By @kakashi_copiador

Estratégia
Concursos

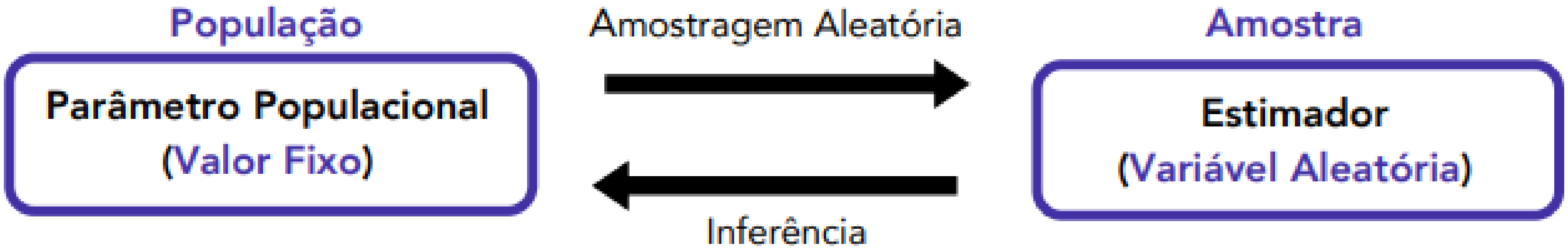
Aula 08 – Teoria de amostragem e Estimação pontual e intervalar

Prof. Jhoni Zini

Conceitos iniciais

Prof. Jhoni Zini

CONCEITOS INICIAIS



CONCEITOS INICIAIS

n: quantidade de elementos da amostra

N: quantidade de elementos da população

ERRO AMOSTRAL: diferença entre o estimador e o parâmetro populacional

Obrigado

Prof. Jhoni Zini

TIPOS DE AMOSTRAGEM

Prof. Jhoni Zini

TIPOS DE AMOSTRAGEM

MÉTODOS

- PROBABILÍSTICOS
- NÃO PROBABILÍSTICOS

OBRIGADO

Prof. Jhoni Zini

TIPOS DE AMOSTRAGEM

Prof. Jhoni Zini

MÉTODOS PROBABILÍSTICOS

PROBABILÍSTICOS

- SORTEIO SIMPLES

AMOSTRAGEM ALEATÓRIA SISTEMÁTICA

- ❑ SORTEIO ORGANIZADO

AMOSTRAGEM ALEATÓRIA ESTRATIFICADA

- GRUPOS

AMOSTRAGEM ALEATÓRIA POR CONGLOMERADO

- GRUPOS

QUESTÃO 1

Acerca da amostragem estratificada, analise as afirmativas a seguir.

I. Visa a produzir estimativas mais precisas, produzir estimativas para a população toda e para subpopulações.

II. Em geral, quanto menos os elementos de cada estrato forem parecidos entre si e também entre os estratos, maior será a precisão dos estimadores.

III. A estratificação produz necessariamente estimativas mais eficientes do que a amostragem aleatória simples.

QUESTÃO 1

Está correto o que se afirma em

A. I, apenas.

B. I e II, apenas.

C. I e III, apenas.

D. II e III, apenas.

E. I, II e III.

QUESTÃO 2

Sobre as vantagens da amostragem por conglomerados, avalie as afirmativas a seguir.

I. O plano amostral é mais eficiente já que dentro dos conglomerados os elementos tendem a ser mais parecidos.

II. Não há necessidade de uma lista de identificação dos elementos da população.

III. Tem, em geral, menor custo por elemento, principalmente quando o custo por observação cresce se aumenta a distância entre os elementos.

QUESTÃO 2

Está correto o que se afirma em

A. I, apenas.

B. I e II, apenas.

C. I e III, apenas.

D. II e III, apenas.

E. I, II e III.

Obrigado

Prof. Jhoni Zini

TIPOS DE AMOSTRAGEM

Prof. Jhoni Zini

TIPOS DE ALOCAÇÃO NA AMOSTRAGEM ESTRATIFICADA

Estratificada

ALOCAÇÃO UNIFORME

- A QUANTIDADE EXTRAÍDA DE CADA GRUPO É IGUAL.

ALOCAÇÃO UNIFORME

- MONTE UMA AMOSTRA DE TAMANHO 400.

EXTRATO	N	n
I	1200	
II	1500	
III	500	
IV	800	

ALOCAÇÃO PROPORCIONAL

- A QUANTIDADE EXTRAÍDA DE CADA GRUPO É PROPORCIONAL AO NÚMERO DE ELEMENTOS DO GRUPO.

