, atingindo o montante de R$ 72 bilhões. Merecem destaque as operações relacionadas ao agronegócio, que, nesse período, cresceram 65%.**
- **Para a agricultura familiar e os micro e pequenos produtores rurais foram concedidos R$ 659 milhões de crédito com recursos do PRONAF, PROGER Rural e Banco da Terra e Reforma Agrária.**
- **Nos seis primeiros meses de 2003, as operações do proex-financiamento alavancaram as exportações em US$ 112,8 milhões, contemplando 170 exportadores, sendo 140 de pequeno ou médio porte.**
- **De 1.º/1/2003 a 30/6/2003, as captações de mercado totalizaram R$ 140 bilhões, divididas entre depósitos à vista, depósitos a prazo, depósitos em caderneta de poupança, depósitos interfinanceiros e captações no mercado aberto. Desses, R$ 20 bilhões foram depósitos à vista e R$ 25 bilhões foram depósitos em cadernetas de poupança. O montante captado em depósitos a prazo correspondeu a 10 vezes o captado como depósitos interfinanceiros, enquanto as captações no mercado aberto totalizaram 4545 do montante captado em depósitos a prazo.**

Internet: <http://www.bb.com.br>. Acesso em ago./2003 (com adaptações).

Acerca das informações apresentadas no texto acima e dos temas a ele correlatos, julgue o item a seguir.

A moda e a mediana da sequência numérica formada pelo número de clientes pessoa jurídica do BB em cada final de trimestre representado no gráfico são iguais.

Comentários:

Vamos reescrever os dados formados por clientes pessoa jurídica do BB:

$$0{,}9 \quad 1{,}0 \quad \underbrace{1{,}0}_{termo\ central} \quad 1{,}0 \quad 1{,}1$$

Vimos que a moda é o termo que mais se repete na amostra, isto é, o termo de maior frequência. Logo,

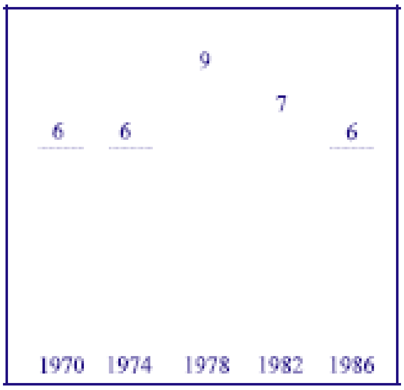
$$M_o = 1{,}0.$$

A mediana é o termo central da amostra, quando organizada em ordem crescente. Assim,

$$M_d = 1{,}0.$$

Gabarito: Certo.

38. (CESPE/SEFAZ-AL/2002)



O gráfico acima, que apresenta parte das informações publicadas no jornal Folha de S. Paulo, em 24/3/2002, sob o título Seleção de Scolari tem poucos laços no Rio, descreve o número de jogadores de times do estado do Rio de Janeiro convocados para jogar nas copas de 1970 até 1986, inclusive.

Considerando as cinco copas incluídas no gráfico, julgue o seguinte item.

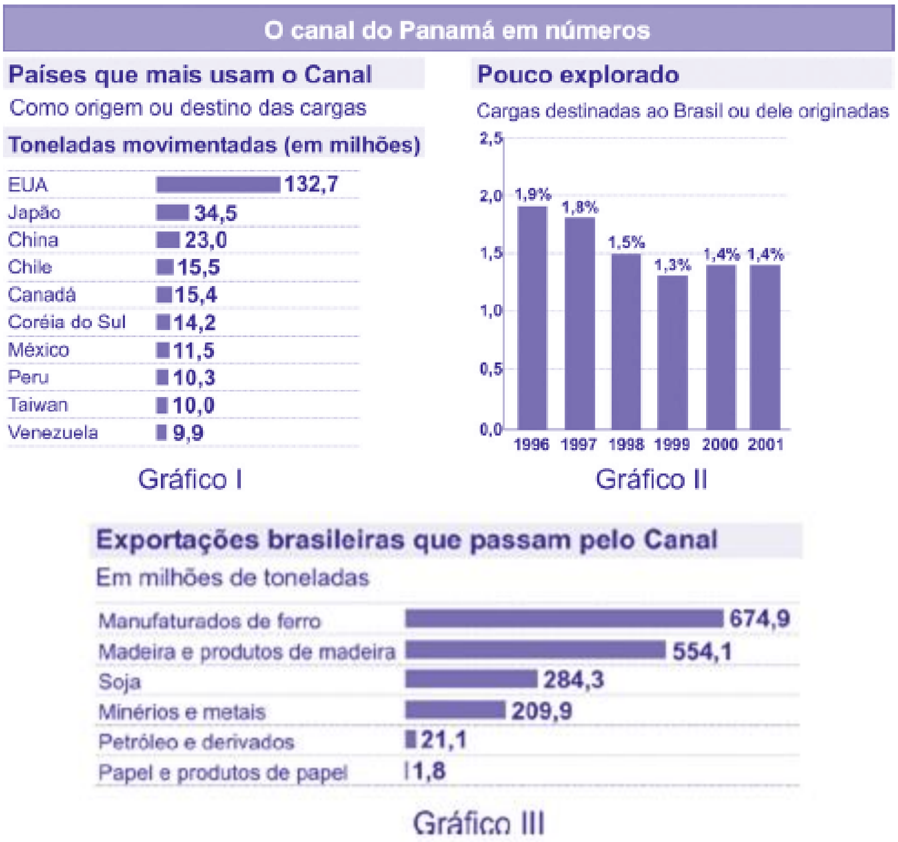
A moda do número de jogadores convocados de times do Rio de Janeiro foi de seis jogadores.

Comentários:

A moda é o valor que mais se repete na amostra, isto é, o valor de maior frequência. O valor que aparece mais vezes no gráfico é 6, nos anos de 1970, 1974 e 1986. Portanto, a moda do conjunto é igual a 6.

Gabarito: Certo.

39. (CESPE/BB/2002)



Valor. 3-5/5/2002, p. A12 (com adaptações).

Com base nas informações acima, relativas ao canal do Panamá, julgue o item seguinte.

No período mostrado no gráfico II, a mediana da série numérica formada pelos percentuais de cargas destinadas ao Brasil ou dele originadas, que passaram pelo canal do Panamá, é maior que a moda dessa série.

Comentários:

A mediana é o termo central de uma amostra ou população. Se temos 6 observações representadas no gráfico, então a mediana poderá ser encontrada pela média dos termos que ocupam as posições 3 e 4 pois nesse caso não há apenas um termo central. Os dados em ordem crescente são:

$$1{,}3 \quad 1{,}4 \quad \underbrace{1{,}4 \quad 1{,}5}_{termos\ centrais} \quad 1{,}8 \quad 1{,}9$$

$$M_d = \frac{1{,}4 + 1{,}5}{2} = \frac{2{,}9}{2}$$

$$M_d = 1{,}45$$

A moda é o termo que mais se repete na amostra, o termo de maior frequência. Observando os dados, notamos que o termo que mais se repete é 1,4. Portanto:

$$M_o = 1{,}4$$

Assim, temos que a mediana é de fato maior que a moda.

Gabarito: Certo.

40. (CESPE/CEF/2002) A social-democracia francesa foi derrotada não pela extrema direita, mas pelos resultados de suas políticas de governo que, como em outros casos Espanha, Itália, Portugal, entre eles, geraram desmobilização e desinteresse político, por um lado, e abandono dos pobres, por outro. O candidato da extrema direita, Le Pen, teve apenas 200 mil votos a mais do que nas eleições anteriores. Jacques Chirac, o candidato da direita tradicional, diminuiu sua votação, recebendo menos de 20% dos votos. Lionel Jospin, por sua vez, depois de governar por cinco anos, com um governo supostamente bem-sucedido retomada do crescimento, diminuição do desemprego, teve menos de 17% dos votos. A chave do problema está na abstenção quase 30%. Entre os jovens de 18 a 24 anos de idade, quase 40% se abstiveram. A derrota de Jospin, portanto, foi imposta pela abstenção, especialmente dos jovens e dos mais pobres. A grande maioria destes últimos são trabalhadores, ex-eleitores dos socialistas, desencantados, que, sentindo-se abandonados, votaram em Le Pen como forma de protesto.

Emir Sader. O avanço da direita. In: Correio Braziliense. 5/5/2002. p. 5 (com adaptações)

De acordo com o texto, julgue o item que se segue.

Considerando a distribuição da população de franceses votantes de acordo com a faixa etária, as informações do texto permitem concluir que a moda e a mediana dessa distribuição estariam entre 18 e 24 anos de idade.

Comentários:

O texto em questão não nos forneceu informações suficientes para definirmos a moda e a mediana da amostra. Observem que o texto afirma apenas que houve uma abstenção de quase 30% e que contribuiu para esse número o fato de que quase 40% de jovens entre 18 e 24 anos se abstiveram. Portanto, não podemos falar de moda e mediana.

Gabarito: Errado.

Questões Comentadas

Moda para Dados Agrupados sem Intervalos de Classe

1. (CESPE/TCE-RJ/2021)

(X)	Frequência absoluta
0	5
1	10
2	20
3	15
Total	**50**

Considerando que a tabela precedente mostra a distribuição de frequências de uma variável quantitativa X, julgue o item a seguir.

A moda e a mediana da variável X são, respectivamente, iguais a 2 e 1,5.

Comentários:

A moda é o valor que mais se repete na amostra, isto é, o valor de maior frequência. Na tabela observamos que a maior frequência é 20 e corresponde ao valor 2. Portanto:

$$M_o = 2$$

A mediana é o termo central da amostra. Para acharmos o termo central vamos adicionar à tabela as frequências acumuladas:

(X)	Frequência absoluta	Frequência acumuladas
0	5	5
1	10	15
2	20	35
3	15	50
Total	**50**	

Na tabela em questão será o termo (N) que tem frequência acumulada de 50%. Observamos que a primeira e a segunda frequências acumulam 30% do total da amostra $\frac{15}{50} = 30\%$, somando à terceira frequência, já temos 70% da amostra. Concluímos, portanto, que a terceira frequência que corresponde a quantidade de incidentes N=2 contém 50% da amostra, logo:

$$M_d = 2$$

Portanto, a moda e a mediana valem 2.

Gabarito: Errado.

2. (CESPE/Pref. São Cristóvão/2019) A tabela seguinte mostra a distribuição das idades dos 30 alunos da turma A do quinto ano de uma escola de ensino fundamental.

Idade (em anos)	9	10	11	12	13	14
Quantidade de estudantes	6	22	0	1	0	1

A partir dessa tabela, julgue o item.

A moda dessa distribuição é igual a 11 anos.

Comentários:

A moda é o valor que mais se repete na amostra, isto é, o valor de maior frequência. A tabela mostra que a maior parte dos alunos possui 10 anos de idade, 22 alunos. Logo, esse será o valor da moda da amostra.

Gabarito: Errado.

3. (FCC/Pref. Recife/2019) A empresa Sigma apresenta pela tabela abaixo a distribuição dos salários registrados de seus 100 empregados em reais.

Salários (R$)	2.000	4.000	5.000	10.000	15.000	Total
Número de Empregados	0	10	40	X	Y	100

Não foram fornecidos os números de empregados que ganham R$ 10.000,00 e R$ 15.000,00 (denotados na tabela por x e y, respectivamente), mas sabe-se que a média aritmética dos salários é igual a R$ 8.400,00. O valor da soma da respectiva moda e da respectiva mediana desses salários é, em reais, igual a

a) 600y.

b) 625y.

c) 1.000y.

d) 750y.

e) 500y.

Comentários:

Conforme o enunciado, o número de empregados é igual a 100. Logo, temos que:

$$0 + 10 + 40 + x + y = 100$$
$$50 + x + y = 100$$
$$x + y = 50$$

Além disso, a média aritmética dos salários é igual a R$ 8.400,00. Como sabemos, para calcular essa média, devemos multiplicar cada salário pela sua respectiva frequência, somar todos os resultados, e dividir por 100, que é o total de funcionários.

$$\bar{x} = 8.400$$
$$\frac{2.000 \times 0 + 4.000 \times 10 + 5.000 \times 40 + 10.000 \times x + 15.000 \times y}{100} = 8400$$
$$\frac{0 + 40.000 + 20.000 + 10.000 \times x + 15.000 \times y}{100} = 8400$$

Nesse momento, podemos dividir todas as parcelas do numerador por 100.

$$400 + 2.000 + 100x + 150y = 8.400$$
$$2.400 + 100x + 150y = 8.400$$
$$100x + 150y = 6.000$$

Assim, teremos um sistema de equações lineares:

$$\begin{cases} x + y = 50 \\ 100x + 150y = 6.000 \end{cases}$$

Podemos resolver esse sistema multiplicando a primeira equação por (−100) para cancelar a incógnita x.

$$\begin{cases} -100x - 100y = -5.000 \\ 100x + 150y = 6.000 \end{cases}$$

Somando as duas equações, temos:

$$-100y + 150y = -5.000 + 6.000$$
$$50y = 1.000$$
$$y = 20$$

Como $x + y = 50$, temos:

$$x + 20 = 50$$
$$x = 30$$

Substituindo esses valores na tabela:

Salários	Número de empregados
2.000	0
4.000	10
5.000	40
10.000	30
15.000	20
Total	**100**

A moda é o termo que aparece com a maior frequência:

$$M_o = 5.000$$

Como o número de termos é par, $n = 100$, a mediana será a média aritmética dos dois termos centrais. Como são 100 termos, os termos centrais são os termos de posição $\frac{n}{2}$ e $\frac{n}{2} + 1$. Assim, os termos centrais são os termos de posição:

$$\frac{100}{2} = 50 \ e \ \frac{100}{2} + 1 = 51$$

A tabela indica que o número 4.000 apareceu 10 vezes, que o número 5.000 apareceu 40 vezes, e assim por diante

$$\left\{\underbrace{4.000, 4.000, \cdots, 4.000}_{10\ termos}, \underbrace{5.000, 5.000, \cdots, 5.000}_{40\ termos}, \underbrace{10.000, \cdots, 10.000}_{30\ termos}, \underbrace{15.000, \cdots, 15.000}_{20\ termos}\right\}$$

Assim, o termo de posição 50 é 5.000 e o termo de posição 51 é o número 10.000 (termos centrais).

$$\left\{4.000, 4.000, \cdots, 4.000, 5.000, 5.000, \cdots, \underbrace{5.000, 10.000}_{termos\ centrais}, \cdots, 10.000, 15.000, \cdots, 15.000\right\}$$

A mediana é a média dos termos centrais.

$$M_d = \frac{5.000 + 10.000}{2} = 7.500$$

Portanto, a soma da moda com a mediana é:

$$M_o + M_d = 5.000 + 7.500 = 12.500$$

Agora, para encontrarmos a resposta, dividiremos essa soma por y:

$$\frac{M_o + M_d}{y} = \frac{12.500}{20} = 625$$

$$625 \times 20 = 12.500$$

Gabarito: B.

4. (FCC/Pref. Recife/2019) Com o objetivo de analisar a distribuição dos salários dos empregados de uma empresa, verificou-se que 10 empregados ganham, cada um, R$ 15.000,00; 20 ganham, cada um, R$ 2.500,00; 25 ganham, cada um, R$ 12.000,00; 60 ganham, cada um, R$ 5.000,00 e os restantes ganham, cada um, R$ 8.000,00. Sabendo-se que a mediana dos salários apresentou um valor igual a R$ 6.500,00, obtém-se que o valor da média aritmética supera o da moda em

a) R$ 3.000,00.

b) R$ 2.250,00.

c) R$ 2.500,00.

d) R$ 2.750.00.

e) R$ 3.250,00.

Comentários:

Observe a distribuição dos salários dos empregados:

Salários	Frequência
2.500	20
5.000	60
8.000	f
12.000	25
15.000	10
Total	**115 +** f

O total de empregados é $115 + f$, que corresponde ao somatório das frequências. Quando o número de termos é ímpar, a mediana é exatamente o termo que fica no meio, ou seja, o termo de posição $\frac{n+1}{2}$. Por sua vez, quando o número de termos é par, a mediana é a média aritmética dos termos centrais, ou seja, a média aritmética entre os termos de posição $\frac{n}{2}$ e $\frac{n}{2} + 1$.

O enunciado nos disse que a mediana é igual a 6.500. Como nenhum funcionário ganha exatamente R$ 6.500,00, concluímos que a mediana será a média aritmética entre os dois termos centrais (o número de pessoas é par).

Observe que a média entre 5.000 e 8.000 é 6.500:

$$\frac{5.000 + 8.000}{2} = 6.500$$

Portanto, os dois termos centrais são 5.000 e 8.000.

Concluímos que o último 5.000 corresponde ao termo de posição $\frac{n}{2}$ e o primeiro 8.000 corresponde ao termo de ordem $\frac{n}{2}+1$. Ora, o último 5.000 é o termo de posição 80, encontrado pela frequência acumulada. Basta perceber que o número 2.500 aparece 20 vezes e o número 5.000 aparece 60 vezes.