- MONTE UMA AMOSTRA DE TAMANHO 400

EXTRATO	N	n
I	200	
II	400	
III	300	
IV	100	

ALOCAÇÃO ÓTIMA DE NEYMAN

- A QUANTIDADE EXTRAÍDA DE CADA GRUPO É PROPORCIONAL AO DESVIO PADRÃO PONDERADA PELO NÚMERO DE ELEMENTOS DE CADA GRUPO.

ALOCAÇÃO ÓTIMA DE NEYMAN

- MONTE UMA AMOSTRA DE TAMANHO 400.

GRUPO	DP	NÚMERO DE ELEMENTOS
1	10	400
2	20	600
3	8	1.000

QUESTÃO 1

Numa amostragem estratificada, a alocação das unidades amostrais pode ser realizada a partir de diferentes critérios.
Sobre o assunto, cabe destacar que:

A. o número de estratos depende do tamanho da amostra, devendo ser proporcional a esse;

B. na Alocação Ótima de Neyman, a amostra para cada estrato é proporcional, não às respectivas áreas, mas sim às variâncias ponderadas pelas áreas;

C. na amostra estratificada proporcional, o tamanho da amostra em cada estrato é definido pelo coeficiente de variação da variável de interesse naquele estrato;

QUESTÃO 1

Numa amostragem estratificada, a alocação das unidades amostrais pode ser realizada a partir de diferentes critérios.

Sobre o assunto, cabe destacar que:

D. a população deverá ser considerada finita ou infinita conforme o número planejado de estratos, não dependendo, portanto, do tamanho de cada um deles;

E. na Alocação Proporcional, a intensidade da amostra é definida com base na área de cada estrato, empregando, assim como na AAS, a estimativa da variância da amostra como um todo.

Obrigado

Prof. Jhoni Zini

Tipos de amostragem

Prof. Jhoni Zini

MÉTODOS NÃO PROBABILÍSTICOS

NÃO PROBABILÍSTICOS

- amostragem por conveniência
- amostragem por cotas
- amostragem por julgamento
- Amostragem por Voluntários
- Amostragem por tipicidade
- amostra por bola de neve

AMOSTRAGEM POR CONVENIÊNCIA

- A seleção das unidades amostrais é deixada a cargo do entrevistador. É o menos rigoroso de todos os tipos de amostragem, pois a seleção dos elementos é feita somente aos quais se tem acesso

AMOSTRAGEM POR COTAS

- Podemos encontrar a amostragem por cotas como a versão não probabilística da amostra estratificada. Essa amostra é composta por três fases: Segmentação, Definição do tamanho das quotas e Seleção de participantes e comprovação de cotas.

AMOSTRAGEM POR JULGAMENTO

- É considerada um caso particular da amostragem por conveniência em que os elementos da amostra são selecionados com base num julgamento do investigador.

AMOSTRAGEM POR VOLUNTÁRIOS

- Na amostragem por voluntários, os próprios indivíduos da população se voluntariam para participar da pesquisa.

AMOSTRAGEM POR TIPICIDADE

- consiste em selecionar um subgrupo da população que com base em algumas informações de modo que tal subgrupo seja representativo perante toda a população.

AMOSTRA POR BOLA DE NEVE

- é uma técnica de amostragem não probabilística onde os indivíduos selecionados para serem estudados convidam novos participantes da sua rede de amigos e conhecidos.

QUESTÃO 1

Dentre os métodos de amostragem não probabilística, podem ser destacados os realizados por conveniência, por cotas, por julgamento, por tipicidade e as bolas de neve.

Sobre cada um dos métodos, e nessa exata ordem, poderiam ser associadas às seguintes palavras-chave ou expressões:

A. praticidade, efeito de estratificação, arbitragem, para um subgrupo e indicações técnicas;

B. proximidade, juízo de valor, para um subgrupo, avaliações em sequência e baixíssimo custo;

C. baixo custo, arbitragem, seleção endógena, efeito cluster e para um subgrupo;

QUESTÃO 1

Dentre os métodos de amostragem não probabilística, podem ser destacados os realizados por conveniência, por cotas, por julgamento, por tipicidade e as bolas de neve.