Portanto,

$$\frac{n}{2} = 80$$

$$n = 2 \times 80$$

$$n = 160$$

O total de pessoas é 160. Logo,

$$115 + f = 160$$

$$f = 45$$

Concluímos que 45 pessoas recebem 8 mil reais.

Também queremos calcular o valor da média aritmética e da moda. Para tanto, vamos reconstruir a tabela com o valor de f, que estava faltando.

Salários	Frequência
2.500	20
5.000	60
8.000	45
12.000	25
15.000	10
Total	**160**

A moda é o termo de maior frequência. Portanto,

$$M_o = 5.000$$

Vamos agora calcular a média aritmética. Para tanto, devemos multiplicar cada salário pela sua respectiva média, somar os resultados e dividir por 160, que é o total de pessoas.

Salários	Frequência
2.500	20
5.000	60
8.000	45

12.000	25
15.000	10
Total	**160**

Portanto, a média vale:

$$\bar{x} - M_o = \frac{1.160.000}{160} = 7.250$$

A questão pede a diferença entre a média e a moda (o quanto a média supera a moda).

$$\bar{x} - M_o = 7.250 - 5.000$$
$$= 2.250$$

Gabarito: B.

5. (FCC/Pref. Recife/2019) Durante 40 dias, foi registrado o número de pessoas atendidas por dia em um guichê de uma repartição. A tabela abaixo apresentou os dados observados sendo que não foram fornecidas as quantidades de dias em que foram atendidas uma pessoa por dia e duas pessoas por dia, indicadas na tabela por $q1$ e $q2$, respectivamente.

Número de pessoas atendidas	Quantidade de dias
0	9
1	q_1
2	q_2
3	5
4	1
Total	**40**

Sabendo-se que a mediana correspondente foi igual 1,5, tem-se que a soma da moda e da média aritmética (número de pessoas atendidas por dia) foi igual a

a) 3,00.

b) 2,80.

c) 3,45.

d) 3,20.

e) 2,95.

Comentários:

A soma das frequências é 40.

$$9 + q_1 + q_2 + 5 + 1 = 40$$

$$q_1 + q_2 = 25$$

A questão informou que a mediana é 1,5. Isso só é possível se os termos centrais (20º e 21º) forem 1 e 2, pois $\frac{1+2}{2} = 1{,}5$. Para que o 20º termo seja 1 e o 21º termo seja 2, devemos ter $q_1 = 11$, pois 9 + 11 = 20 (frequência da primeira classe + frequência da segunda classe).

Como $q_1 = 11$, então:

$$q_1 + q_2 = 25$$

$$11 + q_2 = 25$$

$$q_2 = 14$$

Vamos reescrever a tabela.

Número de pessoas atendidas (x_i)	Quantidade de dias (f_i)
0	9
1	11
2	14
3	5
4	1
Total	**40**

A moda é o termo de maior frequência. Como a maior frequência é 14, então a moda é 2.

$$M_o = 2$$

Vamos agora calcular a média. Vamos multiplicar cada valor x_i pela sua respectiva frequência e somar os resultados. Em seguida, basta dividirmos o total por 40.

Número de pessoas atendidas	Quantidade de dias	$x_i \times f_i$

(x_i)	(f_i)	
0	9	$0 \times 9 = 0$
1	11	$1 \times 11 = 11$
2	14	$2 \times 14 = 28$
3	5	$3 \times 5 = 15$
4	1	$4 \times 1 = 4$
Total	**40**	

Portanto,

$$\bar{x} = \frac{58}{40} = 1{,}45$$

A soma da moda com a média é:

$$M_o + \bar{x} = 2 + 1{,}45 = 3{,}45$$

Gabarito: C.

6. (FCC/SEFAZ BA/2019) Os números de autos de infração lavrados pelos agentes de um setor de um órgão público, durante 10 meses, foram registrados mensalmente conforme a tabela abaixo.

Mês	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	Total
Número de autos	7	5	4	6	6	5	5	7	6	5	56

Verifica-se que, nesse período, o valor da soma da média aritmética (número de autos por mês) com a mediana é igual ao valor da moda multiplicado por

a) 2,42

b) 2,32

c) 2,12

d) 2,52

e) 2,22

Comentários:

Primeiro, organizaremos os dados, agrupando-os por valor:

Valor	Frequência

4	1
5	4
6	3
7	2
Total	10

A maior frequência é 4, correspondente ao valor 5. Logo, a moda vale 5.

$$M_o = 5$$

A média é dada pelo total de observações (56) dividido por 10, já que são dez meses.

$$\bar{x} = \frac{56}{10} = 5,6$$

Para a mediana, vamos calcular as frequências acumuladas:

Valor	Frequência	Frequência acumulada	Resultado
4	1	=1	1º termo vale 1
5	4	=4+1=5	O 5º termo vale 5
6	3	=3+5=8	O 8º termo vale 6
7	2	=2+8=10	O 10º termo vale 7

Quando temos dados agrupados por valor, a mediana pode corresponder:

- ao termo central, caso a quantidade de elementos na amostra seja ímpar;
- à média dos dois termos centrais, caso a quantidade de elementos na amostra seja par.

No nosso caso, são 10 termos (número par). Os dois termos centrais são o 5º e o 6º elementos, que valem, respectivamente, 5 e 6. Assim, a mediana fica:

$$M_d = \frac{5+6}{2} = 5,5$$

A soma da média com a mediana é:

$$5,6 + 5,5 = 11,1$$

Dividindo este valor pela moda, temos:

$$11,1 \div 5 = 2,22$$

Gabarito: E.

7. (VUNESP/TJ-SP/2019) Durante um período, decidiu-se analisar o comportamento do número de processos especiais autuados por dia em uma repartição pública. A tabela a seguir apresenta os resultados obtidos, sendo k a quantidade de dias em que não foram autuados processos.

NÚMERO DE PROCESSOS	0	1	2	3	4	5	TOTAL
QUANTIDADE DE DIAS	k	14	18	24	14	2	10k

Com relação a esta tabela, foram obtidos os respectivos valores da moda (Mo), mediana (Md) e média aritmética (Me), em número de processos por dia. Verifica-se então que (Mo + Md + Me) é igual a

a) 6,30

b) 7,85

c) 6,80

d) 6,85

e) 7,35

Comentários:

A soma de todas as frequências é igual a $10k$:

$$k + 14 + 18 + 24 + 14 + 2 = 10k$$

$$k + 72 = 10k$$

$$9k = 72 \rightarrow k = 8$$

Assim, temos a seguinte tabela.

Número de Processos (X_i)	Quantidade de Dias (f_i)
0	8
1	14
2	18
3	24
4	14
5	2
Total	**80**

A moda é o termo que mais aparece, ou seja, é o termo que possui a maior frequência. Portanto,

$$M_o = 3$$

Vamos agora calcular a média aritmética. Para tanto, vamos multiplicar cada valor pela respectiva frequência.

Número de Processos (X_i)	Quantidade de Dias (f_i)	$X_i \times f_i$
0	8	0 x 8 = 0
1	14	1 x 14 = 14
2	18	2 x 18 = 36
3	24	3 x 24 = 72
4	14	4 x 14 = 56
5	2	5 x 2 = 10
Total	**80**	**188**

Para calcular a média, basta dividir 188 pelo total de observações (80).

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x_i \times f_i}{n} = \frac{188}{80} = 2{,}35$$

Agora, vamos calcular a mediana. Como n é par, $n = 80$, há duas posições centrais. A primeira posição central é a de ordem $\frac{n}{2} = \frac{80}{2} = 40$. A outra posição central é a próxima (41º termo). Por convenção, a mediana será a média dos dois termos centrais.

$$M_d = \frac{x_{40} + x_{41}}{2}$$

Vamos construir a coluna da frequência acumulada.

Número de Processos (X_i)	Frequência (f_i)	Frequência Acumulada (f_{ac})
0	8	0 + 8 = 8
1	14	8 + 14 = 22
2	18	22 + 18 = 40
3	24	40 + 24 = 64
4	14	64 + 14 = 78

5	2	78 + 2 = 80
Total	**80**	

Observe que a frequência acumulada da terceira linha é igual a 40. Isso quer dizer que já foram escritos 40 números até a terceira linha. Portanto, $x_{40} = 2$. Na próxima linha da tabela, vamos escrever mais 24 números. Isso quer dizer que $x_{41} = 3$. Logo,

$$M_d = \frac{x_{40} + x_{41}}{2} = \frac{2+3}{2} = \frac{5}{2} = 2{,}5$$

A questão pede o valor de $M_o + M_d + M_e$.

$$M_o + M_d + M_e \;=\; 3 \;+\; 2,5 \;+\; 2,35 \;=\; 7,85$$

Gabarito: B.

8. (CESPE/IFF/2018) A distribuição das notas dos 20 alunos de uma sala de aula na prova de matemática está mostrada na tabela a seguir.

Nota do aluno	**5,0**	**6,0**	**7,0**	**8,0**	**9,0**
Número de alunos	3	3	1	7	6

Nessa situação, a moda dessas notas é igual a

a) 6,0.

b) 6,5.

c) 7,0.

d) 7,5.

e) 8,0.

Comentários:

A moda é o valor que mais se repete na amostra, isto é, o valor de maior frequência. A tabela mostra que a maior parte dos alunos alcançou a nota 8,0 na prova de matemática. Logo, esse será o valor da moda da amostra.

Gabarito: E.

9. (FCC/CL-DF/2018) Os números de processos autuados em duas repartições públicas (R1 e R2) independentes, durante 40 dias, estão representados na tabela abaixo, sendo m e n inteiros positivos.

Número de processos	0	1	2	3	4	Total
Quantidade de dias (R1)	0	m	15	m	n	40
Quantidade de dias (R2)	2	(n+3)	m	16	4	40

Calculando a soma da média aritmética (número de processos por dia) com a moda e com a mediana de cada repartição, verifica-se que a soma obtida na repartição R2 supera a soma obtida na repartição R1 em

a) 2,05

b) 0,55

c) 1,05

d) 1,30

e) 1,55

Comentários:

Vamos montar um sistema para encontrarmos os valores de m e n:

$$\begin{cases} 2m + n = 25 \\ m + n = 15 \end{cases}$$

Subtraindo as equações, temos:

$$(2m - m) + (n - n) = (25 - 15)$$

$$m = 10$$

Substituindo (m) em uma das equações, temos:

$$m + n = 15$$

$$10 + n = 15$$

$$n = 5$$

Substituindo os valores de (m) e (n) na tabela, podemos calcular a média:

$$\bar{x}_{R_1} = \frac{0 \times 0 + 10 \times 1 + 15 \times 2 + 10 \times 3 + 5 \times 4}{40} = \frac{90}{40} = 2{,}25$$

$$\bar{x}_{R_2} = \frac{2 \times 0 + 8 \times 1 + 10 \times 2 + 16 \times 3 + 4 \times 4}{40} = \frac{92}{40} = 2{,}3$$

A mediana é o termo central da amostra, que divide o conjunto ao meio. Se temos 40 elementos então a mediana será dada pela média dos termos que ocupam as posições 20 e 21. Olhando a tabela e substituindo as variáveis por seus valores referentes, percebemos que em R_1 o número 2 ocupa essas posições. Já em R_2 teremos o número 2 ocupando a posição 20 e 3 ocupando a posição 21.

Número de processos	0	1	2	3	4	Total
Quantidade de dias (R1)	0	10	15	10	5	**40**
Quantidade de dias (R2)	2	8	10	16	4	**40**

Calculando a mediana, temos:

$$M_{d_{R_1}} = \frac{2+2}{2} = 2$$

$$M_{d_{R_2}} = \frac{2+3}{2} = 2{,}5$$

A moda é o valor que mais se repete na amostra, isto é, o valor de maior frequência. Logo:

$$M_{o_{R_1}} = 2$$

$$M_{o_{R_2}} = 3$$

Fazendo o cálculo que pede o enunciado, temos:

$$(2{,}3 + 2{,}5 + 3) - (2{,}25 + 2 + 2) = 1{,}55$$

Gabarito: E.

10. (FCC/ISS-São Luís/2018) Um levantamento foi realizado com 40 instituições financeiras, localizadas em uma região, com relação às taxas mensais de juros aplicadas para financiamento de veículos. Verificou-se que cinco instituições aplicam a taxa de 0,80% ao mês, duas aplicam a taxa de 1,20% ao mês, oito aplicam a taxa de 1,25% ao mês, x aplicam a taxa de 1,12% ao mês e y aplicam a taxa de 0,96% ao mês. Se a média aritmética destas taxas foi igual a 1,05%, então a soma da mediana e a moda correspondentes foi de

a) 2,00%

b) 2,24%

c) 2,08%

d) 2,16%

e) 1,92%

Comentários:

Vamos organizar os dados em uma tabela:

Taxa (%)	f_i
0,80	5
0,96	y

1,12	x
1,20	2
1,25	8

A média aritmética dessas taxas foi de 1,05%. Para calcular a média, devemos multiplicar cada taxa pela sua respectiva frequência e somar todos os resultados. Em seguida, devemos dividir pelo total de observações, que é 40.

Taxa (%)	f_i	$x_i \times f_i$
0,80	5	$0{,}8 \times 5 \;=\; 4$
0,96	y	$0{,}96 \times y$
1,12	x	$1{,}12 \times x$
1,20	2	$1{,}20 \times 2 \;=\; 2{,}40$
1,25	8	$1{,}25 \times 8 \;=\; 10$
Total	**40**	$\mathbf{16,4 + 0,96 \times y + 1,12 \times x}$

A média é 1,05%. Como desprezamos o símbolo % na tabela, vamos igualar a média a 1,05:

$$\frac{16{,}4 + 0{,}96y + 1{,}12x}{40} = 1{,}05$$

$$16{,}4 + 0{,}96y + 1{,}12x = 40 \times 1{,}05$$

$$16{,}4 + 0{,}96y + 1{,}12x = 42$$

$$0{,}96y + 1{,}12x = 25{,}6 \qquad (Eq. 1)$$

A soma das frequências é 40:

$$5 + y + x + 2 + 8 = 40$$

$$y + x = 25$$

$$y = 25 - x$$

Vamos substituir y por $25 - x$ na Eq. 1.

$$0{,}96y + 1{,}12x = 25{,}6$$

$$0{,}96 \times (25 \; - \; x) + 1{,}12x = 25{,}6$$

$$24 - 0{,}96x + 1{,}12x = 25{,}6$$

$$0{,}16x = 1{,}6$$

$$x = 10$$

Como $y + x = 25$, então:

$$y + 10 = 25$$

$$y = 15$$

Vamos reescrever a tabela.

Taxa (%)	f_i
0,80	5
0,96	15
1,12	10
1,20	2
1,25	8

A moda é o termo de maior frequência. Como a maior frequência é 15, então a moda é 0,96%.

$$M_o = 0{,}96\%$$

Como são 40 termos, então a mediana será a média dos dois termos centrais (20º e 21º). Reparem que há 5 termos na primeira linha e 15 termos na segunda linha, portanto, podemos concluir que o vigésimo termo é 0,96%. O 21º termo estará na próxima linha, sendo 1,12%.

Portanto,

$$M_d = \frac{0{,}96\% + 1{,}12\%}{2} = 1{,}04\%$$

A soma da mediana e da moda é:

$$M_d \; + \; M_o = 0{,}96\% + 1{,}04\% = 2\%$$

Gabarito: A.

11. (CESPE/TCE-PA/2016)

Número diário de denúncias registradas (X)	Frequência Relativa
0	0,3
1	0,1
2	0,2
3	0,1
4	0,3
Total	**1,0**

A tabela precedente apresenta a distribuição de frequências relativas da variável X, que representa o número diário de denúncias registradas na ouvidoria de determinada instituição pública. A partir das informações dessa tabela, julgue o item seguinte.

A moda da variável X é igual a 2.

Comentários:

A moda é o valor que mais se repete na amostra, isto é, o valor de maior frequência. A tabela mostra que os valores 0 e 4 têm frequência relativa 0,3. Portanto, temos um conjunto plurimodal, com duas modas, representadas pelos valores 0 e 4.

Gabarito: Errado.

12. (FCC/SEFAZ MA/2016) Atenção: Para responder à questão, considere as informações abaixo.

Três funcionários do Serviço de Atendimento ao Cliente de uma loja foram avaliados pelos clientes que atribuíram uma nota (1; 2; 3; 4; 5) para o atendimento recebido. A tabela mostra as notas recebidas por esses funcionários em um determinado dia.

Funcionários	Número de cada nota recebida pelos funcionários					Total de atendimentos no dia
	1	2	3	4	5	
A	2	7	2	9	10	30
B	6	6	9	14	5	40
C	0	5	10	6	4	25

Considerando a totalidade das 95 avaliações desse dia, é correto afirmar que a média das notas dista da moda dessas mesmas notas um valor absoluto, aproximadamente, igual a

a) 0,33.

b) 0,83.

c) 0,65.

d) 0,16.

e) 0,21.