D. seleção endógena, para um subgrupo, indicações técnicas, efeito de estratificação e efeito cluster;

E. proximidade, avaliações em sequência, baixíssimo custo, efeito de estratificação e longa duração.

QUESTÃO 2

A seleção amostral pode ser feita, em geral, por dois métodos. As amostras podem ser probabilísticas e não probabilísticas. No caso de amostras não probabilísticas há uma preocupação com a representatividade, mas sem garantias da aleatoriedade.

Sobre esse tipo de seleção, é correto afirmar que:

A. a probabilidade de seleção tem distribuição hipergeométrica;

B. a amostragem por julgamento é recomendada para os casos em que a população em estudo é grande;

C. é frequentemente aplicada naqueles casos em que uma parte relevante da população está inacessível;

QUESTÃO 2

A seleção amostral pode ser feita, em geral, por dois métodos. As amostras podem ser probabilísticas e não probabilísticas. No caso de amostras não probabilísticas há uma preocupação com a representatividade, mas sem garantias da aleatoriedade.

D. a amostragem por cotas guarda semelhança com a seleção por conglomerados, em razão da homogeneidade dos grupos;

E. em levantamentos quantitativos a amostragem em Bola de Neve se destaca entre os métodos não probabilísticos.

DISTRIBUIÇÃO AMOSTRAL

Prof. Jhoni Zini

DISTRIBUIÇÃO AMOSTRAL DA MÉDIA

$$E(\overline{X}) = \mu$$

$$VAR(\bar{X}) = \frac{VAR(X)}{n}$$

$$DP(\bar{X}) = \frac{DP(X)}{\sqrt{n}}$$

DISTRIBUIÇÃO AMOSTRAL DA MÉDIA

DISTRIBUIÇÃO AMOSTRAL DA MÉDIA

QUESTÃO 1

Um processo X segue uma distribuição normal, com média 15 e desvio-padrão (σ) = 2, ou seja, $X \sim N(15,2^2)$. Sobre uma amostra de tamanho 36 ($\bar{X}$), analise as afirmativas a seguir:

I. Dado que X é normal, $\bar{X}$ também é normal.

II. A média amostral μ ($\bar{X}$) difere da população pelo fator $\mu(\bar{X}) = \frac{\mu_x}{\sqrt{n}}$, no qual μ_x é a média populacional e n o número de observações na amostra.

III. $\bar{X}$ apresenta desvio-padrão de 1/3.

QUESTÃO 1

Assinale

A. se apenas a afirmativa I estiver correta.

B. se apenas as afirmativas I e II estiverem corretas.

C. se apenas as afirmativas II e III estiverem corretas.

D. se apenas as afirmativas I e III estiverem corretas.

E. se todas as afirmativas estiverem corretas.

QUESTÃO 2

Uma variável aleatória possui distribuição normal com média μ = 16. Dessa população foi retirada uma amostra de tamanho n = 100, cuja média é igual a 12 e variância estimada igual a 4, ou seja: $\sigma^2 = 4$. Assim, $\bar{X}$ tem distribuição de probabilidade:

A. normal com σ = 1/5 e μ = 16

B. normal com σ = 2 e μ = 16

C. T de Student, com σ2 = 4/5 e μ = 16

D. T de Student, com σ2 = 1 e μ = 12

E. normal com σ = 2 e μ = 12

QUESTÃO 3

A altura dos habitantes adultos de uma cidade apresenta distribuição normal com média de 1,70m e desvio padrão de 10cm. Ao serem realizados diversos estudos com amostras diferentes de tamanho 100 dessa população, o desvio padrão da média amostral será de:

A. 0,01m

B. 0,017m

C. 0,10m

D. 0,17m

E. 0,171m

QUESTÃO 4

Em uma indústria de alimentos, é produzido e distribuído para toda a América Latina um determinado produto. O gerente dessa indústria tem interesse em determinar a variação nas vendas semanais desse produto. Ele tomou uma amostra aleatória de 64 supermercados e verificou a venda do produto da primeira semana de um mês predefinido. O erro padrão da média foi verificado ser 2 produtos. Qual é o desvio- padrão populacional das vendas do produto em questão?

A. $\sigma=16$ produtos.

B. $\sigma=2$ produtos.

C. $\sigma=0{,}25$ produtos.

D. $\sigma=138$ produtos.

E. $\sigma=8$ produtos.

OBRIGADO

Prof. Jhoni Zini

Fator de Correção para População Finita

Prof. Jhoni Zini

Fator de Correção para População Finita

$$VAR(\bar{X}) = \frac{VAR(X)}{n} \cdot \frac{N-n}{N-1}$$

Questão 1

Considere uma amostra aleatória simples de tamanho 50 extraída sem reposição de uma população finita de tamanho 500. Sendo $\sigma^2 = 100$ a variância da população, determine o valor mais próximo da variância da média amostral.