Comentários:

Vamos iniciar calculando as médias de A, B e C e depois a média geral:

$$\bar{A} = \frac{1 \times 2 + 2 \times 7 + 3 \times 2 + 4 \times 9 + 5 \times 10}{30} = 3{,}6$$

$$\bar{B} = \frac{1 \times 6 + 2 \times 6 + 3 \times 9 + 4 \times 14 + 5 \times 5}{40} = 3{,}15$$

$$\bar{C} = \frac{1 \times 0 + 2 \times 5 + 3 \times 10 + 4 \times 6 + 5 \times 4}{25} = 3{,}36$$

$$\bar{x} = \frac{3{,}6 \times 30 + 3{,}15 \times 40 + 3{,}36 \times 25}{30 + 40 + 25} \cong 3{,}35$$

Sabemos que a moda é o termo que mais se repete na amostra, então:

	Número de cada nota recebida pelos funcionários				
	1	**2**	**3**	**4**	**5**
A	2	7	2	9	10
B	6	6	9	14	5
C	0	5	10	6	4
Total	**8**	**18**	**21**	**29**	**19**

A nota 4 teve maior frequência, portanto, a moda é 4.

$$M_o = 4$$

Fazendo a diferença entre a moda e a média:

$$M_o - \bar{x} = 4 - 3{,}35 = 0{,}65$$

Gabarito: C.

13. (FGV/IBGE/2016) Após a extração de uma amostra, as observações obtidas são tabuladas, gerando a seguinte distribuição de frequências:

Valor	**3**	**5**	**9**	**13**
Frequência	5	9	10	3

Considerando que E(X) = Média de X, Mo(X) = Moda de X e Me(X) = Mediana de X, é correto afirmar que:

a) E(X) = 7 e Mo(X) = 10;

b) Me(X) = 5 e E(X) = 6,3;

c) Mo(X) = 9 e Me(X) = 9;

d) Me(X) = 9 e E(X) = 6,3;

e) Mo(X) = 9 e E(X) = 7.

Comentários:

A moda é, por definição, o valor que aparece em maior frequência. Portanto, o valor que tem frequência máxima é $M_o(X) = 9$.

O número total de termos é $5 + 9 + 10 + 3 = 27$. Como o número de termos é ímpar, a mediana é o termo de ordem:

$$\frac{(27 + 1)}{2} = 14.$$

Organizando os termos de forma ascendente, o 14º termo é o número 5. Reparem que o número 3 aparece 5 vezes e o número 5 aparece 9 vezes. Portanto,

$$M_d(X) = \ 5.$$

Agora, calcularemos o valor da média. Para tanto, multiplicaremos cada termo pela sua respectiva frequência e dividiremos o resultado pela soma das frequências.

$$E(X) = \frac{3 \times 5 + 5 \times 9 + 9 \times 10 + 13 \times 3}{27} = \frac{189}{27} = 7.$$

Gabarito: E.

14. (VUNESP/Pref. Alumínio/2016) Foi aplicada em uma classe de 40 alunos uma prova de matemática. As notas variaram de 4 a 9. A quantidade de alunos que tirou cada uma das notas consta na tabela a seguir.

Nota (x)	Frequência (f)
4	4
5	6
6	10
7	3
8	6
9	11

A respeito desses dados, é correto afirmar que a moda, a mediana e a média são, respectivamente, iguais a

a) 11; 6,5; 6,5.

b) 9; 6,5; 6,85.

c) 11; 6,85; 6,5.

d) 9; 6,0; 6,85.

e) 9; 7,0; 6,85.

Comentários:

A moda é o valor que mais se repete na amostra, isto é, o valor com maior frequência. Analisando a tabela, concluímos que:

$$M_o = 9$$

Vamos calcular as frequências acumuladas para determinar a mediana:

Nota (x)	Frequência (f)	Frequência Acumulada (f_{acm})	$x \times f$
4	4	4	16
5	6	10	30
6	10	20	60
7	3	23	21
8	6	29	48
9	11	40	99
Total	**40**		**274**

A mediana é o termo que ocupa a posição central de um conjunto de valores ordenados de forma crescente. Se temos 40 elementos, então a mediana será dada pela média dos dois termos centrais, que ocupam as posições 20 e 21:

$$M_d = \frac{6+7}{2}$$

$$M_d = 6{,}5$$

A média é dada pela soma de todos os valores da amostra dividida pela quantidade de elementos. Assim:

$$\bar{x} = \frac{274}{40} = 6{,}85$$

Gabarito: B.

15. (CESPE/DEPEN/2015)

Quantidade diária de incidentes (N)	Frequência relativa
0	0,1
1	0,2
2	0,5
3	0,0
4	0,2
total	1

Considerando os dados da tabela mostrada, que apresenta a distribuição populacional da quantidade diária de incidentes (N) em determinada penitenciária, julgue o item que se segue.

A moda da distribuição de N é igual a 4, pois esse valor representa a maior quantidade diária de incidentes que pode ser registrada nessa penitenciária.

Comentários:

A moda é o valor que mais se repete na amostra, isto é, o valor de maior frequência. A maior frequência na tabela é 0,5 que corresponde a uma quantidade diária de incidentes igual a 2. Portanto, a moda do conjunto é 2.

Gabarito: Errado.

16. (CESPE/ANTAQ/2014)

Nota atribuída pelo passageiro	Frequência
0	15
1	30
2	45
3	50

4	35
5	5

A tabela acima apresenta os resultados de uma pesquisa de satisfação realizada em uma amostra de usuários dos serviços de transporte fluvial prestados por uma empresa. Com base nessas informações e na tabela, julgue o próximo item.

A moda da série de notas obtidas pela empresa é 3.

Comentários:

A moda é o valor que mais se repete na amostra, isto é, o valor de maior frequência. A maior frequência na tabela é 50, que corresponde à nota 3. Portanto, a moda do conjunto corresponde à nota 3.

Gabarito: Certo.

17. (CESPE/PRF/2012)

Q	*P (%)*
1	50
2	20
3	15
4	10
5	5

A tabela acima mostra a distribuição da quantidade Q de pessoas transportadas, incluindo o condutor, por veículo de passeio circulando em determinado município, obtida como resultado de uma pesquisa feita nesse município para se avaliar o sistema de transporte local. Nessa tabela, P representa a porcentagem dos veículos de passeio circulando no município que transportam Q pessoas, para Q = 1, ..., 5.

Com base nessas informações, julgue o seguinte item.

Como a moda da distribuição descrita representa a maior frequência observada, seu valor é igual a 50%.

Comentários:

Não podemos confundir a moda com a sua frequência observada. A moda é o valor que mais se repete na amostra, isto é, o valor de maior frequência. A maior frequência na tabela é 50%, que corresponde ao percentual de carros transportando uma única pessoa ($Q = 1$). Portanto, a moda do conjunto é igual a 1.

Gabarito: Errado.

18. (CESPE/PF/2004) Em determinada semana, certa região foi dividida em 200 setores disjuntos para o estudo da distribuição espacial da incidência de um certo tipo de crime. Cada setor possui a forma de um quadrado de 4 km2 de área. Acredita-se que a ocorrência do crime seja aleatória. A tabela abaixo apresenta o percentual de setores em que foi registrada a incidência X (número de ocorrências observadas no setor) do crime investigado.

X	Percentual de setores em que se registrou a incidência X (em %)
0	10
1	25
2	35
3	25
4	5
total	**100**

Com base nas informações acima, julgue o item a seguir.

A moda de X é igual a 2 ocorrências.

Comentários:

A moda é o valor que mais se repete na amostra, é o valor de maior frequência. Na tabela observamos que o número de maior incidência é 2, portanto a moda é 2.

Gabarito: Certo.

19. (CESPE/SEFAZ MT/2004) Considere a seguinte situação hipotética.

Um órgão do governo recebeu pela Internet denúncias de sonegação de impostos estaduais contra 600 pequenas empresas. Denúncias contra outras 200 pequenas empresas foram encaminhadas pessoalmente para esse órgão. Para a apuração das denúncias, foram realizadas auditorias nas 800 empresas denunciadas. Como resultado dessas auditorias, foi elaborada a tabela abaixo, que apresenta um quadro das empresas denunciadas e os correspondentes débitos fiscais ao governo. Das empresas denunciadas, observou-se que apenas 430 tinham débitos fiscais.

	Valor do débito fiscal (VDF), em R$ mil, apurado após auditoria na empresa denunciada				
Forma de recebimento da denúncia	$0 < VDF < 1$	$1 \leq VDF < 2$	$2 \leq VDF < 3$	$3 \leq VDF \leq 4$	Total
Pela internet	60	100	50	30	240

Pessoalmente	20	120	40	10	190
Total	80	220	90	40	430*

Nota: *Para as demais empresas, VDF=0

Com base na situação hipotética acima e de acordo com as informações apresentadas, julgue o item que se segue.

O valor, em reais, da moda dos débitos fiscais das empresas denunciadas é igual a zero.

Comentários:

Precisamos, inicialmente, saber quantas empresas tiveram débitos iguais a zero. O enunciado afirma que o total de empresas denunciadas é igual a 800 e que 430 tinham débitos fiscais. Logo, podemos fazer a diferença e encontraremos quantas empresas não tinham débitos fiscais:

$$800 - 430 = 370.$$

Agora, montando a tabela de frequências, temos:

Classes	Ponto médio da classe (x)	Frequência simples
0	0	370
0 - 1	0,5	80
1 - 2	1,5	220
2 - 3	2,5	90
3 - 4	3,5	40
Total		800

A moda é o termo que mais se repete na amostra, isto é, o termo de maior frequência. Logo, de acordo com a tabela, a moda é zero (0).

Gabarito: Certo.

QUESTÕES COMENTADAS

Moda para Dados Agrupados em Classes

1. (FCC/Pref. de Manaus/2019) Conforme um levantamento realizado em um órgão público e analisando a distribuição dos salários, em R$ 1.000,00, de todos os seus funcionários, obteve-se a tabela de frequências absolutas abaixo, com k sendo um número inteiro positivo.

Salários (s)	Número de funcionários
$2 < s \leq 4$	$2k$
$4 < s \leq 6$	20
$6 < s \leq 8$	50
$8 < s \leq 10$	80
$10 < s \leq 12$	$8k$
Total	$\mathbf{40}\boldsymbol{k}$

Considere que a média aritmética (Me) foi calculada considerando que todos os valores incluídos num certo intervalo de classe são coincidentes com o ponto médio deste intervalo, que a mediana (Md) foi calculada pelo método da interpolação linear e que a moda (Mo) foi obtida pela relação de Pearson, ou seja, Mo = 3 Md – 2 Me. O valor encontrado para Mo, em R$ 1.000,00, foi igual a

a) 1,76 k.

b) 1,70 k.

c) 1,64 k.

d) 1,60 k.

e) 1,82 k.

Comentários:

Vamos iniciar encontrando o número total de funcionários, calculando o valor de k:

$$2k + 20 + 50 + 80 + 8k = 40k$$

$$150 = 40k - 8k - 2k$$

$$30k = 150$$

$$k = 5$$

Substituindo k na tabela temos um total de 200 funcionários. Faremos uma nova tabela, incluindo as informações de pontos médios e frequência acumulada.

Salários	Pontos médios (PM_i)	Nº de funcionários (f_i)	Frequência acumulada (f_{ac})	$PM_i \times f_i$
$2 < s \leq 4$	3	10	10	30
$4 < s \leq 6$	5	20	30	100
$6 < s \leq 8$	7	50	80	350
$8 < s \leq 10$	9	80	160	720
$10 < s \leq 12$	11	40	200	440
Total		**200**		**1640**

Agora, podemos calcular a média:

$$\bar{x} = \frac{1640}{200} = 8{,}2$$

Para encontrar a mediana, utilizaremos a fórmula:

$$M_d = l_{inf} + \left[\frac{\left(\frac{\sum f_i}{2}\right) - f_{ac_{ant}}}{f_i}\right] \times h$$

$$M_d = 8 + \left[\frac{\left(\frac{200}{2}\right) - 80}{80}\right] \times (10 - 8)$$

$$M_d = 8 + \left[\frac{100 - 80}{80}\right] \times (10 - 8)$$

$$M_d = 8 + \left[\frac{20}{80}\right] \times (2)$$

$$M_d = 8 + 0{,}5$$

$$M_d = 8{,}5$$

Calculando a moda, temos:

$$M_o = 3Md - 2Me$$

$$M_o = 3 \times 8{,}5 - 2 \times 8{,}2$$

$$M_o = 9{,}1$$

A resposta é dada é função de k, então dividimos esse valor por 5:

$$\frac{9{,}1}{5} = 1{,}82$$

Logo, a resposta é $1{,}82k$

Gabarito: E.

2. (FCC/SEFAZ BA/2019) Considere a distribuição dos salários, em R$ 1.000,00, dos funcionários lotados em uma repartição pública, representada abaixo pela tabela de frequências relativas acumuladas, sendo k a frequência relativa acumulada do 4º intervalo de classe.

Classes de salários	Frequência relativa (%)
$\mathbf{1 \dashv 3}$	5
$\mathbf{3 \dashv 5}$	15
$\mathbf{5 \dashv 7}$	40
$\mathbf{7 \dashv 9}$	k
$\mathbf{9 \dashv 11}$	100

Sabe-se que a média aritmética (Me) foi calculada considerando que todos os valores incluídos num certo intervalo de classe são coincidentes com o ponto médio desse intervalo, que a mediana (Md) foi calculada pelo método da interpolação linear e que a moda (Mo) foi obtida pela relação de Pearson, ou seja, Mo = 3Md – 2Me. Dado que Me = R$ 7.200,00, então Mo é igual a

a) R$ 7.350,00.

b) R$ 8.500,00.

c) R$ 7.700,00.

d) R$ 8.100,00.

e) R$ 7.400,00.

Comentários:

Para iniciar a resolução da questão, precisamos saber qual o valor de k que representa a frequência acumulada da classe 7 a 9. Para isso, vamos calcular a frequência relativa de cada classe, e montar uma tabela, já calculando os pontos médios das classes e as devidas frequências relativas:

Classe	Pontos Médios (PM_i)	$f_{r_{ac}}$	f_r	$PM_i \times f_r$
$1 \dashv 3$	2	5	$= 5$	10
$3 \dashv 5$	4	15	$= 15 - 5 = 10$	40
$5 \dashv 7$	6	40	$= 40 - 15 = 25$	150
$7 \dashv 9$	8	k	$= k - 40$	$8k - 320$
$9 \dashv 11$	10	100	$= 100 - k$	$1000 - 10k$
TOTAL			**100**	$\mathbf{1000 - 2k}$

De acordo com o enunciado, a média vale 7.200. Logo, podemos calcular o valor de k:

$$7{,}2 = \frac{880 - 2k}{100}$$

$$7{,}2 = 880 - 2k$$

$$2k = 880 - 720$$

$$k = \frac{160}{2}$$

$$k = 80$$

Já temos as frequências acumuladas de todas as classes, então podemos determinar a mediana. Se a mediana divide o conjunto ao meio e ocupa a posição central do conjunto, então a mediana ocupará a posição 50 e estará entre as classes 5 a 7 e 7 a 9. Usando a fórmula da mediana, temos:

$$M_d = l_{inf} + \left[\frac{\left(\frac{\sum f_i}{2}\right) - f_{ac_{ant}}}{f_i}\right] \times h$$

$$M_d = 7 + \left[\frac{\left(\frac{100}{2}\right) - 40}{40}\right] \times (9 - 7)$$

$$M_d = 7 + \left[\frac{50 - 40}{40}\right] \times 2$$

$$M_d = 7 + \left[\frac{10}{40}\right] \times 2$$

$$M_d = 7 + 0{,}5$$

$$M_d = 7{,}50$$

Aplicando à fórmula dada no enunciado, temos:

$$M_o = 3 \times M_d - 2 \times \bar{x}$$

$$M_o = 3 \times 7{,}5 - 2 \times 7{,}2$$

$$M_o = 8{,}1$$

$$M_o = 8.100$$

Gabarito: D.

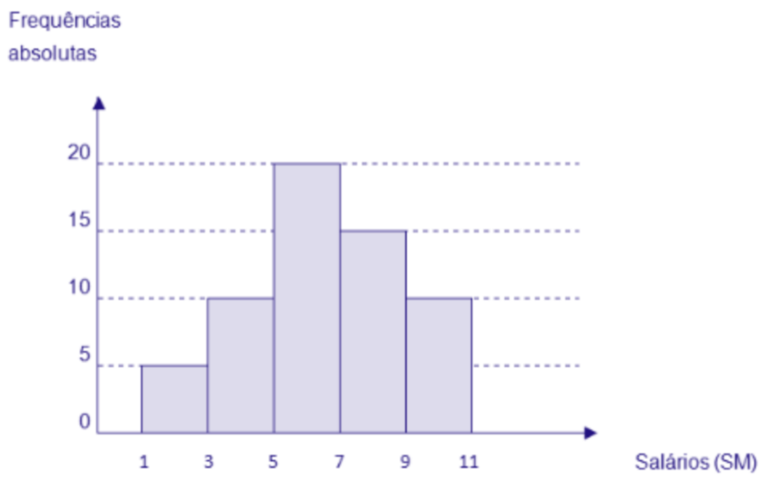
3. (FCC/TRT 11ª Região/2017) Analisando a distribuição dos salários dos empregados de uma empresa em número de salários mínimos (SM), obteve-se o histograma de frequências absolutas abaixo com os intervalos de classe fechados à esquerda e abertos à direita. Considere que:

I. Me é a média aritmética dos salários, calculada levando em conta que todos os valores incluídos num certo intervalo de classe são coincidentes com o ponto médio deste intervalo.

II. Md é a mediana dos salários, calculada por meio do método da interpolação linear.

III. Mo é a moda dos salários, calculada com a utilização da fórmula de King*.

$* \ M_o = L + \frac{f^{**}}{f^{*}+f^{**}} \times h$, em que L é o limite inferior da classe modal (classe em que se verifica, no caso, a maior frequência), f^{*} é a frequência da classe anterior à classe modal, f^{**} é a frequência da classe posterior à classe modal e h é a amplitude do intervalo de classe correspondente.



O valor de (Me + Md + Mo) é, em SM, igual a

a) 18,6

b) 19,7

c) 19,2

d) 18,7

e) 18,5

Comentários:

Primeiro, construiremos uma tabela com os dados apresentados no gráfico:

Classe	f_i
1 - 3	5
3 - 5	10
5 - 7	20
7 - 9	15
9 - 11	10

Para calcular a média aritmética, precisamos calcular os pontos médios das classes:

Classe	f_i	PM_i
1 - 3	5	2
3 - 5	10	4
5 - 7	20	6
7 - 9	15	8
9 - 11	10	10

Agora, vamos multiplicar cada ponto médio pela sua respectiva frequência. Em seguida, somaremos os resultados obtidos e dividiremos pela frequência total:

Classe	f_i	PM_i	$PM_i \times f_i$
1 - 3	5	2	5 x 2 = 10
3 - 5	10	4	10 x 4 = 40
5 - 7	20	6	20 x 6 = 120

7 - 9	15	8	15 x 8 = 120
9 - 11	10	10	10 x 10 = 100
Total	**60**		**390**

Portanto,

$$\bar{x} = \frac{390}{60} = 6,5$$

Vamos, agora, calcular a mediana. Para tanto, construiremos a coluna de frequências acumuladas repetindo a frequência da primeira classe e, em seguida, somando as frequências das classes subsequentes. Observe:

Classe	f_i	f_{ac}
1 - 3	5	5
3 - 5	10	15
5 - 7	20	35
7 - 9	15	50
9 - 11	10	60
Total	**60**	

Para o cálculo da mediana, não precisamos verificar se o número de elementos da distribuição é par ou ímpar. Nesse caso, os passos básicos para determinação da mediana consistem em:

a) descobrir a classe mediana;

b) aplicar a fórmula da mediana para distribuição de frequências.

Para encontrarmos a classe mediana, temos que calcular o valor de $\frac{n}{2}$. Nessa questão, temos:

$$\frac{n}{2} = \frac{60}{2} = 30.$$

Em seguida, comparamos esse valor com os valores da coluna de frequências acumuladas. Temos que procurar a classe cuja frequência acumulada é maior ou igual ao valor de 30. A primeira frequência acumulada que é maior do que ou igual a 30 é 35. Portanto, a classe mediana é 5 − 7.

Agora, basta aplicarmos a fórmula da mediana:

$$M_d = l_{inf} + \left[\frac{\frac{n}{2} - f_{ac_{ant}}}{f_i}\right] \times h$$

Nessa fórmula:

- l_{inf} é o limite inferior da classe mediana, ou seja, $l_{inf} = 5$;
- $f_{ac_{ant}}$ é a frequência acumulada da classe anterior à classe mediana, ou seja, $f_{ac_{ant}} = 15$;
- f_i é a frequência absoluta da classe mediana, ou seja, $f_i = 20$;
- h é a amplitude da classe mediana, ou seja, $h = 7 - 5 = 2$.

Logo,

$$M_d = 5 + \left[\frac{30 - 15}{20}\right] \times 2 = 6{,}5$$

Por fim, calcularemos a moda de King. A classe modal é aquela que possui a maior frequência absoluta simples. Como a maior frequência simples é 20, então a classe modal é $5 - 7$.

O próprio enunciado ensinou a calcular a moda de King:

$$M_o = L + \frac{f^{**}}{f^{*}+f^{**}} \times h,$$

em que L é o limite inferior da classe modal (classe em que se verifica, no caso, a maior frequência), f^{*} é a frequência da classe anterior à classe modal, f^{**} é a frequência da classe posterior à classe modal e h é a amplitude do intervalo de classe correspondente.

- $L = 5$
- $f^{*} = 10$
- $f^{**} = 15$
- $h = 7 - 5 = 2$

Agora, basta aplicarmos a fórmula apresentada no enunciado:

$$M_o = L + \frac{f^{**}}{f^{*} + f^{**}} \times h$$

Essa fórmula é exatamente a mesma apresentada na teoria, porém, escrita de outra forma. Vejamos:

$$M_o = l_i + \left[\frac{f_{post}}{f_{ant} + f_{post}}\right] \times h$$

$$M_o = 5 + \left[\frac{15}{10 + 15}\right] \times 2$$

$$M_o = 5 + \frac{30}{25} = 6{,}2$$

Portanto, a resposta da questão é:

$$\bar{x} + M_d + M_o = 6{,}5 + 6{,}5 + 6{,}2 = 19{,}2$$

Gabarito: C.

4. (FGV/IBGE/2017) A ideia de grupar as observações de uma população ou amostra constitui uma técnica bem antiga de condensar as informações e assim facilitar o seu tratamento. No passado essa técnica era empregada com sucesso, mas com a ressalva de que os resultados não eram tão precisos quanto aqueles obtidos com dados não grupados.

Considere a distribuição expressa em classes de frequências:

Classes	Frequências
$10 \vdash 20$	50
$20 \vdash 30$	28
$30 \vdash 40$	24
Total	**102**

Mesmo sem dispor dos dados de forma desagregada, sobre as estatísticas exatas, é correto afirmar que:

a) A moda não pertence à última classe;

b) A média é superior a 28;

c) A mediana é menor do que 23;

d) A média é superior a 16;

e) A moda é inferior a 20.

Comentários:

Vamos verificar todas as alternativas.

Alternativa A: **Errada**. A tabela não nos mostra como os valores estão distribuídos nas classes, portanto, não podemos afirmar em que classe está a moda.

Alternativa B: **Errada**. Podemos calcular a média com o pior cenário possível para julgar a alternativa. Supondo que todas as classes assumem os valores mínimos, a média fica:

$$\bar{x} = \frac{10 \times 50 + 20 \times 28 + 30 \times 24}{102} = \frac{1780}{102} \cong 17{,}45$$

Alternativa C: **Errada**. A tabela não nos mostra como os valores estão distribuídos nas classes, portanto, não podemos calcular qual o valor exato da mediana.

Alternativa D: **Correta**. Verificamos na alternativa B que, assumindo o pior cenário, a média é sim superior a 16.

Alternativa E: **Errada**. A tabela não nos mostra como os valores estão distribuídos nas classes, portanto, não podemos afirmar em que classe está a moda ou qual seu valor exato.

Gabarito: D.

5. (FGV/MPE-BA/2017) A distribuição de frequências do número de apreensões de valores (em milhões R$) realizadas pela Polícia Federal, em determinado período, é conforme a seguir:

Intervalos de Classe	Frequências
$0 \vdash 10$	47
$10 \vdash 20$	29
$20 \vdash 30$	13
$30 \vdash 40$	7
$40 \vdash 50$	3
Acima de 50	1

Assim sendo, é correto afirmar que:

a) O último Decil está na penúltima classe;

b) A mediana da distribuição está na 2ª classe;

c) A média da distribuição está na 3ª classe;

d) A moda exata da distribuição está na 1ª classe;

e) A distribuição é assimétrica à esquerda.

Comentários:

Se somarmos todas as frequências teremos o total de dados da amostra, teremos:

$$47 + 29 + 13 + 7 + 3 + 1 = 100$$

Dividindo esse resultado em duas partes iguais, encontramos a posição da mediana:

$$\frac{100}{2} = 50$$

Então, sabemos que a mediana está na posição 50. Calculando as frequências acumuladas, percebemos que a frequência 50 corresponde à 2ª classe.

Gabarito: B.

6. (FGV/DPE RJ/2014) Em um estudo realizado pela Defensoria Pública do Rio de Janeiro, com a finalidade de identificar o padrão de renda dos cidadãos assistidos, encontrou-se a seguinte distribuição de frequências para o período de 2009 a 2012:

Intervalos de Classe	Frequências
$5 \vdash 15$	5
$15 \vdash 25$	8
$25 \vdash 35$	9
$35 \vdash 45$	3
Total	**25**

Nos intervalos de classe, as rendas estão expressas em reais por dia e as frequências em centenas de milhares de cidadãos. Adotando a hipótese de observações concentradas nos pontos médios das classes, a média, a mediana e a moda são, respectivamente, iguais a

a) 24, 20 e 30.

b) 25, 25 e 27.

c) 26, 24 e 32.

d) 25, 25 e 30.

e) 26, 19 e 27

Comentários:

A questão pede a adoção de observações concentradas em pontos médios. Então, vamos montar uma tabela para os pontos médios e frequências:

Intervalos de Classe	Ponto médio (PM_i)	Frequência (f_i)	Freq. acumulada	$PM_i \times f_i$

$5 \vdash 15$	10	500.000	500.000	5.000.000
$15 \vdash 25$	20	800.000	1.300.000	16.000.000
$25 \vdash 35$	30	900.000	2.200.000	27.000.000
$35 \vdash 45$	40	300.000	2.500.000	12.000.000
Totais		**2.500.000**		**60.000.000**

A moda é o valor que mais se repete na amostra, ou seja, o valor de maior frequência. No caso:

$$M_o = 30$$

A mediana é o valor que ocupa a posição central da amostra. Temos que o total das frequências acumuladas é 2.500.000, logo, o termo central está na posição 1.250.000. Então, a mediana está na segunda classe e vale 20:

$$M_d = 20$$

Para calcular a média, multiplicamos cada valor por sua respectiva frequência. Desta forma, determinamos o somatório das observações. Em seguida, dividimos pelo número de dados. Já temos essa informação na tabela, agora dividimos os totais:

$$\bar{x} = \frac{60.000.000}{2.500.000} = 24$$

Gabarito: A.

7. (CESPE/MPU/2010) Uma pesquisa sobre obesidade resultou na seguinte distribuição da massa corporal para um grupo de 100 pessoas.

Classes de massa corporal (em Kg)	Frequência absoluta
$40 \mapsto 50$	10
$50 \mapsto 60$	20
$60 \mapsto 70$	30
$70 \mapsto 80$	25
$80 \mapsto 90$	15

Considerando que $K = \frac{Q_3 - Q_1}{2(D_9 - D_1)}$ e $A2 = \frac{Q_1 + Q_3 - 2Q_2}{Q_3 - Q_1}$ são medidas de curtose e de assimetria, respectivamente, em que D_k representa o k-ésimo decil e Q_k representa o k-ésimo quartil, Julgue o item subsequente.

A moda dessa distribuição é igual a 65.

Comentários:

A questão não informou qual método deve ser utilizado para o cálculo da moda. Por isso, teremos que analisar cada um dos possíveis métodos.

Pelo método da moda bruta, a moda é o ponto médio da classe modal. Sabemos que a classe modal da distribuição é [60,70), pois essa é a classe que apresenta a maior frequência (30). Assim,

$$M_o^{bruta} = \frac{60 + 70}{2} = 65$$

Pelo método de King, a moda será:

$$M_o^{King} = l_i + \left[\frac{f_{post}}{f_{ant} + f_{post}}\right] \times h$$

$$M_o^{King} = 60 + \left[\frac{25}{20 + 25}\right] \times 10$$

$$M_o^{King} \cong 65{,}55$$

Para encontrarmos a moda pelo método de Czuber, precisaremos calcular:

$$\Delta_1 = f_{M_o} - f_{ant} = 30 - 20 = 10$$

$$\Delta_2 = f_{M_o} - f_{post} = 30 - 25 = 5$$

Agora, podemos aplicar a fórmula de Czuber:

$$M_o^{Czuber} = l_i + \left[\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2}\right] \times h$$

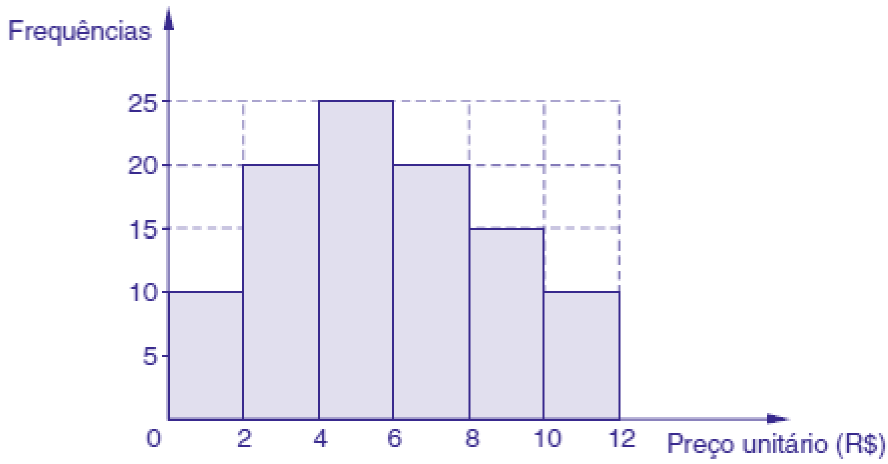
$$M_o^{Czuber} = 60 + \left[\frac{10}{10 + 5}\right] \times 10$$

$$M_o^{Czuber} \cong 66{,}67$$

Gabarito: Errado.

8. (FCC/SEPLA DR SP/2009) Instruções: Para responder à questão utilize as informações do histograma de frequências absolutas abaixo correspondente à distribuição dos preços unitários de venda de determinado componente eletrônico comercializado no mercado.

Considere para as resoluções que os intervalos de classe são fechados à esquerda e abertos à direita.



O valor da moda da distribuição (Mo) obtida através da fórmula de Czuber:

$$\boldsymbol{M_o = l_i + h\frac{(f_{mo} - f_{ant})}{2f_{mo} - (f_{ant} + f_{post})}}$$

Em que:

$\boldsymbol{l_i =}$ **limite inferior da classe modal**
$\boldsymbol{h =}$ **amplitude da classe modal**
$\boldsymbol{f_{mo} =}$ **frequência da classe modal**
$\boldsymbol{f_{ant} =}$ **frequência da classe anterior à classe modal**
$\boldsymbol{f_{post} =}$ **frequência da classe posterior à classe modal**

É igual a

a) R$ 4,60
b) R$ 4,65
c) R$ 4,70
d) R$ 4,75
e) R$ 5,00

Comentários:

Observando o gráfico, vamos identificar os valores e aplicar a fórmula:

$l_i =$ limite inferior da classe modal $= 4$
$h =$ amplitude da classe modal $= 6 - 4 = 2$
$f_{mo} =$ frequência da classe modal $= 25$
$f_{ant} =$ frequência da classe anterior à classe modal $= 20$
$f_{post} =$ frequência da classe posterior à classe modal $= 20$

$$M_o = l_i + h\frac{(f_{mo} - f_{ant})}{2f_{mo} - (f_{ant} + f_{post})}$$

$$M_o = 4 + 2 \times \frac{(25 - 20)}{2 \times 25 - (20 + 20)}$$

$$M_o = 4 + 2 \times \frac{5}{50 - 40}$$

$$M_o = 4 + 2 \times 0{,}5$$

$$M_o = 5$$

Gabarito: E.

9. (FUNDATEC/SEFAZ-RS/2009) A tabela a seguir representa a distribuição de frequências da idade de uma amostra de moradores de um asilo. Utilize para resolver a questão.

X_i	f_i
$70 \vdash 74$	7
$74 \vdash 78$	19
$78 \vdash 82$	13
$82 \vdash 86$	11
$86 \vdash 90$	6
$90 \vdash 94$	4
Total	**60**

O valor da moda pelo método de King é:

a) 72,8.

b) 76,6.

c) 80,0.

d) 76,0.

e) 19,0.

Comentários:

A classe modal é aquela com maior frequência simples. No caso, trata-se da classe:

$$74 \ \vdash \ 78 \ (frequência \ 19).$$

Temos, então, as seguintes informações:

- limite inferior da classe modal: $l_{inf} = 74$;
- amplitude da classe modal: $h = 4$;
- frequência da classe anterior à classe modal: $f_{ant} = 7$; e
- frequência da classe posterior à classe modal: $f_{post} = 13$.

A fórmula da moda de King é a que segue:

$$M_o = l_i + \left[\frac{f_{post}}{f_{ant} + f_{post}}\right] \times h$$

$$M_o = 74 + \frac{13}{7 + 13} \times 4$$

$$M_o = 74 + \frac{13}{20} \times 4$$

$$M_o = 76{,}6$$

Gabarito: B.