A. 1,6

B. 1,8

C. 2,0

D. 2,2

E. 2,4

Questão 2

Um auditor toma uma amostra aleatória de 16 contas a receber de um total de 100. Não se conhece o desvio padrão das 100 contas, mas sabe-se que o desvio padrão amostral é s = R$ 57,00.

O erro padrão da distribuição de amostragem da média é de:

A. 10,5.

B. 20,7.

C. 80,3.

D. 13,3.

Obrigado

Prof. Jhoni Zini

Distribuição da Média Amostral e a Curva Normal

Prof. Jhoni Zini

Distribuição da Média Amostral e a Curva Normal

Estratégia Concursos

POPULAÇÃO

NORMAL

NÃO NORMAL

Distribuição da Média Amostral e a Curva Normal

Distribuição da Média Amostral e a Curva Normal

Distribuição da Média Amostral e a Curva Normal

$$Z_{\bar{X}} = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{DP(X)}{\sqrt{n}}}$$

Distribuição da Média Amostral e a Curva Normal

$$Z_{\bar{X}} = \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{DP(X)}{\sqrt{n}}}$$

QUESTÃO 1

Considere uma população com distribuição Uniforme no intervalo [33;45], com média 39 e Variância igual a 12.

Se retirarmos uma amostra aleatória de 300 observações dessa população, a distribuição da média amostral de X será, aproximadamente:

A. Normal, com média 39 e variância 0,2.

B. Uniforme, com média 39 e variância 12.

C. Normal, com média 39 e desvio-padrão 0,2.

D. Uniforme, com média 39 e desvio-padrão 12.

OBRIGADO

Prof. Jhoni Zini

Distribuição Amostral da Proporção

Prof. Jhoni Zini

Distribuição Amostral da Proporção

$$E(\bar{p}) = p$$

$$VAR(\bar{p}) = \frac{p.q}{n}$$

$$DP(\bar{p}) = \sqrt{\frac{p.q}{n}}$$

DISTRIBUIÇÃO AMOSTRAL DA PROPORÇÃO

Distribuição Amostral da Proporção

Suponha que 60% da população de uma certa cidade seja a favor da criação de um fundo público para fins de instalação de uma área de lazer. Se 36 pessoas selecionadas aleatoriamente são entrevistadas, calcule:

a) $E(\bar{p})$

b) $VAR(\bar{p})$

c) $DP(\bar{p})$

QUESTÃO 1

A proporção de pessoas favoráveis a um determinado projeto governamental na população de eleitores de uma cidade é p. Uma amostra aleatória simples, de tamanho 400, foi retirada dessa população. Seja p^ a proporção de pessoas favoráveis ao projeto nesta amostra, o valor máximo do desvio padrão de p^ é

A. 0,2500.

B. 0,1600.

C. 0,0625.

D. 0,0160.

E. 0,0250.

Questão 2

Considerando que um auditor fiscal encarregado de analisar indícios de irregularidades em obras de um determinado estado tenha analisado 50 obras e constatado irregularidades em 40 delas, julgue o item a seguir.

Se o total de obras, nesse estado, for igual a 300, então o fator de correção para a população finita deverá ser maior que 0,8.

QUESTÃO 3

Grande parte de uma população de pessoas possui determinada característica. Deseja-se estimar a proporção de pessoas nesta população com esta característica. Qual o valor mais próximo do tamanho de uma amostra aleatória simples para se obter uma estimativa desta proporção na população com um erro padrão de 5%.