10. (CESPE/INSS/2008)

i	Massa do ovo produzido (T) em gramas	Percentual (P_i)
1	$50 \leq T \leq 200$	48%
2	$200 \leq T \leq 300$	36%
3	$300 \leq T \leq 500$	12%
4	$500 \leq T \leq 1.000$	4%
Total		100%

Segundo uma associação de indústrias de chocolate, em 2008 serão produzidos 100 milhões de ovos de Páscoa. A tabela acima apresenta a distribuição dos ovos segundo a massa de cada ovo e as quantidades produzidas nos anos anteriores.

Correio Braziliense, 17/2/2008, p. 26 (com adaptações).

Com base nessas informações, julgue o item subsequente.

A moda da distribuição T é superior a 49,9 g e inferior a 200,1 g

Comentários:

Vamos reescrever a tabela acrescentando algumas informações como a amplitude de cada classe e a densidade de cada frequência. Lembrando que a amplitude é dada pela diferença entre o limite superior e o limite inferior de cada classe; e a densidade de frequência é dada pela divisão da frequência pela amplitude de cada classe:

Classes	Frequência (f_r)	Amplitude (h)	Densidade de frequência (d_{fr})
$50 \leq T \leq 200$	48%	150	0,32
$200 \leq T \leq 300$	36%	100	0,36
$300 \leq T \leq 500$	12%	200	0,06
$500 \leq T \leq 1.000$	4%	500	0,08

Quando os intervalos de classe apresentam amplitudes diferentes, temos que a classe modal é dada pela que possui a maior densidade de frequência. Assim, temos que a classe modal da amostra em questão será $200 \leq T \leq 300$.

Gabarito: Errado.

11. (FCC/BACEN/2006) Considere a distribuição de frequências a seguir para resolver a questão.

Salários dos empregados da empresa XYZ em dezembro de 2005

salários	Frequências simples absolutas
$\mathbf{1.000,00 \vdash 2.000,00}$	2
$\mathbf{2.000,00 \vdash 3.000,00}$	8
$\mathbf{3.000,00 \vdash 4.000,00}$	16
$\mathbf{4.000,00 \vdash 5.000,00}$	10
$\mathbf{5.000,00 \vdash 6.000,00}$	4

O valor da moda, obtida com a utilização da Fórmula de Czuber*, é igual a (desprezar os centavos na resposta)

Dados:

$$Moda = L_i + h\frac{(Z_{max} - Z_{ant})}{2Z_{max} - (Z_{ant} + Z_{post})}$$

Em que

$\boldsymbol{L_i} =$ **limite inferior da classe modal**

$\boldsymbol{h} =$ **intervalo de classe modal**

$\boldsymbol{Z_{max}} =$ **frequência da classe modal**

$\boldsymbol{Z_{ant}} =$ **frequência da classe anterior à classe modal**

$\boldsymbol{Z_{post}} =$ **frequência da classe posterior à classe modal**

a) R$ 3.201,00

b) R$ 3.307,00

c) R$ 3.404,00

d) R$ 3.483,00

e) R$ 3.571,00

Comentários:

Temos todas as informações da fórmula na tabela:

$L_i =$ limite inferior da classe modal $= 3000.$

$h =$ intervalo de classe modal $= 1000.$

$Z_{max} =$ frequência da classe modal $= 16.$

$Z_{ant} =$ frequência da classe anterior à classe modal $= 8.$

$Z_{post} =$ frequência da classe posterior à classe modal $= 10.$

Aplicando a fórmula, temos:

$$Moda = L_i + h \times \frac{(Z_{max} - Z_{ant})}{2Z_{max} - (Z_{ant} + Z_{post})}$$

$$Moda = 3000 + 1000 \times \frac{(16 - 8)}{2 \times 16 - (8 + 10)}$$

$$Moda = 3000 + 1000 \times \frac{8}{32 - 18}$$

$$Moda = 3000 + 1000 \times \frac{8}{14}$$

$$Moda = 3000 + 1000 \times 0{,}57$$

$$Moda \cong 3.571{,}43$$

Gabarito: E.

12. (CESPE/PF/2004)

Classificação	Mínimo	1°. Quartil	Mediana	Média	3°. Quartil	Máximo	Variância
A	20	25	27,5	30	32,5	50	49
B	18	23	32	33	42	52	100
A ou B	x	y	z	31	w	u	v

De acordo com um levantamento estatístico, a média das idades de um grupo de presidiários é igual a 31 anos de idade. Nesse levantamento, os presidiários foram classificados como A ou B, dependendo da sua condição psicossocial. Constatou-se que a média das idades dos presidiários classificados como A é menor que a média das idades dos presidiários classificados como B. A tabela acima apresenta algumas medidas estatísticas obtidas por meio desse levantamento.

A partir das informações acima, julgue o item que se segue.

A moda das idades dos presidiários classificados como A, segundo a fórmula de Czuber, está entre 25,5 e 26 anos de idade.

Comentários:

A questão pede a moda relativa à classificação A, então vamos reescrever os dados da tabela em classes, pois temos os valores mínimo, máximo e os quartis. Na tabela acrescentaremos algumas informações como a amplitude de cada classe e a densidade de cada frequência. Lembrando que a amplitude é dada pela diferença entre o limite superior e o limite inferior de cada classe, e a densidade de frequência é dada pela divisão da frequência pela amplitude de cada classe

Classes	frequência (f_r)	amplitude (h)	densidade de frequência (d_{fr})
20 - 25	25%	5	5
25 - 27,5	25%	2,5	10
27,5 - 32,5	25%	5	5
32,5 - 50	25%	17,5	1,42

Quando a amostra em classe apresenta amplitudes diferentes, temos que a classe modal será dada pela classe com maior densidade de frequência. Assim temos que a classe modal da amostra em questão será a segunda classe, 25 - 27,5.
Analisando a tabela observamos que a densidade de frequência da classe anterior é igual à densidade de frequência da classe posterior. Quando isso ocorre, a moda ocupa a posição central da classe modal.

$$M_o = \frac{25 + 27{,}5}{2} = 26{,}25$$

Portanto a questão erra ao afirmar que a moda está entre 25,5 e 26.

Gabarito: Errado.

LISTA DE QUESTÕES

Moda para Dados não Agrupados

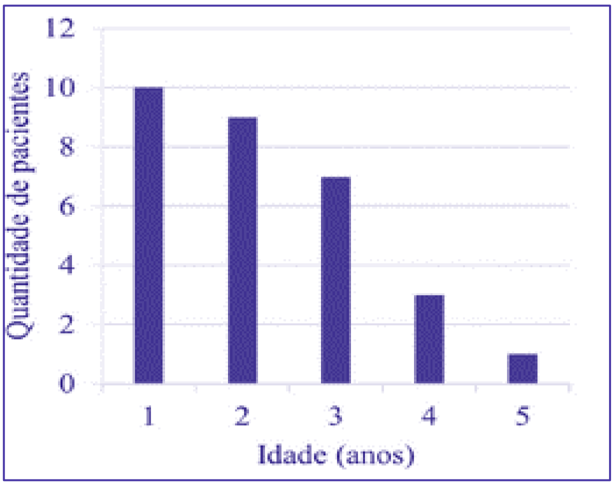
1. (CESPE/PETROBRAS/2022)

X	Frequência Relativa
0	0,23
1	0,22
2	0,50
3	0,05

Considerando que a tabela acima mostra a distribuição de frequências de uma variável obtida com base em uma amostra aleatória simples de tamanho igual a n, julgue o item que se segue.

A moda de x é igual a 2.

2. (CESPE/PC PB/2022) Um levantamento identificou que, em um hospital infantil, os pacientes seguiam a seguinte distribuição por idade.



Considerando a distribuição de frequência da idade dos pacientes do texto 16A5, assinale a opção que apresenta, respectivamente, os valores da média, mediana e moda.

a) 2,2; 3; 1

b) 2,5; 2; 1,5

c) 2,2; 2; 1

d) 2,2; 2; 1,5

e) 2,5; 3; 1

3. (CESPE/PETROBRAS/2022) Uma pessoa realizou uma pesquisa em todos os postos de combustíveis de uma cidade com a finalidade de verificar a variação dos preços de gasolina na cidade. Após terminar a pesquisa e rever suas anotações, a pessoa percebeu que apagou, acidentalmente, o preço de um dos postos, ficando suas anotações conforme a tabela abaixo:

Preço da gasolina nos 20 postos da cidade

Preço(R$)	6,40	6,80	6,50	6,10	6,30	?
Quantidade de postos que oferecem esse preço	10	5	2	1	1	1

Com base nessa situação hipotética, julgue o item a seguir.

Independente do valor que ele anotasse no lugar do preço que faltou, o valor da mediana não seria alterado e seria igual a moda.

4. (FGV/MPE GO/2022) Considere a lista de números:

2, 1, 5, 3, 5, 8, 2, 7, x, 4, 6.

Sabe-se que essa lista tem moda única igual a 2.

A mediana dessa lista de números é

a) 2.

b) 3.

c) 4.

d) 5.

e) 6.

5. (FGV/CBM AM/2022) Os resultados de certo experimento estão na lista abaixo:

$$x\ 6\ 8\ 4\ x\ 14\ 6\ y\ 6$$

onde $x \neq y$. O número y é a única moda, e também é a mediana da lista.

A média da lista é 8.

A média dos três maiores números dessa lista é

a) 10.

b) 10,5.

c) 11.

d) 11,5.

e) 12.

6. (FGV/SEFAZ AM/2022) Uma amostra de idades de usuários de determinado serviço forneceu os seguintes dados:

23; 34; 30; 22; 34; 53; 34; 28; 30; 22

A soma dos valores da média, da moda e da mediana desses dados é igual a

a) 93.

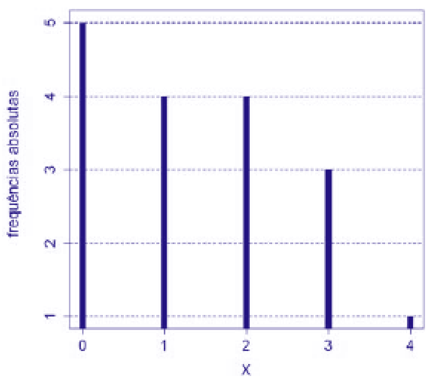
b) 94.

c) 95.

d) 96.

e) 97.

7. (CESPE/COREN CE/2021)



A figura apresentada representa a distribuição de frequências absolutas de uma contagem X de ocorrências de certo evento administrativo. Se a e b representam, respectivamente, a mediana e a moda da variável X, então, a + b é igual a

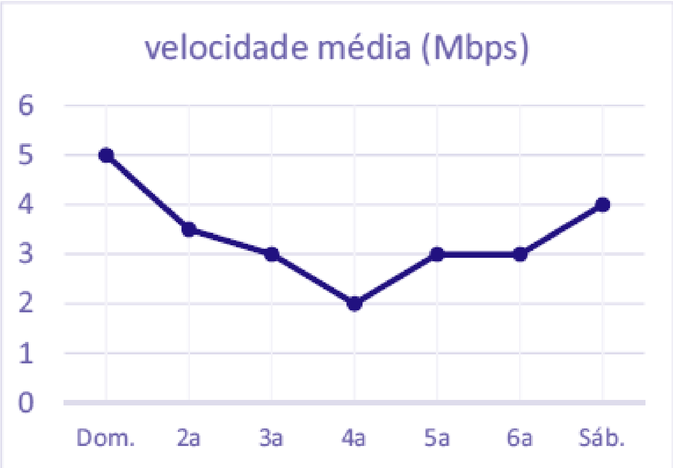
a) 1.

b) 2.

c) 5.

d) 6.

8. (CESPE/TJ-RJ/2021)



Na figura precedente, são mostrados os resultados de um levantamento feito acerca da velocidade média, em Mbps, da conexão da Internet em um órgão público, para determinada semana. Considerando-se o conjunto de dados formado pelos valores correspondentes aos sete dias da semana, destacados na figura, infere-se que a moda da velocidade média, em Mbps, da conexão da Internet, na referida semana, foi igual a

a) 1.

b) 2.

c) 5.

d) 3.

e) 4.

9. (CESPE/CBM AL/2021) Determinado dado tetraédrico (dado em formato de tetraedro regular), com vértices numerados de 1 a 4, foi lançado 21 vezes, de modo que o resultado do lançamento desse dado correspondia ao vértice voltado para cima. A tabela seguinte mostra a frequência com que se obteve cada resultado.

Resultado	Quantidade de lançamentos
1	2
2	5
3	5

4	9

Com base nessa situação hipotética, julgue o item a seguir.

A mediana e a moda dessa distribuição são iguais.

10. (CESPE/TCE-RJ/2021)

X	Frequência Absoluta
0	5
1	10
2	20
3	15
Total	50

Considerando que a tabela precedente mostra a distribuição de frequências de uma variável quantitativa X, julgue o item a seguir.

A moda e a mediana da variável X são, respectivamente, iguais a 2 e 1,5.

11. (CESPE/Pref. Aracaju/2021)

X	Número de observações na amostra
1	10
2	20
3	40
4	120
5	10

Total	**200**

A tabela apresentada mostra as frequências absolutas das observações de uma variável X em uma amostra de tamanho igual a 200. Nesse caso, se M_O representa a moda dessa amostra, M_D, a mediana amostral, e M_E, a média amostral, então o produto $M_O \times M_D \times M_E$ será igual a

a) 80.

b) 27.

c) 56.

d) 60.

e) 64.

12. (CESGRANRIO/BB/2021) Designado para relatar a qualidade das atividades desenvolvidas em um determinado banco, um funcionário recebeu a seguinte Tabela, com a quantidade de notas relativas à avaliação dos correntistas sobre o atendimento no caixa, sendo 1 a pior nota, e 5, a melhor nota.

Nota	Quantidade
1	3.000
2	9.500
3	12.000
4	15.000
5	8.000

Qual é a moda das notas dessa avaliação?

a) 2

b) 3

c) 3,33

d) 4

e) 5

13. (FGV/IMBEL/2021) Uma lista de 2021 números inteiros positivos tem uma única moda (estatística) que ocorre exatamente 15 vezes. O número mínimo de inteiros distintos que ocorre nessa lista é

a) 141.

b) 142.

c) 143.

d) 144.

e) 145.

14. (VUNESP/EsFCEx/2021) Um posto de trabalho é incumbido de registrar durante 10 meses o número de ocorrências verificadas de um determinado evento. A tabela a seguir demonstra os resultados obtidos.

Mês	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Total
Número de ocorrências	110	140	120	130	140	120	130	150	110	120	1.270

Com relação aos dados dessa tabela, o resultado da divisão da moda pelo módulo da diferença entre a mediana e a média aritmética (número de ocorrências por mês) é igual a

a) 24.

b) 20.

c) 40.

d) 30.

e) 60.

15. (CESPE/ME/2020)

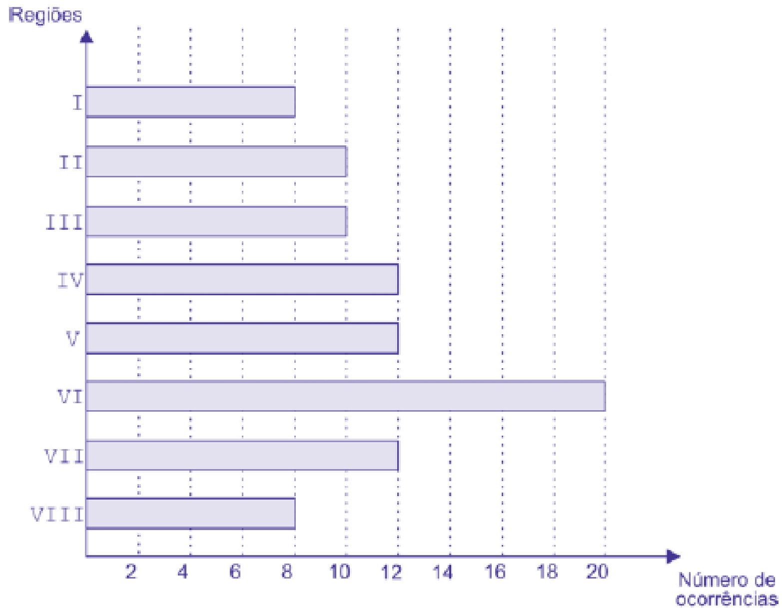
Mínimo	5
Moda	9
Mediana	9
Média	10
Máximo	15

Um levantamento amostral proporcionou as estatísticas precedentes, referentes a determinada variável quantitativa X.

Considerando essas informações e que a variável X é composta por 1240 observações, julgue o item subsequente.

Se A e B são as respectivas quantidades de observações da variável X que são iguais a 9 e 10, então é correto afirmar que B > A.

16. (FCC/ALAP/2020) Em um relatório de auditoria acerca de uma determinada ocorrência em 8 regiões, obteve-se o gráfico abaixo.



Com relação a este relatório, sejam Md a mediana e Me a média aritmética (número de ocorrências por região) correspondentes. O valor da respectiva moda é, então, igual a

a) 3Md − 2Me.

b) 3Me − 2Md.

c) 2Me − Md.

d) 4Me − 3Md.

e) 2Md − Me.

17. (VUNESP/EsFCEx/2020) Um posto de trabalho é incumbido de registrar durante 10 meses o número de ocorrências verificadas de um determinado evento. A tabela a seguir demonstra os resultados obtidos.

MÊS	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	TOTAL
NÚMERO DE OCORRÊNCIAS	110	140	120	130	140	120	130	150	110	120	1.270

Com relação aos dados dessa tabela, o resultado da divisão da moda pelo módulo da diferença entre a mediana e a média aritmética (número de ocorrências por mês) é igual a

a) 24.

b) 20.

c) 40.

d) 30.

e) 60.

18. (VUNESP/Pref. Ilhabela/2020) Analisando a quantidade de uma determinada espécie de organismo em 10 frascos de mesmo volume, que contêm um certo tipo de líquido, obteve-se a tabela a seguir.

Frasco nº	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Total
Quantidade	8	6	5	7	6	4	9	7	6	8	66

Dado que a média aritmética (número de organismos por frasco) representa X% da soma da respectiva moda com a mediana, tem-se que X é igual a

a) 66,0.

b) 55,0.

c) 52,8.

d) 50,0.

e) 48,0.

19. (FCC/SANASA/2019) A tabela abaixo fornece os salários dos 10 funcionários que trabalham em um setor de uma empresa em R$ 1.000,00.

Funcionário N°	001	002	003	004	005	006	007	008	009	010	Total
Salários (R$ 1.000,00)	5	2	2	5	6	4	8	5	3	4	44

Com relação aos dados desses salários, verifica-se que o resultado da multiplicação da média aritmética pela mediana é igual ao resultado da multiplicação da moda por

a) 2,750

b) 5,000

c) 3,960

d) 2,475

e) 4,400

20. (VUNESP/MP-SP/2019) Considere o seguinte conjunto de dados numéricos para estatística.

8	30	5	6	4	8	12	6	13	8

Então, a soma da moda com a mediana e a média é igual a:

a) 22.

b) 24.

c) 26.

d) 28.

e) 30.

21. (VUNESP/PM-SP/2019) A média aritmética, a moda e a mediana do número de filhos de quatro soldados são todas iguais a 2. Dessa forma, adicionando-se os números de filhos dos soldados com maior e menor números de filhos, tem-se como resultado

a) 2.

b) 3.

c) 4.

d) 5.

e) 6.

22. (CESPE/ABIN/2018) Em fevereiro de 2018, o Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP) começou a segunda etapa do Censo Escolar 2017, o módulo “Situação do Aluno”. Nessa etapa, serão coletadas informações sobre rendimento e movimento escolar dos alunos ao final do ano letivo de 2017. Para isso, será importante que as escolas utilizem seus registros administrativos e acadêmicos, como ficha de matrícula, diário de classe, histórico escolar.

Internet: <www.inep.gov.br/notícias> (com adaptações).

A partir do texto antecedente, julgue o item que se segue, relativo a estatísticas educacionais.

A moda a ser obtida no estudo indicará o resultado de maior frequência para cada uma das informações a serem coletadas.

23. (CESPE/IPHAN/2018) Define-se estatística descritiva como a etapa inicial da análise utilizada para descrever e resumir dados. Em relação às medidas descritivas, julgue o item a seguir.

A moda é o valor que apresenta a maior frequência da variável entre os valores observados.

24. (CESPE/PF/2018)

DIA				
1	2	3	4	5

X (quantidade diária de drogas apreendidas, em kg)	10	22	18	22	28

Tendo em vista que, diariamente, a Polícia Federal apreende uma quantidade X, em kg, de drogas em determinado aeroporto do Brasil, e considerando os dados hipotéticos da tabela precedente, que apresenta os valores observados da variável X em uma amostra aleatória de 5 dias de apreensões no citado aeroporto, julgue o item.

A moda da distribuição dos valores X registrados na amostra foi igual a 22 kg.

25. (FCC/SEDU-ES/2018) As notas dos dez alunos de uma sala foram: 1, 2, 4, 6, 6, 7, 8, 8, 8, 10. A diferença entre a moda e a mediana dessas notas é

a) 1,5.

b) 2,5.

c) 0,5.

d) 2,0.

e) 1,0.

26. (FGV/ALE-RO/2018) Sejam x, y e z, respectivamente, a média, a mediana e a moda dos sete valores 9, 10, 6, 5, 20, 9 e 4. É correto concluir que

a) $x < y < z$.

b) $x < y = z$

c) $x = y < z$

d) $y < z = x$

e) $x = y = z$

27. (VUNESP/Pref. Sertãozinho/2016) Considere a tabela construída a partir de um estudo com o objetivo de conhecer a forma e o local de refeições diárias dos trabalhadores de uma empresa.

Distribuição dos trabalhadores segundo a forma
e o local preferido para refeições em uma pequena
empresa metalúrgica - 2013

Local	Número
Restaurante da empresa (bandeja)	40

Restaurante da empresa (marmita própria)	40
Restaurante externo à empresa	40
Própria residência	40
Total	160

Quanto a essa tabela, com resultados surpreendentemente semelhantes, ao se analisarem as medidas de tendência central, é correto afirmar que a distribuição

a) É unimodal.

b) É polimodal.

c) Tem a moda igual a 40.

d) É amodal.

e) Tem a moda igual a 160.

28. (CESPE/TELEBRAS/2015) Considerando que os possíveis valores de um indicador X, elaborado para monitorar a qualidade de um serviço de cabeamento residencial para a comunicação de dados, sejam elementos do conjunto {0, 1, 2, 3, 4, 5} e que uma amostra aleatória de 5 residências tenha apontado os seguintes indicadores: 4, 4, 5, 4 e 3, julgue o próximo item.

A mediana e a moda dos indicadores registrados na amostra foram iguais a 4.

29. (CESPE/SEGER-ES/2013) A estatística é importante para a gestão da qualidade, além de ser elemento imprescindível para o controle e a melhoria de processos. Considerando determinada sequência de resultados, a grandeza estatística utilizada para designar os dados que mais se repetem é

a) A moda.

b) O quartil inferior.

c) A mediana.

d) O desvio padrão.

e) A média.

30. (CESPE/BACEN/2013)

$$2 \;\; 4 \;\; 8 \;\; 4 \;\; 8 \;\; 1 \;\; 2 \;\; 32 \;\; 12 \;\; 1 \;\; 5 \;\; 7 \;\; 5 \;\; 5 \;\; 3 \;\; 4 \;\; 24 \;\; 19 \;\; 4 \;\; 14$$

Os dados mostrados acima representam uma amostra, em minutos, do tempo utilizado na armazenagem de formulários no almoxarifado central de certa instituição por diversos funcionários.

Com base nesses dados, julgue o próximo item.

A média da sequência de dados apresentada é superior ao dobro da moda.

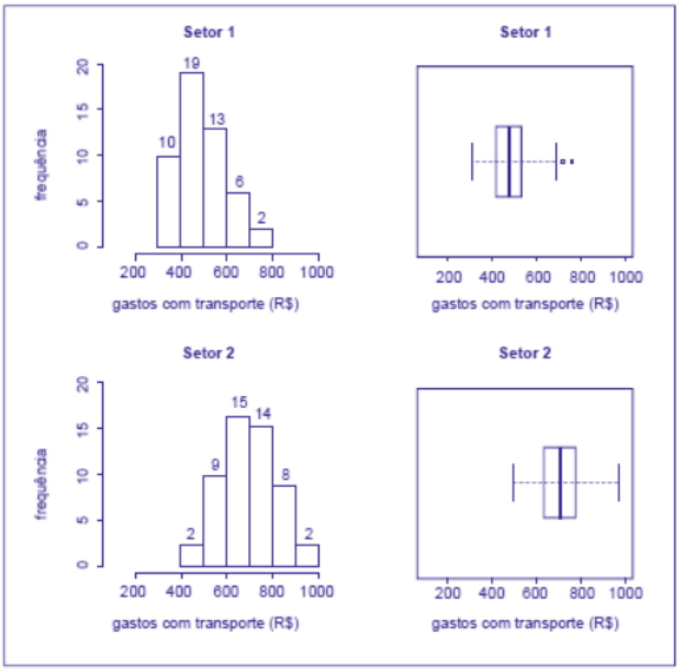
31. (CESPE/TCE-ES/2012) Em pesquisa realizada para se estimar o salário médio dos empregados de uma empresa, selecionou-se, aleatoriamente, uma amostra de nove empregados entre todos os empregados da empresa. Os dados de tempo de serviço, em anos, e salário, em quantidade de salários-mínimos, dos indivíduos dessa amostra estão dispostos na tabela abaixo.

Tempo de serviço (anos)	3	2	6	7	4	8	2	2	2
Salário (quantidade de salários mínimos)	6	6	10	8	5	9	6	5	6

A partir dos dados da tabela, julgue o item seguinte.

Excluindo-se da amostra um empregado qualquer, nem o menor salário nem a moda amostral sofreriam alterações com relação aos valores observados na amostra completa.

32. (CESPE/CAM DEP/2012)



Para avaliar os gastos com transporte de determinada diretoria, um analista coletou amostras de despesas com transportes (em R$) registradas por servidores dos setores1 e 2. Para cada setor, a amostra é constituída por 50 registros. Essas amostras foram organizadas graficamente, e os resultados são mostrados na figura acima. Nesta figura, as frequências absolutas estão indicadas nos histogramas correspondentes. Os dados foram os seguintes:

Setor 1

308,73	311,80	358,33	359,89	371,53	379,82
383,76	388,66	391,53	394,65	414,60	416,38
418,34	419,42	427,85	428,58	432,06	436,61
442,49	450,53	450,98	452,35	471,70	473,11

476,76	481,46	484,89	490,07	499,87	500,52
502,06	513,80	514,39	521,96	522,18	526,42
528,76	531,53	547,91	572,66	591,43	596,99
609,44	632,15	639,71	677,48	683,76	688,76
723,79	767,53				

Setor 2

488,37	493,73	547,72	552,66	567,94	571,49
572,26	582,00	583,63	594,77	598,46	619,25
624,20	631,03	634,51	637,21	655,70	657,56
663,81	670,12	671,90	673,78	684,69	685,98
693,35	698,58	708,78	719,80	721,16	734,84
735,94	746,34	754,83	756,10	756,96	760,80
762,29	766,24	770,11	797,73	804,06	805,97
807,29	832,83	844,00	866,77	878,27	897,09
943,10	963,25				

Considerando essas informações, julgue o item.

A distribuição das despesas dos servidores do setor 2 apresenta um aspecto bimodal, com duas classes com a mesma frequência.

33. (CESPE/SEDUC-AM/2011) Um indivíduo conseguiu investir, nos meses de março, abril, maio e junho, a taxas de juros de 1%, 1%, 3%, e 4%, respectivamente. No mês de julho, esse indivíduo investiu a uma taxa de juros que lhe conferiu, nesses cinco meses, uma taxa de juros média de 2,4%.

Com base nessas informações, julgue o item que se segue, relativo às taxas de juros correspondentes aos meses de março a julho.

O conjunto formado por essas cinco taxas de juros mensais é bimodal.

34. (CESPE/ANCINE/2005)

Tabela I

Finalidade do projeto	N.º de projetos atendidos	N.º de projetos não-atendidos
produção de obras cinematográficas nacionais	10	20
construção/reforma de salas de exibição	20	60

comercialização/distribuição de obras cinematográficas nacionais	70	20
formação de recursos humanos/capacitação dos profissionais para o cinema nacional	100	200
total	200	300

Tabela II

Finalidade do projeto	Valor distribuído (r$ milhões)
produção de obras cinematográficas nacionais	10
construção/reforma de salas de exibição	5
comercialização/distribuição de obras cinematográficas nacionais	3
formação de recursos humanos/capacitação dos profissionais para o cinema nacional	2
total	20

Tabela III

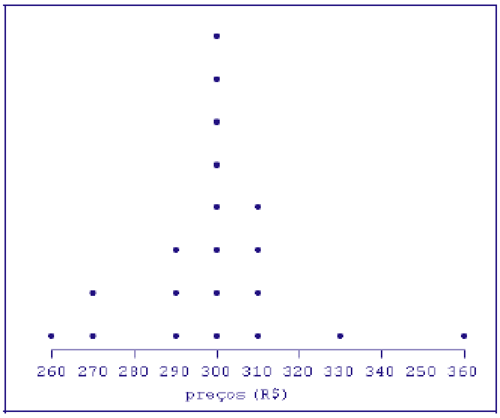
Projeto atendido	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	total
Valor (R$ milhões)	2,0	1,6	1,0	1,0	1,0	0,8	0,8	0,7	0,6	0,5	10

A tabelas I e II acima apresentam informações referentes a um programa hipotético de incentivo a projetos na área cinematográfica no Brasil, classificados quanto às finalidades dos projetos avaliados pelo programa. A tabela III apresenta os valores que foram aplicados nos 10 projetos atendidos que tinham como finalidade a produção de obras cinematográficas nacionais.

Com relação às informações apresentadas acima, julgue o item a seguir, considerando o universo de projetos atendidos e não- atendidos pelo programa de incentivo mencionado.

A moda dos valores distribuídos aos projetos de produção de obras cinematográficas nacionais atendidos pelo programa é igual a R$ 1 milhão.

35. (CESPE/ANTAQ/2005) Em uma pesquisa realizada para verificar os preços cobrados em 2002 para o embarque de contêineres em um porto brasileiro, foram apurados 20 preços, que estão representados na figura abaixo (diagrama de pontos).



Com base nas informações do texto e da figura acima, julgue o item a seguir.

A moda dos preços apurados é superior a R$ 305,00.

36. (CESPE/ANATEL/2004)

meses	fev	mar	abr	mai	jun	jul	ago	set	out	nov
N	100	70	70	60	50	100	50	50	30	20

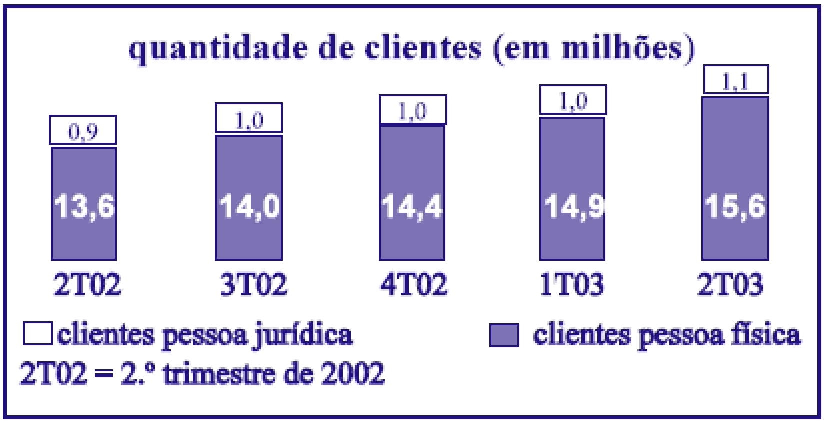
A tabela acima mostra os números mensais de reclamações (N) feitas por usuários de telefonia fixa, registradas em uma central de atendimento, entre os meses de fevereiro a novembro de 2003. Considerando esses dados, julgue o item que se segue.

A moda dos números mensais de reclamações registradas é igual a 100.

37. (CESPE/BB/2003) BB lucra mais de R$ 1 bilhão no 1.º semestre de 2003

O lucro líquido do BB no 1.º semestre de 2003 foi de R$ 1.079 milhões, valor 30% superior ao registrado no 2.º semestre de 2002. Esse resultado deve-se à expansão da base de clientes para 16,7 milhões e ao aumento das receitas de serviços e controle de custos. Os principais destaques do período estão relacionados a seguir.

- **O patrimônio líquido do BB totalizou R$ 10,2 bilhões e os ativos totais, R$ 204 bilhões, registrando-se, em relação ao 1.º semestre de 2002, crescimentos de 36% e 20%, respectivamente.**
- **De 1.º/7/2002 a 30/6/2003, o BB aumentou significativamente o seu número de clientes, tanto clientes pessoa física quanto pessoa jurídica. A evolução do número de clientes do BB é mostrada no gráfico a seguir, em que os valores referem-se ao final de cada trimestre correspondente.**



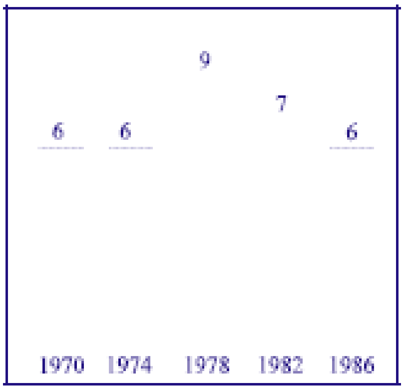
- **A carteira de crédito cresceu 20% nos primeiros seis meses de 2003, atingindo o montante de R$ 72 bilhões. Merecem destaque as operações relacionadas ao agronegócio, que, nesse período, cresceram 65%.**
- **Para a agricultura familiar e os micro e pequenos produtores rurais foram concedidos R$ 659 milhões de crédito com recursos do PRONAF, PROGER Rural e Banco da Terra e Reforma Agrária.**
- **Nos seis primeiros meses de 2003, as operações do proex-financiamento alavancaram as exportações em US$ 112,8 milhões, contemplando 170 exportadores, sendo 140 de pequeno ou médio porte.**
- **De 1.º/1/2003 a 30/6/2003, as captações de mercado totalizaram R$ 140 bilhões, divididas entre depósitos à vista, depósitos a prazo, depósitos em caderneta de poupança, depósitos interfinanceiros e captações no mercado aberto. Desses, R$ 20 bilhões foram depósitos à vista e R$ 25 bilhões foram depósitos em cadernetas de poupança. O montante captado em depósitos a prazo correspondeu a 10 vezes o captado como depósitos interfinanceiros, enquanto as captações no mercado aberto totalizaram 4545 do montante captado em depósitos a prazo.**

Internet: <http://www.bb.com.br>. Acesso em ago./2003 (com adaptações).