A. 389.
B. 248.
C. 156.
D. 100.
E. 25.

Obrigado

Prof. Jhoni Zini

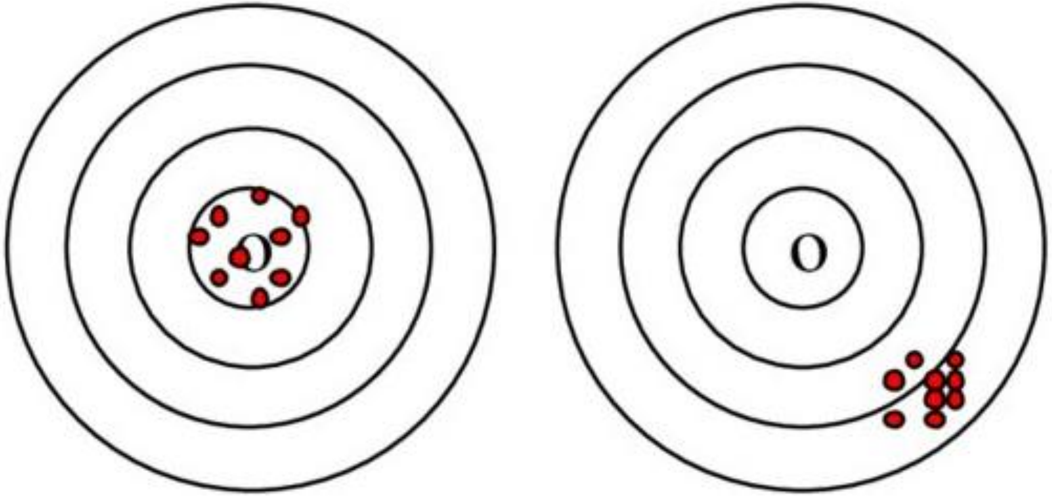
Distribuição Amostral da Variância

Prof. Jhoni Zini

Estimador da variância

$$s^2 = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

ESTIMADOR VIESADO X SEM VIÉS



EXEMPLO

Vamos supor que a variância das idades de determinado grupo de pessoas seja desconhecida, assim como a sua média. Para estimar esses parâmetros, obtemos uma amostra de 5 pessoas com os seguintes resultados:

{6, 8, 12, 16, 18}

Estimador da variância

$$s^2 = \overline{X^2} - (\bar{X})^2 \cdot \frac{n}{n-1}$$

EXEMPLO

Estratégia Concursos

Vamos supor que a variância das idades de determinado grupo de pessoas seja desconhecida, assim como a sua média. Para estimar esses parâmetros, obtemos uma amostra de 5 pessoas com os seguintes resultados: {6, 8, 12, 16, 18}

	X	X^2
SOMA		
MÉDIA		

ESPERANÇA DE S^2

$$E(s^2) = \sigma^2$$

VARIÂNCIA DE S^2

$$var(s^2) = \frac{2\sigma^4}{n-1}$$

VARIÂNCIA DE S^2

Várias amostras de tamanho 16 foram retiradas de uma população com distribuição normal e infinita e de variância $\sigma^2 = 144$. Calcule a esperança e a variância do estimador s^2 .

Obrigado

Prof. Jhoni Zini

Distribuição Amostral da Variância

Prof. Jhoni Zini

Distribuição de s^2

- Se a população for normal,

$$s^2 \; tem \; distribuição \; qui - quadrado \; com \; n-1 \; graus \; de \; liberdade$$

$$s^2 = \left(\frac{\sigma^2}{n-1}\right) \cdot \chi^2_{n-1}$$

Distribuição qui – quadrado 8 graus

Vamos supor que, para uma população normal, a variância populacional seja σ^2= 8, e que vamos extrair amostras de tamanho n = 9. Qual a probabilidade da variância ser maior do que 15?

DISTRIBUIÇÃO DE S^2

Distribuição Qui-Quadrado - Unicaudal à Direita										
p ▶	99,5%	99%	97,5%	95%	90%	10%	5%	2,5%	1%	0,5%
1	0,000	0,000	0,001	0,004	0,016	2,706	3,841	5,024	6,635	7,879
2	0,010	0,020	0,051	0,103	0,211	4,605	5,991	7,378	9,210	10,597
3	0,072	0,115	0,216	0,352	0,584	6,251	7,815	9,348	11,345	12,838
4	0,207	0,297	0,484	0,711	1,064	7,779	9,488	11,143	13,277	14,860

DISTRIBUIÇÃO DE S^2

Distribuição Qui-Quadrado - Unicaudal à Direita

p ▶	99,5%	99%	97,5%	95%	90%	10%	5%	2,5%	1%	0,5%
1	0,000	0,000	0,001	0,004	0,016	2,706	3,841	5,024	6,635	7,879
2	0,010	0,020	0,051	0,103	0,211	4,605	5,991	7,378	9,210	10,597
3	0,072	0,115	0,216	0,352	0,584	6,251	7,815	9,348	11,345	12,838
4	0,207	0,297	0,484	0,711	1,064	7,779	9,488	11,143	13,277	14,860