Acerca das informações apresentadas no texto acima e dos temas a ele correlatos, julgue o item a seguir.

A moda e a mediana da sequência numérica formada pelo número de clientes pessoa jurídica do BB em cada final de trimestre representado no gráfico são iguais.

38. (CESPE/SEFAZ-AL/2002)

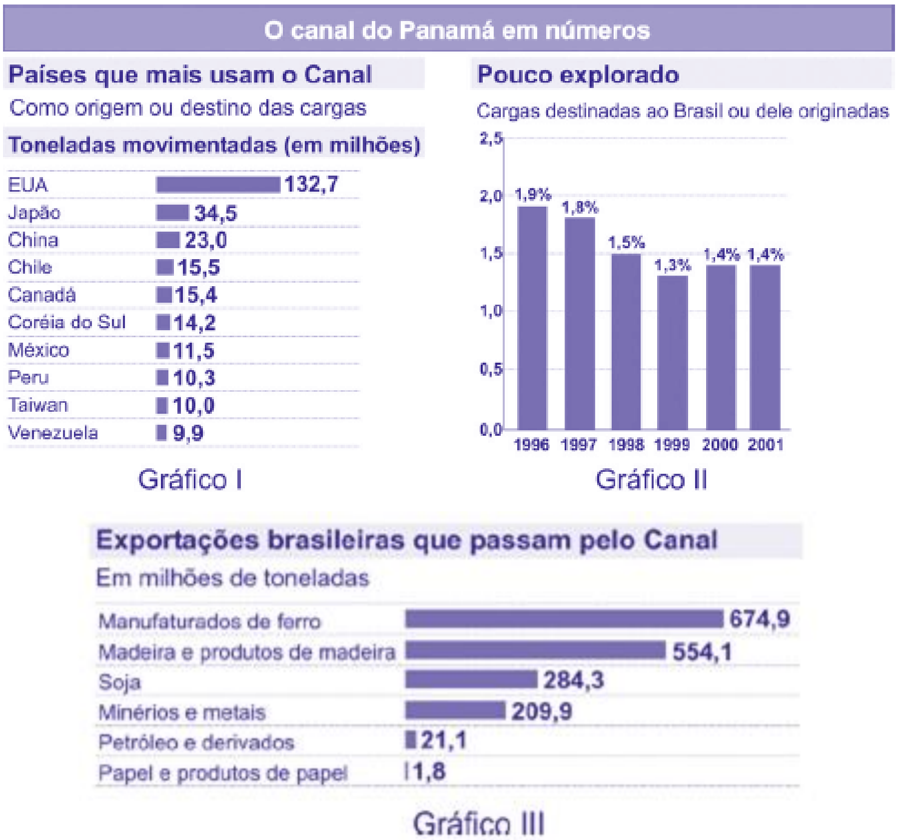


O gráfico acima, que apresenta parte das informações publicadas no jornal Folha de S. Paulo, em 24/3/2002, sob o título Seleção de Scolari tem poucos laços no Rio, descreve o número de jogadores de times do estado do Rio de Janeiro convocados para jogar nas copas de 1970 até 1986, inclusive.

Considerando as cinco copas incluídas no gráfico, julgue o seguinte item.

A moda do número de jogadores convocados de times do Rio de Janeiro foi de seis jogadores.

39. (CESPE/BB/2002)



Valor. 3-5/5/2002, p. A12 (com adaptações).

Com base nas informações acima, relativas ao canal do Panamá, julgue o item seguinte.

No período mostrado no gráfico II, a mediana da série numérica formada pelos percentuais de cargas destinadas ao Brasil ou dele originadas, que passaram pelo canal do Panamá, é maior que a moda dessa série.

40. (CESPE/CEF/2002) A social-democracia francesa foi derrotada não pela extrema direita, mas pelos resultados de suas políticas de governo que, como em outros casos Espanha, Itália, Portugal, entre eles, geraram desmobilização e desinteresse político, por um lado, e abandono dos pobres, por outro. O candidato da extrema direita, Le Pen, teve apenas 200 mil votos a mais do que nas eleições anteriores. Jacques Chirac, o candidato da direita tradicional, diminuiu sua votação, recebendo menos de 20% dos votos. Lionel Jospin, por sua vez, depois de governar por cinco anos, com um governo supostamente bem-sucedido retomada do crescimento, diminuição do desemprego, teve menos de 17% dos votos. A chave do problema está na abstenção quase 30%. Entre os jovens de 18 a 24 anos de idade, quase 40% se

abstiveram. A derrota de Jospin, portanto, foi imposta pela abstenção, especialmente dos jovens e dos mais pobres. A grande maioria destes últimos são trabalhadores, ex-eleitores dos socialistas, desencantados, que, sentindo-se abandonados, votaram em Le Pen como forma de protesto.

Emir Sader. O avanço da direita. In: Correio Braziliense. 5/5/2002. p. 5 (com adaptações)

De acordo com o texto, julgue o item que se segue.

Considerando a distribuição da população de franceses votantes de acordo com a faixa etária, as informações do texto permitem concluir que a moda e a mediana dessa distribuição estariam entre 18 e 24 anos de idade.

GABARITO

Moda para Dados não Agrupados

1. CERTO
2. LETRA C
3. CERTO
4. LETRA C
5. LETRA E
6. LETRA C
7. LETRA A
8. LETRA D
9. ERRADO
10. ERRADO
11. LETRA C
12. LETRA D
13. LETRA E
14. LETRA E
15. ERRADO
16. LETRA C
17. LETRA E
18. LETRA C
19. LETRA C
20. LETRA C
21. LETRA C
22. CERTO
23. CERTO
24. CERTO
25. LETRA A
26. LETRA E
27. LETRA D
28. CERTO
29. LETRA A
30. CERTO
31. CERTO
32. ERRADO
33. CERTO
34. CERTO
35. ERRADO
36. ERRADO
37. CERTO
38. CERTO
39. CERTO
40. ERRADO

LISTA DE QUESTÕES

Moda para Dados Agrupados sem Intervalos de Classe

1. (CESPE/TCE-RJ/2021)

(X)	Frequência absoluta
0	5
1	10
2	20
3	15
Total	**50**

Considerando que a tabela precedente mostra a distribuição de frequências de uma variável quantitativa X, julgue o item a seguir.

A moda e a mediana da variável X são, respectivamente, iguais a 2 e 1,5.

2. (CESPE/Pref. São Cristóvão/2019) A tabela seguinte mostra a distribuição das idades dos 30 alunos da turma A do quinto ano de uma escola de ensino fundamental.

Idade (em anos)	9	10	11	12	13	14
Quantidade de estudantes	6	22	0	1	0	1

A partir dessa tabela, julgue o item.

A moda dessa distribuição é igual a 11 anos.

3. (FCC/Pref. Recife/2019) A empresa Sigma apresenta pela tabela abaixo a distribuição dos salários registrados de seus 100 empregados em reais.

Salários (R$)	2.000	4.000	5.000	10.000	15.000	Total
Número de Empregados	0	10	40	X	Y	100

Não foram fornecidos os números de empregados que ganham R$ 10.000,00 e R$ 15.000,00 (denotados na tabela por x e y, respectivamente), mas sabe-se que a média aritmética dos salários é igual a R$ 8.400,00. O valor da soma da respectiva moda e da respectiva mediana desses salários é, em reais, igual a

a) 600y.

b) 625y.

c) 1.000y.

d) 750y.

e) 500y.

4. (FCC/Pref. Recife/2019) Com o objetivo de analisar a distribuição dos salários dos empregados de uma empresa, verificou-se que 10 empregados ganham, cada um, R$ 15.000,00; 20 ganham, cada um, R$ 2.500,00; 25 ganham, cada um, R$ 12.000,00; 60 ganham, cada um, R$ 5.000,00 e os restantes ganham, cada um, R$ 8.000,00. Sabendo-se que a mediana dos salários apresentou um valor igual a R$ 6.500,00, obtém-se que o valor da média aritmética supera o da moda em

a) R$ 3.000,00.

b) R$ 2.250,00.

c) R$ 2.500,00.

d) R$ 2.750.00.

e) R$ 3.250,00.

5. (FCC/Pref. Recife/2019) Durante 40 dias, foi registrado o número de pessoas atendidas por dia em um guichê de uma repartição. A tabela abaixo apresentou os dados observados sendo que não foram fornecidas as quantidades de dias em que foram atendidas uma pessoa por dia e duas pessoas por dia, indicadas na tabela por $q1$ e $q2$, respectivamente.

Número de pessoas atendidas	Quantidade de dias
0	9
1	q_1
2	q_2
3	5
4	$\underline{1}$
Total	**40**

Sabendo-se que a mediana correspondente foi igual 1,5, tem-se que a soma da moda e da média aritmética (número de pessoas atendidas por dia) foi igual a

a) 3,00.

b) 2,80.

c) 3,45.

d) 3,20.

e) 2,95.

6. (FCC/SEFAZ BA/2019) Os números de autos de infração lavrados pelos agentes de um setor de um órgão público, durante 10 meses, foram registrados mensalmente conforme a tabela abaixo.

Mês	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	Total
Número de autos	7	5	4	6	6	5	5	7	6	5	56

Verifica-se que, nesse período, o valor da soma da média aritmética (número de autos por mês) com a mediana é igual ao valor da moda multiplicado por

a) 2,42

b) 2,32

c) 2,12

d) 2,52

e) 2,22

7. (VUNESP/TJ-SP/2019) Durante um período, decidiu-se analisar o comportamento do número de processos especiais autuados por dia em uma repartição pública. A tabela a seguir apresenta os resultados obtidos, sendo k a quantidade de dias em que não foram autuados processos.

NÚMERO DE PROCESSOS	0	1	2	3	4	5	TOTAL
QUANTIDADE DE DIAS	k	14	18	24	14	2	10k

Com relação a esta tabela, foram obtidos os respectivos valores da moda (Mo), mediana (Md) e média aritmética (Me), em número de processos por dia. Verifica-se então que (Mo + Md + Me) é igual a

a) 6,30

b) 7,85

c) 6,80

d) 6,85

e) 7,35

8. (CESPE/IFF/2018) A distribuição das notas dos 20 alunos de uma sala de aula na prova de matemática está mostrada na tabela a seguir.

Nota do aluno	5,0	6,0	7,0	8,0	9,0
Número de alunos	3	3	1	7	6

Nessa situação, a moda dessas notas é igual a

a) 6,0.

b) 6,5.

c) 7,0.

d) 7,5.

e) 8,0.

9. (FCC/CL-DF/2018) Os números de processos autuados em duas repartições públicas (R1 e R2) independentes, durante 40 dias, estão representados na tabela abaixo, sendo m e n inteiros positivos.

Número de processos	0	1	2	3	4	Total
Quantidade de dias (R1)	0	m	15	m	n	40
Quantidade de dias (R2)	2	(n+3)	m	16	4	40

Calculando a soma da média aritmética (número de processos por dia) com a moda e com a mediana de cada repartição, verifica-se que a soma obtida na repartição R2 supera a soma obtida na repartição R1 em

a) 2,05

b) 0,55

c) 1,05

d) 1,30

e) 1,55

10. (FCC/ISS-São Luís/2018) Um levantamento foi realizado com 40 instituições financeiras, localizadas em uma região, com relação às taxas mensais de juros aplicadas para financiamento de veículos. Verificou-se que cinco instituições aplicam a taxa de 0,80% ao mês, duas aplicam a taxa de 1,20% ao mês, oito aplicam a taxa de 1,25% ao mês, x aplicam a taxa de 1,12% ao mês e y aplicam a taxa de 0,96% ao mês. Se a média aritmética destas taxas foi igual a 1,05%, então a soma da mediana e a moda correspondentes foi de

a) 2,00%

b) 2,24%

c) 2,08%

d) 2,16%

e) 1,92%

11. (CESPE/TCE-PA/2016)

Número diário de denúncias registradas (X)	Frequência Relativa
0	0,3
1	0,1
2	0,2
3	0,1
4	0,3
Total	**1,0**

A tabela precedente apresenta a distribuição de frequências relativas da variável X, que representa o número diário de denúncias registradas na ouvidoria de determinada instituição pública. A partir das informações dessa tabela, julgue o item seguinte.

A moda da variável X é igual a 2.

12. (FCC/SEFAZ MA/2016) Atenção: Para responder à questão, considere as informações abaixo.

Três funcionários do Serviço de Atendimento ao Cliente de uma loja foram avaliados pelos clientes que atribuíram uma nota (1; 2; 3; 4; 5) para o atendimento recebido. A tabela mostra as notas recebidas por esses funcionários em um determinado dia.

Funcionários	Número de cada nota recebida pelos funcionários					Total de atendimentos no dia
	1	2	3	4	5	
A	2	7	2	9	10	30
B	6	6	9	14	5	40
C	0	5	10	6	4	25

Considerando a totalidade das 95 avaliações desse dia, é correto afirmar que a média das notas dista da moda dessas mesmas notas um valor absoluto, aproximadamente, igual a

a) 0,33.

b) 0,83.

c) 0,65.

d) 0,16.

e) 0,21.

13. (FGV/IBGE/2016) Após a extração de uma amostra, as observações obtidas são tabuladas, gerando a seguinte distribuição de frequências:

Valor	3	5	9	13
Frequência	5	9	10	3

Considerando que E(X) = Média de X, Mo(X) = Moda de X e Me(X) = Mediana de X, é correto afirmar que:

a) E(X) = 7 e Mo(X) = 10;

b) Me(X) = 5 e E(X) = 6,3;

c) Mo(X) = 9 e Me(X) = 9;

d) Me(X) = 9 e E(X) = 6,3;

e) Mo(X) = 9 e E(X) = 7.

14. (VUNESP/Pref. Alumínio/2016) Foi aplicada em uma classe de 40 alunos uma prova de matemática. As notas variaram de 4 a 9. A quantidade de alunos que tirou cada uma das notas consta na tabela a seguir.

Nota (x)	Frequência (f)
4	4
5	6
6	10
7	3
8	6
9	11

A respeito desses dados, é correto afirmar que a moda, a mediana e a média são, respectivamente, iguais a

a) 11; 6,5; 6,5.

b) 9; 6,5; 6,85.

c) 11; 6,85; 6,5.

d) 9; 6,0; 6,85.

e) 9; 7,0; 6,85.

15. (CESPE/DEPEN/2015)

Quantidade diária de incidentes (N)	Frequência relativa
0	0,1
1	0,2
2	0,5
3	0,0
4	0,2
total	1

Considerando os dados da tabela mostrada, que apresenta a distribuição populacional da quantidade diária de incidentes (N) em determinada penitenciária, julgue o item que se segue.

A moda da distribuição de N é igual a 4, pois esse valor representa a maior quantidade diária de incidentes que pode ser registrada nessa penitenciária.

16. (CESPE/ANTAQ/2014)

Nota atribuída pelo passageiro	Frequência
0	15
1	30
2	45
3	50
4	35
5	5

A tabela acima apresenta os resultados de uma pesquisa de satisfação realizada em uma amostra de usuários dos serviços de transporte fluvial prestados por uma empresa. Com base nessas informações e na tabela, julgue o próximo item.

A moda da série de notas obtidas pela empresa é 3.

17. (CESPE/PRF/2012)

Q	*P (%)*
1	50
2	20
3	15
4	10
5	5

A tabela acima mostra a distribuição da quantidade Q de pessoas transportadas, incluindo o condutor, por veículo de passeio circulando em determinado município, obtida como resultado de uma pesquisa feita nesse município para se avaliar o sistema de transporte local. Nessa tabela, P representa a porcentagem dos veículos de passeio circulando no município que transportam Q pessoas, para Q = 1, ..., 5.

Com base nessas informações, julgue o seguinte item.

Como a moda da distribuição descrita representa a maior frequência observada, seu valor é igual a 50%.

18. (CESPE/PF/2004) Em determinada semana, certa região foi dividida em 200 setores disjuntos para o estudo da distribuição espacial da incidência de um certo tipo de crime. Cada setor possui a forma de um quadrado de 4 km2 de área. Acredita-se que a ocorrência do crime seja aleatória. A tabela abaixo apresenta o percentual de setores em que foi registrada a incidência X (número de ocorrências observadas no setor) do crime investigado.