Distribuição Qui-Quadrado - Unicaudal à Direita

p ▶	99,5%	99%	97,5%	95%	90%	10%	5%	2,5%	1%	0,5%
1	0,000	0,000	0,001	0,004	0,016	2,706	3,841	5,024	6,635	7,879
2	0,010	0,020	0,051	0,103	0,211	4,605	5,991	7,378	9,210	10,597
3	0,072	0,115	0,216	0,352	0,584	6,251	7,815	9,348	11,345	12,838
4	0,207	0,297	0,484	0,711	1,064	7,779	9,488	11,143	13,277	14,860
5	0,412	0,554	0,831	1,145	1,610	9,236	11,070	12,833	15,086	16,750
6	0,676	0,872	1,237	1,635	2,204	10,645	12,592	14,449	16,812	18,548
7	0,989	1,239	1,690	2,167	2,833	12,017	14,067	16,013	18,475	20,278
8	1,344	1,646	2,180	2,733	3,490	13,362	15,507	17,535	20,090	21,955
9	1,735	2,088	2,700	3,325	4,168	14,684	16,919	19,023	21,666	23,589

Distribuição qui – quadrado 8 graus

Vamos supor que, para uma população normal, a variância populacional seja $\sigma^2 = 1$, e que vamos extrair amostras de tamanho n = 5. Qual a probabilidade da variância ser inferior a 0,48?

DISTRIBUIÇÃO DE s^2

$P(\mathcal{X}_4^2 < x)$	**0,005**	**0,01**	**0,025**	**0,05**	**0,1**	**0,25**	**0,5**	**0,75**	**0,9**	**0,95**	**0,975**	**0,99**	**0,995**
x	0,21	0,30	0,48	0,71	1,06	1,92	3,36	5,39	7,78	9,49	11,14	13,28	14,86

ESTIMAÇÃO PONTUAL

Prof. Jhoni Zini

ESTIMAÇÃO PONTUAL

- A estimação pontual é o valor (número) calculado para o estimador

Propriedades dos Estimadores

- Suficiência
- Não viés
- Eficiência
- Consistência

SUFICIÊNCIA

- Uma estatística (isto é, uma função dos dados observados) é considerada suficiente se ela captura, a partir da amostra obtida, toda a informação possível sobre o parâmetro populacional desconhecido.

EXEMPLO

- X_1, X_2, ..., X_{10} representa uma amostra aleatória simples retirada de uma distribuição normal com média μ e variância σ^2, ambas desconhecidas. Considerando que $\widehat{\mu}$ e $\widehat{\sigma^2}$ representam os respectivos estimadores de máxima verossimilhança desses parâmetros populacionais, julgue o item subsecutivo. A soma X_1+ X_2 +...+ X_{10} é uma estatística suficiente para a estimação do parâmetro μ .

NÃO VIÉS

- Dizemos que um estimador é não viesado (também chamado de não viciado ou não tendencioso) quando a sua esperança é igual ao parâmetro populacional.

- $E(ESTIMADOR) = PARÂMETRO \longrightarrow E(\hat{\theta}) = \theta$

NÃO VIÉS

- Vamos supor uma amostra de n = 5 elementos X_1, X_2, X_3, X_4 e X_5 de uma variável X com média μ desconhecida. Verifique se o estimador para a média μ é viesado:

$$\hat{\theta} = X_1 + X_2 + X_3 - X_4 - X_5$$

NÃO VIÉS

- Vamos supor uma amostra de n = 5 elementos X_1, X_2, X_3, X_4 e X_5 de uma variável X com média μ desconhecida. Verifique se o estimador para a média μ é viesado:

$$\hat{\theta} = X_1 - X_2$$

ERRO QUADRÁTICO MÉDIO

- A variância do erro é chamada de Erro Quadrático Médio

- Erro Quadrático Médio (EQM) é a soma da variância do estimador com o quadrado do viés do estimador.

- $EQM = \sigma^2 + \varepsilon^2$

EFICIÊNCIA

- Dizemos que um estimador é eficiente se for não viesado e apresentar a menor variância possível.

Consistência

- $\lim_{n\to\infty} P\left(\left|\hat{\theta} - \theta\right| > \varepsilon\right) = 0$

$$\lim_{n\to\infty} E\left(\hat{\theta}\right) = \theta$$

$$\lim_{n\to\infty} V\left(\hat{\theta}\right) = 0$$

OBRIGADO

Prof. Jhoni Zini

Estratégia
Concursos