X	Percentual de setores em que se registrou a incidência X (em %)
0	10
1	25
2	35
3	25
4	5
total	**100**

Com base nas informações acima, julgue o item a seguir.

A moda de X é igual a 2 ocorrências.

19. (CESPE/SEFAZ MT/2004) Considere a seguinte situação hipotética.

Um órgão do governo recebeu pela Internet denúncias de sonegação de impostos estaduais contra 600 pequenas empresas. Denúncias contra outras 200 pequenas empresas foram encaminhadas pessoalmente para esse órgão. Para a apuração das denúncias, foram realizadas auditorias nas 800 empresas denunciadas. Como resultado dessas auditorias, foi elaborada a tabela abaixo, que apresenta um quadro das empresas denunciadas e os correspondentes débitos fiscais ao governo. Das empresas denunciadas, observou-se que apenas 430 tinham débitos fiscais.

	Valor do débito fiscal (VDF), em R$ mil, apurado após auditoria na empresa denunciada				
Forma de recebimento da denúncia	$0 < VDF < 1$	$1 \leq VDF < 2$	$2 \leq VDF < 3$	$3 \leq VDF \leq 4$	Total
Pela internet	60	100	50	30	240
Pessoalmente	20	120	40	10	190
Total	80	220	90	40	430*

Nota: *Para as demais empresas, VDF=0

Com base na situação hipotética acima e de acordo com as informações apresentadas, julgue o item que se segue.

O valor, em reais, da moda dos débitos fiscais das empresas denunciadas é igual a zero.

GABARITO

Moda para Dados Agrupados sem Intervalos de Classe

1. ERRADO
2. ERRADO
3. LETRA B
4. LETRA B
5. LETRA C
6. LETRA E
7. LETRA B
8. LETRA E
9. LETRA E
10. LETRA A
11. ERRADO
12. LETRA C
13. LETRA E
14. LETRA B
15. ERRADO
16. CERTO
17. ERRADO
18. CERTO
19. CERTO

LISTA DE QUESTÕES

Moda para Dados Agrupados em Classes

1. (FCC/Pref. de Manaus/2019) Conforme um levantamento realizado em um órgão público e analisando a distribuição dos salários, em R$ 1.000,00, de todos os seus funcionários, obteve-se a tabela de frequências absolutas abaixo, com k sendo um número inteiro positivo.

Salários (s)	Número de funcionários
$2 < s \leq 4$	$2k$
$4 < s \leq 6$	20
$6 < s \leq 8$	50
$8 < s \leq 10$	80
$10 < s \leq 12$	$8k$
Total	$\mathbf{40k}$

Considere que a média aritmética (Me) foi calculada considerando que todos os valores incluídos num certo intervalo de classe são coincidentes com o ponto médio deste intervalo, que a mediana (Md) foi calculada pelo método da interpolação linear e que a moda (Mo) foi obtida pela relação de Pearson, ou seja, Mo = 3 Md – 2 Me. O valor encontrado para Mo, em R$ 1.000,00, foi igual a

a) 1,76 k.

b) 1,70 k.

c) 1,64 k.

d) 1,60 k.

e) 1,82 k.

2. (FCC/SEFAZ BA/2019) Considere a distribuição dos salários, em R$ 1.000,00, dos funcionários lotados em uma repartição pública, representada abaixo pela tabela de frequências relativas acumuladas, sendo k a frequência relativa acumulada do 4º intervalo de classe.

Classes de salários	Frequência relativa (%)
$\mathbf{1 \dashv 3}$	5
$\mathbf{3 \dashv 5}$	15

5 ⊣ 7	40
7 ⊣ 9	k
9 ⊣ 11	100

Sabe-se que a média aritmética (Me) foi calculada considerando que todos os valores incluídos num certo intervalo de classe são coincidentes com o ponto médio desse intervalo, que a mediana (Md) foi calculada pelo método da interpolação linear e que a moda (Mo) foi obtida pela relação de Pearson, ou seja, Mo = 3Md – 2Me. Dado que Me = R$ 7.200,00, então Mo é igual a

a) R$ 7.350,00.

b) R$ 8.500,00.

c) R$ 7.700,00.

d) R$ 8.100,00.

e) R$ 7.400,00.

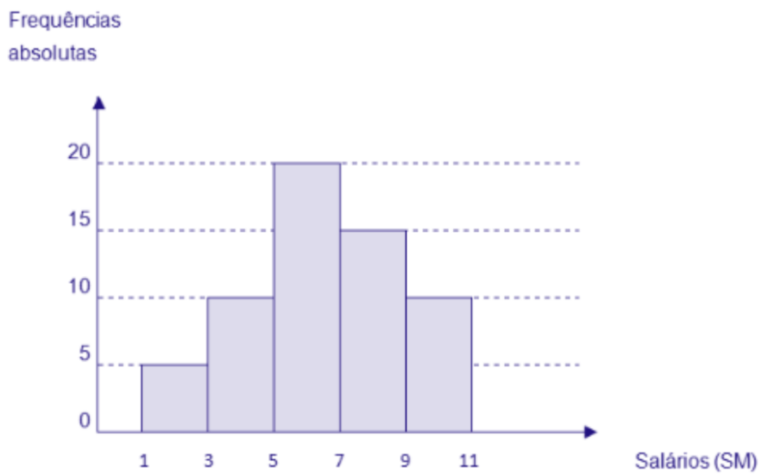
3. (FCC/TRT 11ª Região/2017) Analisando a distribuição dos salários dos empregados de uma empresa em número de salários mínimos (SM), obteve-se o histograma de frequências absolutas abaixo com os intervalos de classe fechados à esquerda e abertos à direita. Considere que:

I. Me é a média aritmética dos salários, calculada levando em conta que todos os valores incluídos num certo intervalo de classe são coincidentes com o ponto médio deste intervalo.

II. Md é a mediana dos salários, calculada por meio do método da interpolação linear.

III. Mo é a moda dos salários, calculada com a utilização da fórmula de King*.

$* \; M_o = L + \frac{f^{**}}{f^{*}+f^{**}} \times h$, em que L é o limite inferior da classe modal (classe em que se verifica, no caso, a maior frequência), f^{*} é a frequência da classe anterior à classe modal, f^{**} é a frequência da classe posterior à classe modal e h é a amplitude do intervalo de classe correspondente.



O valor de (Me + Md + Mo) é, em SM, igual a

a) 18,6

b) 19,7

c) 19,2

d) 18,7

e) 18,5

4. (FGV/IBGE/2017) A ideia de grupar as observações de uma população ou amostra constitui uma técnica bem antiga de condensar as informações e assim facilitar o seu tratamento. No passado essa técnica era empregada com sucesso, mas com a ressalva de que os resultados não eram tão precisos quanto aqueles obtidos com dados não grupados.

Considere a distribuição expressa em classes de frequências:

Classes	Frequências
$10 \vdash 20$	50
$20 \vdash 30$	28
$30 \vdash 40$	24
Total	**102**

Mesmo sem dispor dos dados de forma desagregada, sobre as estatísticas exatas, é correto afirmar que:

a) A moda não pertence à última classe;

b) A média é superior a 28;

c) A mediana é menor do que 23;

d) A média é superior a 16;

e) A moda é inferior a 20.

5. (FGV/MPE-BA/2017) A distribuição de frequências do número de apreensões de valores (em milhões R$) realizadas pela Polícia Federal, em determinado período, é conforme a seguir:

Intervalos de Classe	Frequências
$0 \vdash 10$	47

$10 \vdash 20$	29
$20 \vdash 30$	13
$30 \vdash 40$	7
$40 \vdash 50$	3
Acima de 50	1

Assim sendo, é correto afirmar que:

a) O último Decil está na penúltima classe;

b) A mediana da distribuição está na 2ª classe;

c) A média da distribuição está na 3ª classe;

d) A moda exata da distribuição está na 1ª classe;

e) A distribuição é assimétrica à esquerda.

6. (FGV/DPE RJ/2014) Em um estudo realizado pela Defensoria Pública do Rio de Janeiro, com a finalidade de identificar o padrão de renda dos cidadãos assistidos, encontrou-se a seguinte distribuição de frequências para o período de 2009 a 2012:

Intervalos de Classe	Frequências
$5 \vdash 15$	5
$15 \vdash 25$	8
$25 \vdash 35$	9
$35 \vdash 45$	3
Total	**25**

Nos intervalos de classe, as rendas estão expressas em reais por dia e as frequências em centenas de milhares de cidadãos. Adotando a hipótese de observações concentradas nos pontos médios das classes, a média, a mediana e a moda são, respectivamente, iguais a

a) 24, 20 e 30.

b) 25, 25 e 27.

c) 26, 24 e 32.

d) 25, 25 e 30.

e) 26, 19 e 27

7. (CESPE/MPU/2010) Uma pesquisa sobre obesidade resultou na seguinte distribuição da massa corporal para um grupo de 100 pessoas.

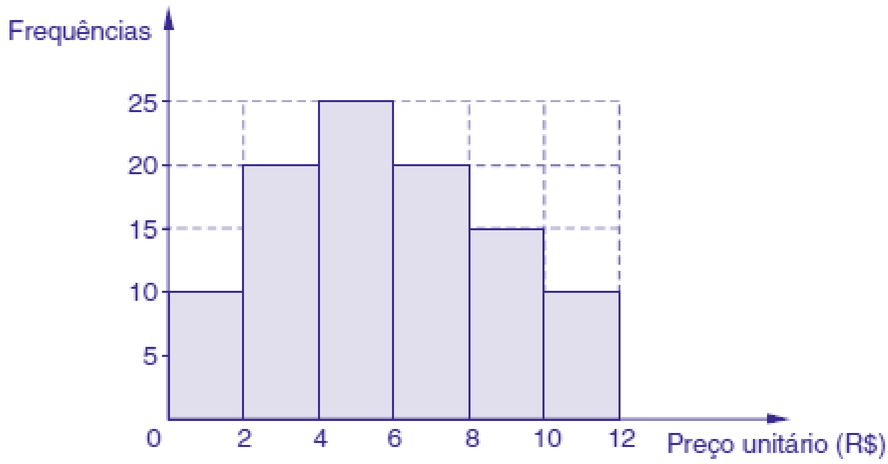
Classes de massa corporal (em Kg)	Frequência absoluta
$40 \mapsto 50$	10
$50 \mapsto 60$	20
$60 \mapsto 70$	30
$70 \mapsto 80$	25
$80 \mapsto 90$	15

Considerando que $K = \frac{Q_3 - Q_1}{2(D_9 - D_1)}$ e $A2 = \frac{Q_1 + Q_3 - 2Q_2}{Q_3 - Q_1}$ são medidas de curtose e de assimetria, respectivamente, em que D_k representa o k-ésimo decil e Q_k representa o k-ésimo quartil, Julgue o item subsequente.

A moda dessa distribuição é igual a 65.

8. (FCC/SEPLA DR SP/2009) Instruções: Para responder à questão utilize as informações do histograma de frequências absolutas abaixo correspondente à distribuição dos preços unitários de venda de determinado componente eletrônico comercializado no mercado.

Considere para as resoluções que os intervalos de classe são fechados à esquerda e abertos à direita.



O valor da moda da distribuição (Mo) obtida através da fórmula de Czuber:

$$M_o = l_i + h\frac{(f_{mo} - f_{ant})}{2f_{mo} - (f_{ant} + f_{post})}$$

Em que:

$l_i =$ **limite inferior da classe modal**
$h =$ **amplitude da classe modal**
$f_{mo} =$ **frequência da classe modal**
$f_{ant} =$ **frequência da classe anterior à classe modal**
$f_{post} =$ **frequência da classe posterior à classe modal**

É igual a

a) R$ 4,60
b) R$ 4,65
c) R$ 4,70
d) R$ 4,75
e) R$ 5,00

9. (FUNDATEC/SEFAZ-RS/2009) A tabela a seguir representa a distribuição de frequências da idade de uma amostra de moradores de um asilo. Utilize para resolver a questão.

X_i	f_i
$70 \vdash 74$	7
$74 \vdash 78$	19
$78 \vdash 82$	13
$82 \vdash 86$	11

$86 \vdash 90$	6
$90 \vdash 94$	4
Total	**60**

O valor da moda pelo método de King é:

a) 72,8.

b) 76,6.

c) 80,0.

d) 76,0.

e) 19,0.

10. (CESPE/INSS/2008)

i	Massa do ovo produzido (T) em gramas	Percentual (P_i)
1	$50 \leq T \leq 200$	48%
2	$200 \leq T \leq 300$	36%
3	$300 \leq T \leq 500$	12%
4	$500 \leq T \leq 1.000$	4%
Total		100%

Segundo uma associação de indústrias de chocolate, em 2008 serão produzidos 100 milhões de ovos de Páscoa. A tabela acima apresenta a distribuição dos ovos segundo a massa de cada ovo e as quantidades produzidas nos anos anteriores.

__Correio Braziliense,__ 17/2/2008, p. 26 (com adaptações).

Com base nessas informações, julgue o item subsequente.

A moda da distribuição T é superior a 49,9 g e inferior a 200,1 g

11. (FCC/BACEN/2006) Considere a distribuição de frequências a seguir para resolver a questão.

Salários dos empregados da empresa XYZ em dezembro de 2005

salários	Frequências simples absolutas

$1.000,00 \vdash 2.000,00$	2
$2.000,00 \vdash 3.000,00$	8
$3.000,00 \vdash 4.000,00$	16
$4.000,00 \vdash 5.000,00$	10
$5.000,00 \vdash 6.000,00$	4

O valor da moda, obtida com a utilização da Fórmula de Czuber*, é igual a (desprezar os centavos na resposta)

Dados:

$$Moda = L_i + h\frac{(Z_{max} - Z_{ant})}{2Z_{max} - (Z_{ant} + Z_{post})}$$

Em que

$L_i =$ limite inferior da classe modal

$h =$ intervalo de classe modal

$Z_{max} =$ frequência da classe modal

$Z_{ant} =$ frequência da classe anterior à classe modal

$Z_{post} =$ frequência da classe posterior à classe modal

a) R$ 3.201,00

b) R$ 3.307,00

c) R$ 3.404,00

d) R$ 3.483,00

e) R$ 3.571,00

12. (CESPE/PF/2004)

Classificação	Mínimo	1°. Quartil	Mediana	Média	3°. Quartil	Máximo	Variância
A	20	25	27,5	30	32,5	50	49
B	18	23	32	33	42	52	100
A ou B	x	y	z	31	w	u	v

De acordo com um levantamento estatístico, a média das idades de um grupo de presidiários é igual a 31 anos de idade. Nesse levantamento, os presidiários foram classificados como A ou B, dependendo da sua

condição psicossocial. Constatou-se que a média das idades dos presidiários classificados como A é menor que a média das idades dos presidiários classificados como B. A tabela acima apresenta algumas medidas estatísticas obtidas por meio desse levantamento.

A partir das informações acima, julgue o item que se segue.

A moda das idades dos presidiários classificados como A, segundo a fórmula de Czuber, está entre 25,5 e 26 anos de idade.

Gabarito

Moda para Dados Agrupados em Classes

1. LETRA E
2. LETRA D
3. LETRA C
4. LETRA D
5. LETRA B
6. LETRA A
7. ERRADO
8. LETRA E
9. LETRA B
10. ERRADO
11. LETRA E
12. ERRADO

ESSA LEI TODO MUNDO CONHECE:

PIRATARIA É CRIME.

Mas é sempre bom revisar o porquê e como você pode ser prejudicado com essa prática.

1 Professor investe seu tempo para elaborar os cursos e o site os coloca à venda.

2 Pirata divulga ilicitamente (grupos de rateio), utilizando-se do anonimato, nomes falsos ou laranjas (geralmente o pirata se anuncia como formador de "grupos solidários" de rateio que não visam lucro).

3 Pirata cria alunos fake praticando falsidade ideológica, comprando cursos do site em nome de pessoas aleatórias (usando nome, CPF, endereço e telefone de terceiros sem autorização).

4 Pirata compra, muitas vezes, clonando cartões de crédito (por vezes o sistema anti-fraude não consegue identificar o golpe a tempo).

5 Pirata fere os Termos de Uso, adultera as aulas e retira a identificação dos arquivos PDF (justamente porque a atividade é ilegal e ele não quer que seus fakes sejam identificados).

6 Pirata revende as aulas protegidas por direitos autorais, praticando concorrência desleal e em flagrante desrespeito à Lei de Direitos Autorais (Lei 9.610/98).

7 Concurseiro(a) desinformado participa de rateio, achando que nada disso está acontecendo e esperando se tornar servidor público para exigir o cumprimento das leis.

8 O professor que elaborou o curso não ganha nada, o site não recebe nada, e a pessoa que praticou todos os ilícitos anteriores (pirata) fica com o lucro.

Deixando de lado esse mar de sujeira, aproveitamos para agradecer a todos que adquirem os cursos honestamente e permitem que o site continue existindo.